

全国中学生物理竞赛专辑 2013

全国中学生物理竞赛委员会 编



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

全国中学生物理竞赛专辑·2013/全国中学生物理竞赛委员会编. —北京:北京大学出版社,2013.6

ISBN 978-7-301-22564-6

I. ①全… II. ①全… III. ①中学物理课—竞赛题 IV. ①G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 109495 号

书 名: 全国中学生物理竞赛专辑·2013

著作责任者: 全国中学生物理竞赛委员会 编

责任编辑: 王剑飞 顾卫宇

标准书号: ISBN 978-7-301-22564-6/O·0923

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 新浪官方微博: @北京大学出版社

电子信箱: zpup@pup.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765014 出版部 62754962

印 刷 者: 北京大学印刷厂

787 毫米×1092 毫米 16 开本 8.5 印张 198 千字

2013 年 6 月第 1 版 2013 年 6 月第 1 次印刷

定 价: 25.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn

目 录

第一部分 全国中学生物理竞赛章程和内容提要

全国中学生物理竞赛章程	(3)
第一章 总则	(3)
第二章 组织领导	(3)
第三章 竞赛程序	(4)
第四章 命题原则	(5)
第五章 奖励办法	(5)
第六章 守则和纪律、监督、惩罚	(5)
第七章 经费	(6)
第八章 附则	(6)
全国中学生物理竞赛内容提要(2011年11月修订,2013年开始实行)	(7)
一、理论基础	(7)
二、实验	(12)
三、其他方面	(14)
附:关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题的若干规定	(14)
指定参考书	(15)
参考资料	(16)

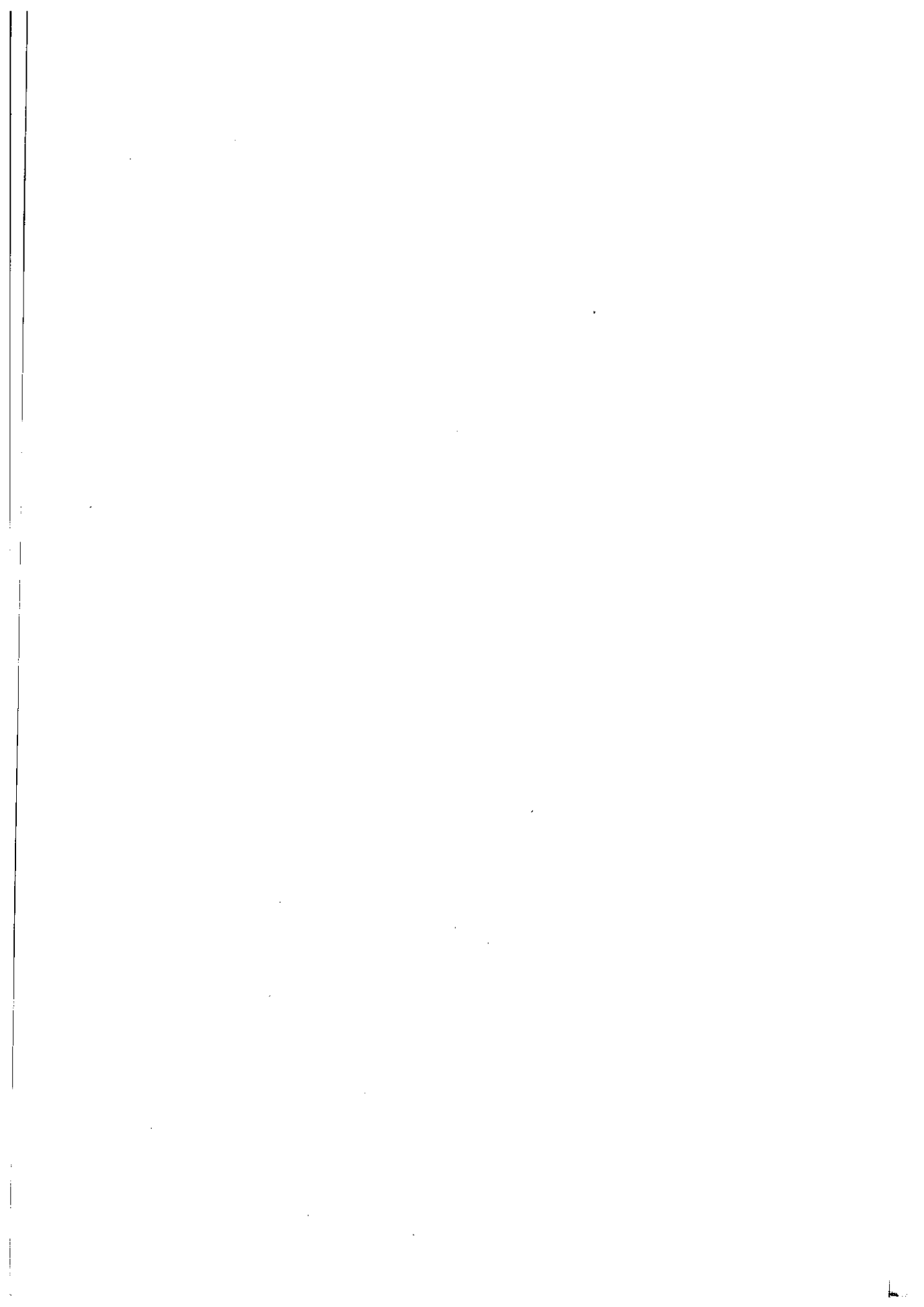
第二部分 第29届全国中学生物理竞赛专题

在第29届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(一)	(19)
在第29届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(二)	(21)
在第29届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(三)	(23)
第29届全国中学生物理竞赛全国竞赛委员会、组织委员会、评奖组及获奖学生名单	(25)
第29届全国中学生物理竞赛试题及参考解答	(29)
预赛试题及参考解答	(29)
复赛试题及参考解答	(37)
决赛试题及参考解答	(52)

附录一	历届全国中学生物理竞赛及我国参加的国际物理奥林匹克 竞赛基本情况	(82)
附录二	第 43 届国际奥林匹克物理竞赛试题.....	(84)
附录三	第 13 届亚洲奥林匹克物理竞赛试题	(103)

第一部分

全国中学生物理竞赛 章程和内容提要



全国中学生物理竞赛章程

中国物理学会常务理事會

(1991年2月12日制定,2004年11月30日修订)

第一章 总 则

第一条 全国中学生物理竞赛(对外可以称中国物理奥林匹克,英文名为 Chinese Physics Olympiad,缩写为 CPhO)是群众性的课外学科竞赛活动. 这项活动由中国科学技术协会主管,中国物理学会主办,并得到国家教育部的批准.

竞赛的目的是激发学生学习物理的兴趣和主动性,促使他们改进学习方法,增强学习能力;帮助学校开展多样化的物理课外活动,活跃学习空气;发现具有突出才能的青少年,以便更好地对他们进行培养.

第二条 全国中学生物理竞赛要贯彻“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的精神. 竞赛内容的深度和广度可以比中学物理教学大纲和教材有所提高和扩展.

第三条 参加全国中学生物理竞赛者是对物理学习有兴趣并学有余力的在校普通高中学生. 竞赛应坚持学生自愿参加的原则. 竞赛活动主要应在课余时间进行,不要影响学校正常的教学秩序.

第四条 学生参加竞赛主要依靠学生平时的课内外学习和个人努力. 学校和教师不要为了准备参加竞赛而临时突击,不要组织“集训队”或搞“题海战术”,以免影响学生的正常学习和身体健康. 学生在物理竞赛中的成绩只反映学生个人在这次活动中所表现出来的水平,不应当以此来衡量和评价学校的工作和教师的教学水平.

第二章 组织领导

第五条 全国中学生物理竞赛由中国物理学会主办. 中国物理学会常务理事會制定《全国中学生物理竞赛章程》;设立全国中学生物理竞赛委员会(简称全国竞委会),统一领导全国中学生物理竞赛活动. 全国中学生物理竞赛委员会由主任一人、副主任和委员若干人组成. 主任和副主任由中国物理学会常务理事會聘任,组成全国中学生物理竞赛委员会常务委员会(简称常委会). 全国中学生物理竞赛委员会可设名誉主任,由中国物理学会常务理事會聘任.

全国竞委会委员任期一年,产生办法如下:

1. 每省(自治区、直辖市)物理学会各委派委员 1 人;
2. 承办本届或下届决赛的省(自治区、直辖市)物理学会各委派 3 人;
3. 由常委会根据需要聘请若干人任特邀委员.

第六条 常委会在中国物理学会常务理事會领导下主持全国竞委会工作;制定有关竞赛工作的各项实施细则.

全国竞委会在决赛期间召开全体会议,研究和讨论与本届和下届竞赛有关事宜,交流组织

竞赛活动的经验,提出意见和建议;审议通过决赛获奖学生名单。

全国竞委会委员在任期内负责常委会和本省(自治区、直辖市)竞赛委员会工作上的联系。

第七条 常委会下设全国中学生物理竞赛命题组(简称命题组)和全国中学生物理竞赛办公室(简称办公室)等工作机构。

命题组成员由常委会聘请专家担任。命题组负责预赛、复赛理论试题及决赛的理论、实验试题的命题工作。

办公室负责处理有关竞赛的日常事务。

第八条 每年承办决赛的省(自治区、直辖市)物理学会与有关方面协商组成该届全国中学生物理竞赛组织委员会(简称组委会),组委会负责决赛期间各项活动的筹备与组织工作以及命题会议的会务工作。

组委会工作接受常委会指导。

第九条 各省(自治区、直辖市)物理学会与各有关方面协商组成省(自治区、直辖市)中学生物理竞赛委员会(简称地方竞委会)。地方竞委会要按照《全国中学生物理竞赛章程》和常委会制定的有关竞赛工作的各项实施细则,负责组织和领导本省(自治区、直辖市)有关竞赛的各项活动。

地方竞委会的工作受全国竞委会的指导和监督。

第三章 竞赛程序

第十条 全国中学生物理竞赛每年举行一次,包括预赛、复赛和决赛。在校高中学生可向学校报名,经学校同意,由学校到地方竞委会指定的地点报名。凡报名参加全国中学生物理竞赛的学生均在地方竞委会指定的地点参加预赛。预赛由全国中学生物理竞赛命题组统一命题和制定评分标准,办公室统一制卷。各地方竞委会组织赛事和评定成绩。预赛满分为200分,竞赛时间为3小时。地方竞委会不得组织其他考试来确定学生参加预赛的资格。

第十一条 复赛包括理论和实验两部分。理论题由全国中学生物理竞赛命题组统一命题和制定评分标准,办公室统一制卷。理论考试满分为160分,时间为3小时。各地方竞委会组织赛事和评定成绩。复赛实验由地方竞委会命题和评定成绩,满分为40分,实验时间为3小时。复赛实验的日期、地点和组织办法由各地方竞委会根据实际情况自行决定。

参加复赛的学生由地方竞委会根据预赛成绩确定。参加复赛理论考试的人数不得少于本赛区一等奖名额的5倍。参加复赛实验考试人数不得少于本赛区一等奖名额的1.2倍。

第十二条 各地方竞委会根据学生复赛的总成绩(理论考试成绩和实验考试成绩之和)择优推荐3名学生参加决赛。对于在上届决赛中成绩较好的省(自治区、直辖市)给予奖励名额,凡有学生获一等奖者,一律奖励1名。在当年举行的国际物理奥林匹克竞赛中获金、银、铜奖的学生所在省(自治区、直辖市)每有1名学生获奖,就奖励1名。

承办决赛的省(自治区、直辖市)参加决赛的名额可增加3名。

若参加决赛的最后一个名额有两名以上的学生总成绩相同,则地方竞委会应根据他们的理论成绩高低择优确定一名;若理论成绩最高的学生有两名以上也相同,则地方竞委会可对这部分学生以笔试的形式进行加试,选取成绩最好的1名。

决赛由全国中学生物理竞赛命题组命题和制定评分标准,决赛包括理论和实验两部分。竞

赛时间各 3 小时. 理论满分为 140 分, 实验满分为 60 分. 由组委会聘请高校教师阅卷评分.

由常委会聘请专家组成评奖组, 由评奖组核审学生决赛成绩, 提出获奖名单, 最后由全国竞委会审议通过.

第四章 命题原则

第十三条 竞赛内容要从我国目前高中学生的实际情况出发, 但不必拘泥于现行的教学大纲和教材. 常委会要根据此原则编写《全国中学生物理竞赛内容提要》和《全国中学生物理竞赛复赛实验指导书》.

第十四条 预赛、复赛和决赛理论命题均以《全国中学生物理竞赛内容提要》为依据. 复赛实验题目从《全国中学生物理竞赛实验指导书》中选定. 决赛实验命题以《全国中学生物理竞赛内容提要》和《全国中学生物理竞赛实验指导书》为基础.

第五章 奖励办法

第十五条 全国中学生物理竞赛只评选个人奖, 不搞省、地、市、县或学校之间的评比.

根据决赛成绩和参加决赛人数, 每届评选出决赛一等奖、二等奖和三等奖. 一等奖和二等奖人数各占参加决赛人数的 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{3}$. 若一(或二)等奖最后一个名额有两名或两名以上的学生总成绩相同, 则都评为一(或二)等奖. 由全国竞委会给予奖励. 在举行决赛的城市召开颁奖大会, 颁发全国中学生物理竞赛获奖证书.

第十六条 对于在预赛和复赛中成绩优秀的学生, 全国竞委会设立赛区一、二、三等奖, 由地方竞委会按学生成绩进行评定. 赛区一等奖的评定以复赛总成绩为准. 赛区二等奖的评定以复赛理论成绩为准. 赛区三等奖的评定标准由地方竞委会根据学生成绩和当地实际情况决定. 赛区一、二、三等奖获奖者均颁发相应的获奖证书.

赛区一等奖的名额由常委会决定. 若赛区一等奖最后一个名额有两名以上的学生总成绩相同, 则地方竞委会应根据他们的理论成绩高低择优确定一名; 若理论成绩最高的学生有两名以上也相同, 则地方竞委会可对理论成绩并列最高的学生以笔试的形式进行加试, 选取成绩最好的 1 名. 赛区二、三等奖的名额由各省(自治区、直辖市)物理学会确定.

对获奖学生的奖励要有利于学生的健康成长.

第十七条 对在决赛中获奖和获赛区一、二等奖的学生的指导教师, 由各地方竞委会确定名单, 以全国竞委会名义给予表彰, 发给荣誉证书.

第六章 守则和纪律、监督、惩罚

第十八条 关于竞赛守则和纪律、监督和惩罚, 按中国科协颁布的有关条例中的规定执行.

第七章 经 费

第十九条 全国中学生物理竞赛所需经费应根据中国科协的规定主要通过各种途径自筹,但必须严格遵守国家的各项法律法规.

第二十条 学生参加预、复赛应缴纳报名费和试卷费.报名费收入全部由地方竞委会留用,试卷费上交全国竞委会办公室.参加决赛的学生要交纳决赛参赛费,作为全国竞委会和组委会进行与决赛有关的各项工作的部分经费.

学生参加竞赛所需食、宿、交通费用原则上由学生自理.对经济有困难的学生由地方竞委会与有关方面协商给予补助.

第二十一条 决赛活动所需经费由组委会负责筹措,全国竞委会给予适当补助.

第二十二条 经费开支应贯彻勤俭节约的原则.向学生收取的费用应根据竞赛成本核定,不以赢利为目的.

第八章 附 则

第二十三条 本章程由中国物理学会常务理事会制定.本章程的解释权属中国物理学会常务理事会.

全国中学生物理竞赛内容提要

(2011年11月修订,2013年开始实行)

说明 按照中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会第9次全体会议(1990年)的建议,由中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会常务委员会根据《全国中学生物理竞赛章程》中关于命题原则的规定,结合我国中学生的实际情况,制定了《全国中学生物理竞赛内容提要》,作为今后物理竞赛预赛、复赛和决赛命题的依据.它包括理论基础、实验、其他方面等部分.1991年2月20日经全国中学生物理竞赛委员会常务委员会扩大会议讨论通过并开始试行.1991年9月11日在南宁经全国中学生物理竞赛委员会第10次全体会议通过,开始实施.

经2000年全国中学生物理竞赛委员会第19次全体会议原则同意,对《全国中学生物理竞赛内容提要》做适当的调整和补充.考虑到适当控制预赛试题难度的精神,《全国中学生物理竞赛内容提要》中新补充的内容用“※”符号标出,作为复赛题和决赛题增补的内容,预赛试题仍沿用原规定的《全国中学生物理竞赛内容提要》,不增加修改补充后的内容.

2005年,中国物理学会常务理事会对《全国中学生物理竞赛章程》进行了修订.依据修订后的《全国中学生物理竞赛章程》,决定由全国中学生物理竞赛委员会常务委员会组织编写《全国中学生物理竞赛实验指导书》,作为复赛实验考试题目的命题范围.

2011年对《全国中学生物理竞赛内容提要》进行了修订,修订稿经全国中学生物理竞赛委员会第30次全体会议通过,并决定从2013年开始实行.修订后的《全国中学生物理竞赛内容提要》中,凡用“※”号标出的内容,仅限于复赛和决赛.

一、理论基础

力 学

1. 运动学:

参考系;

坐标系,直角坐标系,※平面极坐标;

质点运动的位移和路程、速度、加速度;

矢量和标量,矢量的合成和分解,※矢量的标积和矢积;

匀速及匀变速直线运动及其图像;

运动的合成,抛体运动,圆周运动,圆周运动中的切向加速度和法向加速度,※任意曲线运动中的切向加速度和法向加速度,曲率半径;

相对运动,伽利略速度变换;

刚体的平动和绕定轴的转动,角速度和角加速度.

2. 牛顿运动定律,力学中常见的几种力:

牛顿第一、二、三运动定律,惯性参考系;

摩擦力;

弹性力,胡克定律;

万有引力定律,均匀球壳对壳内和壳外质点的引力公式(不要求导出);

※非惯性参考系,※平动加速参考系中的惯性力,※匀速转动参考系中的惯性离心力,视重.

3. 物体的平衡:

共点力作用下物体的平衡;

力矩,刚体的平衡条件,重心;

物体平衡的种类.

4. 动量:

冲量,动量,质点与质点组的动量定理,动量守恒定律;

※质心,※质心运动定理;

反冲运动及火箭.

5. ※角动量;

※冲量矩,※角动量,※质点和质点组的角动量定理(不引入转动惯量),※角动量守恒定律.

6. 机械能:

功和功率;

动能和动能定理;

重力势能,引力势能,质点及均匀球壳壳内和壳外的引力势能公式(不要求导出);

弹簧的弹性势能;

功能原理,机械能守恒定律;

碰撞,恢复系数.

7. 天体运动:

在万有引力作用下物体的运动,开普勒定律,行星和人造天体的圆轨道和椭圆轨道运动.

8. 流体静力学:

静止流体中的压强;

浮力.

9. 振动:

简谐振动 $x = A\cos(\omega t + \phi)$, 振幅,频率和周期,相位;

振动的图像;

参考圆,简谐振动的速度 $v = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$;

(线性)恢复力,由动力学方程确定简谐振动的频率;

简谐振动的能量;

同方向同频率简谐振动的合成;

阻尼振动,受迫振动和共振(定性).

10. 波和声:

横波和纵波;

波长,频率和波速的关系;

波的图像;

※平面简谐波的表示式 $y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$;

波的干涉, ※驻波, 波的衍射(定性);

声波, 声音的响度、音调和音品, 声音的共鸣, 乐音和噪声;

※多普勒效应.

热 学

1. 分子动理论:

原子和分子大小的数量级;

分子的热运动和碰撞, 布朗运动, 气体分子热运动速率分布律(定性);

温度的微观意义;

分子热运动的动能, ※气体分子的平均移动动能, 玻尔兹曼常量;

分子力, 分子间的势能;

物体的内能.

2. 气体的性质:

※温标, 热力学温标, 气体实验定律;

理想气体状态方程, 普适气体恒量;

理想气体状态方程的微观解释(定性).

3. 热力学第一定律:

热力学第一定律;

理想气体的内能;

热力学第一定律在理想气体等容、等压、等温和绝热过程中的应用, ※定容摩尔热容量和定压摩尔热容量, ※等温过程中的功(不要求导出), ※绝热过程方程(不要求导出);

※热机及其效率, ※致冷机和致冷系数.

4. ※热力学第二定律:

※热力学第二定律的开尔文表述和克劳修斯表述;

※可逆过程与不可逆过程, ※宏观过程的不可逆性;

※理想气体的自由膨胀, ※热力学第二定律的统计意义.

5. 液体的性质:

液体分子运动的特点;

表面张力系数;

※球形液面两边的压强差;

浸润现象和毛细现象(定性).

6. 固体的性质:

晶体和非晶体, 空间点阵;

固体分子运动的特点.

7. 物态变化:

熔化和凝固, 熔点, 熔化热;

蒸发和凝结, 饱和气压, 沸腾和沸点, 汽化热, 临界温度;

固体的升华；
空气的湿度和湿度计，露点。
8. 热传递的方式：
传导，※导热系数；
对流；
辐射，※黑体辐射的概念，※斯特藩定律。
9. 热膨胀：
热膨胀和膨胀系数。

电 学

1. 静电场：
电荷守恒定律；
库仑定律，静电力常量和真空介电常数；
电场强度，电场线；
点电荷的场强；
场强叠加原理；
匀强电场，※无限大均匀带电面的场强(不要求导出)；
均匀带电球壳壳内的场强和壳外的场强公式(不要求导出)；
电势和电势差，等势面；
点电荷电场的电势公式(不要求导出)；
电势叠加原理；
均匀带电球壳壳内和壳外的电势公式(不要求导出)；
电场中的导体，静电屏蔽；
电容，平行板电容器的电容公式，※球形电容器的电容公式；
电容器的连接；
电容器充电后的电能；
电介质的极化，介电常量。
2. 稳恒电流：
欧姆定律，电阻率和温度的关系；
电功和电功率；
电阻的串、并联；
电动势，闭合电路的欧姆定律；
一段含源电路的欧姆定律，※基尔霍夫定律；
电流表，电压表，欧姆表；
惠斯通电桥；
补偿电路。
3. 物质的导电性：
金属中的电流，欧姆定律的微观解释；
※液体中的电流，※法拉第电解定律；

※气体中的电流,※被激放电和自激放电(定性);

真空中的电流,示波器;

半导体的导电特性,p型半导体和n型半导体,※pn结;

晶体二极管的单向导电性※及其微观解释(定性);三极管的放大作用(不要求机理);

超导现象.

4. 磁场:

电流的磁场,磁感应强度,磁感线;

匀强磁场;

长直导线、圆线圈、螺线管中的电流的磁场分布(定性);

※无限长直导线中电流的磁场的表示式,※圆线圈中电流的磁场在轴线上的表示式,※无限长螺线管中电流的磁场的表示式(均不要求导出),※真空磁导率;

安培力,洛伦兹力,电子荷质比的测定,质谱仪,回旋加速器,霍尔效应.

5. 电磁感应:

法拉第电磁感应定律;

楞次定律;

※感应电场(涡旋电场),※电子感应加速器;

自感和互感,自感系数,※通电自感的磁能(不要求推导).

6. 交流电:

交流发电机原理,交流电的最大值和有效值;

纯电阻、纯电感、纯电容电路,感抗和容抗,※电流和电压的相位差;

整流,滤波和稳压;

理想变压器;

三相交流电及其连接法,感应电动机原理.

7. 电磁振荡和电磁波:

电磁振荡,振荡电路及振荡频率,电磁波谱;

电磁场和电磁波,电磁波的波速,赫兹实验;

电磁波的发射和调制,电磁波的接收、调谐、检波.

光 学

1. 几何光学:

光的直进、反射、折射,全反射;

光的色散,折射率与光速的关系;

平面镜成像,球面镜成像公式及作图法;

※球面折射成像公式,※焦距与折射率、球面半径的关系;

薄透镜成像公式及作图法;

眼睛,放大镜,显微镜,望远镜.

2. 波动光学:

光程;

光的干涉现象,双缝干涉;

光的衍射现象,单缝衍射(定性),※分辨本领(不要求导出);
光谱和光谱分析.

近代物理

1. 光的本性:

光电效应,爱因斯坦方程;

光的波粒二象性,光子的能量与动量.

2. 原子结构:

卢瑟福实验,原子的核式结构;

玻尔模型,用玻尔模型解释氢光谱,玻尔模型的局限性;

原子的受激辐射,激光的产生(定性)和特性.

3. 原子核:

原子核的量级;

天然放射现象,原子核的衰变,半衰期,放射线的探测;

质子的发现,中子的发现,原子核的组成;

核反应方程;

质能方程,裂变和聚变.

4. 粒子:

“基本粒子”,轻子与夸克(简单知识);

四种基本相互作用;

实物粒子具有波粒二象性,※物质波,德布罗意关系 $p = \frac{h}{\lambda}$;

※不确定关系 $\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$.

5. ※狭义相对论:

爱因斯坦假设;

时间和长度的相对论效应;

相对论动量 $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$, 相对论能量 $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$;

相对论动量和能量关系 $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$.

6. ※太阳系,银河系,宇宙和黑洞的初步知识.

数学基础

1. 中学阶段全部初等数学(包括解析几何).

2. 矢量的合成和分解,极限、无限大和无限小的初步概念.

3. ※导数及其应用(限于高中教学大纲所涉及的内容).

二、实 验

全国中学生物理竞赛常委会组织编写的《全国中学生物理竞赛实验指导书》中的 34 个实

验是全国中学生物理竞赛复赛实验考试内容的范围,这 34 个实验的名称是:

- 实验一 实验误差;
- 实验二 气轨上研究瞬时速度;
- 实验三 杨氏模量;
- 实验四 用单摆测重力加速度;
- 实验五 气轨上研究碰撞过程中动量和能量变化;
- 实验六 测量声速;
- 实验七 弦线上的驻波实验;
- 实验八 冰的熔化热;
- 实验九 线膨胀率;
- 实验十 液体比热容;
- 实验十一 数字万用电表的使用;
- 实验十二 制流和分压电路;
- 实验十三 测定直流电源的参数并研究其输出特性;
- 实验十四 磁电式直流电表的改装;
- 实验十五 用量程为 200 mV 的数字电压表组成多量程的电压表和电流表;
- 实验十六 测量非线性元件的伏安特性;
- 实验十七 平衡电桥测电阻;
- 实验十八 示波器的使用;
- 实验十九 观测电容特性;
- 实验二十 检测黑盒子中的电学元件(电阻,电容,电池,二极管);
- 实验二十一 测量温度传感器的温度特性;
- 实验二十二 测量热敏电阻的温度特性;
- 实验二十三 用霍尔效应测量磁场;
- 实验二十四 测量光敏电阻的光电特性(有、无光照时的伏安特性;光电特性);
- 实验二十五 研究光电池的光电特性;
- 实验二十六 测量发光二极管的光电特性(用 $eU_{\text{前}} = hc/\lambda$ 估算发光波长);
- 实验二十七 研究亥姆霍兹线圈轴线磁场的分布;
- 实验二十八 测定玻璃的折射率;
- 实验二十九 测量薄透镜的焦距;
- 实验三十 望远镜和显微镜;
- 实验三十一 光的干涉现象;
- 实验三十二 光的夫琅禾费衍射;
- 实验三十三 分光计的使用与极限法测折射率;
- 实验三十四 光谱的观测.

各省(自治区、直辖市)竞赛委员会根据本省的实际从《全国中学生物理竞赛实验指导书》的 34 个实验中确定并公布不少于 20 个实验作为本省(自治区、直辖市)物理竞赛复赛实验考试的内容范围,复赛实验的试题从公布的实验中选定,具体做法见《关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题的若干规定》.

全国中学生物理竞赛决赛实验以本《内容提要》中的“理论基础”和《全国中学生物理竞赛实验指导书》作为命题的基础。

三、其他方面

物理竞赛的内容有一部分有较大的开阔性,主要包括以下三方面:

1. 物理知识在各方面的应用;对自然界、生产和日常生活中一些物理现象的解释.
2. 近代物理的一些重大成果和现代的一些重大信息.
3. 一些有重要贡献的物理学家的姓名和他们的主要贡献.

附:关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题的若干规定

(2005年)

为了使更多的地区、更多的优秀学生的物理实验水平和素养有较大的提高,为了让更多的优秀学生有机会参加实验培训,为了使复赛实验考试更加公正、公平,增加透明度,特制定以下规定.各省(自治区、直辖市)竞赛委员会必须严格按照本规定组织本省有关复赛实验的活动.

一、全国中学生物理竞赛委员会常务委员会(以下简称常委会)组织编写的《全国中学生物理竞赛实验指导书》(以下简称《实验指导书》)中的34个实验是全国中学生物理竞赛复赛实验考试的内容范围.各省(自治区、直辖市)竞赛委员会要会同本省有关专家和高等学校结合本省实际情况,从这34个实验中确定全部或部分实验,作为本省(自治区、直辖市)复赛实验考试的范围.确定的实验数不得少于20个,其中必须包括实验一“实验误差”、实验十一“数字万用表的使用”、实验十二“制流和分压电路”、实验十八“示波器的使用”这四个基本实验.有的实验中含有“设计实验”,这部分实验要求属于决赛的实验考试要求,复赛实验考试不涉及这部分实验.本省确定的复赛实验考试内容范围必须向本省准备参加物理竞赛的全体考生公布,公布的时间不得晚于复赛考试前6个月.各省的复赛实验试题必须从本省公布的实验中选定.

二、各省(自治区、直辖市)的竞赛委员会要在省(自治区、直辖市)物理学会的领导下与本省(自治区、直辖市)有关高校协商设立物理竞赛实验培训点和组织本省(自治区、直辖市)的实验培训工作.培训点可设在省(自治区、直辖市)、市两级的高等学校.培训点要根据《实验指导书》的要求对学生进行培训,着眼于提高学生的实验水平和实验素养.

三、各省(自治区、直辖市)要建立本省(自治区、直辖市)物理竞赛复赛实验命题小组.命题小组由2~4位物理实验业务水平较高、教学经验比较丰富、作风正派的高等学校教师组成.命题小组的成员在当年不得参加复赛前的任何物理竞赛实验的辅导和培训工作,并且他们的身份是保密的.省(自治区、直辖市)竞赛委员会要与命题小组一起研究确定本省(自治区、直辖市)复赛实验考场所在的高校.确定为实验考场的高校,应具有能解决本省(自治区、直辖市)公布的所有实验所需的器材和实验室条件.为了有利于考试的公平性,被指定为实验考场的高校在复赛实验考试前最好不安排与物理竞赛有关的实验培训任务.如果省(自治区、直辖市)竞赛

委员会因这种或那种原因难以做到上述要求,而对考场所在的高校,在复赛实验考试前也安排了物理竞赛实验培训任务,则应做出相应的细致规定,防止因考场和培训设在同一所高校而可能带来的某些不良影响,以确保实验考试的公正与公平.请各省(自治区、直辖市)竞赛委员会结合本省(自治区、直辖市)的实际情况自己决定.各省(自治区、直辖市)公布的复赛实验考试内容的范围、确定为复赛实验考场的高校,都要报全国中学生物理竞赛办公室备案.

四、复赛实验命题小组的主要任务:

1. 从本省(自治区、直辖市)公布的“复赛实验考试内容范围”中选定两个实验作为本省(自治区、直辖市)复赛实验考题的内容.各省(自治区、直辖市)都必须公布的四个基本实验不单独作为实验考试题目,这四个基本实验内容的考查将体现在其他有关实验之中.

2. 根据选定作为试题内容的两个实验和《实验指导书》对这两个实验的要求,编制本省(自治区、直辖市)复赛实验考试的试卷,试卷一般应包括以下内容:

(1) 实验名称.作为考题的实验名称可以与《实验指导书》中的该实验名称相同,亦可在行文上做些修改,使之符合试题的语气.

(2) 实验要求和实验内容.

(3) 实验所用的器材名称和必要的仪器描述.

复赛实验考试的要求,实验原理、实验内容,所用的器材都不得超出《实验指导书》中关于该实验的规定.

3. 制定复赛实验考试评分标准.

复赛实验根据考生的书面答卷进行评分,要求考生写在卷面的内容应在“实验要求”和“考试内容”中向考生交代清楚.

4. 准备实验器材、保证器材的完好性能.

5. 组织阅卷、评分、查分工作.

全国中学生物理竞赛委员会常务委员会

2005年12月22日

指定参考书

1. 全国中学生物理竞赛办公室,编.全国中学生物理竞赛参考资料.北京:北京教育出版社,1985—2002;全国中学生物理竞赛专辑.北京:北京教育出版社,2003—2007.北京:北京大学出版社,2008—2013.

2. 沈克琦.高中物理学 1.北京:北京出版社,1997;高中物理学 2.北京:北京出版社,1998;高中物理学 3.北京:北京出版社,1998;高中物理学 4.北京:北京出版社,1999.

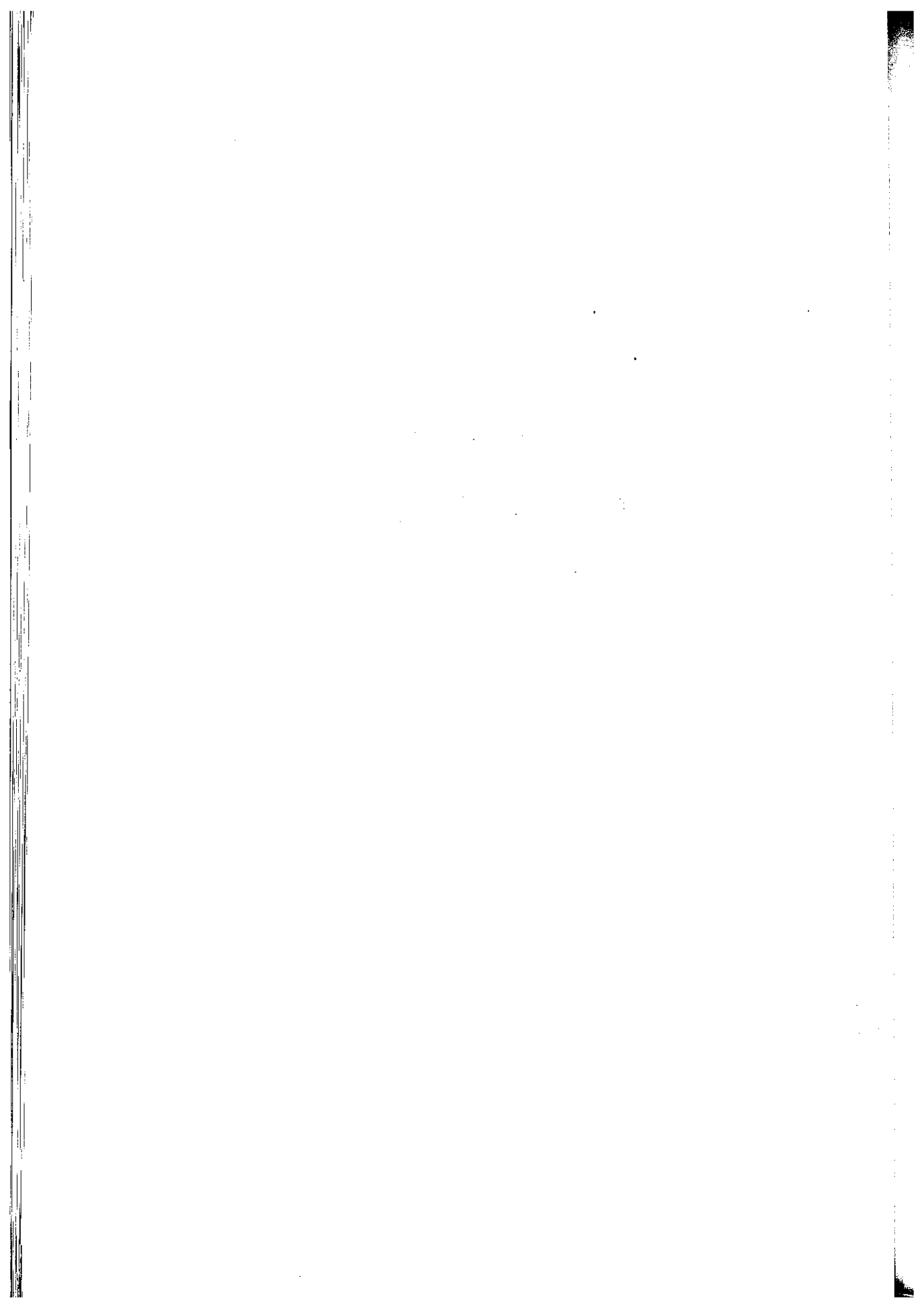
3. 全国中学生物理竞赛常务委员会,组织编写.全国中学生物理竞赛实验指导书.北京:北京大学出版社,2006.

参 考 资 料

1. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:力学分册.北京:清华大学出版社,2005.
2. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:电学分册.北京:清华大学出版社,2005.
3. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:热学、光学与近代物理分册.北京:清华大学出版社,2006.
4. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:实验分册.北京:清华大学出版社,2008.

第二部分

第 29 届全国中学生物理竞赛专题



在第 29 届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(一)

陈雁^①

(2012 年 11 月 7 日)

尊敬的林纯镇先生、贾起民先生,尊敬的李冬晖女士、谷冬梅女士,尊敬的邹广田院士,各位竞赛委员会委员,各位嘉宾,各位领队,同学们:

大家晚上好!

第 29 届全国中学生物理竞赛决赛,历时五天,经过全体人员的努力,圆满地完成了赛事的各项任务,即将落下帷幕。在此,我谨代表本届大赛组委会向全体获奖同学及你们的家长表示热烈的祝贺!向培养你们的指导教师致以崇高的敬意!向各位领导、专家、评委给予赛会的指导支持表示衷心的感谢!

全国中学生物理竞赛是中学生一项重要的课外竞赛活动,近年来通过物理竞赛这一平台,培养了一大批基础知识深厚、创新意识较强的高素质人才。来自全国 31 个省、市、自治区的 280 名优秀选手,经过预赛、复赛的选拔,从全国 485 193 名参赛学生中脱颖而出,参加了此次决赛。在决赛的过程中,各位专家、评委们不辞辛劳,公平公正,严格把关;各位领队、指导老师科学管理,精心辅导,关怀备至;各地选手们,敏于思考,勇于竞争,考出水平。大家的工作、学习态度给我们留下了深刻的印象。

承办全国中学生物理竞赛决赛是我市多年的愿望,在此我们非常感谢中国科学技术学会、中国物理学会、省科协、省物理学会给予我们这次承办的机会,我们还十分感谢省教育厅的高度重视,使本次决赛取得了圆满成功。我还要向具体承办本次赛事的吉林大学、北华大学、吉林市第一中学校表示诚挚的谢意,由于你们的勤奋工作,密切配合,保证了决赛工作进行顺利。此次竞赛还得到了吉林市神华工贸集团公司、东北师大附中,吉林大学附属实验中学的大力协助,在此我代表组委会一并表示衷心的感谢。

老师、同学们!物理是一门古老的学科。早在原始社会人们就懂得了钻木取火的道理。物理又是一门实验的学科。一个真正在物理上有作为的人不可能是只会做题的机器。物理来源于实验,最终也将为实践服务。

在我国,一大批物理学家为世人熟知。钱学森、钱三强、钱伟长、邓稼先、周培源等,他们为国家的强大和科学事业的发展都做出了重要贡献。近些年来,我们的宇宙航天事业也迈入了世界强国之列,“神舟”系列飞船相继发射成功,进一步彰显着国力,每一个中国人都为此而深深感到骄傲和自豪。

十月份,中国大陆作家莫言获得诺贝尔文学奖,实现了中国本土诺贝尔奖零的突破。一个强大的繁荣的中国也将越来越得到世人的认同。我们也有理由相信,中国自然科学获得诺贝尔奖的日子,也一定会很快到来。

^① 陈雁,吉林省物理学会理事长,中国科学院决赛组委会副主任,吉林市教育局党委书记、局长。

同学们,未来属于你们,祖国期待你们成长、成才! 让我们勤奋学习,刻苦努力,为祖国科学事业飞速发展和中华民族伟大复兴贡献我们所有的光和热. 这个远景的实现不会在很远的将来,而是在很近的将来!

让我们共同期待吧.

谢谢大家!

在第 29 届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(二)

邹广田^①

(2012 年 11 月 7 日)

各位领导,各位来宾,各位专家,老师们,同学们:

晚上好!

第 29 届全国中学生物理竞赛决赛已经圆满地落下了帷幕,在此我代表吉林省物理学会对这次竞赛的成功表示热烈的祝贺。我也要向获奖的同学们、向他们身后那些默默无闻的中学物理老师,以及这些学生的家长表示热烈的祝贺。同时,我还要感谢中国物理学会中学物理竞赛委员会把承办第 29 届全国中学生物理竞赛决赛的重任交给了我们吉林省物理协会,我更要感谢和我们一起筹备这次竞赛的吉林大学、北华大学、吉林市第一中学校以及协办单位吉林市神华工贸集团公司、东北师大附中和吉林大学附属实验中学,同时我还要感谢为这次大会付出艰辛劳动的全体同志。吉林省政府、吉林市政府和吉林省科学技术协会对这次竞赛给予了大力支持和帮助,对此我们表示衷心的感谢!总之我想说的第一句话,就是祝贺和感谢。

第二句话,我想说,我们要努力把中学生物理竞赛办成培养优秀创新人才的一种举措,长期办下去。获奖的同学们已经和一些知名高校签了约,但是,我们不能简单地将物理竞赛看成是进入著名高校的桥梁,更重要的是,物理竞赛为启迪我们的科学思维打开了一个天窗。我们要通过物理竞赛来培养自己强烈的求知欲望,理性的质疑精神,缜密的思维方法,和不懈的奋斗意志。要培养我们对物理学的悟性,使我们真正能够在学习和工作中使用科学思维。这样,我们物理竞赛的品牌才能够越办越好,越办名声越响亮。

我还要对获奖的同学们再说几句话。大家都知道,物理学是所有自然科学的基础,物理学所发展出来的概念、公式、重要的结论、物理学的实验方法和实验仪器,都在其他自然科学中广泛使用。所以,物理学的进步,对自然科学的进步是有巨大的促进作用;同时,物理学的每一个进步,都会转化成创新技术,变成生产力;物理学每一次重大突破,都对整个世界产生革命性的影响。例如,物理学第一次大突破是在力学和热力学方面,它使整个世界进入了蒸汽机时代;物理学第二次大突破是在电磁学方面,它使得我们进入了电气化时代;第三次是上个世纪初叶,以量子理论和相对论为基石的现代物理学的突破,它将我们的世界推进到原子能时代和信息时代。现在,物理学正孕育第四次大突破,我们也期待着这次突破能早日到来,我们也要为此而努力奋斗。

同学们,至今为止,大家在中学学到的物理学的内容,基本上属于二十世纪前的经典物理学范畴,远远没有涉及现代物理;所以我对物理学有浓厚兴趣、有志于发展物理学、为物理学奋斗终生的青年同学,能够在升入大学时毫不犹豫地选择学习物理学,深入系统地学习现代物理学。你们在掌握了前人积累的知识基础上,在攻读硕士和博士学位的时候,指导教师要引

^① 邹广田,吉林省物理学会理事长,中国科学院院士。

导你们到达当代物理学的前沿,开展科学研究,发现新现象,揭示新规律,发展新理论,创造新的物理学,为我们国家的物理学和以物理为基础的其他自然科学的蓬勃发展,为我们中华民族的伟大复兴做出应有的贡献.

谢谢!

在第 29 届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(三)

贾起民^①

(2012 年 11 月 7 日)

各位领导、各位来宾、各位委员、各位老师、各位同学：

大家好！

第 29 届全国中学生物理竞赛的各项活动已经胜利完成。在本届竞赛中，全国有 48 万 5 千多名学生参加了预赛，2 万 8 千多名学生参加了复赛的理论考试，2 千 6 百多名学生参加了复赛的实验考试，279 名学生参加了决赛，其中女同学 22 名。通过预赛、复赛，各省（自治区、直辖市）共评出赛区一等奖 990 名，按教育部有关规定，其中 2010 年以前（含 2010 年）已进入高中阶段学习的学生，可获得高校招生保送资格。在决赛中，评出一等奖 47 名，二等奖 94 名，三等奖 138 名，单项奖 4 名。我谨代表全国中学生物理竞赛委员会向全体获奖学生表示热烈祝贺，向所有参赛学生表示良好的祝愿，向全国在中学教学第一线辛勤耕耘、培养过这些学生的老师们表示崇高的敬意。

本届竞赛由吉林省物理学会、吉林大学、北华大学和吉林市第一中学校联合承办，吉林市神华工贸（集团）有限公司、东北师范大学附属中学、长春吉大附属实验中学协办。在筹办过程中，得到了吉林省政府、吉林省教委、吉林省科协、吉林市政府、吉林市教委、吉林市科协等领导部门的大力支持。本届竞赛的命题工作是由吉林大学、北京大学、清华大学、北京师范大学、武汉大学和复旦大学的老师承担的。决赛的阅卷评分工作是由吉林大学、吉林师范大学、北华大学的老师们承担的。北京大学、清华大学、复旦大学、上海交通大学、浙江大学、中国科技大学、电子科技大学、国防科技大学、西安交通大学、哈工大等 10 所高等学校招生部门为竞赛活动提供了资助，这些学校的招生部门也都派人前来选拔学生。吉林市第一中学校为本届竞赛的决赛活动的会务工作付出了艰辛的劳动，考虑到东北地区气候寒冷，他们特地为参加会议的代表和参赛学生提供了防寒服。活动期间，还组织师生参观、游览了松花湖、汽车城、电影城等著名景点。在这里，请允许我代表全国中学生物理竞赛委员会向以上各单位的领导和老师们表示衷心的感谢。

全国中学生物理竞赛已举办了 29 届，今天是我在颁奖大会上的第八次发言，我的这些发言在一定程度上反映了自己对举办物理竞赛宗旨的认识和理解，对获奖学生的祝贺和愿望，以及对中学物理的教与学的看法和探讨。物理竞赛是物理学与物理教学的紧密结合，物理学是一门严格的自然科学，在物理学中，一就是一，二就是二，一加一等于二，任何人都无法左右物理学的规律。物理教学可能是属于教育学范畴的，教育是一件非常复杂的工作，它与社会、与人的思想观念不可分割地联系着，有时一个人的想法特别是主管部门的想法就可能左右教学工作。在教学领域，一加一也不一定就是二，它可以大于二，也可以小于二；不一定都像物理学那样，

^① 贾起民，全国中学生物理竞赛委员会副主任。

一就是一,二就是二.就物理竞赛而言,我个人认为,在早年还比较容易或者说还能比较好地体现举办物理竞赛的宗旨,如竞赛章程所说的那样:“竞赛的目的是激发学生学习物理的兴趣和主动性”,物理竞赛的参赛者“是对物理学习有兴趣并学有余力的在校普通高中学生”,“学生参加竞赛主要依靠学生平时的课内外学习和个人努力.学校和教师不要为了准备参加竞赛而临时突击,不要组织‘集训队’或搞‘题海战术’”,章程又说“学生在物理竞赛中的成绩只反映学生个人在这次活动中所表现出来的水平,不应当以此来衡量和评价学校的工作和教师的教学水平”.二十多年来,我深深地感到要实现章程规定的宗旨太困难了.现状表明,竞赛活动的某些方面与竞赛章程规定的宗旨间的距离还是很大的.特别是教育部决定把确定高校招生保送资格的任务给了竞赛后,社会对物理竞赛的看法和作用就更加有点变味了.这种变味主要表现在参加竞赛的兴趣性减退了,为获得保送资格的目的性大大强化了.目的性太强了,达到目的的手段往往也就不太计较了,而一旦目的达到了,兴趣也就没有了.这显然有悖于我们举办竞赛的初衷,我们的竞赛不是学校之间的竞赛,也不是指导老师之间的竞赛.

教育部已规定:从明年起,获赛区一等奖的学生既不能保送,也没有加分,只有在决赛中获一、二、三等奖的学生才可能有加分资格,只有进入国家集训队的学生,才有保送资格.教育部的新规定必然会对物理竞赛产生新的影响,什么样的影响,现在可能还很难完全预计,但我希望这种影响能更有利于我们按竞赛的章程进行竞赛活动,增强参加竞赛的兴趣性,降低参加竞赛的目的性.兴趣是学习、研究的永恒动力,探索事物奥秘的兴趣会使人们用全部精力顽强、刻苦地投入到学习、研究中去,虽苦犹乐;为了某种目的去从事没有兴趣的工作是痛苦的,无法持久的.我国不少学生特别是高中学生,学习都很苦,但不一定是刻苦,可能是刻苦不足,痛苦有余.许多诺贝尔奖获得者的学习、研究都是非常刻苦的,但他们并不感到痛苦,通过痛苦学习可能是培养不出诺贝尔奖获得者的.

各位领导、各位委员、老师们、同学们,全国中学生物理竞赛委员会已决定,第30届全国中学生物理竞赛将在2013年9月8日下午举行预赛,9月21日上午举行复赛的理论考试,决赛活动将于10月26日开始在辽宁省大连市举行,由大连市物理学会、大连理工大学和大连八中联合承办,大连的同志们已开始了各项筹备工作,这几天他们正在吉林市考察取经,我谨代表全国中学生物理竞赛委员会向大连的同志们表示衷心感谢,并预祝第30届全国中学生物理竞赛顺利、成功.

祝老师们、同学们身体健康,一路平安.谢谢!

第29届全国中学生物理竞赛全国竞赛委员会、 组织委员会、评奖组及获奖学生名单

全国竞赛委员会成员

顾问

丛树桐

主任

林纯镇

副主任

贾起民

常委

叶沿林 叶邦角 潘正权 宋 峰

委员(各地区以地区的汉语拼音为序)

范淑兰(兼办公室主任)

叶 柳(安徽)

李子恒(北京)

周智良(重庆)

卞伯达(福建)

刘 肃(甘肃)

孙国耀(广东)

欧阳义芳(广西)

令狐荣锋(贵州)

林 红(海南)

杨世平(河北)

贾 瑜(河南)

赵 远(黑龙江)

刘觉平(湖北)

匡乐满(湖南)

吕天全(吉林)

梁 浩(吉林)

夏 军(吉林)

潘元胜(江苏)

徐旭明(江西)

杜 安(辽宁)

姜东光(辽宁)

栾文彦(辽宁)

宫 箭(内蒙古)

陈潮红(宁夏)

唐心科(青海)

何希庆(山东)

虞仲博(山西)

白晋涛(陕西)

陈树德(上海)

王 磊(四川)

宋 峰(天津)

单增罗布(西藏)

李体莲(新疆)

郝建明(云南)

应和平(浙江)

王安华(基教司)

组织委员会

主办

中国物理学会

承办

吉林省物理学会、吉林大学、北华大学、吉林市第一中学校

协办

吉林市神华工贸(集团)有限公司、东北师范大学附属中学、吉林大学附属实验中学

名誉主任

邹广田 李景涛 孙鹤娟 杨金顺 刘和忠 杨金顺 李彦群

科学顾问

邹广田 刘益春

主任

陈 岗

副主任

尹 军 曲永印 张宝辉 陈 雁 王德林 崔 田

秘书长

吕天全 夏 军 张伟森

副秘书长

梁 浩 张志国 邵 敏

委员

郝 赫 韩 非 运保华 洪 岩 孔云跃 王力智 王晓娟 张明君

袁铁军 王珏昕 李 楨 崔贞姬 张汉壮 王德福 戚继中 李兴有

崔劲松 张淑清 于桐力 赵双菊

会务组组长

夏 军

考务组组长

张伟森

秘书组组长

张志国

评奖组成员

林纯镇 贾起民 刘觉平 徐 湛 王炳超 吕天全

郑以松 闫 羽 孙敬姝 刘铁成 韩 力

决赛获奖学生名单

一等奖(47名)

张正兴(湖南)

方 源(天津)

梁 昊(湖南)

于 森(吉林)

李嘉琛(河北)

高 飞(湖北)

蒋嘉麒(河南)

张 驰(湖北)

张肇丰(吉林)

黄逸洲(浙江)

贾惟凯(辽宁,高二)

居易龙(吉林)

杨怀远(湖南)

刘於熙(广东)

彭 湃(北京)

许文睿(北京)

郭俊萍(辽宁,女)

王晓瑜(辽宁,女)

王思真(北京)

王少莘(吉林)

周 朋(浙江)

张成锴(湖北)

邓晨阳(湖南)

仲 原(四川)

陈 博(湖南)

李谨然(湖南)

赵一帆(河北)

武 迪(河北)

乔袭明(北京)

陈伊郎(浙江)

张乐凡(吉林)

王海闻(上海)

骆胡凯(浙江)

宋雪洋(河北,女)

陈晓奇(广东)

金星宇(吉林)

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| 郭星翰(河北) | 刘冀洋(吉林) | 鲍亦澄(浙江) | 霍浩岩(河北) |
| 张恩瑞(四川) | 鲍依木(湖北) | 于跃(辽宁) | 徐鼎(四川) |
| 高华佐(广东) | 孙天成(上海) | 陈格非(湖北) | |
| 二等奖(94名) | | | |
| 章灿洵(江苏) | 李博瀚(四川) | 宣黎阳(浙江) | 杨伟东(浙江) |
| 范瑞华(河南) | 顾建男(浙江) | 冯顾言(天津) | 李泽阳(北京) |
| 廖忍(湖北) | 刘丹烁(河北) | 邵枝淳(上海) | 赵艺涵(黑龙江,女) |
| 范毅丰(湖南) | 卜天童(吉林) | 彭泽昀(北京) | 王健宇(吉林) |
| 汤皓玥(江苏,女) | 张波(广西) | 张晓声(陕西) | 王圣豪(吉林) |
| 蒋经纬(天津) | 戴嘉为(湖北,高二) | 韩雨骊(湖南,女) | 王殷豪(辽宁) |
| 施博辰(辽宁) | 曾文远(北京) | 吴毓儒(海南) | 王邦彦(湖南) |
| 李明皓(辽宁) | 单兰晴(吉林,女) | 亓玉台(山东) | 张文力(湖北) |
| 魏昊然(河南) | 张雪悦(新疆,女) | 高令宇(山东) | 李元瀚(北京) |
| 蔡进逸(浙江,高二) | 徐昊伟(安徽) | 倪聪健(天津) | 路畅(吉林,女) |
| 李闻天(湖南) | 周洲(湖北,高二) | 王晖(湖北) | 付亮(重庆) |
| 张立(浙江) | 高聪(吉林) | 石子金(湖北,高二) | 时鸿志(河北) |
| 彭昌南(广东,高一) | 王嘉兴(湖北) | 龙佳新(湖南) | 毕成瑞(湖北) |
| 徐穆清(陕西) | 王恩(浙江) | 郭行健(江苏) | 谷昱(陕西) |
| 邓泽西(四川) | 王华溢(湖北) | 王志晟(辽宁) | 赵宇璋(湖南) |
| 吴轩(湖南) | 李学智(山东) | 沈阳(四川) | 段树坤(湖南) |
| 梁致源(上海,高二) | 王语馨(北京,女) | 徐帅(江苏) | 王抒阳(上海) |
| 赵一霖(上海) | 郑悦(四川,女) | 曾柯又(四川) | 杨一雄(湖南) |
| 魏志远(安徽) | 郑泽(湖南) | 顾羽中(浙江,高二) | 刘洋(安徽) |
| 郭文涵(上海) | 陈思杰(福建) | 刘兆恺(福建) | 刘致君(上海) |
| 沈佳瑜(浙江) | 丁思凡(上海) | 徐安冉(上海) | 段亚文(山西) |
| 徐佳浩(山东) | 周建业(江苏) | 郑力(浙江) | 张传坤(山东) |
| 李楚越(浙江,高二) | 王勇(辽宁) | 马玉冰(吉林,女) | 王高远(山西) |
| 王子阳(江西) | 李家其(陕西) | | |
| 三等奖(138名) | | | |
| 文路(重庆) | 柯岩(河北) | 丁历杰(安徽) | 陈旭(福建) |
| 杨鹏辉(河南) | 刘奕君(河北) | 王舒(海南) | 卢嘉威(广东) |
| 李维新(陕西) | 朱雅轩(天津) | 陈晨旭(江西) | 王政(四川) |
| 陈嫣然(天津,女) | 韩兆宇(北京,高二) | 赵越(山西) | 李昊洵(上海) |
| 袁培松(河北) | 张越(江西) | 杨文宇(山西) | 沈睿哲(湖南) |
| 孙雨东(北京,高二) | 刘正元(甘肃) | 孙培轩(河北) | 郭豪豪(河南) |
| 刘昊坤(安徽) | 张明钊(山东) | 刘君毅(广西) | 李嘉博(河南) |
| 向鹏展(重庆) | 李骏承(黑龙江) | 董炳佑(上海) | 杨航(四川) |

许曦(福建,高二)	于韬(吉林)	陈礼阳(甘肃)	郝浚珩(吉林)
赵怀锐(山东)	林圣杰(上海)	徐朋秋(江苏)	黄禹铭(贵州)
张逸轩(重庆)	吴艺杰(福建)	田甜(辽宁,女)	段辰儒(新疆)
施薛优(江苏)	王天宇(河南)	马司政(陕西)	乔畅(山西)
董浩晖(安徽)	程则(上海)	王彦琦(安徽)	曾思杰(重庆)
张歆哲(江西)	岑川(江西)	李宗余(新疆)	陈传智(天津)
陈偲涵(上海,高二)	魏鑫(湖北)	闫馨蕊(天津,女)	谢松伯(辽宁)
翟曦雨(黑龙江)	黄逸伦(江苏,女)	叶铭青(湖南)	费沉毅(浙江)
韩健(福建)	梁楨(海南)	柳善情(山东)	延冲(北京)
崔豪(云南)	张翹楚(陕西)	刘晨曦(湖北)	周业钧(广西)
蒋浩天(陕西)	黄恒焱(湖北)	张歆炜(山西)	张兆辉(陕西)
吴越(贵州)	程子骏(广东)	张宇星(山西)	吴宇辰(辽宁)
刘博文(湖北)	赵朴凝(内蒙古,高二)	倪鹏巍(福建)	钟子昭(湖南)
刘侃(湖南)	傅文泽(广西)	张伯伦(陕西)	周帅辰(黑龙江)
陈焯(甘肃)	于书艺(辽宁,女)	顾劭智(贵州)	张林笙(新疆)
李宜泽(广东)	熊俊琰(重庆)	李桐(陕西)	刘作楨(辽宁)
吴松骏(海南)	梁俊文(贵州)	刘耘博(重庆)	李中昊(江苏)
崔震(甘肃)	王健(内蒙古)	刘展江(内蒙古)	张宗慕雨(云南)
方达(辽宁)	朱佳楠(黑龙江,女)	王旻晨(辽宁)	连泽宇(陕西)
万晟(广东)	刘罡宏(广西)	焦小沛(甘肃)	吴志成(内蒙古)
陈杰(新疆)	孙嘉伟(宁夏)	付宏宇(河南)	王石宇(云南)
黄俊斌(海南)	康子涵(宁夏)	郑涤非(江西)	李各(宁夏)
刘经纬(云南)	万谦(贵州)	任杰(山东)	殷极(江西)
李鸿远(西藏)	李松阳(内蒙古)	王文欣(西藏,女)	林睿鹏(青海)
王泽臣(宁夏)	马骁(云南)	王欣月(西藏,女)	岳沛(西藏)
星楠(青海,女)	赵梦(宁夏)	唐宇(青海)	陈言(西藏)
余东骏(青海)	万胜(青海)		

单项奖

总成绩最佳奖: 张正兴(湖南)

理论成绩最佳奖: 王思真(北京)

实验成绩最佳奖: 霍浩岩(河北)

女学生成绩最佳奖: 宋雪洋(河北)

第 29 届全国中学生物理竞赛试题及参考解答

预赛试题及参考解答

试 题

一、选择题(在每小题给出的 4 个选项中,有的小题只有一项符合题意,有的小题有多项符合题意.把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的括号内)

1. 下列说法中正确的是 ()

A. 水在 0°C 时密度最大.

B. 一个绝热容器中盛有气体,假设把气体中分子速率很大的如大于 v_A 的分子全部取走,则气体的温度会下降,此后气体中不再存在速率大于 v_A 的分子.

C. 杜瓦瓶的器壁是由两层玻璃制成的,两层玻璃之间抽成真空,抽成真空的主要作用是既可降低热传导,又可降低热辐射.

D. 图 1 为一绝热容器,中间有一隔板,隔板左边盛有温度为 T 的理想气体,右边为真空.现抽掉隔板,则气体的最终温度仍为 T .

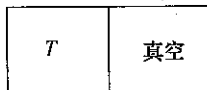


图 1

2. 如图 2 所示,一半径为 R 电荷量为 Q 的带电金属球,球心位置 O 固定, P 为球外一点.几位同学在讨论 P 点的场强时,有下列一些说法,其中哪些说法是正确的? ()

A. 若 P 点无限靠近球表面,因为球表面带电,根据库仑定律可推知, P 点的场强趋于无穷大.

B. 因为在球内场强处处为 0,若 P 点无限靠近球表面,则 P 点的场强趋于 0.

C. 若 Q 不变, P 点的位置也不变,而令 R 变小,则 P 点的场强不变.

D. 若保持 Q 不变,而令 R 变大,同时始终保持 P 点极靠近球表面处,则 P 点的场强不变.

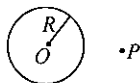


图 2

3. 图 3 中 L 为一薄凸透镜, ab 为一发光圆面,二者共轴, S 为与 L 平行放置的屏,已知这时 ab 可在屏上成清晰的像.现将透镜切除一半,只保留主轴以上的一半透镜,这时 ab 在 S 上的像 ()

A. 尺寸不变,亮度不变.

B. 尺寸不变,亮度降低.

C. 只剩半个圆,亮度不变.

D. 只剩半个圆,亮度降低.

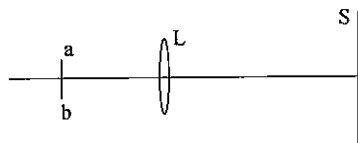


图 3

4. 如图 4 所示,一轻质弹簧,一端固定在墙上,另一端连一小物块,小物块放在摩擦系数为 μ 的水平面上,弹簧处在自然状态,小物块位于 O 处.现用手将小物块向右移到 a 处,然后从静止释放小物块,发现小物块开始向左移动. ()

A. 小物块可能停在 O 点.

- B. 小物块停止以后所受的摩擦力必不为 0.
 C. 小物块无论停在 O 点的左边还是右边, 停前所受的摩擦力的方向和停后所受摩擦力的方向两者既可能相同, 也可能相反.

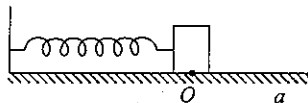


图 4

- D. 小物块在通过 O 点后向右运动直到最远处的过程中, 速度的大小总是减小; 小物块在由右边最远处回到 O 点的过程中, 速度的大小总是增大.

5. 如图 5 所示, 一内壁光滑的圆锥面, 轴线 OO' 是竖直的, 顶点 O 在下方, 锥角为 2α . 若有两个相同的小珠 (均视为质点) 在圆锥的内壁上沿不同的圆轨道运动, 则有: ()

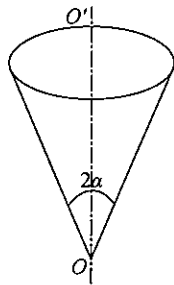


图 5

- A. 它们的动能相同.
 B. 它们运动的周期相同.
 C. 锥壁对它们的支撑力相同.
 D. 它们的动能与势能之比相同, 设 O 点为势能零点.

二、填空题和作图题(把答案填在题中的横线上或把图画在题中指定的地方. 只要给出结果, 不需写出求得结果的过程)

6. 铀 $^{238}_{92}\text{U}$ 是放射性元素, 若衰变时依次放出 $\alpha, \beta, \beta, \alpha, \alpha, \alpha, \alpha, \alpha, \beta, \beta, \alpha, \beta, \beta, \alpha$ 粒子, 最终形成稳定的核 ^X_YPb , 则其中 $X = \underline{\hspace{2cm}}$, $Y = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 在寒冷地区, 为了防止汽车挡风玻璃窗结霜, 可用通电阻加热. 图 6 为 10 根阻值皆为 $3\ \Omega$ 的电阻条, 和一个内阻为 $0.5\ \Omega$ 的直流电源, 现在要使整个电路中电阻条上消耗的功率最大,

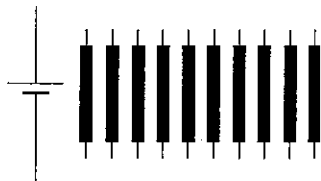


图 6

- i. 应选用 根电阻条.

- ii. 在图中画出电路连线.

8. 已知: 光子有质量, 但无静止质量, 在重力场中也有重力势能. 若从地面上某处将一束频率为 ν 的光射向其正上方相距为 d 的空间站, d 远小于地球半径, 令空间站接收到的光的频率为 ν' , 则差 $\nu' - \nu = \underline{\hspace{2cm}}$, 已知地球表面附近的重力加速度为 g .

9. 图 7 中所示两物块叠放在一起, 下面物块位于光滑水平桌面上, 其质量为 m , 上面物块的质量为 M , 两物块之间的静摩擦系数为 μ . 现从静止出发对下面物块施以随时间 t 变化的水平推力 $F = \gamma t$, γ 为一常量, 则从力开始作用到两物块刚发生相对运动所经过的时间等于 , 此时物块的速度等于 .

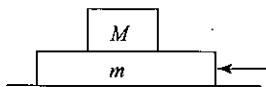


图 7

10. 图 8 中 K 是密封在真空玻璃管内的金属电极, 它受光照射后能释放出电子; W 是可以透光的窗口, 光线通过它可照射到电极 K 上; C 是密封在真空玻璃管内圆筒形的收集电极, 它能收集 K 所发出的光电子; R 是接在电池组 E (电压足够高) 两端的滑动变阻器, 电极 K 通过导线与串联电池组的中心端 O 连接; G 是用于测量光电流的电流计. 已知当某一特定频率的单色光通过窗口照射电极 K 时, 能产生光电子. 当滑动变阻器的滑动接头处在某一点 P 时, 可以测到光电流, 当滑动头向右移动时, G 的示数增大, 使滑动头继续

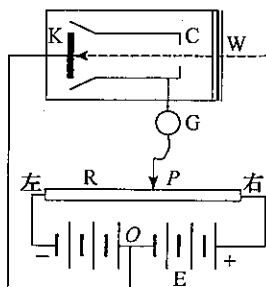


图 8

缓慢向右不断移动时,电流计 G 的示数变化情况是:_____。当滑动变阻器的滑动接头从 P 点缓慢向左不断移动时,电流计 G 的示数变化情况是:_____。

若测得用频率为 ν_1 的单色光照射电极 K 时的遏止电压为 V_1 ,频率为 ν_2 的单色光照射电极时的遏止电压为 V_2 ,已知电子的电荷量为 e ,则普朗克常量 $h =$ _____,金属电极 K 的逸出功 $W_0 =$ _____。

三、计算题(计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤,只写出最后结果的不能得分。有数值计算的,答案中必须明确写出数值和单位)

11. 如图 9 所示,一根跨越一固定的水平光滑细杆的柔软、不可伸长的轻绳,两端各系一个质量相等的小球 A 和 B,球 A 刚好接触地面,球 B 被拉到与细杆同样高度的水平位置,当球 B 到细杆的距离为 l 时,绳刚好拉直。在绳被拉直时释放球 B,使球 B 从静止开始向下摆动。求球 A 刚要离开地面时球 B 与其初始位置的高度差。

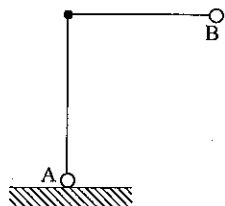


图 9

12. 一段横截面积 $S = 1.0 \text{ mm}^2$ 的铜导线接入直流电路中,当流经该导线的电流 $I = 1.0 \text{ A}$ 时,该段铜导线中自由电子定向运动的平均速度 u 为多大? 已知,每个铜原子有一个“自由电子”,每个电子的电荷量 $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$;铜的密度 $\rho = 8.9 \text{ g/cm}^3$,铜的摩尔质量 $\mu = 64 \text{ g/mol}$. 阿伏伽德罗常量 $N_0 = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

13. 电荷量分别为 q 和 Q 的两个带异号电荷的小球 A 和 B(均可视为点电荷),质量分别为 m 和 M . 初始时刻,B 的速度为 0,A 在 B 的右方,且与 B 相距 l_0 ,A 具有向右的初速度 v_0 ,并且还受到一向右的作用力 f 使其保持匀速运动,某一时刻,两球之间可以达到一最大距离。

i. 求此最大距离。

ii. 求从开始到两球间距离达到最大的过程中 f 所做的功。

14. 由双原子分子构成的气体,当温度升高时,一部分双原子分子会分解成两个单原子分子,温度越高,被分解的双原子分子的比例越大,于是整个气体可视为由单原子分子构成的气体与由双原子分子构成的气体的混合气体. 这种混合气体的每一种成分气体都可视做理想气体. 在体积 $V = 0.045 \text{ m}^3$ 的坚固的容器中,盛有一定质量的碘蒸气,现于不同温度下测得容器中蒸气的压强见表 1.

表 1

T/K	1073	1473
p/Pa	2.099×10^5	4.120×10^5

试求温度分别为 1073 K 和 1473 K 时该碘蒸气中单原子分子碘蒸气的质量与碘的总质量之比值. 已知碘蒸气的总质量与一个摩尔的双原子碘分子的质量相同,普适气体常量 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

15. 图 10 中 L 是一根通电长直导线,导线中的电流为 I . 一电阻为 R 、每边长为 $2a$ 的导线方框,其中两条边与 L 平行,可绕过其中心并与长直导线平行的轴线 OO' 转动,轴线与长直导线相距 $b, b > a$,初始时刻,导线框与长直导线共面. 现使线框以恒定的角速度 ω 转动,求线框中的感应电流的大小. 不计导线框的自感. 已知电流 I 的长直导线在距导线 r 处的磁感应强度大小为 $k \frac{I}{r}$,其中 k 为常量.

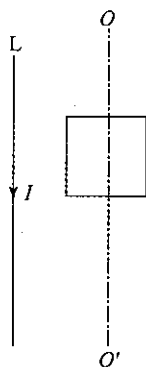


图 10

16. 一质量为 $m=3000 \text{ kg}$ 的人造卫星在离地面的高度为 $H=180 \text{ km}$ 的高空绕地球作圆周运动,那里的重力加速度 $g=9.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. 由于受到空气阻力的作用,在一年时间内,人造卫星的高度要下降 $\Delta H=0.50 \text{ km}$. 已知物体在密度为 ρ 的流体中以速度 v 运动时受到的阻力 F 可表示为 $F=\frac{1}{2}\rho ACv^2$, 式中 A 是物体的最大横截面积, C 是拖曳系数,与物体的形状有关. 当卫星在高空中运行时,可以认为卫星的拖曳系数 $C=1$, 取卫星的最大横截面积 $A=6.0 \text{ m}^2$. 已知地球的半径为 $R_0=6400 \text{ km}$. 试由以上数据估算卫星所处的大气密度.

参考解答

一、选择题

1. D 2. C 3. B 4. AC 5. CD

二、填空题和作图题.

6. 82 206

7. i. 6 ii. 如图 1

$$8. -\frac{gd}{c^2}v$$

$$9. \frac{(M+m)\mu g}{\gamma} \quad \frac{u^2 g^2 (M+m)}{2\gamma}$$

10. 逐渐增大,最后趋向一恒定值. 逐渐减小,最后变到零.

$$e \frac{V_1 - V_2}{v_1 - v_2} \quad \frac{V_1 v_2 - V_2 v_1}{v_1 - v_2} e$$

三、计算题.

11. 设球 A 刚要离地面时连接球 B 的绳与其初始位置的夹角为 θ , 如图 2 所示,这时球 B 的速度为 v , 绳对球 B 的拉力为 T , 根据牛顿定律和能量守恒,有

$$T - mg \sin\theta = m \frac{v^2}{l}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl \sin\theta. \quad (2)$$

当 A 球刚要离开地面时,有

$$T = mg, \quad (3)$$

以 h 表示所求的高度差,则有

$$h = l \sin\theta. \quad (4)$$

由(1),(2),(3),(4)四式得

$$h = \frac{1}{3}l. \quad (5)$$

12. 设单位体积中自由电子数为 n , 则有

$$\frac{I}{S} = nqu, \quad (1)$$

而

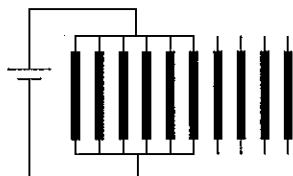


图 1

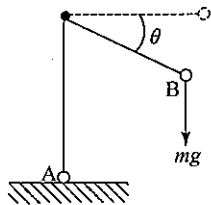


图 2

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_0. \quad (2)$$

由以上两式得

$$u = \frac{\mu I}{\rho q S N_0}, \quad (3)$$

代入已知数据得

$$u = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4)$$

13. 解法一:

i. 由于 A 球始终以恒定的速度 v_0 运动, 故随 A 球一起运动的参考系 S' 为惯性系.

在参考系 S' 中, 因 A 球静止, 故作用于 A 球的外力 f 不做功, A, B 两球构成的系统的能量守恒. 当两球间的距离为 l_0 时, B 球以初速度 v_0 向左运动, 随着 B 球远离 A 球, 其动能在库仑力作用下逐渐变小, 两球的静电势能增大, 当 B 球动能减少到 0 时, A, B 间距达到最大值 l_M . 由能量守恒定律有

$$-k \frac{Qq}{l_M} = \frac{1}{2} M v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0}, \quad (1)$$

解得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2}. \quad (2)$$

ii. 为了计算变力 f 做的功, 应回到初始时 B 球相对它静止的参考系 S 来考察问题. 相对 S 系, 当两球间的距离为 l_0 时, A 球的速度为 v_0 , B 球的速度为 0; 当两球的速度相等时, 两球间距离达到最大值 l_M , 由功能关系, 在这过程中, 变力 f 的功

$$W = \left[\frac{1}{2} (M+m)v_0^2 - k \frac{Qq}{l_M} \right] - \left[\frac{1}{2} m v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \right], \quad (3)$$

由(2), (3)两式得

$$W = Mv_0^2. \quad (4)$$

解法二:

在开始时 B 球相对静止的参考系 S 中来考察问题. 初始时, A 球的速度为 v_0 , B 球的速度为 0; 当两球间距离达到最大值 l_M 时, 两球的速度相等, 都是 v_0 . 根据动量定理和功能关系有

$$J = (m+M)v_0 - m v_0, \quad (1)$$

$$W = \frac{1}{2} (m+M)v_0^2 - k \frac{Qq}{l_M} - \left(\frac{1}{2} m v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \right), \quad (2)$$

式中 J 和 W 分别是在所考察过程中变力 f 的冲量和功. 在所考察过程中某一时间间隔 Δt_i 内, f_i 的冲量为 $\Delta J_i = f_i \Delta t_i$, 在所考察的过程中, f 的总冲量

$$J = \sum_i \Delta J_i = \sum_i f_i \Delta t_i. \quad (3)$$

在 Δt_i 时间内, A 球的位移 $\Delta s_i = v_0 \Delta t_i$, 力 f_i 做的功为 $\Delta W_i = f_i \Delta s_i = f_i v_0 \Delta t_i$, 在所考察的过程中, f 的总功

$$W = \sum_i \Delta W_i = \sum_i f_i v_0 \Delta t_i. \quad (4)$$

由以上四式得

$$k \frac{Qq}{l_M} = -\frac{1}{2} M v_0^2 + k \frac{Qq}{l_0}, \quad (5)$$

由(5)式得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2 l_0} \quad (6)$$

把(6)式代入(2)式得

$$W = Mv_0^2. \quad (7)$$

14. 以 m 表示碘蒸气的总质量, m_1 表示蒸气的温度为 T 时单原子分子的碘蒸气的质量, μ_1, μ_2 分别表示单原子分子碘蒸气和双原子分子碘蒸气的摩尔质量, p_1, p_2 分别表示容器中单原子分子碘蒸气和双原子分子碘蒸气的分压强, 则由理想气体的状态方程有

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT, \quad (1)$$

$$p_2 V = \frac{m - m_1}{\mu_2} RT, \quad (2)$$

其中 R 为理想气体常量.

根据道尔顿分压定律, 容器中碘蒸气的总压强 p 满足关系式

$$p = p_1 + p_2. \quad (3)$$

设

$$\alpha = \frac{m_1}{m} \quad (4)$$

为单原子分子碘蒸气的质量与碘蒸气的总质量的比值, 注意到

$$\mu_1 = \frac{1}{2}\mu_2, \quad (5)$$

由以上各式解得

$$\alpha = \frac{\mu_2 V}{mR} \frac{p}{T} - 1. \quad (6)$$

代入有关数据可得: 当温度为 1073 K 时,

$$\alpha = 0.06; \quad (7)$$

当温度为 1473 K 时,

$$\alpha = 0.51. \quad (8)$$

15. 当线框绕转轴转过 $\theta = \omega t$ 的角度时, 其位置如图 3 所示, 俯视图如图 4 所示.

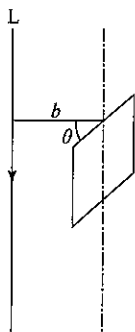


图 3

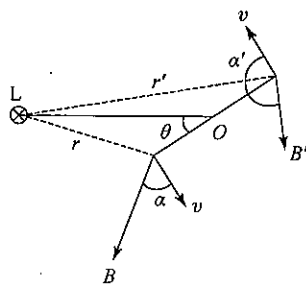


图 4

当线框以角速度 ω 绕 OO' 转动时, 线框与轴线平行的两条边的速度都是 v , 且

$$v = a\omega. \quad (1)$$

L 中的电流产生的磁场在这两条边所在处的磁感应强度分别为

$$B = k \frac{I}{r} \quad (2)$$

和

$$B' = k \frac{I}{r'} \quad (3)$$

式中 r 和 r' 分别为这两条边到 L 的距离. 线框的两条边的速度 v 的方向与 B 和 B' 的方向间的夹角分别为 α 和 α' . 由电磁感应定律, 线框的感应电动势为

$$\mathcal{E} = 2Bav\sin\alpha + 2B'av\sin\alpha'. \quad (4)$$

注意到

$$\frac{\sin\theta}{r} = \frac{\sin(\pi - \alpha)}{b} = \frac{\sin\alpha}{b}, \quad (5)$$

$$\frac{\sin\theta}{r'} = \frac{\sin(\pi - \alpha')}{b} = \frac{\sin\alpha'}{b}; \quad (6)$$

以及

$$r^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta, \quad (7)$$

$$r'^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta. \quad (8)$$

由以上各式得

$$\mathcal{E} = 2kIa^2b\omega \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab\cos\omega t} \right) \sin\omega t. \quad (9)$$

由欧姆定律得线框中的感应电流

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad (10)$$

由(9),(10)两式得

$$i = \frac{2kIa^2b\omega}{R} \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab\cos\omega t} \right) \sin\omega t. \quad (11)$$

16. 设一年前、后卫星的速度分别为 v_1, v_2 , 根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm}{R_1^2} = m \frac{v_1^2}{R_1}, \quad (1)$$

$$G \frac{Mm}{R_2^2} = m \frac{v_2^2}{R_2}, \quad (2)$$

式中 G 为万有引力恒量, M 为地球的质量, R_1 和 R_2 分别为一年前、后卫星轨道的半径, 即

$$R_1 = R_0 + H, \quad (3)$$

$$R_2 = R_0 + H - \Delta H. \quad (4)$$

卫星在一年时间内动能的增量

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2, \quad (5)$$

由(1),(2),(5)三式得

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right). \quad (6)$$

由(3),(4),(6)式可知, $\Delta E_k > 0$, 表示在这过程中卫星的动能是增加的.

在这过程中卫星引力势能的增量

$$\Delta E_p = -GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right), \quad (7)$$

$\Delta E_p < 0$, 表示在这过程中卫星的引力势能是减少的. 卫星机械能的增量

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p, \quad (8)$$

由(6),(7),(8)式得

$$\Delta E = -\frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right), \quad (9)$$

$\Delta E < 0$, 表示在这过程中卫星的机械能是减少的. 由(3),(4)式可知, 因 R_1, R_2 非常接近, 利用

$$R_1 - R_2 = \Delta H, \quad (10)$$

$$R_1 R_2 \approx R_1^2, \quad (11)$$

(9)式可表示为

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1^2} \Delta H. \quad (12)$$

卫星机械能减少是因为克服空气阻力做了功. 卫星在沿半径为 R 的轨道运行一周过程中空气作用于卫星的阻力做的功

$$W_1 = -F \times 2\pi R = -\rho\pi A C R v^2, \quad (13)$$

根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}, \quad (14)$$

由(13),(14)式得

$$W_1 = -\rho\pi A C G M. \quad (15)$$

(15)式表明卫星在绕轨道运行一周过程中空气阻力做的功是一恒量, 与轨道半径无关. 卫星绕半径为 R 的轨道运行一周经历的时间

$$T = \frac{2\pi R}{v}, \quad (16)$$

由(14),(16)式得

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}}. \quad (17)$$

由于在一年时间内轨道半径变化不大, 可以认为 T 是恒量, 且

$$T = 2\pi R_1 \sqrt{\frac{R_1}{GM}}. \quad (18)$$

以 τ 表示一年的时间, 有

$$\tau = 365 \times 24 \times 3600 \text{ s} = 3.15 \times 10^7 \text{ s}, \quad (19)$$

卫星在一年时间内作圆周运动的次数

$$n = \frac{\tau}{T}, \quad (20)$$

在一年时间内卫星克服空气阻力做的功

$$W = nW_1. \quad (21)$$

由功能关系有

$$W = \Delta E, \quad (22)$$

由(15), (18), (20), (21), (22)各式并利用 $G \frac{M}{R_1^2} = g$ 得

$$\rho = \frac{m\Delta H}{\tau A C R_1 \sqrt{R_1 g}}, \quad (23)$$

代入有关数据得

$$\rho = 1.54 \times 10^{-13} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}. \quad (24)$$

复赛试题及参考解答

试 题

一、设有一湖水足够深的咸水湖,湖面宽阔而平静.初始时将一体积很小的匀质正立方体物块在湖面上由静止开始释放,释放时物块的下底面和湖水表面恰好相接触.已知湖水密度为 ρ ;物块边长为 b ,密度为 ρ' ,且 $\rho' < \rho$.在只考虑物块受重力和液体浮力作用的情况下,求物块从初始位置出发往返一次所需的时间.

二、如图 1 所示,设想在地球赤道平面内有一垂直于地面延伸到太空的轻质电梯,电梯顶端可超过地球的同步卫星高度 R (从地心算起)延伸到太空深处.这种所谓的太空电梯可用于低成本地发射绕地人造卫星,其发射方法是将卫星通过太空电梯匀速地提升到某高度,然后启动推进装置将卫星从太空电梯发射出去.

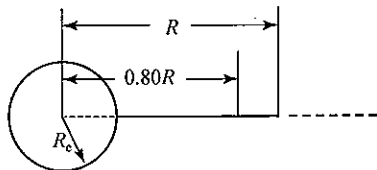


图 1

1. 设在某次发射时,卫星在太空电梯中极其缓慢地匀速上升.该卫星在上升到 $0.80R$ 处意外地和太空电梯脱离(脱离时卫星相对于太空电梯上脱离处的速度可视为零)而进入太空.

i. 论证卫星脱落后不会撞击地面.

ii. 如果卫星脱落后能再次和太空电梯相遇,即可在它们相遇时回收该卫星.讨论该卫星从脱落时刻起,在 $0 \sim 12 \text{ h}$ 及 $12 \sim 24 \text{ h}$ 两个时间段内被太空电梯回收的可能性.

2. 如果太空电梯地点位于东经 110° 处,在太空电梯上离地心距离为 R_e 处有一卫星从电梯脱离(脱离时卫星相对于太空电梯上脱离处的速度可视为零),脱离后该卫星轨道刚好能和赤道某处相切,而使卫星在该点着地,试求卫星着地点的经度.提示:此问要用数值方法求解高次方程.

已知:地球可视为质量 $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ 、半径 $R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ 的均匀球体;引力恒量 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$;地球自转周期 $T_e = 24 \text{ h}$;假设卫星与太空电梯脱离后只受地球引力作用.

三、如图 2 所示,两根刚性轻杆 AB 和 BC 在 B 端牢固粘接在一起, AB 延长线与 BC 的夹角 α 为锐角,杆 BC 长为 l ,杆 AB 长为 $l \cos \alpha$.在杆的 A, B 和 C 三点各固连一质量为 m 的小球,构成一刚性系统.整个系统放在光滑水平桌面上,桌面上有一固定的光滑竖直挡板.杆 AB 延长线

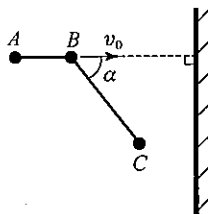


图 2

与挡板垂直. 现使该系统以大小为 v_0 、方向沿 AB 的速度向挡板平动. 在某时刻, 小球 C 与挡板碰撞, 碰撞结束时球 C 在垂直于挡板方向的分速度为零, 且球 C 与挡板不粘连. 欲使球 C 碰撞后, 球 B 先于球 A 与挡板相碰, 求夹角 α 应满足的条件.

四、如图 3 所示, 虚线小方框是由 $2n$ 个电容器连成的有限网络; 虚线大方框是并联了两个相同的无限网络. 此无限网络的结构是: 从左到中间, 每个电容器的右极板与两个电容器的左极板相连, 直至无穷; 从中间到右, 每两个电容器的右极板与一个电容器的左极板相连, 直至连接到一个电容器为止. 网络中的所有电容器都是完全相同的平行板真空电容器, 其极板面积为 S , 极板间距为 d ($d \ll \sqrt{S}$). 整个电容网络体系与一内电阻可忽略不计的电池连接, 电池电动势恒定、大小为 ϵ . 忽略电容器的边缘效应, 静电力常量 k 已知.

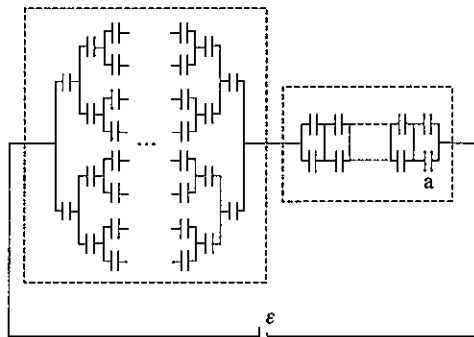


图 3

1. 若将虚线小方框中标有 a 的电容器的右极板缓慢地向右拉动, 使其两极板的距离变为 $2d$. 求在拉动极板过程中电池所做的功和外力所做的功.

2. 在电容器 a 两极板的距离为 $2d$ 后, 再将一块与电容器 a 的极板形状相同、面积也为 S 、带电荷量为 Q ($Q > 0$) 的金属薄板沿平行于 a 的极板方向全部插入到电容器 a 中, 使金属薄板距电容器 a 左极板的距离为 x . 求此时电容器 a 的左极板所带的电荷量.

五、如图 4 所示, 两个半径不等的用细金属导线做成的同心圆环固定在水平的桌面上. 大圆环半径为 R_1 , 小圆环表面绝缘, 半径为 R_2 ($R_2 \ll R_1$), 两圆环导线每单位长度电阻均为 r_0 , 它们处于匀强磁场中, 磁感应强度大小为 B , 方向竖直向下. 一个单位长度电阻为 r_1 的长直金属细杆放在大圆环平面上, 并从距圆环中心左侧为 $R_1/100$ ($> R_2$) 的 ab 位置, 以速度 v 匀速向右沿水平面滑动到相对于大圆环中心与 ab 对称的位置 cd , 滑动过程中金属杆始终与大圆环保持密接. 假设金属杆和大圆环的电流在小圆环处产生的磁场均可视为匀强磁场. 试求在上述滑动过程中通过小圆环导线横截面的电荷量.

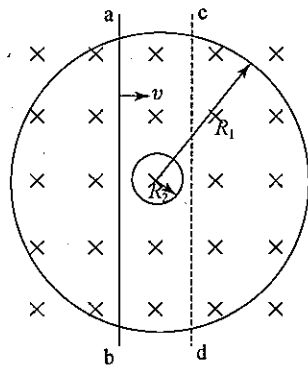


图 4

提示: 当半径为 R 、长度为 l 的一段圆弧导线通有电流 I 时, 圆弧电流在圆心处产生的磁感应强度大小为 $B = k_m \frac{Il}{R^2}$, 方向垂直于圆弧所在平面且与圆弧电流的方向满足于右手螺旋法则; 无限长直导线通有电流 I 时, 电流在距直导线距离为 r 处产生的磁感应强度 B 的大小为 $B = k_m \frac{2I}{r}$, 其中 k_m 是已知常量.

六、如图 5 所示, 刚性绝热容器 A 和 B 水平放置, 一根带有绝热阀门和多孔塞的绝热刚性细短管把容器 A, B 相互连通. 初始时阀门是关闭的, A 内装有某种理想气体, 温度为 T_1 ; B 内为真空. 现将阀门打开, 气体缓慢通过多孔塞后进入容器 B 中. 当容器 A 中气体的压强降到与初始时 A

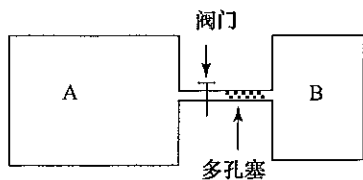


图 5

中气体压强之比为 α 时,重新关闭阀门. 设最后留在容器 A 内的那部分气体与进入容器 B 中的气体之间始终无热量交换,求容器 B 中气体质量与气体总质量之比. 已知: 1 摩尔理想气体的内能为 $u=CT$, 其中 C 是已知常量, T 为绝对温度; 一定质量的理想气体经历缓慢的绝热过程时,其压强 p 与体积 V 满足过程方程 $pV^{\frac{C+R}{C}} = \text{常量}$, 其中 R 为普适气体常量. 重力影响和连接管体积忽略不计.

七、图 6 中 L_1 为一薄凸透镜, Q 为高 2.00 cm、与光轴垂直放置的线状物, 已知 Q 经 L_1 成一实像, 像距为 40.0 cm. 现于 L_1 的右方依次放置凹透镜 L_2, L_3 和薄凸透镜 L_4 以及屏 P , 它们之间的距离如图 6 所示. 所有的透镜都共轴, 屏与光轴垂直, L_2, L_3 焦距的大小均为 15.0 cm. 已知物 Q 经上述四个透镜最后在屏上成倒立的实像, 像高为 0.500 cm.

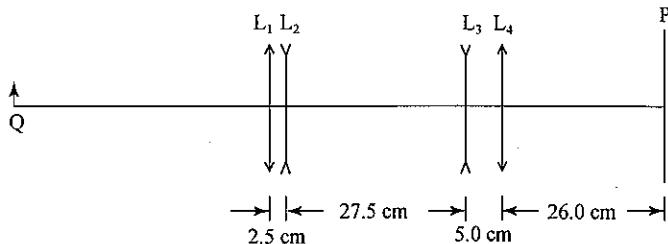


图 6

1. L_1 焦距大小为 _____ cm, L_4 焦距的大小为 _____ cm.

2. 现保持 Q, L_1, L_4 和 P 位置不变, 而沿光轴平移 L_2 和 L_3 , 最后在屏上成倒立的实像, 像高为 1.82 cm, 此时 L_2 到 L_1 的距离为 _____ cm, L_3 到 L_4 的距离为 _____ cm.

最后结果保留至小数点后一位.

八、如图 7 所示, 竖直、固定且平行放置的两条相同长直导线 1 和 2 相距为 a ($a \ll$ 长直导线的长度), 两导线中通有方向和大小都相同的稳恒电流, 电流方向向上. 导线中正离子都是静止的, 每单位长度导线中正离子的电荷量为 λ ; 形成电流的导电电子以速度 v_0 沿导线向下匀速运动, 每单位长度的导线中导电电子的电荷量为 $-\lambda$. 已知: 单位长度电荷量为 η 的无限长均匀带电直导线在距其距离为 r 处产生的电场的强度大小为 $E = k_e \frac{2\eta}{r}$, 其中 k_e 是常量; 当无限长直导线通有稳恒电流 I 时, 电流在距导线距离为 r 处产生磁场的磁感应强度大小为 $B = k_m \frac{2I}{r}$, 其中 k_m 是常量. 试利用狭义相对论中的长度收缩公式求常量 k_e 和 k_m 的比值.

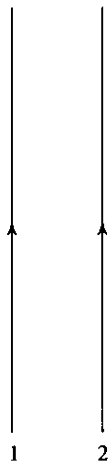


图 7

提示: 忽略重力; 正离子和电子的电荷量与惯性参照系的选取无关; 真空中的光速为 c .

参考解答

一、由于湖面足够宽阔而物块体积很小, 所以湖面的绝对高度在物块运动过程中始终保持不变, 因此可选湖面为坐标原点并以竖直向下方向为正方向建立坐标系, 以下简称 x 系. 设物块下底面的坐标为 x , 在物块未完全浸入湖水时, 其所受到的浮力为

$$f_b = b^2 x \rho g \quad (x \leq b), \quad (1)$$

式中 g 为重力加速度. 物块的重力为

$$f_g = b^3 \rho' g, \quad (2)$$

设物块的加速度为 a , 根据牛顿第二定律有

$$b^3 \rho' a = f_g - f_b. \quad (3)$$

将(1)和(2)式代入(3)式得

$$a = -\frac{\rho g}{\rho' b} \left(x - \frac{\rho' b}{\rho} \right). \quad (4)$$

将 x 系坐标原点向下移动 $\rho' b / \rho$ 而建立新坐标系, 简称 X 系. 新旧坐标的关系为

$$X = x - \frac{\rho' b}{\rho}, \quad (5)$$

把(5)式代入(4)式得

$$a = -\frac{\rho g}{\rho' b} X. \quad (6)$$

(6)式表示物块的运动是简谐振动. 若 $X=0$, 则 $a=0$, 对应于物块的平衡位置. 由(5)式可知, 当物块处于平衡位置时, 物块下底面在 X 系中的坐标为

$$x_0 = \frac{\rho' b}{\rho}. \quad (7)$$

物块运动方程在 X 系中可写为

$$X(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (8)$$

利用参考圆可将其振动速度表示为

$$V(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi), \quad (9)$$

式中 ω 为振动的圆频率

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho}{\rho'} \frac{g}{b}}. \quad (10)$$

在(8)和(9)式中 A 和 φ 分别是振幅和初相位, 由初始条件决定. 在物块刚被释放时, 即 $t=0$ 时刻有 $x=0$, 由(5)式得

$$X(0) = -\frac{\rho' b}{\rho}, \quad (11)$$

$$V(0) = 0. \quad (12)$$

由(8)至(12)式可求得

$$A = \frac{\rho' b}{\rho}, \quad (13)$$

$$\varphi = \pi. \quad (14)$$

将(10), (13)和(14)式分别代入(8)和(9)式得

$$X(t) = \frac{\rho' b}{\rho} \cos(\omega t + \pi), \quad (15)$$

$$V(t) = -\sqrt{\frac{\rho'}{\rho} g b} \sin(\omega t + \pi). \quad (16)$$

由(15)式可知, 物块再次返回到初始位置时恰好完成一个振动周期; 但物块的运动始终由(15)式表示是有条件的, 那就是在运动过程中物块始终没有完全浸没在湖水中. 若物块从某时刻起全部浸没在湖水中, 则湖水作用于物块的浮力变成恒力, 物块此后的运动将不再是简谐振动,

物块再次返回到初始位置所需的时间也就不再全由振动的周期决定. 为此, 必须研究物块可能完全浸没在湖水中的情况. 显然, 在 X 系中看, 物块下底面坐标为 b 时, 物块刚好被完全浸没; 由(5)式知在 X 系中这一临界坐标值为

$$X = X_b = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)b, \quad (17)$$

即物块刚好完全浸没在湖水中时, 其下底面在平衡位置以下 X_b 处. 注意到在振动过程中, 物块下底面离平衡位置的最大距离等于振动的振幅 A , 下面分两种情况讨论:

I. $A \leq X_b$. 由(13)和(17)两式得

$$\rho \geq 2\rho'. \quad (18)$$

在这种情况下, 物块在运动过程中至多刚好全部浸没在湖水中. 因而, 物块从初始位置起, 经一个振动周期, 再次返回至初始位置. 由(10)式得振动周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho'b}{\rho g}}, \quad (19)$$

物块从初始位置出发往返一次所需的时间

$$t_1 = T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho'b}{\rho g}}. \quad (20)$$

II. $A > X_b$. 由(13)和(17)两式得

$$\rho < 2\rho'. \quad (21)$$

在这种情况下, 物块在运动过程中会从某时刻起全部浸没在湖水表面之下. 设从初始位置起, 经过时间 t_1 物块刚好全部浸入湖水中, 这时 $X(t_1) = X_b$. 由(15)和(17)式得

$$\frac{\rho'}{\rho} \cos(\omega t_1 + \pi) = 1 - \frac{\rho'}{\rho}, \quad (22)$$

取合理值, 有

$$t_1 = \sqrt{\frac{\rho'b}{\rho g}} \left[\pi - \arccos\left(\frac{\rho}{\rho'} - 1\right) \right]. \quad (23)$$

由上式和(16)式可求得这时物块的速度为

$$V(t_1) = -\sqrt{\frac{\rho'}{\rho} g b} \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{\rho'} - 1\right)^2}. \quad (24)$$

此后, 物块在液体作匀减速运动, 以 a' 表示加速度的大小, 由牛顿定律有

$$a' = \frac{\rho - \rho'}{\rho'} g. \quad (25)$$

设物块从刚好完全浸入湖水到速度为零时所用的时间为 t_2 , 有

$$V(t_1) - a't_2 = 0. \quad (26)$$

由(24)~(26)式得

$$t_2 = \frac{\rho'}{(\rho - \rho')} \sqrt{\frac{b\rho'}{g\rho}} \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{\rho'} - 1\right)^2}, \quad (27)$$

则物块从初始位置出发往返一次所需的时间为

$$t_{11} = 2(t_1 + t_2) = 2\sqrt{\frac{b\rho'}{g\rho}} \left[\pi - \arccos\left(\frac{\rho}{\rho'} - 1\right) \right] + \frac{2\rho'}{(\rho - \rho')} \sqrt{\frac{b\rho'}{g\rho}} \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{\rho'} - 1\right)^2}. \quad (28)$$

二、1. i. 通过计算卫星在脱离点的动能和万有引力势能可知, 卫星的机械能为负值. 由开普勒第一定律可推知, 此卫星的运动轨道为椭圆(或圆), 地心为椭圆的一个焦点(或圆的圆心), 如图 1 所示. 由于卫星在脱离点的速度垂直于地心和脱离点的连线, 因此脱离点必为卫星椭圆轨道的远地点(或近地点); 设近地点(或远地点)离地心的距离为 r , 卫星在此点的速度为 v . 由开普勒第二定律可知

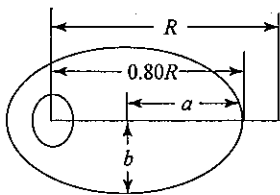


图 1

$$rv = (0.80R)^2 \omega, \quad (1)$$

式中 $\omega (= 2\pi/T_e)$ 为地球自转的角速度. 令 m 表示卫星的质量, 根据机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m(0.80R)^2\omega^2 - \frac{GMm}{0.80R}. \quad (2)$$

由(1)和(2)式解得

$$r \approx 0.28R, \quad (3)$$

可见该点为近地点, 而脱离处为远地点. [(3)式结果亦可由关系式:

$$-\frac{GMm}{r+0.80R} = \frac{1}{2}m(0.80R)^2\omega^2 - \frac{GMm}{0.80R}$$

直接求得]

同步卫星的轨道半径 R 满足

$$\frac{GM}{R^2} = R\omega^2, \quad (4)$$

由(3)和(4)式并代入数据得

$$r \approx 1.2 \times 10^4 \text{ km}, \quad (5)$$

可见近地点到地心的距离大于地球半径, 因此卫星不会撞击地球.

ii. 由开普勒第二定律可知卫星的面积速度为常量, 从远地点可求出该常量为

$$\sigma_s = \frac{1}{2}(0.80R)^2\omega. \quad (6)$$

设 a 和 b 分别为卫星椭圆轨道的半长轴和半短轴, 由椭圆的几何关系有

$$a \approx \frac{0.28R + 0.80R}{2}, \quad (7)$$

$$b \approx \sqrt{a^2 - \left(\frac{0.80 - 0.28}{2}\right)^2 R^2}. \quad (8)$$

卫星运动的周期 T 为

$$T = \frac{\pi ab}{\sigma_s}, \quad (9)$$

代入相关数值可求出

$$T \approx 9.5 \text{ h}. \quad (10)$$

卫星刚脱离太空电梯时恰好处于远地点, 根据开普勒第二定律可知此刻卫星具有最小角速度, 其后的一周期内其角速度都应不比该值小, 所以卫星始终不比太空电梯转动得慢; 换言之, 太空电梯不可能追上卫星. 设想自卫星与太空电梯脱离后经过 $1.5T$ (约 14 h), 卫星到达近地点, 而此时太空电梯已转过此点, 这说明在此前卫星尚未追上太空电梯. 由此推断在卫星脱落后 0~12 h 内二者不可能相遇; 而在卫星脱落后 12~24 h 内卫星将完成两个多周期的

运动,同时太空电梯完成一个运动周期,所以在 12~24 h 内二者必相遇,从而可以实现卫星回收.

2. 根据题意,卫星轨道与地球赤道相切点和卫星在太空电梯上的脱离点分别为其轨道的近地点和远地点.在脱离处的总能量为

$$\frac{1}{2}m(R_x\omega)^2 - \frac{GMm}{R_x} = -\frac{GMm}{R_x + R_e}, \quad (11)$$

此式可化为

$$\left(\frac{R_x}{R_e}\right)^3 \left(1 + \frac{R_x}{R_e}\right) = \frac{2GM}{\omega^2 R_e^3}, \quad (12)$$

这是关于 R_x 的四次方程,用数值方法求解可得

$$R_x \approx 4.7R_e \approx 3.0 \times 10^4 \text{ km}. \quad (13)$$

[R_x 亦可用开普勒第二定律和能量守恒定律求得.令 v_e 表示卫星与赤道相切点即近地点的速率,则有

$$R_e v_e = R_x^2 \omega,$$

和

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GMm}{R_e} = \frac{1}{2}m(R_x\omega)^2 - \frac{GMm}{R_x}.$$

由上两式联立可得到方程

$$\left(\frac{R_x}{R_e}\right)^5 - \left(\frac{R_x}{R_e}\right)^3 - \frac{2GM}{\omega^2 R_e^3} \frac{R_x}{R_e} + \frac{2GM}{\omega^2 R_e^3} = 0,$$

其中除 R_x 外其余各量均已知,因此这是关于 R_x 的五次方程.同样可以用数值方法解得 R_x .]

卫星从脱离太空电梯到与地球赤道相切经过了半个周期的时间,为了求出卫星运行的周期 T' ,设椭圆的半长轴为 a' ,半短轴为 b' ,有

$$a' = \frac{R_x + R_e}{2}, \quad (14)$$

$$b' = \sqrt{a'^2 - \left(\frac{R_x - R_e}{2}\right)^2}. \quad (15)$$

因为面积速度可表示为

$$\sigma'_s = \frac{1}{2}R_x^2\omega, \quad (16)$$

所以卫星的运动周期为

$$T' = \frac{\pi a' b'}{\sigma'_s}, \quad (17)$$

代入相关数值可得

$$T' \approx 6.8 \text{ h}. \quad (18)$$

卫星与地球赤道第一次相切时已在太空中运行了半个周期,在这段时间内,如果地球不转动,卫星沿地球自转方向运行 180° ,落到西经 $(180^\circ - 110^\circ)$ 处与赤道相切.但由于地球自转,在这期间地球同时转过了 $\omega T'/2$ 角度,地球自转角速度 $\omega = 360^\circ/24 \text{ h} = 15^\circ/\text{h}$,因此卫星与地球赤道相切点位于赤道的经度为西经

$$\theta = 180^\circ - 110^\circ + \frac{\omega T'}{2} \approx 121^\circ, \quad (19)$$

即卫星着地点在赤道上约西经 121° 处.

三、解法一:

如图 2 所示, 建直角坐标 Oxy , x 轴与挡板垂直, y 轴与挡板重合. 碰撞前体系质心的速度为 v_0 , 方向沿 x 轴正方向, 以 P 表示系统的质心, 以 v_{Px} 和 v_{Py} 表示碰撞后质心的速度分量, J 表示墙作用于小球 C 的冲量的大小. 根据质心运动定理有

$$-J = 3mv_{Px} - 3mv_0, \quad (1)$$

$$0 = 3mv_{Py} - 0. \quad (2)$$

由(1)和(2)式得

$$v_{Px} = \frac{3mv_0 - J}{3m}, \quad (3)$$

$$v_{Py} = 0. \quad (4)$$

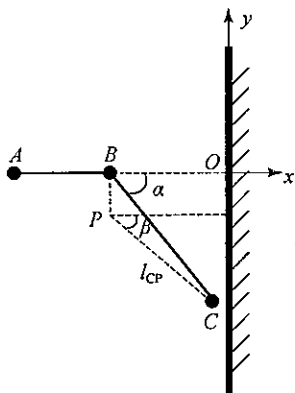


图 2

可在质心参考系中考察系统对质心的角动量. 在球 C 与挡板碰撞过程中, 质心的坐标为

$$x_P = -l \cos \alpha, \quad (5)$$

$$y_P = -\frac{1}{3}l \sin \alpha. \quad (6)$$

球 C 碰挡板前, 三小球相对于质心静止, 对质心的角动量为零; 球 C 碰挡板后, 质心相对质心参考系仍是静止的, 三小球相对质心参考系的运动是绕质心的转动, 若转动角速度为 ω , 则三小球对质心 P 的角动量

$$L = m\omega l_{AP}^2 + m\omega l_{BP}^2 + m\omega l_{CP}^2, \quad (7)$$

式中 l_{AP} , l_{BP} 和 l_{CP} 分别是 A , B 和 C 三球到质心 P 的距离. 由图 2 可知

$$l_{AP}^2 = l^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{9}l^2 \sin^2 \alpha, \quad (8)$$

$$l_{BP}^2 = \frac{1}{9}l^2 \sin^2 \alpha, \quad (9)$$

$$l_{CP}^2 = l^2 \cos^2 \alpha + \frac{4}{9}l^2 \sin^2 \alpha, \quad (10)$$

由(7), (8), (9)和(10)各式得

$$L = \frac{2}{3}ml^2\omega(1 + 2\cos^2 \alpha). \quad (11)$$

在碰撞过程中, 质心有加速度, 质心参考系是非惯性参考系, 在质心参考系中考察动力学问题时, 必须引入惯性力. 但作用于质点系的惯性力的合力通过质心, 对质心的力矩等于零, 不影响质点系对质心的角动量, 故在质心参考系中, 相对质心角动量的变化仍取决于作用于球 C 的冲量 J 的冲量矩, 即有

$$J \frac{2}{3}l \sin \alpha = L. \quad (12)$$

[也可以始终在惯性参考系中考察问题, 即把桌面上与体系质心重合的那一点作为角动量的参考点, 则对该参考点(12)式也成立.]

由(11)和(12)式得

$$\omega = \frac{J \sin \alpha}{ml(1 + 2\cos^2 \alpha)}. \quad (13)$$

球 C 相对于质心参考系的速度分量分别为(参考图 2)

$$v_{CPx} = -\omega l_{CP} \sin\beta = -\omega(l \sin\alpha - |y_P|), \quad (14)$$

$$v_{CPy} = -\omega l_{CP} \cos\beta = -\omega l \cos\alpha, \quad (15)$$

球 C 相对固定参考系速度的 x 分量为

$$v_{Cx} = v_{CPx} + v_{Px}, \quad (16)$$

由(3),(6),(13),(14)和(16)各式得

$$v_{Cx} = -\frac{J}{m(1+2\cos^2\alpha)} + v_0, \quad (17)$$

根据题意有

$$v_{Cx} = 0. \quad (18)$$

由(17)和(18)式得

$$J = mv_0(1+2\cos^2\alpha), \quad (19)$$

由(13)和(19)式得

$$\omega = \frac{v_0 \sin\alpha}{l}. \quad (20)$$

球 A 若先于球 B 与挡板发生碰撞,则在球 C 与挡板碰撞后,整个系统至少应绕质心转过 $\pi/2$ 角,即杆 AB 至少转到沿 y 方向,如图 3 所示.系统绕质心转过 $\pi/2$ 所需时间

$$t = \frac{\frac{1}{2}\pi}{\omega}, \quad (21)$$

在此时间内质心沿 x 方向向右移动的距离

$$\Delta x = v_{Px} t. \quad (22)$$

若

$$|y_P| + \Delta x > |x_P|, \quad (23)$$

则球 B 先于球 A 与挡板碰撞.由(5),(6),(14),(16),(18),(21),(22)和(23)式得

$$\alpha > \arctan \frac{3}{1+\pi}, \quad (24)$$

即

$$\alpha > 36^\circ. \quad (25)$$

解法二:

如图 4 所示,建直角坐标系 Oxy , x 轴与挡板垂直, y 轴与挡板重合,以 $v_{Ax}, v_{Ay}, v_{Bx}, v_{By}, v_{Cx}$ 和 v_{Cy} 分别表示球 C 与挡板刚碰撞后 A, B 和 C 三球速度的分量,根据题意有

$$v_{Cx} = 0. \quad (1)$$

以 J 表示挡板作用于球 C 的冲量的大小,其方向沿 x 轴的负方向,根据质点组的动量定理有

$$-J = mv_{Ax} + mv_{Bx} - 3mv_0, \quad (2)$$

$$0 = mv_{Ay} + mv_{By} + mv_{Cy}. \quad (3)$$

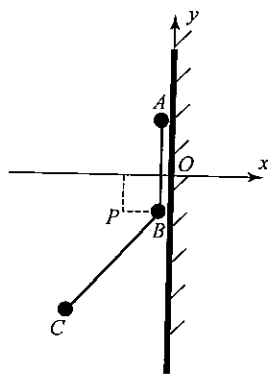


图 3

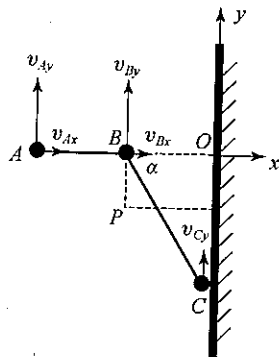


图 4

以坐标原点 O 为参考点, 根据质点组的角动量定理有

$$Jl\sin\alpha = mv_{Ay}(l\cos\alpha + l\cos\alpha) + mv_{By}l\cos\alpha + mv_0l\sin\alpha. \quad (4)$$

因为连接小球的杆都是刚性的, 故小球沿连接杆的速度分量相等, 故有

$$v_{Ax} = v_{Bx}, \quad (5)$$

$$v_{Cy}\sin\alpha = v_{By}\sin\alpha - v_{Bx}\cos\alpha, \quad (6)$$

$$v_{Ax}\cos\theta - v_{Ay}\sin\theta = -v_{Cy}\sin\theta, \quad (7)$$

(7)式中 θ 为杆 AB 与连线 AC 的夹角. 由几何关系有

$$\cos\theta = \frac{2\cos\alpha}{\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}, \quad (8)$$

$$\sin\theta = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}. \quad (9)$$

解以上各式得

$$J = mv_0(1+2\cos^2\alpha), \quad (10)$$

$$v_{Ax} = v_0\sin^2\alpha, \quad (11)$$

$$v_{Ay} = v_0\sin\alpha\cos\alpha, \quad (12)$$

$$v_{Bx} = v_0\sin^2\alpha, \quad (13)$$

$$v_{By} = 0, \quad (14)$$

$$v_{Cy} = -v_0\sin\alpha\cos\alpha. \quad (15)$$

按题意, 自球 C 与挡板碰撞结束到球 A (也可能球 B) 碰撞挡板前, 整个系统不受外力作用, 系统的质心作匀速直线运动. 若以质心为参考系, 则相对质心参考系, 质心是静止不动的, A , B 和 C 三球构成的刚性系统相对质心的运动是绕质心的转动. 为了求出转动角速度, 可考察球 B 相对质心的速度. 由(11)到(15)各式, 在球 C 与挡板碰撞刚结束时系统质心 P 的速度

$$v_{Px} = \frac{mv_{Ax} + mv_{Bx} + mv_{Cx}}{3m} = \frac{2}{3}v_0\sin^2\alpha, \quad (16)$$

$$v_{Py} = \frac{mv_{Ay} + mv_{By} + mv_{Cy}}{3m} = 0. \quad (17)$$

这时系统质心的坐标为

$$x_P = -l\cos\alpha, \quad (18)$$

$$y_P = -\frac{1}{3}l\sin\alpha. \quad (19)$$

不难看出, 此时质心 P 正好在球 B 的正下方, 到球 B 的距离为 $|y_P|$, 而球 B 相对质心的速度

$$v_{BPx} = v_{Bx} - v_{Px} = \frac{1}{3}v_0\sin^2\alpha, \quad (20)$$

$$v_{BPy} = 0. \quad (21)$$

可见此时球 B 的速度正好垂直于 BP , 故整个系统对质心转动的角速度

$$\omega = \frac{v_{BPx}}{|y_P|} = \frac{v_0\sin\alpha}{l}. \quad (22)$$

若使球 A 先于球 B 与挡板发生碰撞, 则在球 C 与挡板碰撞后, 整个系统至少应绕质心转过 $\pi/2$ 角, 即杆 AB 至少转到沿 y 方向, 如图 5 所示. 系统绕质心转过 $\pi/2$ 所需时间

$$t = \frac{\frac{1}{2}\pi}{\omega}, \quad (23)$$

在此时间内质心沿 x 方向向右移动的距离

$$\Delta x = v_{Px}t. \quad (24)$$

若

$$|y_P| + \Delta x > |x_P|, \quad (25)$$

则球 B 先于球 A 与挡板碰撞. 由以上有关各式得

$$\alpha > \arctan \frac{3}{1+\pi}, \quad (26)$$

即

$$\alpha > 36^\circ. \quad (27)$$

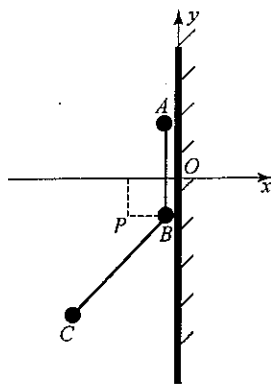


图 5

四、1. 虚线小方框内 $2n$ 个平行板电容器每两个并联后再串联, 其电路的等效电容 C_{t1} 满足下式

$$\frac{1}{C_{t1}} = \frac{n}{2C}, \quad (1)$$

即

$$C_{t1} = \frac{2C}{n}, \quad (2)$$

式中

$$C = \frac{S}{4\pi kd}. \quad (3)$$

虚线大方框中无限网络的等效电容 C_{t2} 满足下式

$$\frac{1}{C_{t2}} = 2\left(\frac{1}{2C} + \frac{1}{4C} + \frac{1}{8C} + \dots\right), \quad (4)$$

即

$$C_{t2} = \frac{C}{2}. \quad (5)$$

整个电容网络的等效电容为

$$C_t = \frac{C_{t1}C_{t2}}{C_{t1} + C_{t2}} = \frac{2C}{n+4}. \quad (6)$$

等效电容器带的电量(即与电池正极连接的电容器极板上电量之和)

$$q_t = C_t \varepsilon = \frac{S\varepsilon}{(n+4)2\pi kd}. \quad (7)$$

当电容器 a 两极板的距离变为 $2d$ 后, $2n$ 个平行板电容器连成的网络的等效电容 C'_{t1} 满足下式

$$\frac{1}{C'_{t1}} = \frac{n-1}{2C} + \frac{2}{3C}, \quad (8)$$

由此得

$$C'_{t1} = \frac{6C}{3n+1}. \quad (9)$$

整个电容网络的等效电容为

$$C'_t = \frac{C'_{t1} C_{t2}}{C'_{t1} + C_{t2}} = \frac{6C}{3n+13}, \quad (10)$$

整个电容网络的等效电容器带的电荷量为

$$q'_t = C'_t \epsilon = \frac{3S\epsilon}{(3n+13)2\pi kd}. \quad (11)$$

在电容器 a 两极板的距离由 d 变为 $2d$ 后, 等效电容器所带电荷量的改变为

$$\Delta q_t = q'_t - q_t = -\frac{S\epsilon}{(3n+13)(n+4)2\pi kd}, \quad (12)$$

电容器储能变化为

$$\Delta U = \frac{1}{2}(C'_t \epsilon^2 - C_t \epsilon^2) = -\frac{S\epsilon^2}{2(3n+13)(n+4)2\pi kd}. \quad (13)$$

在此过程中, 电池所做的功为

$$A = \Delta q_t \epsilon = -\frac{S\epsilon^2}{(3n+13)(n+4)2\pi kd}, \quad (14)$$

外力所做的功为

$$A' = \Delta U - A = \frac{S\epsilon^2}{2(3n+13)(n+4)2\pi kd}. \quad (15)$$

2. 设金属薄板插入到电容器 a 后, a 的左极板所带电荷量为 q' , 金属薄板左侧带电荷量为 $-q'$, 右侧带电荷量为 $(q'+Q)$, a 的右极板带电荷量为 $-(q'+Q)$, 与 a 并联的电容器左右两极板带电荷量分别为 q'' 和 $-q''$. 由于电容器 a 和与其并联的电容器两极板电压相同, 所以有

$$\frac{q''}{C} = \frac{q'}{S} + \frac{(q'+Q)}{S}. \quad (16)$$

$$\frac{q''}{4\pi kx} = \frac{q'}{4\pi k(2d-x)}$$

由(3)式和上式得

$$q' + q'' = 3q' + Q \frac{2d-x}{d}, \quad (17)$$

上式表示电容器 a 左极板和与其并联的电容器左极板所带电荷量的总和, 也是虚线大方框中无限网络的等效电容 C_{t2} 所带电荷量(即与电池正极连接的电容器的极板上电荷量之和).

整个电容网络两端的电压等于电池的电动势, 即

$$\frac{q' + q''}{C_{t2}} + (n-1) \frac{q' + q''}{2C} + \frac{q''}{C} = \epsilon, \quad (18)$$

将(3), (5)和(17)式代入(18)式得电容器 a 左极板带电荷量

$$q' = \frac{S\epsilon}{(3n+13)2\pi kd} - \frac{(n+5)(2d-x)Q}{(3n+13)d}. \quad (19)$$

五、如图 6 所示, 当长直金属杆在 ab 位置以速度 v 水平向右滑动到 c 位置时, 因切割磁力线, 在金属杆中产生由 b 指向 a 的感应电动势的大小为

$$\epsilon = BLv, \quad (1)$$

式中 L 为金属杆在 ab 位置时与大圆环两接触点间的长度, 由几何关系有

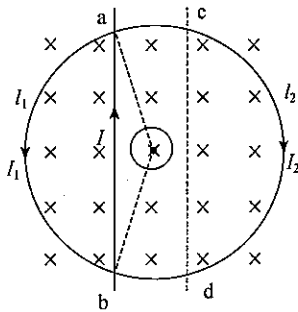


图 6

$$L = 2\sqrt{R_1^2 - \left(\frac{R_1}{100}\right)^2} \approx 2R_1. \quad (2)$$

在金属杆由 ab 位置滑动到 cd 位置过程中,金属杆与大圆环接触的两点之间的长度 L 可视为不变,近似为 $2R_1$. 将(2)式代入(1)式得,在金属杆由 ab 滑动到 cd 过程中感应电动势大小始终为

$$\varepsilon = 2BR_1v. \quad (3)$$

以 I, I_1 和 I_2 分别表示金属杆、杆左和右圆弧中的电流,方向如图 6 所示,以 U_{ab} 表示 a, b 两端的电压,由欧姆定律有

$$U_{ab} = I_1 l_1 r_0, \quad (4)$$

$$U_{ab} = I_2 l_2 r_0, \quad (5)$$

式中 l_1 和 l_2 分别为金属杆左、右圆弧的弧长. 根据提示, l_1 和 l_2 中的电流在圆心处产生的磁感应强度的大小分别为

$$B_1 = k_m \frac{I_1 l_1}{R_1^2}, \quad (6)$$

$$B_2 = k_m \frac{I_2 l_2}{R_1^2}, \quad (7)$$

B_1 方向竖直向上, B_2 方向竖直向下.

由(4),(5),(6)和(7)式可知整个大圆环电流在圆心处产生的磁感应强度为

$$B_0 = B_2 - B_1 = 0, \quad (8)$$

无论长直金属杆滑动到大圆环上何处,上述结论都成立,于是在圆心处只有金属杆的电流 I 所产生磁场.

在金属杆由 ab 滑动到 cd 的过程中,金属杆都处在圆心附近,故金属杆可近似视为无限长直导线. 由提示,金属杆在 ab 位置时,杆中电流产生的磁感应强度大小为

$$B_3 = k_m \frac{2I}{R_1}, \quad (9)$$

方向竖直向下. 对应图 6 的等效电路如图 7 所示,杆中的电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{ab} + \frac{R_{左} R_{右}}{R_{左} + R_{右}}}, \quad (10)$$

其中 R_{ab} 为金属杆与大圆环两接触点间这段金属杆的电阻, $R_{左}$ 和 $R_{右}$ 分别为金属杆左、右两侧圆弧的电阻,由于长直金属杆非常靠近圆心,故

$$R_{ab} \approx 2R_1 r_1, \quad R_{左} = R_{右} \approx \pi R_1 r_0. \quad (11)$$

利用(3),(9),(10)和(11)式可得

$$B_3 = \frac{800k_m vB}{R_1(4r_1 + \pi r_0)}. \quad (12)$$

由于小圆环半径 $R_2 \ll R_1$, 小圆环圆面上各点的磁场可近似视为均匀的,且都等于长直金属杆在圆心处产生的磁场. 当金属杆位于 ab 处时,穿过小圆环圆面的磁感应通量为

$$\Phi_{ab} = \pi R_2^2 B_3; \quad (13)$$

当长直金属杆滑到 cd 位置时,杆中电流产生的磁感应强度的大小仍由(12)式表示,但方向相

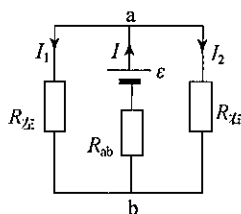


图 7

反,故穿过小圆环圆面的磁感应通量为

$$\Phi_{cd} = \pi R_2^2 (-B_3). \quad (14)$$

在长直金属杆以速度 v 从 ab 移动到 cd 的时间间隔 Δt 内,穿过小圆环圆面的磁感应通量的改变为

$$\Delta\Phi = \Phi_{cd} - \Phi_{ab} = -2\pi R_2^2 B_3, \quad (15)$$

由法拉第电磁感应定律可得,在小圆环中产生的感应电动势大小为

$$\epsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2\pi R_2^2 B_3}{\Delta t}. \quad (16)$$

在长直金属杆从 ab 移动至 cd 过程中,在小圆环导线中产生的感应电流为

$$I_i = \frac{\epsilon_i}{2\pi R_2 r_0} = \frac{R_2 B_3}{r_0 \Delta t}. \quad (17)$$

于是,利用(12)和(17)式,在时间间隔 Δt 内通过小环导线横截面的电荷量为

$$Q = I_i \Delta t = \frac{R_2 B_3}{r_0} = \frac{800k_m v B R_2}{R_1 r_0 (4r_1 + \pi r_0)}. \quad (18)$$

六、设重新关闭阀门后容器 A 中气体的摩尔数为 n_1 , B 中气体的摩尔数为 n_2 , 则气体总摩尔数为

$$n = n_1 + n_2. \quad (1)$$

令 V_1 表示容器 A 的体积,初始时 A 中气体的压强为 p_1 ; 设重新关闭阀门后容器 A 中气体温度为 T_1' , 这时 A 中气体的压强为 αp_1 . 由理想气体状态方程可知

$$n = \frac{p_1 V_1}{RT_1}, \quad (2)$$

$$n_1 = \frac{(\alpha p_1) V_1}{RT_1'}. \quad (3)$$

由于容器是刚性绝热的,进入容器 B 中的气体与仍留在容器 A 中的气体之间没有热量交换,因而在阀门打开到重新关闭的过程中留在容器 A 中的那部分气体经历了一个绝热过程,设这部分气体初始时体积为 V_{10} (压强为 p_1 时),则有

$$p_1 V_{10}^{\frac{C+R}{C}} = (\alpha p_1) V_1^{\frac{C+R}{C}}. \quad (4)$$

利用状态方程可得

$$\frac{p_1 V_{10}}{T_1} = \frac{(\alpha p_1) V_1}{T_1'}, \quad (5)$$

由(1)至(5)式得,阀门重新关闭后容器 B 中气体质量与气体总质量之比

$$\frac{n_2}{n} = 1 - \alpha^{\frac{C}{C+R}}. \quad (6)$$

七、1. 19.2 10.2 2. 20.3 4.2

八、在相对于正离子静止的参考系 S 中,导线中的正离子不动,导电电子以速度 v_0 向下匀速运动;在相对于导电电子静止的参考系 S' 中,导线中导电电子不动,正离子以速度 v_0 向上匀速运动. 下面分四步进行分析.

第一步,在参考系 S' 中,考虑导线 2 对导线 1 中正离子施加电场力的大小和方向. 若 S 系中一些正离子所占据的长度为 l ,则在 S' 系中这些正离子所占据的长度变为 l'_+ ,由相对论中的长度收缩公式有

$$l'_+ = l \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}. \quad (1)$$

设在参考系 S 和 S' 中, 每单位长度导线中正离子电荷量分别为 λ 和 λ'_+ , 由于离子的电荷量与惯性参考系的选取无关, 故

$$\lambda'_+ l'_+ = \lambda l, \quad (2)$$

由(1)和(2)式得

$$\lambda'_+ = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

设在 S 系中一些导电电子所占据的长度为 l , 在 S' 系中这些导电电子所占据的长度为 l'_- , 则由相对论中的长度收缩公式有

$$l = l'_- \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}. \quad (4)$$

同理, 由于电子电荷量的值与惯性参考系的选取无关, 便有

$$-\lambda = \frac{\lambda'_-}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \quad (5)$$

式中 $-\lambda$ 和 λ'_- 分别为在参考系 S 和 S' 中单位长度导线中导电电子的电荷量.

在参照系 S' 中, 导线 2 单位长度带的电荷量为

$$\lambda' = \lambda'_+ + \lambda'_- = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} + (-\lambda) \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \frac{v_0^2}{c^2}, \quad (6)$$

它在导线 1 处产生的电场强度的大小为

$$E' = \frac{2k_e \lambda'}{a} = \frac{2k_e \lambda v_0^2}{c^2 a \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \quad (7)$$

电场强度方向水平向左. 导线 1 中电荷量为 q 的正离子受到的电场力的大小为

$$f'_{e+} = qE' = \frac{2k_e q \lambda v_0^2}{c^2 a \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \quad (8)$$

电场力方向水平向左.

第二步, 在参考系 S' 中, 考虑导线 2 对导线 1 中正离子施加磁场力的大小和方向. 在参考系 S' 中, 以速度 v_0 向上运动的正离子形成的电流为

$$I' = \lambda'_+ v_0 = \frac{\lambda v_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \quad (9)$$

导线 2 中的电流 I' 在导线 1 处产生磁场的磁感应强度大小为

$$B' = \frac{2k_m I'}{a} = \frac{2k_m \lambda v_0}{a \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \quad (10)$$

磁感应强度方向垂直纸面向外. 导线 1 中电荷量为 q 的正离子所受到的磁场力的大小为

$$f'_{m+} = qv_0 B' = \frac{2k_m q \lambda v_0^2}{a \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \quad (11)$$

方向水平向右,与正离子所受到的电场力的方向相反。

第三步,在参考系 S 中,考虑导线 2 对导线 1 中正离子施加电场力和磁场力的大小和方向.由题设条件可知,导线 2 所带的正电荷与负电荷的和为零,即

$$\lambda + (-\lambda) = 0. \quad (12)$$

因而,导线 2 对导线 1 中正离子施加电场力为零,

$$f_{e+} = 0. \quad (13)$$

注意到在 S 系中,导线 1 中正离子不动,

$$v_{1+} = 0, \quad (14)$$

导线 2 对导线 1 中正离子施加磁场力为零,

$$f_{m+} = qv_{1+} B = 0, \quad (15)$$

式中 B 是在 S 系中导线 2 的电流在导线 1 处产生的磁感应强度的大小.于是,在 S 系中,导线 2 对导线 1 中正离子施加电场力和磁场力的合力为零。

第四步,既已说明在 S 系中导线 2 对导线 1 中正离子施加电场力和磁场力的合力为零,则如果导线 1 中正离子还受到其他力的作用,所有其他力的合力必为零(因为正离子静止).在 S' 系中,导线 2 对导线 1 中正离子施加的电场力和磁场力的合力的大小为

$$f' = f'_{m+} - f'_{e+}. \quad (16)$$

因为相对 S' 系,上述可能存在的其他力的合力仍应等于零,才有正离子仍处在匀速运动状态,所以(16)式应等于零,故

$$f'_{m+} = f'_{e+}, \quad (17)$$

由(8),(11)和(17)式得

$$\frac{k_e}{k_m} = c^2. \quad (18)$$

决赛试题及参考解答

理论部分试题

一、如图 1 所示,竖直的光滑墙面上有 A 和 B 两个钉子,二者处于同一水平高度,间距为 l . 有一原长为 l 、劲度系数为 k 的轻橡皮筋,一端由 A 钉固定,另一端系有一质量为 $m = kl/(4g)$ 的小球,其中 g 为重力加速度. 钉子和小球都可视为质点,小球和任何物体碰撞都是完全非弹性碰撞而且不发生粘连. 现将小球水平向右拉伸到与 A 钉距离为 $2l$ 的 C 点, B 钉恰好处于橡皮筋下面并始终与之光滑接触. 初始时刻小球获得大小为 $v_0 = \frac{\sqrt{gl}}{2}$ 、方向竖直向下的速度,试确定此后小球沿竖直方向的速度为零的时刻.

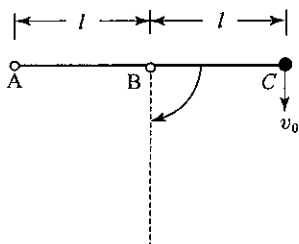


图 1

二、如图2所示,三个质量均为 m 的小球固定于由刚性轻质杆构成的丁字形架的三个顶点 A, B 和 C 处. $AD \perp BC$, 且 $AD = BD = CD = a$, 小球可视为质点, 整个杆球体系置于水平桌面上, 三个小球和桌面接触, 轻质杆架悬空. 桌面和三小球之间的静摩擦和滑动摩擦系数均为 μ , 在 AD 杆上距 A 点 $a/4$ 和 $3a/4$ 两处分别施加一垂直于此杆的推力, 且两推力大小相等、方向相反.

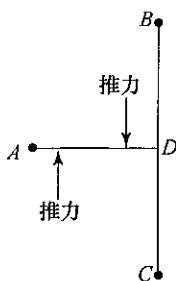


图 2

1. 试论证在上述推力作用下, 杆球体系处于由静止转变为运动的临界状态时, 三球所受桌面的摩擦力都达到最大静摩擦力;

2. 如果在 AD 杆上有一转轴, 随推力由零逐渐增加, 整个装置将从静止开始绕该转轴转动. 问转轴在 AD 杆上什么位置时, 推动该体系所需的推力最小, 并求出该推力的大小.

三、不光滑水平地面上有一质量为 m 的刚性柱体, 两者之间的摩擦系数记为 μ , 假设动摩擦系数和静摩擦系数相等. 柱体正视图如图3所示, 其下部为一高度为 h 的矩形, 上部为一半径为 R 的半圆形. 柱体上表面静置一质量同为 m 的均匀柔软的链条, 链条两端距地面的高度均为 $h/2$, 链条和柱体表面始终光滑接触. 初始时, 链条受到微小扰动而沿柱体右侧面下滑. 试求在链条开始下滑直至其右端接触地面之前的过程中, 当题中所给参数满足什么关系时:

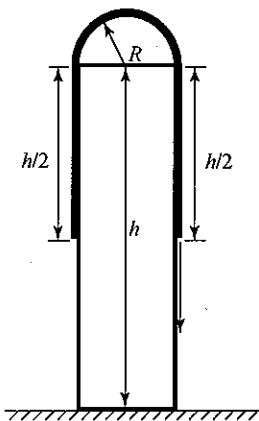


图 3

1. 柱体能在地面上滑动;
2. 柱体能向一侧倾倒;
3. 在上述两条件满足的情形下, 柱体滑动先于倾倒发生.

四、如图4所示, 在一光滑水平圆桌面上有两个质量、电荷都均匀分布的介质球, 两球半径均为 a , A 球质量为 m , 所带电荷量为 Q , B 球质量为 $4m$, 所带电荷量为 $-4Q$. 在初始时刻, 两球球心距为 $4a$, 各有一定的初速度, 以使得两球在以后的运动过程中不发生碰撞, 且都不会从圆桌面掉落. 现要求在此前提下尽量减小桌面面积, 试求:

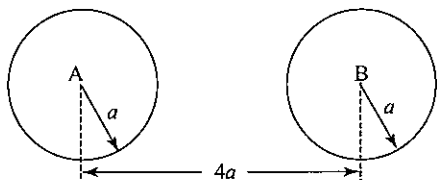


图 4

1. 两球初速度的方向和大小;
2. 圆桌面的最小半径.

假设两球在运动过程中, 其所带电荷量始终保持均匀分布; 桌面也不发生极化效应. 已知两个均匀带电球之间的静电相互作用力, 等于电荷集中在球心的两个点电荷之间的相互作用力; 静电力常量为 k_e .

五、如图5所示, 一半径为 R 的轻质绝缘塑料薄圆盘水平放置, 可绕过圆盘中心的竖直固定轴无摩擦地自由转动. 一半径为 a 的轻质小圆线圈 ($a \ll R$) 固定在盘面上, 圆线圈与圆盘共轴. 在盘边缘处等间隔地固定4个质量均为 m 的带正电的金属小球, 每个小球所带电荷量均为 q . 此装置处在一磁感应强度大小为 B_0 、方向竖直向上的均匀强磁场中. 初始时圆盘静止, 圆线圈中通有恒定电流 I , 方向沿顺时针方向(从上往下看). 若切断圆线圈中的电流, 则圆盘将发生转动. 求薄圆盘转动后, 圆盘在

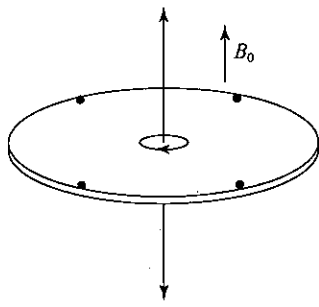


图 5

水平方向对每个金属小球的作用力的大小.

假设金属小球可视为质点,不计小圆线圈的自感和带电金属小球因运动所产生的磁场.已知固定在圆盘面上的半径为 a 、通有电流 I 的圆线圈在圆盘平面内、距线圈圆心的距离为 r 处 ($r \gg a$) 产生的磁场的磁感应强度的大小为 $B = k_m \frac{2\pi a^2 I}{r^3}$, 式中 k_m 为已知常量,当线圈中的电流沿顺时针方向时,磁场方向垂直于圆盘平面且竖直向上.静电力常量为 k_e .

六、如图 6 所示,一水平放置的刚性密闭气缸,缸壁是绝热的,活塞把气缸内空间分为两个体积相同的密闭室 A 和 B. 活塞由一层热容量很小(略去其影响)、导热良好的材料(与气缸壁有摩擦)和一薄层绝热材料(与气缸壁没有摩擦)压制而成,绝热层在 A 室一侧. 初始时, A 室和 B 室充有绝对温度均为 T_0 的同种多原子分子理想气体, A 室气体压强是 B 室气体压强的 4 倍. 现释放活塞,活塞由于其导热部分与汽缸壁之间存在摩擦而运动缓慢,最后停止在平衡位置(此时活塞与缸壁间无静摩擦).

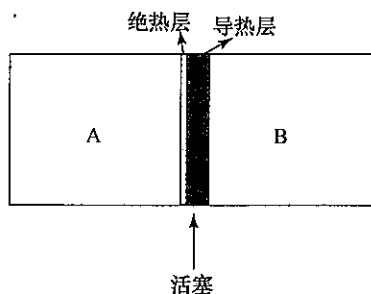


图 6

已知气缸中的气体具有如下特性:在温度高于某个临界温度 $T_d (> T_0)$ 时,部分多原子气体分子将发生分解,一个多原子分子可以分解为另外两个相同的多原子分子.被分解的气体摩尔数与发生分解前气体总摩尔数之比 α 满足关系 $\alpha = \beta(T - T_d)$, 其中 $\beta = 2.00 T_0^{-1}$. 分解过程是可逆的,分解 1 摩尔分子所需能量 $\phi = CT_0/10$, 1 摩尔气体的内能 u 与绝对温度 T 的关系为 $u = CT$ (C 是与气体的种类无关的常量). 已知当压强为 p 、体积为 V 的这种气体绝热缓慢膨胀时, $pV^\gamma = \text{常量}$, 其中 $\gamma = 4/3$.

1. 对于具有上述特性的某种气体,若实验测得在上述过程结束时没有任何分子发生了分解,求这种分子发生分解的临界温度 T_d 的可能值;

2. 对于具有上述特性的另一种气体,若实验测得在上述过程结束时有 $\alpha = 10.0\%$ 的分子分解了,求这种分子发生分解的临界温度 T_d .

七、如图 7 所示的光学系统是由平行光管、载物台和望远镜组成. 已知望远镜物镜 L_1 的焦距为 16.00 cm. 在 L_1 的焦平面 P 处,放置带十字叉丝线的分划板和亮十字物,如图 8 所示. 在载物台上放置双面平行的平面镜 M ,通过望远镜的目镜 L_2 观察时,能同时清楚地看到分划板上的十字叉丝线和十字物经过 L_1 折射, M 反射,再经 L_1 折射后在分划板上所成的十字像,十字像位于 A 点,与上十字叉丝线的距离为 5.2 mm. 绕载物台转轴(沿竖直方向)转动载物台,使平面镜转,此时十字像位于 B 点,与上十字叉丝线的距离为 18.8 mm. 根据以上情况和数据可计算出,此时望远镜光轴与水平面的夹角为 _____ rad; 据此结果,调节望远镜,使其光轴与载物台的转轴垂直.

平行光管是由十字缝 S 和凸透镜 L 组成. 去掉光学系统中的平面镜 M ,并用钠光灯照亮 S . 沿水平方向移动 S ,当 S 到平行光管中的透镜 L 距离为 8.25 cm 时,通过望远镜目镜能清楚地看到十字缝的像成在分划板中心十字叉丝线上,由此可以推知, L 的焦距等于 _____ cm.

将载物台平面调至与载物台的转轴垂直,在载物台上放置长、宽、高均为 3.00 cm、折射率为 1.52 的分束棱镜 $abcd$ (分束棱镜是由两块直角三棱镜密接而成,接触面既能透光又能反光)和待测凹球面镜,凹球面镜顶点 O 到 L 的距离为 15.00 cm,保证分束棱镜的 ab 面与图 9

中的 XX' 轴垂直、凹球面镜的光轴与图 9 中的 XX' 轴重合;再将望远镜绕载物台的转轴转,如图 9 所示. 向右移动 S , 当 S 移动的距离为 3.75 cm 时, 通过望远镜目镜刚好能看清楚十字缝 S 的像成在分划板中心十字叉丝线上. 试求凹球面镜的曲率半径.

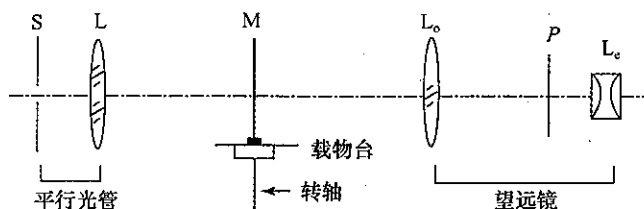


图 7

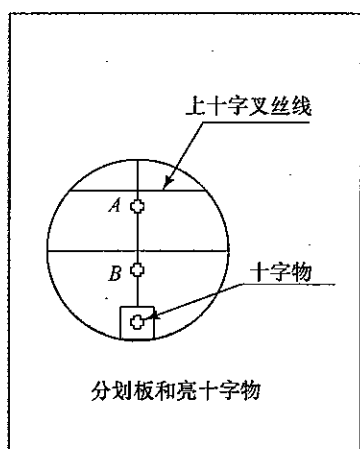


图 8

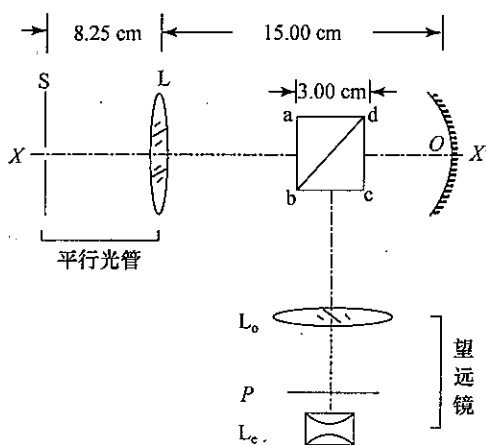


图 9

八、在处理微观物理问题时,经常接触到诸如电子质量 m_e 、质子电荷量 e 及普朗克常量 h 等基本物理常量. 在国际单位制中,这些物理常量的数值都很小,给相关的数值计算带来不便. 为了方便起见,在微观物理领域引入所谓“原子单位制”,规定电子质量为质量单位, \hbar ($\hbar = h/2\pi$) 为角动量单位,质子电荷量的 $\sqrt{k_e}$ 倍为电荷量单位,其中常数 k_e 和国际单位制中的静电力常量取值相同. 按如上定义规定了质量、电荷量和角动量的基本单位后,在“原子单位制”中其他物理量的单位可用相关物理公式导出. 如果在“原子单位制”下,长度、时间和能量的单位用符号 L_{au} , T_{au} 和 E_{au} 表示,试从玻尔氢原子模型推出三者分别与米、秒和焦耳的换算关系. 结果用 k_e, m_e, e 和 \hbar 等常量表示.

理论部分参考解答

一、以 B 钉为坐标原点建坐标系 Oxy , 如图 1 所示. 小球在被释放后受到本身重力和橡皮筋的弹力两个力的作用. 设小球相对于原点 O (即 B 钉) 的位置由位矢 r 表示, 则弹力可表示为

$$F = -kr. \quad (1)$$

小球的运动方程在 Oxy 坐标系下分解为

$$ma_x = -kx, \quad (2)$$

$$ma_y = -ky - mg. \quad (3)$$

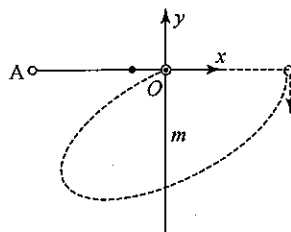


图 1

定义 y 方向新坐标 $y' = y + mg/k$, (3) 式可改写为

$$ma_y = -ky'. \quad (4)$$

由(2)和(4)式知小球在水平和竖直方向都作简谐振动. 其振动方程可表示为

$$x(t) = A_x \cos(\omega t + \varphi_x), \quad (5)$$

$$y'(t) = A_y \cos(\omega t + \varphi_y). \quad (6)$$

利用参考圆可得到小球速度的表达式

$$v_x(t) = -A_x \omega \sin(\omega t + \varphi_x), \quad (7)$$

$$v_y(t) = -A_y \omega \sin(\omega t + \varphi_y). \quad (8)$$

将如下初始条件

$$x(0) = l, \quad (9)$$

$$y'(0) = \frac{mg}{k} = \frac{l}{4}, \quad (10)$$

$$v_x(0) = 0, \quad (11)$$

$$v_y(0) = -\frac{\sqrt{gl}}{2}, \quad (12)$$

代入(5)至(8)式, 可解得振幅 A_x 和 A_y 及位相 φ_x 和 φ_y . 再利用 $\omega = \sqrt{k/m} = 2\sqrt{g/l}$, 上述振动方程和速度表达式可用已知量表示为:

$$x(t) = l \cos\left(2\sqrt{\frac{g}{l}}t\right), \quad (13)$$

$$y'(t) = \frac{\sqrt{2}}{4}l \cos\left(2\sqrt{\frac{g}{l}}t + \frac{\pi}{4}\right), \quad (14)$$

$$v_x(t) = -2\sqrt{gl} \sin\left(2\sqrt{\frac{g}{l}}t\right), \quad (15)$$

$$v_y(t) = -\sqrt{\frac{gl}{2}} \sin\left(2\sqrt{\frac{g}{l}}t + \frac{\pi}{4}\right), \quad (16)$$

由(16)式可求出小球速度沿 y 方向分量第一次为零的时刻, 即 $v_y(t_0) = 0$, 其中

$$t_0 = \frac{3\pi}{8}\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (17)$$

此后, 如果小球沿 y 方向的振动没有中断, 当小球沿 y 方向的振动到达最大振幅处时, (16)式右端便等于零. 然而, 按(16)式右端等于零所求出的其他时刻并不是满足题意的解; 因为在按(16)式右端等于零求出的稍后时刻之前, 小球将和 B 钉发生碰撞, 碰撞时刻为

$$t_c = \frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (18)$$

此时, 按(13)和(14)两式可知

$$x(t_c) = l \cos\left(2\sqrt{\frac{g}{l}}t_c\right) = l \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0, \quad (19)$$

$$y(t_c) = \frac{\sqrt{2}}{4}l \cos\left(2\sqrt{\frac{g}{l}}t_c + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{mg}{k} = \frac{\sqrt{2}}{4}l \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{l}{4} = 0. \quad (20)$$

这恰好是 B 钉的位置. 这样, 小球将在 $t = t_c$ 时和 B 钉发生完全非弹性碰撞, 碰撞后小球速度为零; 由于碰撞过程时间极短, t_c 时刻就是小球速度沿 y 方向分量第二次为零的时刻. 碰

撞后小球并不和 B 钉粘连,所以小球将沿 y 方向作一维的简谐振动,由(4)式可知此振动周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{4g}}. \quad (21)$$

每经过半个振动周期 T ,都会出现速度为零的情况(此时自然有 $v_y=0$).这样,除(17)和(18)式确定的前两个特定时刻之外,每当

$$t_n = t_c + n\frac{T}{2} = \left(n + \frac{3}{2}\right)\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (22)$$

时,小球速度都为零,因而其沿 y 方向的速度分量也为零.

二、1. 将固连于杆的 A, B 和 C 三端的小球分别称为 A, B 和 C 球. 由于杆的质量可忽略,则三小球所受桌面支持力的大小都等于其重力. 这一结论可通过如下方法证明: 以 B 球为例,将 B 球连同一小段杆隔离出来作为研究对象,分析其在竖直方向的受力情况. 它受小球重力和桌面支持力,这两个力的作用线过小球和桌面接触点并垂直于桌面,如果这两个力大小不相等,则该研究对象在杆截面处必存在非零的沿竖直方向的力,才能满足在竖直方向力的平衡方程. 然而,如果存在这样的力,则相对于小球球心,该研究对象的力矩不为零,这违反研究对象的力矩平衡条件,因此,桌面支持力必等于小球重力. 根据如上分析,三小球所受最大静摩擦力的大小都为

$$f_{\max} = \mu mg. \quad (1)$$

体系由静止向运动转变的临界状态可能存在两种不同的情况. 第一种情况是两个小球所受摩擦力的大小已达到 f_{\max} ,而第三个小球尚未达到 f_{\max} . 这种临界状态对应着体系将绕第三个小球转动. 第二种情况为三小球所受摩擦力的大小都已达到 f_{\max} ,这种临界状态意味着体系将发生平移或绕三小球以外的某点转动,也可以是平动和转动的合成运动,总之这是一种对应着三小球都将开始运动的临界状态.

可以论证所谓的第一种临界状态是不合理的. 换言之,这种临界状态是不可能发生的. 为证明这种观点,可设 B 和 C 球所受摩擦力已达到 f_{\max} ,而 A 球摩擦力尚未达到该值,在此基础上如果再稍增加推力,一种可能是 B 和 C 球仍保持静止,但是 A 球的摩擦力值随之增加直到 f_{\max} ,但这就转变成第二种临界状态了. 另一种情况是 A 球摩擦力虽未达到 f_{\max} ,但也不再增加,而 B 和 C 球已开始运动,此时 A 球必为体系的转动中心, B 和 C 球处于绕 A 转动的临界状态. 由于在该临界状态系统仍静止,所以在水平桌面内系统所受外力的矢量和为零,用矢量形式表示为

$$f_A + f_B + f_C = 0,$$

上式左边的三个力分别为 A, B 和 C 球所受的静摩擦力. B 和 C 球的摩擦力大小为 $f_B = f_C = f_{\max}$,其方向垂直于两小球到 A 球的连线. 将(1)式正交分解,可求得 A 球所受的摩擦力大小为

$$f_A = \sqrt{2}f_{\max} > f_{\max}. \quad (2)$$

f_A 已超过最大静摩擦力 f_{\max} ,这意味着 A 球不可能处于静止状态,所以这种临界状态不可能出现. 同理可知,体系分别绕 B 或 C 球开始转动的临界状态也不可能出现,因为这样的状态对应的 B 或 C 球的摩擦力为

$$f_{B,C} = \sqrt{2 + \sqrt{2}}f_{\max} > f_{\max}, \quad (3)$$

可见该值也超过了最大静摩擦力. 综上所述,在体系由静到动的临界状态三小球所受摩擦力都

达到最大摩擦力 f_{\max} .

2. 用 G 表示转轴在 AD 杆上的位置, 用 F 表示推力的大小, 在体系绕转轴刚好开始转动的临界状态, 桌面对 A, B, C 三球的最大静摩擦力(大小均为 μmg)的方向分别和连线 GA, GB, GC 垂直, 如图 2 所示. 并且它们对 G 点的总力矩刚好和外力矩相平衡. 设 G 点与 D 点的距离为 xa , 则力矩平衡方程为

$$\mu mg(2\sqrt{x^2 a^2 + a^2} + a - xa) = \frac{Fa}{2}. \quad (4)$$

此式可进一步整理为

$$3x^2 - 2\left(\frac{F}{2\mu mg} - 1\right)x + 4 - \left(\frac{F}{2\mu mg} - 1\right)^2 = 0, \quad (5)$$

这个方程有实根的条件是

$$\left(\frac{F}{2\mu mg} - 1\right)^2 \geq 12 - 3\left(\frac{F}{2\mu mg} - 1\right)^2. \quad (6)$$

上式简化为

$$F \geq 2(\sqrt{3} + 1)\mu mg, \quad (7)$$

这意味着只有 F 满足如上条件时, 才能在 AD 杆上找到一个转轴位置而使体系运动起来. 换言之,

$$F = 2(\sqrt{3} + 1)\mu mg \quad (8)$$

是推动该体系转动的最小推力, 将上式代入(5)式, 可求出

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad (9)$$

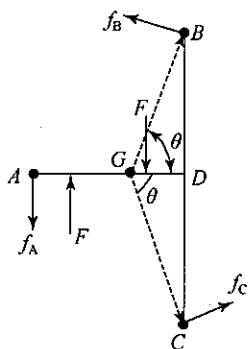


图 2

三、1. 以柱体中轴线与开始时刻链条端点所在水平线的相交点为原点, 建立坐标系 Oxy , 如图 3 所示. 链条可视为质点组. 设在链条运动的某时刻, 其右侧端点相对其开始时位置已下降了一定的距离 y , 而链条左侧端点则相应上升了同样的距离. 首先分析此时链条的受力情况. 除受自身重力外, 链条还受到柱体半圆形表面的支持力. 在柱体上部半圆形表面上的任意点, 该支持力必沿半径向外方向, 用 N_i 表示. 链条受到的支持力是方向随其作用点而变化的力系, 简称支持力系.

链条质心的运动由它所受到的重力和支持力系决定. 为建立链条质心运动方程, 先分析链条质心位置 (x_c, y_c) 随其右侧端点 y 坐标的变化规律. 由如图 3 所示的几何关系, 可求得链条质心的坐标为

$$x_c = \frac{2R}{L}y + x_{c0}, \quad (1)$$

$$y_c = \frac{y^2}{L} + y_{c0}, \quad (2)$$

其中 (x_{c0}, y_{c0}) 是链条质心在开始时刻的位置, $L (= h + \pi R)$ 表示链条的总长度. 利用速度的定义, 可从(1)和(2)式求得质心的速度为

$$v_{cx} = \frac{2R}{L}v, \quad (3)$$

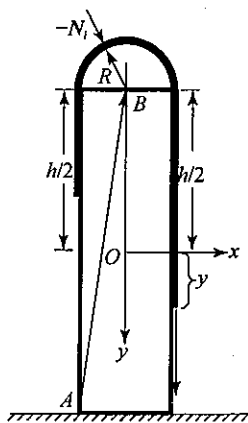


图 3

$$v_{cy} = \frac{(y + \Delta y)^2 - y^2}{L\Delta t} \approx \frac{2y\Delta y}{L\Delta t} = \frac{2y}{L}v, \quad (4)$$

其中 v 代表链条右端点速度(以向下为正向),其大小可由链条运动的机械能守恒关系求得.

在链条下滑过程中只有重力做功,所以机械能守恒

$$\left(\frac{m}{L}y\right)gy = \frac{1}{2}mv^2, \quad (5)$$

由此可知

$$v = \sqrt{\frac{2g}{L}y}, \quad (6)$$

式中已同时考虑了 v 的方向.

由加速度的定义,从(6)式可求出链条右侧端点的加速度

$$a = \frac{2g}{L}y. \quad (7)$$

[(7)式也可从链条满足的运动方程 $\rho|2y|(-g) = (L\rho)a$ 求出,其中 $\rho = m/L$.]

类似地,由加速度的定义,从(3)和(4)式出发,并利用(6)和(7)式,可求得链条质心运动的加速度

$$a_{cx} = \frac{4Rg}{L^2}y, \quad (8)$$

$$a_{cy} = \frac{8g}{L^2}y^2. \quad (9)$$

根据牛顿第二定律写出链条质心运动方程,可得到如下关系

$$\sum_i N_{ix} = ma_{cx}, \quad (10)$$

$$mg + \sum_i N_{iy} = ma_{cy}, \quad (11)$$

式中 $\sum_i N_{ix}$ 和 $\sum_i N_{iy}$ 分别为链条所受柱体的支持力系沿 x 和 y 方向的矢量和.

根据牛顿第三定律,柱体受到链条的压力力系沿 x 和 y 方向的矢量和分别为

$$F_x = -\sum_i N_{ix} \quad (12)$$

和

$$F_y = -\sum_i N_{iy}. \quad (13)$$

柱体受到自身重力、地面支持力 N_0 、地面摩擦力 f 和链条的压力力系的作用,如果柱体尚未滑动和倾倒,则由力的平衡条件知

$$f + F_x = 0, \quad (14)$$

$$N_0 + F_y + mg = 0, \quad (15)$$

柱体发生滑动的临界条件为

$$|f| = \mu |N_0|. \quad (16)$$

将(8)至(15)式代入上式,可求得柱体在地面上刚好发生滑动时坐标 y 所满足的方程为

$$4y^2 + \frac{2R}{\mu}y - L^2 = 0, \quad (17)$$

其解应在 $(0, h/2]$ 区间内,即

$$0 < y_{\text{滑}} = \frac{R}{\mu} \frac{\sqrt{4\mu^2 \left(\frac{h}{R} + \pi\right)^2 + 1} - 1}{4} \leq \frac{h}{2}, \quad (18)$$

由此可知

$$\mu \leq \frac{h}{\pi(2h + \pi R)}. \quad (19)$$

这是在链条下滑过程中,在链条右端接触地面之前,柱体能在地面上滑动的条件.

2. 另一方面,由(8),(10),(12)式可知,链条在下滑过程中作用于柱体的水平方向的压力 F_x 方向向左,所以柱体可能向左倾倒. 倾倒的临界条件为地面支持力的作用点移至柱体左下角的 A 点,同时其他力相对于该点的力矩之和刚好为零. 链条对柱体的压力力系对 A 点的力矩的值(沿顺时针方向为正)可写为

$$\tau_N = \sum_i [(Q_x + R_{ix})(-N_{iy}) - (Q_y + R_{iy})(-N_{ix})], \quad (20)$$

上式中 $Q_x = R$ 和 $Q_y = -h$ 分别代表由 A 指向半圆圆心 B 的位矢的 x 和 y 分量, R_{ix} 和 R_{iy} 分别代表由 B 指向半圆上点 i 的半径矢量 \mathbf{R}_i 的 x 和 y 分量. 由于柱体在其半圆形表面上点 i 受到的压力 $-N_i$ 沿半径方向,所以有

$$\frac{R_{ix}}{R_{iy}} = \frac{(-N_{ix})}{(-N_{iy})}, \quad (21)$$

因此(20)式可化简为

$$\tau_N = RF_y + hF_x. \quad (22)$$

在柱体刚好能倾倒的临界状态下,相对于柱体 A 点的力矩平衡条件为

$$\tau_N + mgR = 0. \quad (23)$$

由(8)至(11)式可算得力矩 τ_N ,再利用(9),(11),(13),(15)式,上式成为

$$\left(1 - \frac{8y^2}{L^2}\right)mgR - \frac{4mgRy}{L^2}h + mgR = 0, \quad (24)$$

此即

$$4y^2 + 2hy - L^2 = 0. \quad (25)$$

这是柱体刚好能倾倒时坐标 y 所满足的方程,其解应在 $(0, h/2]$ 区间内,即

$$0 < y_{\text{倾}} = h \frac{\sqrt{4\left(\pi \frac{R}{h} + 1\right)^2 + 1} - 1}{4} \leq \frac{h}{2}, \quad (26)$$

由此可知

$$R \leq \frac{\sqrt{2}-1}{\pi}h. \quad (27)$$

这是在链条下滑过程中,在链条右端接触地面之前,柱体能向一侧倾倒的条件.

3. 为使柱体滑动先于倾倒发生,应有

$$y_{\text{滑}} < y_{\text{倾}}. \quad (28)$$

将(18)和(26)式中 $y_{\text{滑}}$ 和 $y_{\text{倾}}$ 的表达式代入上式得

$$\frac{R}{\mu} - h > \sqrt{\left(\frac{R}{\mu}\right)^2 + 4L^2} - \sqrt{h^2 + 4L^2}, \quad (29)$$

两边同乘以 $\sqrt{(R/\mu)^2 + 4L^2} + \sqrt{h^2 + 4L^2}$ 得

$$\left(\sqrt{\left(\frac{R}{\mu}\right)^2 + 4L^2} + \sqrt{h^2 + 4L^2}\right)\left(\frac{R}{\mu} - h\right) > \left(\frac{R}{\mu} + h\right)\left(\frac{R}{\mu} - h\right),$$

显然

$$\left(\sqrt{\left(\frac{R}{\mu}\right)^2 + 4L^2} + \sqrt{h^2 + 4L^2}\right) > \left(\frac{R}{\mu} + h\right),$$

此结果可进一步化简为

$$\mu < \frac{R}{h}. \quad (30)$$

这就是在链条开始下滑直至其右端接触地面之前的过程中,柱体若既能在地面上滑动,也能向一侧倾倒,使柱体滑动先于倾倒的条件.

四、解法一:

按照“两球不发生碰撞且都不会从桌面掉落的前提下尽量减小圆桌面面积”这个要求,可以推断出两球的质心应该保持不动.在初始时刻,质心在两球球心的连线上,与A球球心和B球球心的距离分别是

$$\frac{4m}{m+4m}4a = \frac{16a}{5}, \quad (1)$$

$$\frac{m}{m+4m}4a = \frac{4a}{5}. \quad (2)$$

在此后的任何时刻,如果两个球心之间的距离为 l ,那么A球球心到质心的距离是 $4l/5$,B球球心到质心的距离是 $l/5$.

按题意,两球之间的相互作用力是库仑吸引力,即

$$f = k_e \frac{-4Q^2}{r_{AB}^2}.$$

在质心系中,若用 \hat{r}_{AC} 和 \hat{r}_{BC} 分别表示质心到A球心和B球心方向的单位矢量,A球和B球的运动方程分别为

$$ma_A = k_e \frac{-4Q^2}{\left(\frac{5}{4}r_{AC}\right)^2} \hat{r}_{AC}, \quad (3)$$

$$4ma_B = k_e \frac{-4Q^2}{(5r_{BC})^2} \hat{r}_{BC}, \quad (4)$$

(3)和(4)式表明A球和B球都在质心系中作椭圆运动.

为了使两球的运动轨道覆盖尽量小的面积,球心距的初始值 $4a$ 应该是它的最大值;最小距离只能是两球的半径之和 $2a$.所以,初始时,A球和B球分别处在其椭圆轨道的远日点,距质心的距离分别为 $16a/5$ 和 $4a/5$;A球和B球处在其椭圆轨道的近日点时,距质心的距离分别为 $8a/5$ 和 $2a/5$.

A球椭圆轨道的半长轴和半短轴分别是

$$r_a = \frac{1}{2} \left(\frac{16a}{5} + \frac{8a}{5} \right) = \frac{12}{5}a, \quad (5)$$

$$r_b = \sqrt{\frac{16a}{5} \times \frac{8a}{5}} = \frac{8\sqrt{2}}{5}a; \quad (6)$$

B球椭圆轨道的半长轴和半短轴分别是

$$r'_a = \frac{1}{2} \left(\frac{2a}{5} + \frac{4a}{5} \right) = \frac{3}{5}a, \quad (7)$$

$$r'_b = \sqrt{\frac{2a}{5} \times \frac{4a}{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}a, \quad (8)$$

所以 A 球的椭圆轨道大于 B 球的椭圆轨道。

由于两球的质心不动,在任何时刻 A 球速度与 B 球速度应满足

$$v_A = 4v_B,$$

但方向相反.在初始时刻两球相距最远,所以它们的初始速度的方向一定要和两球球心的连线垂直.在质心系中,设 B 球的初始速度为 v_{B0} ,那么 A 球的初始速度就是

$$v_{A0} = 4v_{B0}.$$

当两球相距 $2a$ 时,B 球和 A 球的速度分别为 v_{B1} 和 $v_{A1} = 4v_{B1}$,它们的方向也和那时两球球心的连线相垂直.按角动量守恒,在这两个时刻两球相对于质心的总角动量必相等,所以

$$m(4v_{B0}) \frac{16a}{5} + 4mv_{B0} \frac{4a}{5} = m(4v_{B1}) \frac{8a}{5} + 4mv_{B1} \frac{2a}{5}, \quad (9)$$

由此解得

$$v_{B1} = 2v_{B0}. \quad (10)$$

按能量守恒,在这两个时刻两球总能量(动能加势能)必相等,所以

$$\frac{1}{2}m(4v_{B0})^2 + \frac{1}{2}(4m)v_{B0}^2 - \frac{k_c 4Q^2}{4a} = \frac{1}{2}m(4v_{B1})^2 + \frac{1}{2}(4m)v_{B1}^2 - \frac{k_c 4Q^2}{2a}. \quad (11)$$

将(10)式代入(11)式中即可解出

$$v_{B0} = \sqrt{\frac{k_c Q^2}{30ma}}, \quad v_{A0} = 4\sqrt{\frac{k_c Q^2}{30ma}}. \quad (12)$$

由前面的分析可知,最小的圆桌面范围由 A 球的运动划定,在质心系中,它的运动轨道是以质心为力心、长半轴为 $12a/5$ 、短半轴为 $8\sqrt{2}a/5$ 的椭圆,所以两球都不会从桌面掉落的圆桌面的最小半径 R_{\min} 为

$$R_{\min} = \frac{12}{5}a. \quad (13)$$

解法二:

按题意,两球之间的相互作用力是库仑吸引力,即

$$f = k_c \frac{4Q^2}{r_{AB}^2}.$$

用 \hat{r}_{AB} 表示 B 球心到 A 球心方向的单位矢量,A 球和 B 球的运动方程是

$$ma_A = k_c \frac{4Q^2}{r_{AB}^2} \hat{r}_{AB}, \quad (1)$$

$$4ma_B = k_c \frac{4Q^2}{r_{AB}^2} \hat{r}_{AB}, \quad (2)$$

所以

$$\frac{4m}{5}(a_A - a_B) = k_c \frac{4Q^2}{r_{AB}^2} \hat{r}_{AB}. \quad (3)$$

这表明,两球的相对运动类似于天体在万有引力作用下的运动,它们不发生碰撞、且不无限远离的一般情形是相对作椭圆运动.若以 A 球心为原点建立平动参考系,则 B 球作椭圆运动.

按照“两球不发生碰撞且都不会从桌面掉落的前提下尽量减小圆桌面面积”这个要求,可以推断出两球的质心应该保持不动.为了使两球的运动轨道覆盖尽量小的面积,两球球心距离的初始值 $4a$ 应该是它的最大值,最小距离只能是两球的半径之和 $2a$.在初始时刻两球相距最远,所以它们的初始速度的方向一定要和两球球心的连线相垂直.

设初始时刻 A 和 B 球相对桌面的速度分别为 v_{A0} 和 v_{B0} ,则 B 球相对于 A 球的初速度为 $v = v_{B0} - v_{A0}$,初始时刻体系的能量为

$$E = \frac{1}{2} \frac{4mv^2}{5} - \frac{4k_e Q^2}{4a}. \quad (4)$$

由天体运动知识可知 B 球距离 A 球的最近和最远距离之和满足

$$r_{\min} + r_{\max} = -\frac{4k_e Q^2}{E}. \quad (5)$$

初始时刻两球球心距离的初始值 $4a$ 为两球最远距离情况,即 $r_{\max} = 4a$.利用(5)式得

$$\frac{1}{2} \frac{4mv^2}{5} = 4k_e Q^2 \left(\frac{1}{4a} - \frac{1}{4a + r_{\min}} \right). \quad (6)$$

当 $r_{\min} = 2a$ 时两球刚好相切,对应着两球发生碰撞的临界情况.可求得 B 球相对于 A 球的初速度为

$$v = \sqrt{\frac{5k_e Q^2}{6ma}}. \quad (7)$$

由于两球的质心必须相对于桌面静止,所以有

$$4v_{B0} - v_{A0} = 0, \quad (8)$$

再利用关系 $v = v_{B0} - v_{A0}$ 可求得两球相对于桌面的速度大小为

$$v_{A0} = 4v_{B0} = 4\sqrt{\frac{k_e Q^2}{30ma}}, \quad (9)$$

两速度都垂直于初始时刻的球心距,且两者方向相反.

初始时刻,质心在两球球心的连线上,与 A 球心和 B 球心的距离分别是

$$\frac{4m}{m+4m}4a = \frac{16}{5}a, \quad (10)$$

$$\frac{m}{m+4m}4a = \frac{4}{5}a. \quad (11)$$

如果两个球心之间的距离为 l ,那么 A 球球心到质心的距离是 $4l/5$,B 球球心到质心的距离是 $l/5$.结合(1)和(2)式可知在质心系,A 球和 B 球绕质心的运动轨迹也是椭圆.初始时,A 球和 B 球分别处在其椭圆轨道的远日点,距质心的距离分别为 $16a/5$ 和 $4a/5$;A 球和 B 球处在其椭圆轨道的近日点时,距质心的距离分别为 $8a/5$ 和 $2a/5$.

A 球椭圆轨道的半长轴和半短轴分别是

$$r_a = \frac{1}{2} \left(\frac{16a}{5} + \frac{8a}{5} \right) = \frac{12}{5}a, \quad (12)$$

$$r_b = \sqrt{\frac{16a}{5} \times \frac{8a}{5}} = \frac{8\sqrt{2}}{5}a; \quad (13)$$

B 球椭圆轨道的半长轴和半短轴分别是

$$r'_a = \frac{1}{2} \left(\frac{2a}{5} + \frac{4a}{5} \right) = \frac{3}{5}a, \quad (14)$$

$$r'_b = \sqrt{\frac{2a}{5} \times \frac{4a}{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}a, \quad (15)$$

所以 B 球的椭圆轨道在桌面上包含在 A 球绕质心的椭圆轨道之内. 最小的圆桌面范围由 A 球的运动轨道划定. A 球的运动轨道是以质心为力心、长半轴为 $12a/5$ 、短半轴为 $8\sqrt{2}a/5$ 的椭圆, 所以圆桌面的最小半径为 R_{\min} 为

$$R_{\min} = \frac{12}{5}a. \quad (16)$$

五、在切断圆线圈中的电流时, 变化的磁场将产生涡旋电场. 由对称性可知, 在圆盘边缘处涡旋电场场强的大小处处相等. 涡旋电场对单位正电荷的作用力在单位正电荷沿圆盘边缘运动一周过程中所做的功, 就是与圆盘边缘重合的闭合回路中的感应电动势. 若以 ϵ 表示感应电动势, E_c 表示圆盘边缘处涡旋电场场强的大小, 则有

$$\epsilon = 2\pi R E_c. \quad (1)$$

根据法拉第电磁感应定律, 感应电动势的大小为

$$\epsilon = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|, \quad (2)$$

式中 $\Delta\Phi$ 是在切断圆线圈电流过程中通过圆盘平面磁通量的改变量, Δt 为经历的时间. 由磁感应线的闭合性知道, 圆线圈磁场对圆盘的磁通量的大小等于通过圆盘以外的圆盘所在平面的磁通量, 但符号相反. 为了求出圆线圈磁场对圆盘以外的圆盘所在平面的磁通量, 先考察该磁场对半径为 r_i 与 r_{i+1} 之间的圆环的磁通量 Φ_i , 此磁通量可用 r_i 处的磁感应强度 $B = k_m \frac{2\pi a^2 I}{r_i^3}$ 与圆环面积 $2\pi r_i (r_{i+1} - r_i)$ 的乘积来表示, 即

$$\begin{aligned} \Phi_i &= k_m \frac{2\pi a^2 I}{r_i^3} 2\pi r_i (r_{i+1} - r_i) \\ &= 4\pi^2 k_m a^2 I \left(\frac{1}{r_i^2} \right) (r_{i+1} - r_i) \\ &\approx 4\pi^2 k_m a^2 I \frac{r_{i+1} - r_i}{r_{i+1} r_i} \\ &= -4\pi^2 a^2 k_m I \left(\frac{1}{r_{i+1}} - \frac{1}{r_i} \right). \end{aligned}$$

圆线圈磁场对圆盘以外的圆盘所在平面的磁通量

$$\Phi = \sum_i \Phi_i = \sum_i \left[-4\pi^2 a^2 k_m I \left(\frac{1}{r_{i+1}} - \frac{1}{r_i} \right) \right],$$

注意到 $r_1 = R, r_\infty = \infty$ 有

$$\Phi = \frac{4\pi^2 a^2 k_m I}{R}. \quad (3)$$

由于电流切断后, 磁场消失, 故通过圆盘的磁通量的变化量的大小

$$|\Delta\Phi| = \frac{4\pi^2 a^2 k_m I}{R}, \quad (4)$$

由 (1), (2), (4) 各式得

$$E_c = \frac{2\pi a^2 k_m I}{R^2 \Delta t}, \quad (5)$$

由楞次定律可知涡旋电场沿顺时针方向.

涡旋电场作用于第 i 个金属小球的力矩为

$$L_i = qE_c R = \frac{2k_m \pi a^2 q}{R} \frac{I}{\Delta t}, \quad (6)$$

方向垂直于圆盘面竖直向下. 涡旋电场作用于 4 个金属小球的合力矩

$$L = \sum_i L_i = \frac{8k_m \pi a^2 q}{R} \frac{I}{\Delta t}.$$

在圆线圈电流消失过程中, Δt 时间内涡旋电场作用于 4 个金属小球的合力矩的冲量为

$$L\Delta t = \frac{8k_m \pi a^2 q I}{R}. \quad (7)$$

根据角动量定理, 小球将获得角动量. 若金属小球绕固定转轴转动的角速度为 ω , 有

$$\frac{8k_m \pi a^2 q I}{R} = 4mR^2 \omega, \quad (8)$$

由(8)式得

$$\omega = \frac{2k_m \pi a^2 q I}{mR^3}. \quad (9)$$

由于金属小球固定在圆盘上, 故圆盘转动的角速度亦为 ω , 且沿顺时针方向转动.

金属小球转动时, 受到磁感应强度为 B_0 的磁场作用力的大小为

$$f_B = qB_0 R \omega = \frac{2k_m \pi a^2 q^2 B_0}{mR^2} I, \quad (10)$$

力的方向沿圆盘半径指向圆心.

4 个带电金属小球间存在静电相互作用力, 任一小球受到其他 3 个金属小球的静电力的合力为

$$f_e = q \left(k_e \frac{q}{4R^2} + k_e \frac{\sqrt{2}q}{2R^2} \right) = k_e \frac{q^2(1+2\sqrt{2})}{4R^2}, \quad (11)$$

此力方向沿圆盘半径由圆心向外.

以 f 表示圆盘在水平方向对金属小球的作用力的大小, 由牛顿第二定律有

$$f + f_B - f_e = m\omega^2 R, \quad (12)$$

由(9), (10), (11), (12)各式得

$$f = \frac{4k_m^2 \pi^2 a^4 q^2}{mR^5} I^2 + k_e \frac{q^2(1+2\sqrt{2})}{4R^2} - \frac{2k_m \pi a^2 q^2 B_0}{mR^2} I. \quad (13)$$

六、1. 设初始时两室气体的体积均为 V_0 , B 室中气体的摩尔数为 n_0 , 压强为 p_0 . 初始时 A 室气体压强是 $4P_0$, 因而 A 室气体的摩尔数为 $4n_0$. 把 A, B 室中的气体作为整体, 虽然活塞与气缸壁间存在摩擦, 但是摩擦力做功转换成热完全被 B 室中的气体吸收, 因而整个气体与气缸外界无能量交换. 因此 A 室中气体经历了绝热过程; B 室中的气体经历的过程并不是绝热过程. 活塞释放之后 A 室中气体的温度降低, 根据题意知其中的气体分子不会发生分解. B 室中的气体吸热, 温度可升高, 可能超过 kT_0 , 有可能发生分子分解. 设 A 室中气体的终态温度为 T_A , B 室中气体的终态温度 T_B . 并且假定活塞运动过程中有部分气体分子分解, B 室终态气体有 αn_0 摩尔分子分解. 按热力学第一定律

$$4n_0 C(T_A - T_0) + [(1 - \alpha)n_0] C(T_B - T_0) + 2\alpha n_0 C T_B - \alpha n_0 C T_0 + \alpha n_0 \phi = 0, \quad (1)$$

代入 $\phi = CT_0/10$, 上式化为

$$4T_A + (1 + \alpha)T_B = \left(5 - \frac{\alpha}{10}\right)T_0. \quad (2)$$

终态时两室气体的压强必相等, 设为 P , 并设终态时 A 和 B 室的体积分别为 V_A 和 V_B , 那么状态方程是

$$\frac{P_0V_0}{T_0} = n_0R, \quad \frac{PV_A}{T_A} = 4n_0R, \quad \frac{PV_B}{T_B} = (1 + \alpha)n_0R, \quad (3)$$

将它们代入(2)式得

$$4 \frac{PV_A}{4n_0R} + (1 + \alpha) \frac{PV_B}{(1 + \alpha)n_0R} = \left(5 - \frac{\alpha}{10}\right) \frac{P_0V_0}{n_0R}, \quad (4)$$

此即

$$P(V_A + V_B) = \left(5 - \frac{\alpha}{10}\right)P_0V_0, \quad (5)$$

由于气缸是刚性的, 有

$$V_A + V_B = 2V_0,$$

所以

$$P = \frac{1}{2} \left(5 - \frac{\alpha}{10}\right)P_0. \quad (6)$$

下面求 B 室末态的温度 T_B . 对 A 室气体有

$$4P_0V_0' = PV_A', \quad (7)$$

对 B 室气体有

$$P(2V_0 - V_A) = (1 + \alpha)n_0RT_B, \quad (8)$$

将(7)式代入(8)式, 并利用(6)式以及相关的状态方程, 得

$$T_B = \frac{5 - (\alpha/10)}{2(1 + \alpha)} \left[2 - \left(\frac{8}{5 - (\alpha/10)} \right)^{3/4} \right] T_0. \quad (9)$$

当 $\alpha = 0$ 时,

$$T_B = \frac{5}{2} \left[2 - \left(\frac{8}{5} \right)^{3/4} \right] T_0 = 1.44T_0, \quad (10)$$

因此

$$T_d \geq 1.45T_0. \quad (11)$$

2. 当 $\alpha = 10.0\%$ 时,

$$T_B = \frac{5 - 0.01}{2.2} \left[2 - \left(\frac{8}{5 - 0.01} \right)^{3/4} \right] T_0 = 1.30T_0, \quad (12)$$

而 $\alpha = \beta(T_B - T_d)$, 因此

$$T_d = T_B - \frac{\alpha}{\beta} = \left(1.30 - \frac{0.100}{2.00} \right) T_0 = 1.25T_0. \quad (13)$$

七、填空部分: 0.0375 8.25.

计算部分: 求凹球面镜的曲率半径 R .

如图 4 所示, 十字缝 S 向右移动到 Q 处, 经透镜 L 成像于 Q_1 处, 再经分束棱镜 abcd (相当于平板玻璃) 两次折射一定成像于凹球面镜的焦点 F 处, 此时经过凹球面镜反射的光才是平行光. 此平行光再经分束棱镜反射进入望远镜, 通过望远镜目镜看清楚十字缝的像成在分划板

中心十字叉丝线上.

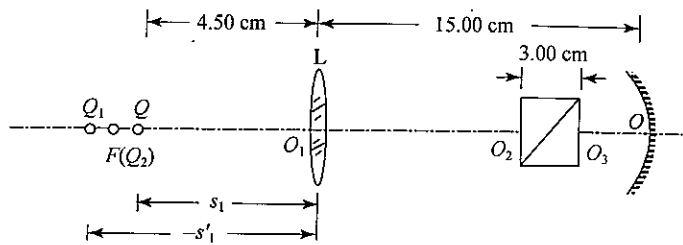


图 4

i) 求 Q 点经透镜 L 所成像 Q_1 点的位置.

由透镜物像距公式有

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_L}, \quad (1)$$

其中焦距 $f_L = 8.25 \text{ cm}$, 物距 $s_1 = (8.25 - 3.75) \text{ cm} = 4.50 \text{ cm}$, 代入上式解得像距

$$s'_1 = -9.90 \text{ cm} \quad (2)$$

ii) Q_1 处的像再经分束棱镜即相当于厚度为 t 、折射率为 n 的平板玻璃两次折射成像, 其像点 Q_2 的位置一定在凹球面镜的焦点 F 处, 求物点与像点之间的距离 $\overline{Q_1 F}$.

如图 5 所示, 从 Q_1 点发出的光线 $Q_1 G$ 两次折射后从 H 点射出, 其出射光线的反向延长线 HF 与光轴的交点为像点 Q_2 的位置, 即凹球面镜的焦点 F 处. 因为出射光线 HF 与入射光线 $Q_1 F$ 平行, 由几何关系有

$$\tan i = \frac{t \tan r}{t - \overline{Q_1 F}},$$

式中 i 和 r 分别是入射角和折射角. i 很小, 故有

$$\tan i \approx \sin i, \quad \tan r \approx \sin r.$$

于是有

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{t}{t - \overline{Q_1 F}},$$

即

$$\overline{Q_1 F} = \frac{n-1}{n} t. \quad (3)$$

将 $n = 1.52$ 和 $t = 3.00 \text{ cm}$ 代入(3)式得

$$\overline{Q_1 F} = 1.03 \text{ cm}. \quad (4)$$

iii) 凹球面镜的焦距为

$$f = \overline{FO} = -s'_1 - \overline{Q_1 F} + \overline{O_1 O} = 23.87 \text{ cm}. \quad (5)$$

iv) 凹球面镜的曲率半径为

$$R = 2f = 47.74 \text{ cm}. \quad (6)$$

八、电子绕原子核作匀速圆周运动, 设在某一允许的圆周轨道上, 电子的能量为

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - k_e \frac{e^2}{r}, \quad (1)$$

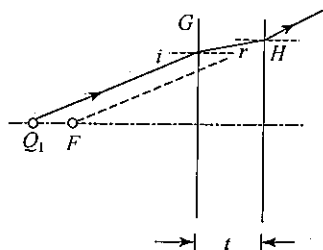


图 5

(1)式右端两项分别表示电子在该轨道上的动能和势能, r 为轨道半径. 原子核对该电子的库仑吸引力充当其圆周运动的向心力, 因而有

$$m_e \frac{v^2}{r} = k_e \frac{e^2}{r^2}. \quad (2)$$

氢原子圆周轨道的量子化条件为

$$m_e v r = n \hbar, \quad (3)$$

其中 n 取正整数.

联立(1),(2)和(3)式可得

$$E_n = -\frac{m_e k_e^2 e^4}{2n^2 \hbar^2}, \quad (4)$$

其中对电子能量引入了下标 n 用以表征不同轨道的电子能级. (4)式是在国际单位制中电子能级的表达式, 氢原子的基态对应于 $n=1$. 而在原子单位制中, (4)式右端可取 $m_e = \sqrt{k_e} e = \hbar = n = 1$, 所以有

$$1E_{\text{au}} = \left(\frac{m_e k_e^2 e^4}{\hbar^2} \right) \text{J}. \quad (5)$$

由(1)和(2)可得

$$E_1 = -k_e \frac{e^2}{2r_1}, \quad (6)$$

将(6)式和(4)式联立并运用于 $n=1$ 情况, 可得氢原子基态的轨道半径为

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2}, \quad (7)$$

由上式知, 在原子单位制中有

$$1L_{\text{au}} = r_1 = \left(\frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2} \right) \text{m}. \quad (8)$$

电子在基态轨道上的运动周期为

$$T = \frac{2\pi r_1}{v_1}, \quad (9)$$

其中电子在基态轨道上的运动速度为

$$v_1 = \frac{\hbar}{m_e r_1}, \quad (10)$$

由(9)和(10)式可得时间的原子单位为

$$1T_{\text{au}} = \left(\frac{\hbar^3}{m_e k_e^2 e^4} \right) \text{s}. \quad (11)$$

实验部分试题

实验 测定金属丝材料的杨氏模量

一、概述

长度为 L 、截面积为 S 的均匀金属丝, 在受到拉力 F 时伸长 ΔL , 金属丝单位长度的伸长量 $\Delta L/L$ 叫做应变, 金属丝单位截面积所受的外力 F/S 叫做胁强. 胡克定律指出: 在弹性限度内, 应变与胁强成正比, 其比例系数 E 叫做杨氏模量, 即

$$E = \frac{FL}{S\Delta L}$$

二、实验目的

用伸长法测量待测金属丝的杨氏模量 E , 其中金属丝长度 L 和伸长量 ΔL 分别用电学和光学方法测出.

三、实验器材(参见封3彩图)

1. 杨氏模量测量仪及其附件.

杨氏模量测量仪 1 台; 砝码 7 个; 与光杠杆 b 连接的平面反射镜 1 个(角度已调整为与光轴成近似 45° , 平面反射镜下面配有小铅坠以确定平面反射镜在光导轨上的位置).

注意: 待测金属丝 L_2 已固定在杨氏模量仪的铁架上, 不要移动或撞动铁架.

2. 组装式双臂电桥 1 套(请仔细阅读附件中“关于双臂电桥的说明”)

3. 光具座及可用的光学附件.

光具座 1 个(已调好水平, 位置固定在实验台面上, 请勿移动); 滑块 5 个(其中可横向微调的二维滑块 3 个); 凸透镜 1 个; 平面反射镜 1 个(角度已调整为与光轴成近似竖直); 孔屏 1 个; 测微目镜 1 个(量程为 8 mm); 半导体激光器 1 个(固定在光具座顶端, 高度已固定, 方位和俯仰角可微调); 读数用小放大镜(带照明) 1 个.

4. 各光学元件均需在光具座上调节共轴(参见图 1), 除激光器和光杠杆平面反射镜的位置不变外, 其他光学元件位置依测量需要摆放.

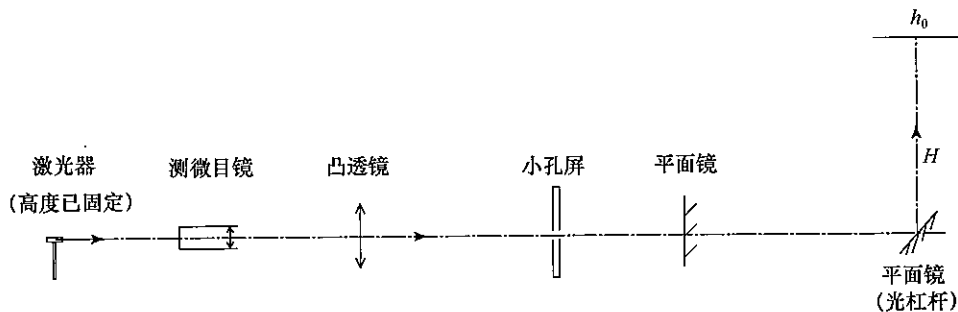


图 1 各光学元件需调节共轴

5. 由相同材料制成且直径相同的两段金属丝 L_1 和 L_2 , 其中 L_1 固定在四端电阻的架子上, 标有“P”的是电压接头, 标有“C”的是电流接头; 待测金属丝 L_2 固定在杨氏模量仪的铁架上, 已接有测量电阻的连线且下端已作绝缘处理, 红色导线连接电压端, 黄色导线连接电流端.

6. 顶棚上画有“工”字型刻线作为镜尺组的“标尺”, 平行于导轨方向的刻线可用于光路调整, 垂直于导轨方向的刻线 A, B, C, D, E 的间距值已知.

四、注意事项

1. 眼睛不要直视激光.
2. 激光束的平行性很好, 其宽度忽略不计.
3. 不要把光学器件从滑块或支架上拆下, 不要用手触摸光学器件表面, 损坏仪器后果自负.
4. 拆装滑块时, 必须双手拿住滑块底部并置于光导轨里侧, 以免滑落或不小心中地造成伤害.

5. 调整光杠杆的 b 值时, 注意不要把反射镜从架子上解下来, 要轻拿轻放, 防止摔坏磕破.
6. 增减砝码时要轻拿轻放, 防止弄断金属丝或金属丝颤动造成读数困难.
7. 只能采用实验室提供的器材进行测量.
8. 在解答每个问题时, 需写明原理和测量方法, 给出必要的测量光路示意图(或电路图)以及测量公式.
9. 写出必要的实验操作步骤和调节方法.
10. 电路安全检查: 连接好电路后, 必须经老师检查, 确认安全后, 方可接通电源.
11. 实验完毕时, 不要关闭激光器电源及双臂电桥的电源、检流计电源.
12. 实验结束后, 要把各元件放回原位, 经监考老师检查仪器无损坏并复查数据后, 方可离开.

五、可能用到的数据

1. 重力加速度 $g=9.8048 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
2. 金属丝 L_1 的有效长度 $L_1=453.0 \text{ mm}$, 直径 $d=0.305 \text{ mm}$.
3. 每个砝码质量 $m=1.000 \text{ kg}$.
4. 顶棚上标尺刻线 A, B, C, D, E 的间距值为 $AB=BC=CD=DE=70.00 \text{ mm}$, 其余 a_1, a_2, a_3, \dots , 间距值未知.
5. 请同学参照图 2(所给 1:1 图), 将光杠杆的后足至两前足连线的距离调整为 $b=76.00 \text{ mm}$, 并固定.

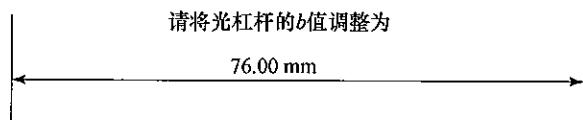


图 2

六、实验内容

1. 用电学方法测量待测金属丝 L_2 的长度

(1) 双臂电桥电原理图如图 3 所示. 请在图上标出各支路电流, 导出 R_x 的最简表达式, 并说明在什么条件下等效电阻 r 对测量 R_x 值没有影响?(可申请提示卡 1, 内有 R_x 的最简表达式, 但扣分.)

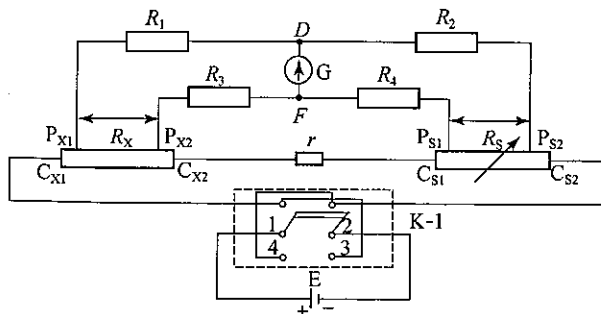


图 3 双臂电桥电原理图

(2) 测量四端电阻架子上的金属丝 L_1 的电阻值 R_{x1} , 其电阻值约 $1\ \Omega$ 量级.

(3) 测量待测金属丝 L_2 的电阻值 R_{x2} , 其电阻值约为 $1\ \Omega$ 量级.

注意: 测 R_{x2} 时, 要把光杠杆的反射镜移开, 以防止待测金属丝 L_2 下端与铁架子之间短路.

(4) 计算待测金属丝 L_2 的长度值 L_2 . (可申请提示卡 2, 内有 R_{x1} , R_{x2} 值和长度值 L_2 , 但扣分.)

2. 用光学方法测量待测金属丝 L_2 的伸长量 ΔL .

(1) 利用光杠杆原理, 导出待测金属丝 L_2 的伸长量 ΔL 与其他可测量量的关系式.

(2) 测量透镜焦距 f . (可申请提示卡 3, 内有 f 值, 但扣分.)

(3) 测量光轴到顶棚的距离 H .

提示: 由凸透镜成像规律可知, 当物距远大于透镜的焦距 f 时, 物距的较大改变而引起的像距改变很小. 所以, 通过测量像距去计算物距, 会有很大的误差. (可申请提示卡 4, 内有 H 值, 但扣分.)

(4) 测量待测金属丝 L_2 在改变 2 个砝码时的伸长量 ΔL .

从 7 个砝码开始, 先减少 2 个砝码, 再增加 2 个砝码, 测出标尺的相关读数.

提示: 因标尺上刻线 A, B, C, D, E 的间距值很大, 故不能直接在标尺上读数.

3. 测量金属丝 L_2 的杨氏模量 E .

改变金属丝 L_2 下端悬挂的砝码数量. 从 $m = m_0 + 7\ \text{kg}$ 开始 (m_0 是托盘的质量), 先逐个减少砝码, 直至 $m = m_0 + 2\ \text{kg}$; 再从 $m_0 + 2\ \text{kg}$ 开始, 逐个增加砝码, 直至 $m = m_0 + 7\ \text{kg}$; 测出相关读数.

提示: 因标尺上刻线 A, B, C, D, E 的间距值很大, 故不能直接在标尺上读数.

用逐差法计算出每增减 $1\ \text{kg}$ 砝码时, 待测金属丝 L_2 的伸长量 ΔL , 并计算待测金属丝 L_2 的杨氏模量 E .

附: 关于双臂电桥的说明

在实际电路中, 导线不是理想导体, 存在电阻, 称为导线电阻; 接线点不是理想接触, 存在电阻, 称为接触电阻. 二者统称为等效电阻, 其阻值一般为 $10^{-5} \sim 10^{-2}\ \Omega$ 量级.

用单臂电桥 (又称惠斯通电桥) 测量中等电阻时, 忽略了等效电阻的影响; 但在测量 $1\ \Omega$ 以下的低电阻时, 等效电阻相对被测电阻来说不可忽略. 为避免等效电阻的影响, 引入了四端引线法, 组成了双臂电桥 (又称开尔文电桥), 是一种常用的测量低电阻的方法.

1. 四端引线法

测量中等阻值的电阻, 伏安法是比较容易的方法, 惠斯通电桥法是一种精密的测量方法, 但在测量低电阻时都发生了困难, 这是因为等效电阻的存在.

图 1 为伏安法测电阻的线路图, 待测电阻 R_x 两侧的接触电阻和导线电阻分别等效为等效电阻 r_1, r_2, r_3, r_4 . 通常电压表内阻较大, r_1 和 r_4 对测量的影响不大, 而 r_2 和 r_3 与 R_x 串联在一起, 被测电阻为 $r_2 + R_x + r_3$. 若 r_2 和 r_3 数值与 R_x 为相近数量级, 或超过 R_x , 则显然不能用此电路来测量 R_x .

若在测量电路的设计上改为如图 2 所示的电路, 将待测低电阻 R_x 两侧的接点分为两个电流接点 C-C 和两个电压接点 P-P, C-C 在 P-P 的外侧. 显然电压表测量的是低电阻 P-P 两端

之间一段(称有效长度)的电压,消除了 r_2, r_3 对 R_x 测量的影响.这种测量低电阻或低电阻两端电压的方法叫做四端引线法.低值标准电阻也是为了减小接触电阻和接线电阻而设有四个端钮.

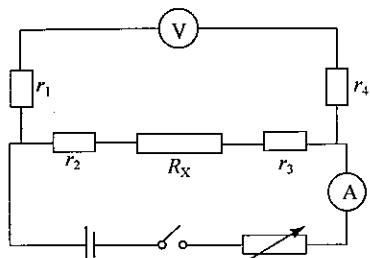


图1 伏安法测电阻

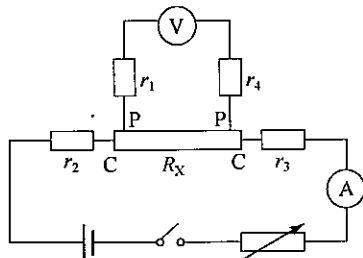


图2 四端引线法测电阻

2. 双臂电桥测量低电阻

6105型组装式双臂电桥电路如图3所示,其中 r 是等效电阻, $R_1 \sim R_4$ 为桥臂电阻; R_S 为可变标准电阻; R_x 为待测四端电阻; G 为直流检流计; E 为直流电源; $K-1$ 为电源换向开关;此外还有接线若干.

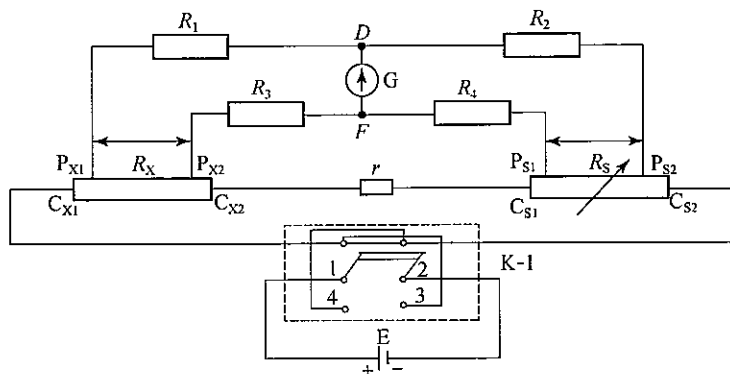


图3 双臂电桥电路图

3. 实验仪器的技术参数

- (1) 桥臂电阻4个: R_1, R_2, R_3 和 R_4 ,阻值可分别取 $100 \Omega, 1000 \Omega, 10\,000 \Omega$.
- (2) 可变标准电阻 R_S 有 C_1, C_2, P_1, P_2 四个引出端,由 $10 \times 0.01 \Omega + 10 \times 0.001 \Omega$ 组成,其中 $10 \times 0.001 \Omega$ 是一个100分度的划线盘.
- (3) 电源:1.5 V输出,电流随负载阻抗的变化而不同,最大电流1.5 A,由指针式2 A电流表指示输出电流大小.
- (4) 电流换向开关 $K-1$,具有“断”、“正向接通”、“反向接通”等3挡功能.
- (5) 检流计,用于指示电桥是否平衡,灵敏度可调.灵敏度不要过高,否则不易平衡,导致测量时间过长.
- (6) 总有效量程 $0.0001 \sim 11 \Omega$,量程可以自由设置.典型的整数倍的有效量程如表1所示:

表 1

量程倍率 M	有效量程/ Ω	测量精度/(%)
100	1~11	0.2
10	0.1~1.1	0.2
1	0.01~0.11	0.5
0.1	0.001~0.011	1
0.01	0.0001~0.0011	5

4. 操作步骤:

(1) 如图 3 所示接线. 将被测电阻 R_x 及可调标准电阻 R_s 按四端连接法, 与 R_1, R_2, R_3 和 R_4 连接, 注意 C_{x2}, C_{s1} 之间要用粗连线.

(2) 将电流换向开关 K-1 置“断”状态, 打开直流电源, 打开检流计电源, 预热 5 分钟.

(3) 调零: 检流计量程开关打到“调零”挡, 旋转“调零”旋钮, 使检流计指针指零.

(4) 补偿: 检流计量程开关打到“补偿”挡, 旋转“补偿”旋钮, 使检流计指针指零.

(5) 选择灵敏度: 各挡灵敏度从低到高依次为“非线性”、“10 mV”、“3 mV”、“1 mV”、“300 μ V”、“100 μ V”、“30 μ V”; 为保护检流计指针不被打坏, 检流计的灵敏度首先选择最低挡“非线性”, 待电桥初步平衡后再逐步增加灵敏度.

(6) 当改变检流计灵敏度, 或环境等因素变化时, 有时会引起检流计指针偏离原位. 因此在每次读数之前, 都应调节“调零”旋钮和“补偿”旋钮, 使检流计指零.

(7) 旋转标准电阻 R_s 读数盘, 使读数盘值为测量估计值.

(8) 将电流换向开关 K-1 扳向“正向接通”, 观察指针是否指零(注意: 测量低阻时, 工作电流较大, 由于存在热效应, 会引起被测电阻的变化. 所以电源应该间歇使用, 电源开关接通时间应尽量短. 能看清指针“动”或“不动”即可, 一般不超过 1 秒钟. 每次通电后, 要断电使被测电阻冷却 1 分钟, 再进行下次测量).

(9) 指针若不指零, 则回到步骤 7 至 8 重复进行, 直至指针指零.

(10) 增加检流计灵敏度, 重复步骤 6 至 9, 直至灵敏度挡位在“300 μ V”或“100 μ V”时, 检流计指针指零.

(11) 保持测量精度不变, 将电流换向开关 K-1 扳向“反向接通”, 重新微调划线读数盘, 使检流计指针重新指在零位上, 可视为电桥平衡. 这样做的目的是消减接触电势和热电势对测量的影响.

(12) 记录 R_1, R_2, R_3, R_4 和 R_s 值及灵敏度.

(13) 把检流计量程开关打到“表头保护”挡(本实验中, 不用关闭检流计电源和直流电源).

实验部分参考解答

实验 测定金属丝材料的杨氏模量

1. 用电学方法测量待测金属丝 L_2 的长度

(1) 双臂电桥电原理图上标出的各支路电流如图 1 所示.

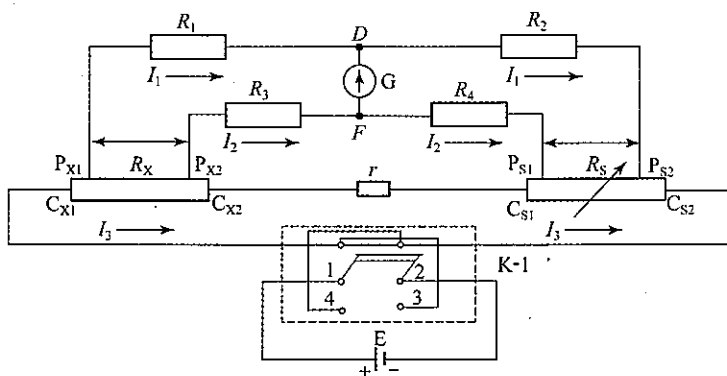


图1 双臂电桥电原理图

R_X 的最简式推导如下:

标定电流方向如图1. 当电桥平衡时, $I_G = 0$, 根据基尔霍夫定律可得

$$\begin{cases} I_1 R_1 = I_3 R_X + I_2 R_3, \\ I_1 R_2 = I_3 R_S + I_2 R_4, \\ (I_3 - I_2)r = I_2(R_3 + R_4). \end{cases} \quad (1)$$

联立求解, 得

$$R_X = \frac{R_1}{R_2} R_S + \frac{r R_4}{R_3 + R_4 + r} \left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4} \right). \quad (2)$$

当

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (3)$$

时, r 对测量 R_X 没有影响, 则得 R_X 的最简式为

$$R_X = \frac{R_1}{R_2} R_S. \quad (4)$$

(2) 如图1所示接线, 操作步骤如下:

- ① 将被测电阻 R_{X1} 及可调标准电阻 R_S 按四端连接法, 与 R_1, R_2, R_3 和 R_4 连接, 注意 C_{S1}, C_{X2} 之间要用粗短连线.
- ② 将电流换向开关 K-1 置“断”状态, 打开直流电源, 打开检流计电源, 预热 5 分钟.
- ③ 调零.
- ④ 补偿.
- ⑤ 检流计的灵敏度首先选择最低挡“非线性”, 待电桥初步平衡后再逐步增加灵敏度.
- ⑥ 电桥调节平衡后, 在读取测量电阻值之前, 应调节“调零”旋钮和“补偿”旋钮, 使检流计指零.
- ⑦ 旋转标准电阻 R_S 读数盘, 使读数盘值为测量估计值.
- ⑧ 将电流换向开关 K-1 扳向“正向接通”, 观察指针是否指零. (每次通电不超过 1 秒钟. 每次通电后, 要断电使被测电阻冷却 1 分钟, 再进行下次测量.)
- ⑨ 指针若不指零, 则回到步骤 7 至 8 重复进行, 直至指针指零.
- ⑩ 增加检流计灵敏度, 重复步骤 6 至 9, 直至灵敏度挡位在“ $100 \mu V$ ”时, 检流计指针指零.

⑪ 保持测量精度不变,将电流换向开关 K-1 扳向“反向接通”,重新微调划线读数盘,使检流计指针重新指在零位上,可视为电桥平衡,这样做的目的是消减接触电势和热电势对测量的影响。

⑫ 记录 R_1, R_2, R_3, R_4 和 R_s 值及灵敏度于表 1。

⑬ 把检流计量程开关打到“表头保护”挡,关检流计电源,关直流电源。

表 1 测量金属丝 L_1 的电阻 R_{x1} 单位: Ω

次数	R_1 和 R_3	R_2 和 R_4	$M=R_1/R_2$	R_s	电阻 R_{x1}	灵敏度(量程挡)	平衡时检流计的读数
1	10 000	100	100	0.011 99	1.199	100 μV	
2	10 000	100	100	0.011 98	1.198	100 μV	
3	10 000	100	100	0.011 99	1.199	100 μV	
平均值				0.011 987	1.1987		

$$R_{x1} = 1.1987 \Omega$$

(3) 测得数据记入表 2。

表 2 测 L_2 的的电阻 R_{x2} 单位: Ω

次数	R_1 和 R_3	R_2 和 R_4	$M=R_1/R_2$	R_s	电阻 R_{x2}	灵敏度(量程挡)	平衡时检流计的读数
1	10 000	100	100	0.018 38	1.838	100 μV	
2	10 000	100	100	0.018 37	1.837	100 μV	
3	10 000	100	100	0.018 37	1.837	100 μV	
平均值				0.018 373	1.8373		

$$R_{x2} = 1.8373 \Omega$$

(4) 由

$$R_{x1} = \rho \frac{L_1}{S}, \quad R_{x2} = \rho \frac{L_2}{S},$$

得

$$L_2 = \frac{R_{x2}}{R_{x1}} L_1. \quad (5)$$

即

$$L_2 = \frac{1.8373}{1.1987} \times 453.0 \text{ mm} = 694.33 \text{ mm}$$

2. 用光学方法测量待测金属丝 L_2 的伸长量 ΔL 。

(1) 利用光杠杆原理导出待测金属丝 L_2 的伸长量 ΔL 与其他可测量量的关系式。

① 光杠杆光路图及公式。

ΔL 的量值很小,需用光杠杆法测量。如图 2 所示,当金属丝在重力作用下伸长 ΔL 时,光杠杆的后足也随之下降 ΔL ,平面反射镜旋转 θ 角。当 $\Delta L \ll b$ 时,有

$$\theta = \frac{\Delta L}{b}, \quad (6)$$

其中 b 是光杠杆的后足至两前足连线的距离。

② 利用顶棚上的标记作为镜尺组的“尺”,导出待测金属丝 L_2 的伸长量 ΔL 与其他可测

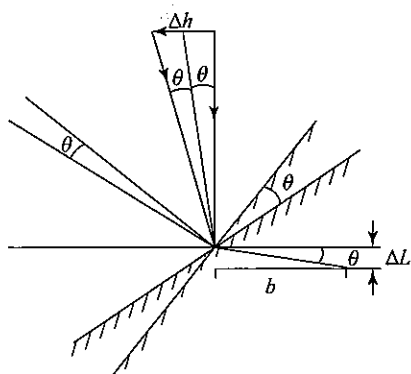


图2 光杠杆示意图

量量的关系式.

由凸透镜和测微目镜组成望远镜. 测微目镜叉丝原来对准顶棚标记上的位置为 h_0 , 平面反射镜转动 θ 角后, 根据光的反射定律, 反射线将旋转 2θ 角, 这时叉丝对准的新位置为 h_1 . $\Delta h = h_1 - h_0$. 当 $\Delta h \ll H$ 时, 有

$$2\theta = \frac{\Delta h}{H}, \quad (7)$$

其中 H 是光轴至顶棚上的标尺的距离.

由(6), (7)两式, 有伸长量

$$\Delta L = \frac{b\Delta h}{2H}, \quad (8)$$

其中 $\Delta h = h_1 - h_0$, 是不能直接测量的量, 但 Δh 通过透镜在测微目镜上成的像 $\Delta h'$ 是可测的, 并可导出 Δh 的公式.

③ 测量 Δh 的原理、光路图及公式.

如图3所示, 在光学系统满足准直条件下, 微调 45° 平面反射镜, 使激光经其反射后, 投射到顶棚标线 h_0 位置. 凸透镜与测微目镜组成望远测量系统, 即测微目镜的叉丝对准 h_0 位置. 在测微目镜上读出 h_0 的像的位置读数 h_1' .

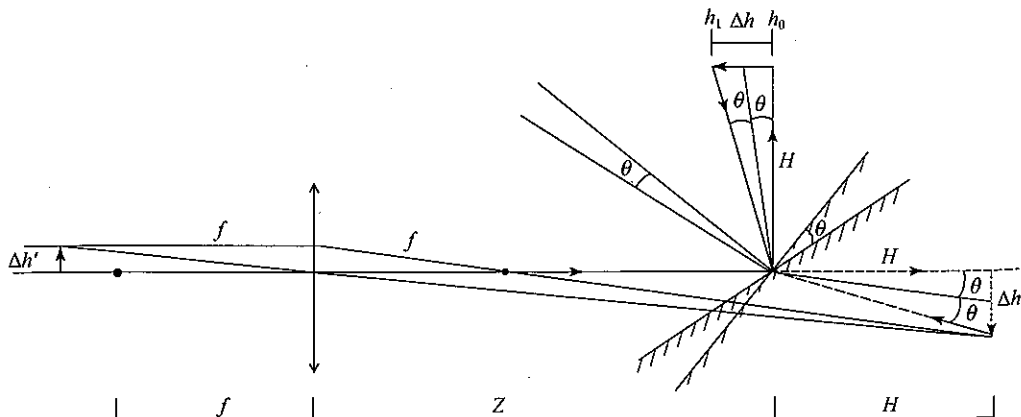


图3

因金属丝所受拉力改变而使杨氏模量仪上的 45° 平面反射镜改变 θ 角度, 测微目镜的叉丝则对准顶栅标线 h_1 位置. 拧动测微目镜鼓轮, 使叉丝对准 h_0 的像, 读数 h'_2 , 则 $\Delta h' = h'_2 - h'_1$. 由图 3 中几何关系, 有

$$\Delta h = \frac{(Z + H - f)\Delta h'}{f}, \quad (9)$$

其中 Z 是透镜至 45° 平面反射镜的距离, f 是透镜的焦距. 将 (9) 式代入 (8) 式, 得伸长量

$$\Delta L = \frac{b\Delta h}{2H} = \frac{b(Z + H - f)\Delta h'}{2Hf}, \quad (10)$$

可见, 要测出 ΔL 还需测出 f 和 H .

(2) 测量透镜焦距 f

① 测量 f 的光路图如图 4 所示.

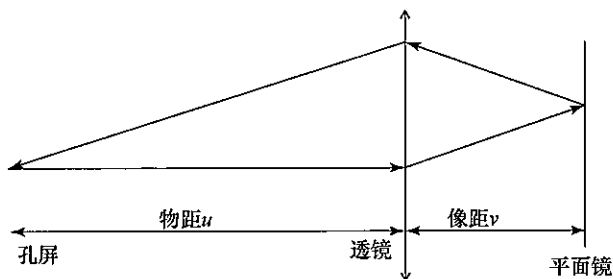


图 4 透镜焦距 f 测量光路示意图

在透镜共轴情况下, 首先使透镜横向移动离轴, 光线经透镜折射后由位于其后的平面反射镜反射, 再次经透镜回到孔屏上. 通过调整透镜、孔屏和平面反射镜彼此之间距离, 使光线回到孔屏的小孔中形成闭合的光线. 孔屏上小孔与平面反射镜上的光点可视为等效的物、像. 利用透镜成像公式

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}, \quad (11)$$

测量出物距、像距, 则可计算出透镜焦距 f .

② 测量 f 的实验步骤如下:

- i. 在光导轨放置激光器、孔屏、透镜、竖直反射镜, 调节共轴.
- ii. 微调滑块的水平方向, 使透镜水平方向离轴一段距离, 在保证实验现象明显、观察方便基础上, 注意离轴距离大小适当, 使其满足近轴成像条件.
- iii. 考虑到焦距测量准确性要求, 实验测量时采用孔屏和透镜位置固定, 只调整平面反射镜位置, 使从孔屏的小孔中射出的激光经透镜折射后再经平面反射镜反射后, 又再次经透镜折射回到孔屏上的小孔中, 形成闭合的光线.

iv. 从光导轨的标尺上读出孔屏位置、透镜位置和平面反射镜位置, 记录于表 3.

v. 为较好满足近轴成像条件, 采用物距 u 大于像距 v 的条件.

③ f 的测量数据及计算结果见表 3.

表3 凸透镜焦距 f 的测量数据及计算结果

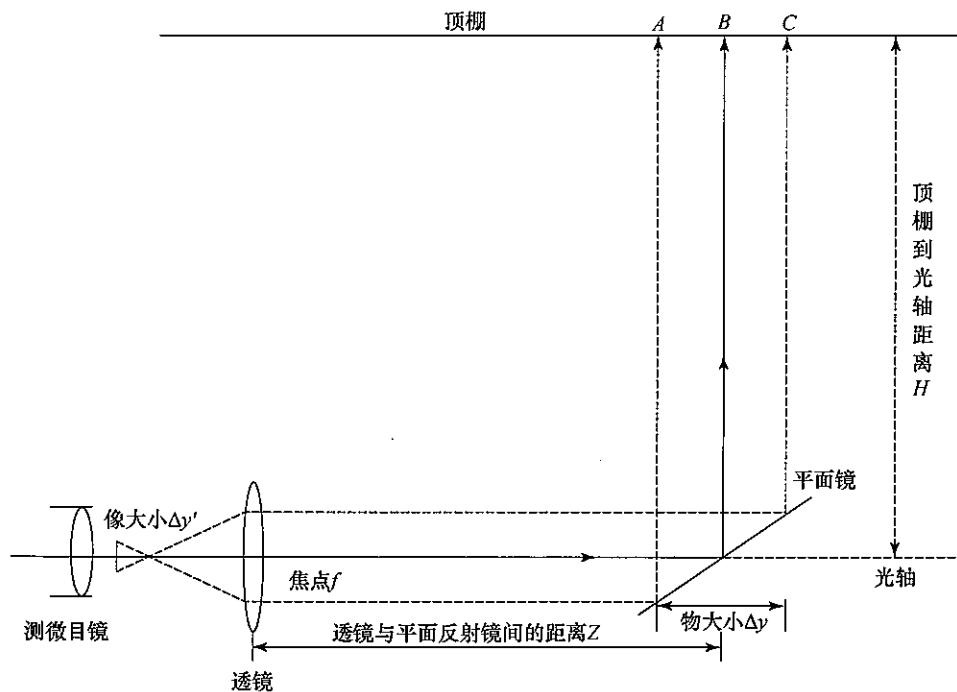
单位: mm

次数	孔屏位置	透镜位置	平面镜位置	等效物距 u	等效像距 v	焦距 f
1	217.0	577.1	756.1	360.1	179.0	119.6
2	217.0	576.3	756.1	359.3	179.8	119.8
3	217.0	577.3	756.1	360.3	178.8	119.5
4	217.0	576.0	756.1	359.0	180.1	119.9
5	217.0	575.9	756.1	358.9	180.2	120.0
均值						119.76

凸透镜焦距 $f=119.76$ mm.

(3) 测量光轴到顶棚的距离 H

① 图5为测量 H 的光路图

图5 测量 H 光路图

用测微目镜和凸透镜组成望远镜系统,利用杨氏模量仪上与光轴成 45° 的平面反射镜,观测天花板顶棚上目标 A, C 刻线(刻线间距 140 mm, 即物高 $\Delta y=140$ mm). 通过测量刻线目标物 Δy 在测微目镜里像的大小 $\Delta y'$, 以及透镜与平面反射镜距离 Z , 最后计算出距离 H .

由横向放大率公式,有

$$\frac{H+Z-f}{\Delta y} = \frac{f}{\Delta y'}, \quad (12)$$

可得

$$H = \frac{f\Delta y}{\Delta y'} - Z + f, \quad (13)$$

其中 H 为光轴到顶棚的距离, Z 为透镜与平面反射镜间的距离.

② 具体实验步骤如下:

- i. 调整测微目镜共轴, 调整方法与透镜共轴调节相同.
- ii. 调整测微目镜与透镜间距离, 使顶棚刻线成像清晰, 与叉丝无视差.
- iii. 记录透镜和平面反射镜在导轨上的位置, 得到透镜与平面反射镜距离 Z .
- iv. 以顶棚 A, C 刻线作为物 (即物高 $\Delta y = 140 \text{ mm}$), 在测微目镜中测量 Δy 所成像 $\Delta y'$ 的大小, 记录在表 4 中.

表 4 顶棚 A, C 刻线的像 $\Delta y'$ 测量数据

单位: mm

次数	像初值 $\Delta y'_1$	像末值 $\Delta y'_2$	像大小 $\Delta y'$
1	0.374	7.583	7.209
2	0.370	7.578	7.208
3	0.377	7.586	7.209
4	0.373	7.582	7.209
5	0.375	7.584	7.209
均值			7.2088

③ 测量数据及实验结果:

选取顶棚上 A, C 刻线作为物, 物高 $\Delta y = 140 \text{ mm}$.

按表 5,

$$H = \frac{f\Delta y}{\Delta y'} - Z + f = \left(\frac{119.76 \times 140}{7.2088} - 260.3 + 119.76 \right) \text{ mm} = 2185.3 \text{ mm}$$

表 5 计算顶棚到光轴距离 H

单位: mm

透镜位置 Z_1	平面镜位置 Z_2	透镜与平面镜距离 Z	物大小 Δy	像大小 $\Delta y'$	透镜焦距 f	顶棚到光轴距离 H
1257.2	1517.5	260.3	140	7.2088	119.76	2185.3

(4) 测量待测金属丝 L_2 改变 2 个砝码的伸长量 ΔL .

① 方法一:

$$\text{由(10)式, 得待测金属丝 } L_2 \text{ 伸长量 } \Delta L = \frac{b\Delta h}{2H} = \frac{b(Z+H-f)\Delta h'}{2Hf}.$$

方法二 (在不改变透镜位置 Z_1 、平面反射镜位置 Z_2 前提下):

由“ H 的测量”中已知此望远镜系统的放大倍数是 $(\Delta y/\Delta y')$, 因而

$$\Delta h = (\Delta y/\Delta y')\Delta h' = (140/7.2088)\Delta h' = 19.42\Delta h',$$

得待测金属丝 L_2 伸长量

$$\Delta L = \frac{b\Delta h}{2H} = \frac{b \times 19.42 \times \Delta h'}{2H}. \quad (14)$$

② 测量改变 2 个砝码时标线位置 h_0 像的位移量 $\Delta h'$.

从质量为 $m_0 + 7 \text{ kg}$ 开始, 调整 45° 平面反射镜, 使激光经其反射后, 对准顶棚标线位置 h_0 . 用测微目镜叉丝对准 h_0 成像位置, 读数为 h'_{11} ; 减少 2 个砝码, 记录顶棚标线位置 h_0 的像位置 h'_{12} ($=h'_{22}$); 再增加 2 个砝码至 $m_0 + 7 \text{ kg}$, 记录顶棚标线位置 h_0 的像位置 h'_{21} . 数据记录于表 6 中.

表6 标线位置 h_0 的像位移量 $\Delta h'$ 的测量

测量次数 i	砝码质量	减砝码标线 h_0 的像位置 h'_{i1} /mm	增砝码标线 h_0 的像位置 h'_{i2} /mm	$h'_i = (h'_{i1} + h'_{i2})/2$ /mm	每增减 2 个砝码标线位置 h_0 的像位移量 $\Delta h'$
1	$m_0 + 7$ kg	0.393	0.389	0.391	$\Delta h' = (3.113 - 0.391)$ mm $= 2.722$ mm
2	$m_0 + 5$ kg	3.113	3.113	3.113	

每改变 2 个砝码时标线位置 h_0 的像位置位移:

$$\Delta h' = (3.113 - 0.391) \text{ mm} = 2.722 \text{ mm}$$

③ 计算待测金属丝 L_2 改变 2 个砝码的伸长量 ΔL

方法一:

由(10)式得

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{b\Delta h}{2H} = \frac{b(Z+H-f)\Delta h'}{2Hf} = \frac{76.00 \times (260.3 + 2185.3 - 119.76) \times 2.722}{2 \times 2185.3 \times 119.76} \text{ mm} \\ &= 0.9192 \text{ mm} \end{aligned}$$

方法二(在不改变透镜位置 Z_1 、平面反射镜位置 Z_2 前提下):

由(14)式得

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{b\Delta h}{2H} = \frac{b \times 19.42 \times \Delta h'}{2H} = \frac{76.00 \times 19.42 \times 2.722}{2 \times 2185.3} \text{ mm} \\ &= 0.9192 \text{ mm} \end{aligned}$$

3. 测量金属丝 L_2 的杨氏模量 E .

(1) 杨氏模量测量原理

一长度为 L 、横截面积为 S 的均匀金属丝,受到沿长度方向上的外力 F 作用时,伸长量为 ΔL ,在弹性形变的限度内,根据胡克定律,其受到的拉伸应力 F/S 与伸长的应变 $\Delta L/L$ 成正比,即

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L}, \quad (15)$$

其中 E 为杨氏模量,

$$E = \frac{FL}{S\Delta L}. \quad (16)$$

(2) 从 $m = m_0 + 7$ kg 开始,调整平面反射镜,使激光经平面反射镜反射后,对准顶棚标线位置 h_0 .用测微目镜叉丝对准 h_0 成像位置,读数为 h'_{i1} ;以后每减少 1 个砝码均记录顶棚标线位置 h_0 的像位置 h'_{i1} ,直至 $m = m_0 + 2$ kg;以后开始逐个增加砝码,均记录顶棚标线位置 h_0 的像位置 h'_{i2} ,直至 $m = m_0 + 7$ kg.数据记录于表 7 中.

表7 标线位置 h_0 的像位移量 $\Delta h'$ 的测量

测量次数 i	砝码质量	减砝码标线 h_0 的像位置 h'_{i1} /mm	增砝码标线 h_0 的像位置 h'_{i2} /mm	$h'_i = (h'_{i1} + h'_{i2})/2$ /mm	每增减 1 kg 砝码标线位置 h_0 的像位移量 $\Delta h'$
1	$m_0 + 7$ kg	0.393	0.380	0.387	逐差法 $\Delta h' = \sum_{i=1}^3 (h'_{i+3} - h'_i) / 9$ $= 1.3644$ mm
2	$m_0 + 6$ kg	1.745	1.730	1.738	
3	$m_0 + 5$ kg	3.113	3.105	3.109	
4	$m_0 + 4$ kg	4.495	4.475	4.485	
5	$m_0 + 3$ kg	5.857	5.818	5.838	
6	$m_0 + 2$ kg	7.200	7.180	7.190	

用逐差法计算每增减 1 kg 砝码标线位置 h_0 的像位置位移 $\Delta h'$, 写出所用的公式, 代入数据, 算出结果:

$$\begin{aligned}\Delta h' &= \sum_{i=1}^3 (h'_{i+3} - h'_i) / 9 \\ &= (7.190 - 3.109 + 5.838 - 1.738 + 4.485 - 0.387) \text{ (mm)} / 9 \\ &= 1.3644 \text{ mm}.\end{aligned}$$

(3) 计算伸长量 ΔL , 写出所用的公式, 代入数据, 算出结果.

方法一: 由式(10),

$$\begin{aligned}\Delta L &= \frac{b\Delta h}{2H} = \frac{b(Z+H-f)\Delta h'}{2Hf} = \frac{76.00 \times (260.3 + 2185.3 - 119.76) \times 1.3644}{2 \times 2185.3 \times 119.76} \text{ (mm)} \\ &= 0.46077 \text{ mm}.\end{aligned}$$

方法二(在不改变透镜位置 Z_1 、平面反射镜位置 Z_2 前提下):

由(14)式:

$$\begin{aligned}\Delta L &= \frac{b\Delta h}{2H} = \frac{b \times 19.4208 \times \Delta h'}{2H} = \frac{76.00 \times 19.4208 \times 1.3644}{2 \times 2185.3} \text{ (mm)} \\ &= 0.46077 \text{ mm}.\end{aligned}$$

(4) 计算 L_2 的杨氏模量 E , 写出所用的公式, 代入数据, 算出结果.

$$E = \frac{FL}{S\Delta L} = \frac{1 \times 9.8408 \times 694.33 \times 4}{3.14159 \times 0.308^2 \times 0.46077} \text{ (N/mm)}^2 = 1.99 \times 10^5 \text{ N/mm}^2.$$

附录一 历届全国中学生物理竞赛及我国参加的国际物理奥林匹克竞赛基本情况

第1~29届全国中学生物理竞赛的基本情况见表A-1.

表A-1 第1~29届全国中学生物理竞赛的基本情况

届次	预 赛		决 赛		
	时 间	参赛人数	时 间	地 点	参赛人数
1	1984年11月18日	43 079	1985年2月26日至3月2日	北京	76
2	1985年1月26日	52 925	1986年4月1日至5日	上海	104
3	1986年11月16日	58 766	1987年2月22日至25日	天津	105
4	1987年10月25日	57 523	1988年1月6日至10日	兰州	101
5	1988年10月23日	55 855	1989年1月6日至10日	广州	106
6	1989年10月8日	53 096	1989年12月10日至14日	长春	127
7	1990年10月21日	54 393	1990年12月23日至27日	福州	105
8	1991年6月30日	73 806	1991年9月8日至13日	桂林、南宁	104
9	1992年9月6日	60 617	1992年10月12日至15日	合肥	101
10	1993年9月5日	46 843	1993年10月8日至11日	长沙	105
11	1994年9月4日	65 146	1994年10月9日至12日	西安	109
12	1995年9月3日	55 867	1995年10月8日至11日	太原	112
13	1996年9月8日	86 173	1996年10月19日至22日	杭州	114
14	1997年9月8日	90 067	1997年10月18日至22日	南昌	118
15	1998年9月6日	134 599	1998年10月21日至25日	大庆	121
16	1999年9月5日	169 282	1999年10月16日至21日	南京	126
17	2000年9月3日	225 683	2000年10月21日至25日	武汉	143
18	2001年9月9日	267 363	2001年10月20日至24日	海口	145
19	2002年9月8日	322 043	2002年10月19日至23日	郑州	146
20	2003年9月7日	359 835	2003年10月18日至22日	济南	170
21	2004年9月5日	328 134	2004年10月16日至20日	重庆	173
22	2005年9月4日	363 139	2005年10月15日至19日	沈阳	167
23	2006年9月2日	426 673	2006年11月4日至9日	深圳	173
24	2007年9月2日	411 350	2007年11月3日至8日	宁波	177
25	2008年9月7日	452 967	2008年10月18日至23日	北京	210
26	2009年9月6日	437 840	2009年10月31日至11月5日	上海	280
27	2010年9月5日	443 327	2010年10月30日至11月4日	厦门	280
28	2011年9月4日	484 301	2011年10月29日至11月3日	西安	280
29	2012年9月8日	485 193	2012年11月1日至11月8日	吉林	279
合计		6 165 885			4357

1986年7月,我国首次参加了英国伦敦举行的第17届国际物理奥林匹克竞赛(International Physics Olympiad, IPhO)。在以后的历届国际物理奥林匹克竞赛中,我国每年选派5名学生参加,至今共派出128人。历届参赛的基本情况见表A-2。

表A-2 我国参加第17~43届国际物理奥林匹克竞赛的基本情况

届次	时间	地点	参赛学生姓名	获奖数据				
				金牌	银牌	铜牌	表扬奖	合计
17	1986年	英国伦敦	林晨、卫星、张明		1	1	1	3
18	1987年	德国耶拿	陈恂、黎锦晖、唐鹏飞、吴爱华、张燕平		2	3		5
19	1988年	奥地利伊施尔	陈岩松、徐剑波、陈丰、丁爱东、陈建	1	2	1	1	5
20	1989年	波兰华沙	燕京、毛甬、邱东昱、葛宁、林晓帆		4	1		5
21	1990年	荷兰格罗宁根	吴明扬、周纲、杨巍、陈伯友、段志勇	2	1	2		5
22	1991年	古巴哈瓦那	王泰然、任宇翔、宣佩琦、夏磊、吕强	5				5
23	1992年	芬兰赫尔辛基	陈涵、李翌、石长春、张霖涛、罗卫东	5				5
24	1993年	美国威廉斯堡	张俊安、李林波、贾占峰、韦韬、黄稚宁	2	2	1		5
25	1994年	中国北京	杨亮、韩岩、田涛、饶京翔、黄英	4	1			5
26	1995年	澳大利亚堪培拉	淤海涛、毛蔚(女)、谢小林、倪彬、蒋志	5				5
27	1996年	挪威奥斯陆	刘雨润、张蕊(女)、徐开闻、陈汇钢、倪征	5				5
28	1997年	加拿大萨德伯里	赖柯吉、王晨扬、连乔、王新元、倪欣来	3	2			5
29	1998年	冰岛雷克雅未克	邓志峰、陈宇翔、刘媛(女)、吴欣安、李啸峰	5				5
30	1999年	意大利帕多瓦	蒋良、季焱、段学峰、贾珣、张志鹏	2	3			5
31	2000年	英国莱斯特	吕莹、陈晓升、宋均亮、张弛、肖晶	5				5
32	2001年	土耳其安塔利亚	施陈博、戚扬、刘彦、魏轶旻、吴彬	4	1			5
33	2002年	印度尼西亚巴厘	樊向军、杨桓、顾春辉、陈阳、高俊	4	1			5
34	2003年	中国台湾	—					
35	2004年	韩国浦项	李真、缪亚立、施焯明、郎瑞田、高亢	5				5
36	2005年	西班牙萨拉曼卡	戴明劼、余江雷、李哈哈、李安、黄武杰	5				5
37	2006年	新加坡	杨硕龙、王星泽、朱力、张鸿凯、裴东斐	5				5
38	2007年	伊朗伊斯法罕	彭星月、胡嘉仲、钱秉玺、简超明、李骛西	4	1			5
39	2008年	越南河内	谭隆志、廉磊、周权、贺卓然、毕震	5				5
40	2009年	墨西哥梅里达	史寒朵、林倩、雷进、熊照熙、管紫轩	5				5
41	2010年	克罗地亚萨格勒布	俞颐超、吴俊东、于乾、靖礼、张涌良	5				5
42	2011年	泰国曼谷	李蓝青、向重远、易可欣、王逸飞、杨帆	5				5
43	2012年	爱沙尼亚塔林和塔尔图	周恒昀、姜一君、舒驰、卫斯远、黄文卓	5				5
总计				96	21	9	2	128

附录二 第 43 届国际奥林匹克 物理竞赛试题

理论题^①

1. 关于物理分析能力的考察

A. 弹道学

一个小球以初速度 v_0 在一个均匀的重力场中射出, 运动平面为 xz , x 轴沿水平方向, z 轴正方向与重力加速度 g 方向相反. 忽略空气阻力.

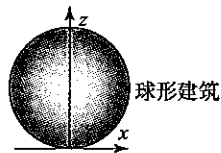
i. 假设小球由原点以固定初速度 v_0 射出, 通过调节小球的发射角, 位于

$$z \leq z_0 - kx^2$$

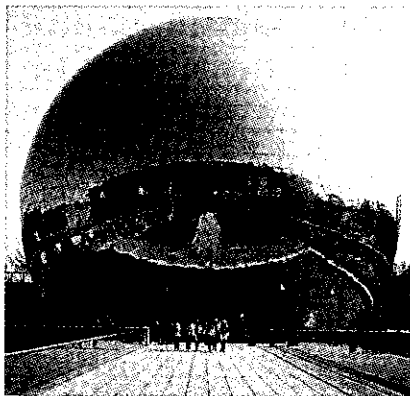
范围内的目标都能被击中.

以上不等式无需证明, 在运算中就可直接使用. 求参数 z_0 和 k 的表达式.

ii. 现在, 假设可以在水平面 $z=0$ 上任意选择发射点; 如有需要, 发射角也可以任意调整; 目的是以最小的初速度 v_0 击中一座半径为 R 的球形建筑物(如图)的最高点(留意, 小球在击打到目标之前不得在屋顶上反弹). 定性(qualitatively)画出小球的最适合的轨迹形状(利用答案纸上的特定方格). 注意: 此题只根据你的轨迹图来评分.



iii. 为了使小球能击中某半径为 R 的球形建筑的最高点, 所需的最小发射速度 v_{\min} 是多大? 写出其表达式.



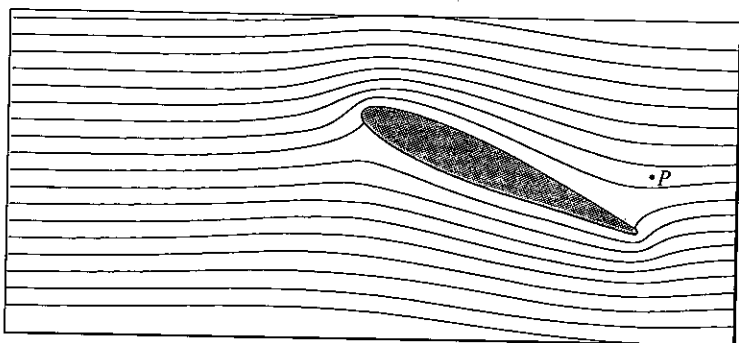
La Géode, Parc de la Villette, Paris. Photo: katchoo/flickr.com

^① 北京大学物理学院穆良柱、荀坤、陈晓林, 南开大学物理学院宋峰、张春玲译.

B. 机翼边的气流

对于这一部分,以下信息可能会有用.对于在管中流动的液体或气体,在假设其速度 v 远小于声速的情况下,沿着流线方向 $p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{常量}$. 此处 ρ 是密度, h 为高度, g 为重力加速度, p 为流体静压. 流线(streamline)的定义是流体粒子的轨迹(假设流动图案是静止的). 请注意: $\frac{1}{2}\rho v^2$ 被称为动力学压强.

下图所示是某飞行器的机翼横截面和机翼附近空气流动的流线图(以机翼为参考系). 假设条件如下: (a) 考虑空气流动是一个纯二维问题(空气流动的速度矢量位于图示平面内); (b) 空气流线组成的图案与飞行器速度无关; (c) 仅考虑无风情况; (d) 动力学压强(dynamic pressure)远小于大气压强 $p_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$. 注意: 你可以利用尺来测量答案纸上的示意图.



i. 如果飞行器相对于地面的速度为 $v_0 = 100 \text{ m/s}$, 求位于 P 点(如图中所示)的空气相对地面速度 v_P 的值.

ii. 假设空气的相对湿度较高,当飞行器相对地面的速度超过某个临界值 v_{crit} 时,一股小水珠将会在机翼后形成. 这些小水珠将在某点 Q 上出现. 在答案纸上的示意图中标志此点 Q . 定性(qualitatively)解释你是如何找出此位置的(尽量使用公式并且尽可能少使用文字表达). 注意: 相对湿度的定义是在特定温度下,某气体的蒸汽压与其饱和蒸汽压之比. 饱和蒸汽压的定义是液体与其蒸汽之间达到平衡时的蒸汽压.

iii. 利用以下数据来估算临界速度 v_{crit} : 空气的相对湿度为 $r = 90\%$, 空气的等压比热容为 $c_p = 1.00 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, 在无干扰空气中水的饱和蒸汽压在温度 $T_a = 293 \text{ K}$ 时为 $p_{sa} = 2.31 \text{ kPa}$, 在温度 $T_b = 294 \text{ K}$ 时为 $p_{sb} = 2.46 \text{ kPa}$. 取决于你的近似方法,你可能需要用到空气的等容比热容 $c_v = 0.717 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

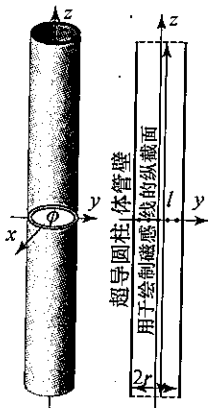
C. 磁管

考虑一个由超导体物质制成的圆柱体管. 管的长度是 l , 内半径是 r , 并且 $l \gg r$. 取管的中心为原点, 并且它的轴与 z 轴重合. 有磁通量 Φ 通过该管的中心横截面: $z=0, x^2 + y^2 < r^2$.

超导体是一种能完全排斥磁场的材料(材料中的磁感应强度为 0).

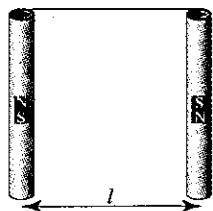
i. 在答题纸指定的方框内画出五条磁感线, 这些磁感线要分别通过管的含纵轴截面上标记的五个点.

ii. 求在管的中部, z 方向的张力 T (即管 $z > 0$ 和 $z < 0$ 的两半部分



之间的相互作用力)的表达式.

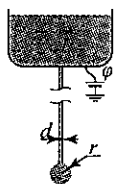
iii. 现在假设存在第二条管,它与第一条完全相同并且平行.第二条管内的磁场与第一条管内的磁场方向相反.并且第二条管的中心位于 $y=l, x=z=0$, 因此这两条管是一个正方形的两条对边.求两条管之间的磁相互作用力 F 的表达式.



2. 开尔文(Kelvin)滴水器.

有关表面张力的知识在本题求解中也许是有用的.液体与空气交界处的液体表面分子数密度小于液体内部分子数密度.液体表面存在所谓的表面能 $U=\sigma S$, 式中 S 是表面面积, σ 为表面张力系数.表面张力公式为 $F=\sigma l$, 式中 l 为长度.

如图,一根长金属管竖直向下放置,内直径为 d ;水从金属管下端的管口缓慢滴落.将水作为导体,水的表面张力系数为 σ , 密度为 ρ .总是假设 $d \ll r$. r 是管口上水滴的半径,且半径随时间缓慢增大,直到由于重力作用使得水滴从管口分离,其中重力加速度为 g .

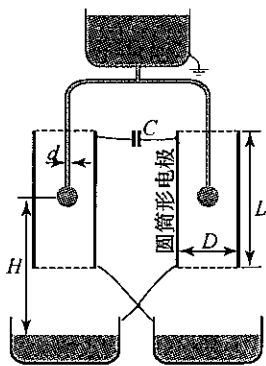


A. 单管

- 求出水滴与管口刚要分离前,水滴的最大半径 r_{\max} .
- 金属管相对于无穷远处的静电电势为 φ .求出水滴在半径为 r 时的带电量 Q .
- 本问中,假设 r 保持为常数,使 φ 缓慢增加.当水滴内部压强小于外部大气压时,水滴会变得不稳定并碎裂成两部分.求液滴开始变得不稳定时的临界电势 φ_{\max} .

B. 双管

图示为“开尔文(Kelvin)滴水器”,两根金属管(与A部分中描述的相同)用T形结连在一起,两管末端分别放置在两个圆筒形电极的中心(圆筒形电极的高度为 L , 直径为 D , 且 $L \gg D \gg r$); 两管中水滴滴速为 n (单位时间内下落水滴数目).水滴从高度 H 处下落至管口下方的两个导体碗中,导体碗和圆筒形电极按图中所示交叉相连;两个圆筒形电极之间如图连接电容 C .规定导体碗和圆筒形电极上没有净电荷.注意图中上方的盛水容器是接地的.



第一滴下落的水滴带有微量电荷,这会引入两边的不平衡,使得电容充电.

- 当电容器带电量为 q 时,求水滴分离瞬间时水滴的带电量 Q_0 ,可以直接使用 r_{\max} (A部分 i 中的定义)表示结果.忽略A部分 iii 中描述的效应.
- 求出 q 随时间 t 变化的连续函数 $q(t)$, 假设 $q(0)=q_0$.
- A部分 iii 中描述的效应会阻碍滴水器持续工作.此外,水滴和导体碗之间的静电斥力也使得两个圆筒形电极之间能获得的电压存在一个上限 U_{\max} , 求出此上限 U_{\max} .

3. 原恒星的形成

可以用下面的模型来描述恒星的形成.一个由稀薄星际气体构成的球形云团,初始状态静

止,由于其自身的引力开始坍缩.此球的初始半径为 r_0 ,质量为 m .环境(比所讨论的球形云团更稀薄)温度始终为 T_0 ,球形云团的初始温度也为 T_0 .球形云团中的气体可视为理想气体,其平均摩尔质量为 μ ,绝热指数 $\gamma > \frac{4}{3}$.假定 $Gm\mu/r_0 \gg RT_0$,其中 R 是普适气体常数, G 是万有引力常数.

i. 在球形云团坍缩的大多数时间中,云团中的气体透明度非常高,可以认为坍缩过程所产生的热量会立刻辐射掉,即球形云团与周围环境始终保持热平衡.假定云团中气体密度始终均匀,请问当球形云团的半径降到原来一半时($r_1 = 0.5r_0$),压强变为原来的多少倍(n)?

ii. (近似地)求出气体球半径从 r_0 收缩到 $r_2 = 0.95r_0$ 时所需的时间 t_2 ,假定一个气体粒子下落过程中所受引力大小不随位置变化.

iii. 假定压强始终可忽略,利用椭圆轨道的开普勒定律,求球形云团半径从 r_0 坍缩到一个非常小的半径时所需的时间 $t_{r \rightarrow 0}$.

iv. 在某一半径 $r_3 \ll r_0$ 下,气体变得足够稠密,以至于对热辐射不透明.请计算球形云团半径从 r_0 降到 r_3 时,坍缩过程中球形云团辐射出的热量 Q .

v. 当半径小于 r_3 时,球形云团的热辐射可忽略.请定出球的温度对其半径 $r < r_3$ 的依赖关系.

vi. 最终,我们不再能忽略压强对气体动力学的影响,坍缩将会在 $r = r_4$ 时停止($r_4 \ll r_3$.球形云团的对外辐射仍可忽略,但球的温度不足以产生核聚变).此时这样一个原恒星的压强不再能被视为均匀的,但如果不对式子前的数值因子作精确要求的话,仍可作一些粗略估计.请估计最后的半径 r_4 和相对应的温度 T_4 .

实验题^①

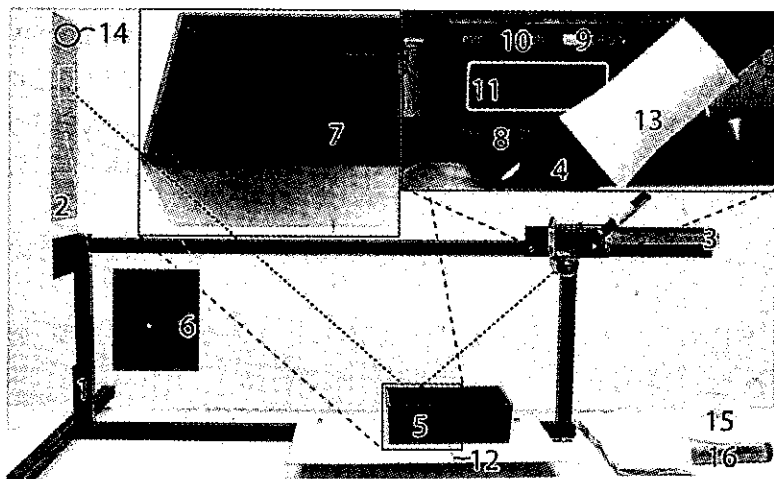
1. 水的磁导率

磁场对除铁磁体外的大多数材料的作用都很弱.其原因是,相对磁导率为 μ 的介质中,磁场的能量密度为 $w = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2$,而大多数材料的 μ 非常接近 1.利用适当的实验技术是可以观察到磁场对 μ 非常接近 1 的材料的作用效果的.在本题中,我们研究钕永久磁铁产生的磁场对水的作用效果,并且利用实验结果计算水的磁导率.在此题中不要求计算不确定度,并且不需要考虑表面张力的影响.

实验装置包括支架 1(数字对应图中所标记),数字游标卡尺 3,激光笔 4,装有水的盒子 5,装在盒子里的圆柱体永磁铁 7(磁铁是轴向磁化的).盒子通过磁铁的吸引力固定在支架的底部.游标卡尺固定在支架上,激光笔被固定在游标卡尺上,游标卡尺容许激光笔水平移动.可以通过白色圆锥状管 13 使激光笔的开关钮保持按下.磁铁上面水深的合理值应在 1 mm 左右(如果再浅的话,水面会过于弯曲而导致难于从屏幕上读数).盛有水的水杯 15 和注射器 16 可以用来调整水面高度(每加 13 ml 水可以使水面升高 1 mm).坐标纸 2(被用来当做“屏幕”)通过小磁铁 14 固定在垂直板上.如果屏上的光点变得模糊,请检查水面是否有灰尘(如有请吹走).

^① 北京大学物理学院苟坤、穆良柱、陈晓林,南开大学物理学院宋峰、张春玲译.

图中的其他数字代表的是：6 是激光打在屏幕上的点；11 是游标卡尺的液晶显示屏；10 是一个按钮，用于使游标卡尺的单位在毫米和英寸间切换；8 是游标卡尺的开关，9 是游标卡尺读数置零按钮。激光笔后还有一个游标卡尺的按钮，这个按钮可以临时重置零点（如果你不小心压了它，再按压它一次可以使其回到普通的测量模式）。



计算时用到的数据：

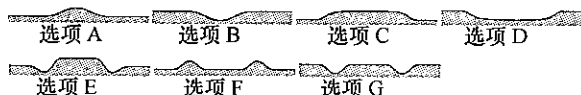
磁铁中心到屏幕的水平距离 $L_0 = 490 \text{ mm}$. 检查（如有必要的话，需要微调水箱位置）磁铁中心的位置，确保圆柱形磁铁的竖直轴线与激光束相交，同时必须与支架上黑线 12 相交。磁铁上表面上方 1 mm 轴线上的磁感应强度为 $B_0 = 0.50 \text{ T}$ ，水的密度为 $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ ，自由落体加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ，真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 。

警告：

- 激光的方向是事先调整好的，不要动！
- 不要直视激光束或它的反射线！
- 不要移动钽磁铁！
- 不要将磁性材料靠近磁铁！
- 不需要时关掉激光笔，否则电池将在 1 小时内耗尽！

A. 定性判断水面的形状

当圆柱状磁铁被置于水面下时，水面会变弯曲。观察磁铁上方水面的形状，通过观察确定水是抗磁体 ($\mu < 1$) 还是顺磁体 ($\mu > 1$)。



参照上图，在答题纸上写下与观察到的水面形状相对应的选项字母，及相对应的不等式 $\mu > 1$ 或 $\mu < 1$ 。此部分不需要解释你的答案。

B. 水面的准确形状

可以通过测量激光束在水面上的反射来精确地测量水面的弯曲形状。我们用该实验来计算磁铁上方的水深在水平方向上的变化情况。

i. 测量屏上激光点的高度 y 对游标卡尺读数 x 的依赖关系(参考图示). 应该覆盖游标卡尺所有可以移动的范围. 将测量数据填到答题纸的表格中.

ii. 画出上述所得依赖关系的图线.

iii. 利用得到的图线, 确定光束与水平面的夹角 α_0 .

iv. 请注意水面的斜率($\tan\beta$)可以用下式表示:

$$\tan\beta \approx \beta \approx \frac{\cos^2\alpha_0}{2} \frac{y - y_0 - (x - x_0)\tan\alpha_0}{L + x - x_0},$$

当光束通过磁铁轴心上的水面反射时, 屏上激光点的高度为 y_0 , 此时游标卡尺的读数为 x_0 .

计算不同位置处水面斜率, 将计算得到的这些斜率值填入答题纸的表格中. 请注意, 如果斜率公式中用到的一些项直接由前面所画的图中读出, 可以简化计算.

v. 以远离磁铁的水面高度作为高度零点, 算出不同游标卡尺读数 x 下的水面高度值, 并填入答题纸上的表中.

vi. 根据 v 中的依赖关系作图, 并在图上标出激光束打在磁体正上方水面的区域.

C. 磁导率

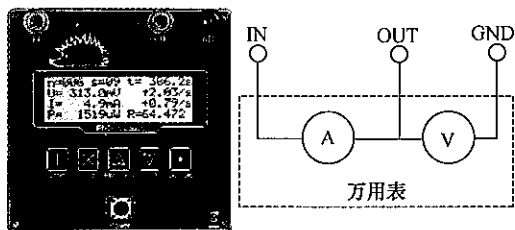
利用 B 部分的结果, 计算 $\mu - 1$ 的数值(所谓的磁化系数), 这里 μ 是水的相对磁导率. 将你的最终公式和数值结果写在答题纸上.

2. 非线性黑盒子

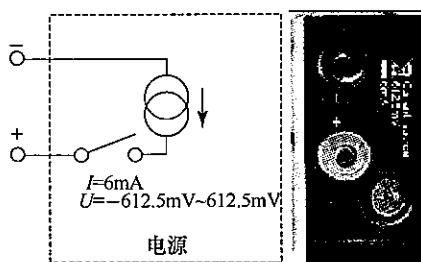
在简单的情况下, 只考虑由线性元件组成的电子线路, 这种电路中的电学特征量互成线性关系. 例子: 电阻($V=RI$), 电容($Q=CV$)和电感($V=LI=L \frac{dI}{dt}$), 其中 R, C, L 都是常量. 然而在本题中, 我们需要研究的电路包含了非线性元件. 这些元件都被封装在黑盒子内, 对于这些非线性元件来说, 它们电学特性间的线性关系不再成立了.

实验装置包括了一个“万用表”(标签为: “IPhO-measure”), 一个电流源, 一个包含非线性组件的黑盒子, 四条连接线. 留意: 不要弄破黑盒上的封条.

如图, 此万用表可同时测量电流和电压. 它最多能储存 2000 个数据点. 每个数据点包括了: 电压 V , 电流 I , 功率 $P=IV$, 电阻 $R=V/I$, 电压与电流对时间的导数 $\dot{V} (= \frac{dV}{dt})$ 与 $\dot{I} (= \frac{dI}{dt})$, 以及时间 t . 详情可阅读简要指南. 如果你储存的数据点超过 2000, 那么最早储存的将会被新加入的数据取代.

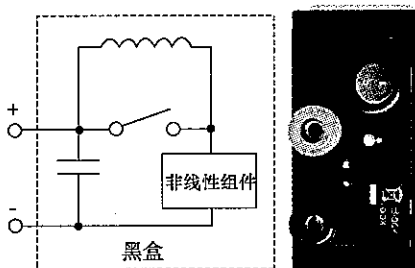


只要两个输出端之间的电压维持在 $-0.6125 \sim +0.6125$ V 之间时, 恒流源就能提供稳定的电流(如图). 当电源关闭时, 恒流源可当做一个大电阻(电阻无穷大).



黑盒子中包含一个电容器(此电容器的电容值很大,且稍具非线性),一个未知的非线性组件和一个电感($L=10\ \mu\text{H}$),此电感的电阻可以忽略,并且可以如图所示来接入或脱离主电路.黑盒子中的非线性组件可以看成是具有非线性电压-电流关系的电阻[I 是 V 的连续函数,且 $I(0)=0$].同样,对于电容器来说,它的微分电容(定义为 $C(V)=dQ/dV$)不是一个严格常数.我们可以这样规定:当黑盒的红接线端的电势高于黑接线端的电势时,黑盒的电压是正的.获得正电压的方法如下:将黑盒与恒流源相同颜色的接线端相连接.留意:你可以使用负电压.

如要将黑盒内的电容放电,有两种安全的方法:一是直接将黑盒上的正负接线端短路;二是将黑盒子的两个接线端分别与万用表上的IN和OUT相接.因为黑盒子中电容器的内阻足够大,所以这样的连接是安全的,不会烧坏任何东西.



在本题中不要求计算不确定度.

A. 无电感电路

在此小题中,确保黑盒子上的开关在接通状态(“1”键被按下),此时电感器被短接.

注意:有些测量步骤需要较长时间,为了避免不必要的工作,在开始实验前请先读完A部分的全文.

i. 确认恒流源的输出电流大约为 $6\ \text{mA}$,找出在电压为 $0\sim 480\ \text{mV}$ 的范围内,输出电流的变化范围.画出你的电路图.

ii. 你可以选定某一电压 V_0 来测量 C 的微分电容值 $C(V_0)=C_0$,由此说明黑盒子内的微分电容 $C(V)$ 大约为 $2\ \text{F}$.画出电路图.

iii. 忽略电容的非线性,即假设 $C(V)\approx C_0$.确定黑盒中非线性元件的电流-电压关系.在答案纸上画出所可能的正电压最大变化范围内的电流-电压图 $I(V)$.画出对应的电路图.

iv. 利用在所有电压变化范围内测量所得的数据,计算并在答案纸上画出在正电压最大变化范围内的 $C(V)$ 曲线.写出微分电容 $C(V)$ 的最小值 C_{\min} 和最大值 C_{\max} .画出对应电路图.

B. 有电感电路

打开黑盒上的开关(把“0”键按下),这样电路将启动电感的功能.利用A部分iii中的方

法,测量并画出非线性组件的电流-电压关系.描述此曲线与 A 中所得曲线间的主要不同之处. 给出一个定性的理由来解释为什么会有这样的不同.

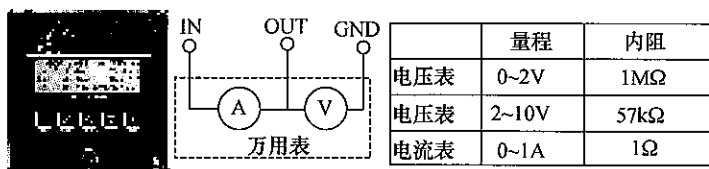
此处你需要知道这个非线性组件实际上含有一个电容(约为 1 nF),这个电容与非线性电阻并联.

IPhO-测量仪简要指南

IPhO-测量仪是一个能同步测量电压 V 和电流 I 的多功能仪器. 仪器也能记录样品的时间导数 \dot{V} 和 \dot{I} , 功率 $P=VI$, 电阻 $R=V/I$, 以及时间 t . 测量数据被储存, 并且会安置到各自的组别; 每一被储存的数据会标以组别序号 s 和组内数据序号 n . 所有被储存的数据被写入一个内部的闪存记忆卡, 而且随时可以调出.

电学特性

装置犹如如下连接的一个电流表和一个电压表.



基本使用

- 按“POWER”键打开 IPhO-测量仪. 此时测量还没有开始: 开始测量, 需按下“Start”键; 或者可以按照下列说明直接浏览已储存的数据.

- 欲浏览已经储存的采样数据, 按“PREVIOUS”或“NEXT”键. 如果按下“PREVIOUS”或“NEXT”键较长的时间, 就可以在不同组别之间切换.

- 当一组数据测量完成(按“STOP”键, 可以完成一个组的数据测量)后, 可按“START”键开始新的另一组测量.

- 测量时, 按“SAMPLE”键会将当前读数储存起来.

- 测量时, 使用“PREVIOUS”或“NEXT”键, 可以浏览当前组内其他样品数据.

- 按“STOP”键, 可以结束一个组的数据测量. 此时测量仪仍处于开机状态, 可以马上开始下一个组的数据测量, 或者浏览已储存的数据.

- 按“POWER”键关闭 IPhO-测量仪. 测量仪会显示文字“my mind is going...”; 不必担心, 所有的测量数据已经储存, 可以在下次打开测量仪时浏览这些数据. 已储存数据不会流失.

显示

如下图所示, 一个数据点的显示, 包括九个变量:

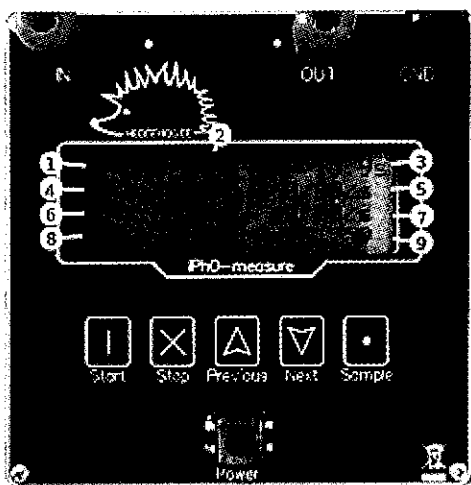
1. 组内数据序号 n ;

2. 组别序号 s ;

3. 开始某组测量所用时间 t ;

4. 电压 V ;

5. V 的变化率(对时间的导数 \dot{V}), 如果导数由于 V 的波动不能可靠地取得, 可能会显示“+nan/s”;



6. 电流 I ;

7. I 的变化率(对时间的导数 \dot{I}), 如果导数由于 I 的波动不能可靠地取得, 可能会显示“+nan/s”;

8. 功率 $P=VI$;

9. 电阻 $R=V/I$.

如果任何变量超出它的允许范围, 会显示“+inf”或“-inf”.

附 英文试题^①

THEORETICAL COMPETITION

1. Focus on sketches

Part A. Ballistics

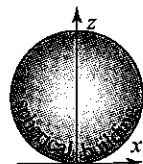
A ball, thrown with an initial speed v_0 , moves in a homogeneous gravitational field in the x - z plane, where the x -axis is horizontal, and the z -axis is vertical and antiparallel to the free fall acceleration g . Neglect the effect of air drag.

i. By adjusting the launching angle for a ball thrown with a fixed initial speed v_0 from the origin, targets can be hit within the region given by

$$z \leq z_0 - kx^2.$$

You can use this fact without proving it. Find the constants z_0 and k .

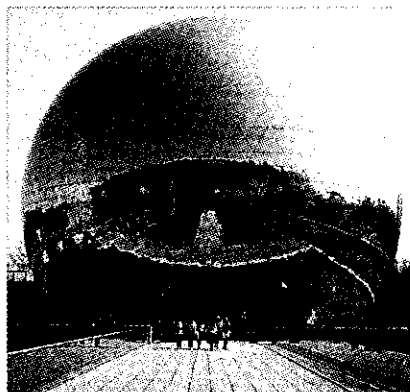
ii. The launching point can now be freely selected on the ground level $z=0$, and the launching angle can be adjusted as needed. The aim is to hit the topmost point of a spherical building of radius R (see fig.) with the minimal initial speed v_0 . Bouncing off the roof prior to hitting the target is not



^① 英文试题及解答可从官方网站 <http://www.ipho2012.ee/> 下载.

allowed. Sketch qualitatively the shape of the optimal trajectory of the ball (use the designated box on the answer sheet). Note that the marks are given only for the sketch.

iii. What is the minimal launching speed v_{\min} needed to hit the topmost point of a spherical building of radius R ?



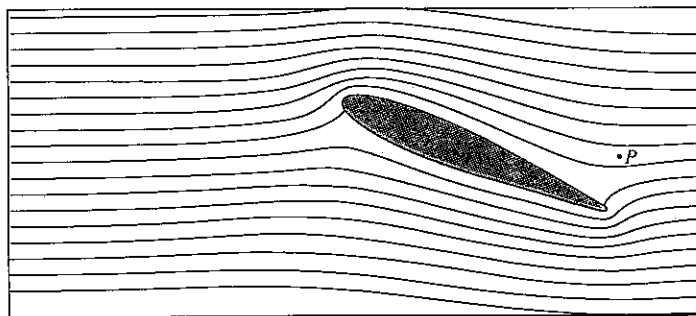
La Géode, Parc de la Villette, Paris. Photo: katchooo/flickr.com

Part B. Air flow around a wing

For this part of the problem, the following information may be useful. For a flow of liquid or gas in a tube along a streamline, $p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.}$, assuming that the velocity v is much less than the speed of sound. Here ρ is the density, h is the height, g is free fall acceleration and p is hydrostatic pressure. Streamlines are defined as the trajectories of fluid particles (assuming that the flow pattern is stationary). Note that the term $\frac{1}{2} \rho v^2$ is called the dynamic pressure.

In the fig. shown below, a cross-section of an aircraft wing is depicted together with streamlines of the air flow around the wing, as seen in the wing's reference frame. Assume that (a) the air flow is purely two-dimensional (i. e. that the velocity vectors of air lie in the plane of the figure); (b) the stream-line pattern is independent of the aircraft speed; (c) there is no wind; (d) the dynamic pressure is much smaller than the atmospheric pressure, $p_0 = 1.0 \times 10^5$ Pa.

You can use a ruler to take measurements from the fig. on the answer sheet.



i. If the aircraft's ground speed is $v_0 = 100$ m/s, what is the speed of the air, v_P , at the point P (marked in the fig.) with respect to the ground?

ii. In the case of high relative humidity, as the ground speed of the aircraft increases over a critical value v_{crit} , a stream of water droplets is created behind the wing. The droplets emerge at a certain point Q . Mark the point Q in the fig. on the answer sheet. Explain qualitatively (using formulae and as little text as possible) how you determined the position of Q .

iii. Estimate the critical speed v_{crit} using the following data: relative humidity of the air is $r = 90\%$, specific heat capacity of air at constant pressure $c_p = 1.00 \times 10^3$ J/(kg · K), pressure of saturated water vapour: $p_{sa} = 2.31$ kPa at the temperature of the unperturbed air $T_a = 293$ K and $p_{sb} = 2.46$ kPa at $T_b = 294$ K. Depending on your approximations, you may also need the specific heat capacity of air at constant volume $c_v = 0.717 \times 10^3$ J/(kg · K). Note that the relative humidity is defined as the ratio of the vapour pressure to the saturated vapour pressure at the given temperature. Saturated vapour pressure is defined as the vapour pressure by which vapour is in equilibrium with the liquid.

Part C. Magnetic straws

Consider a cylindrical tube made of a superconducting material. The length of the tube is l and the inner radius is r with $l \gg r$. The centre of the tube coincides with the origin, and its axis coincides with the z -axis.

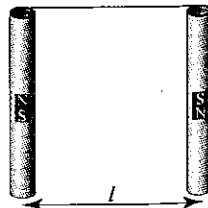
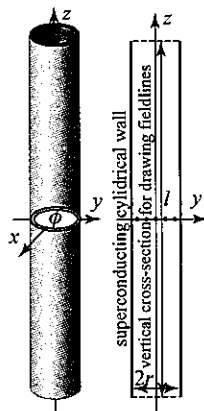
There is a magnetic flux Φ through the central cross-section of the tube, $z=0$, $x^2 + y^2 < r^2$. A superconductor is a material which expels any magnetic field (the field is zero inside the material).

i. Sketch five such magnetic field lines, which pass through the five red dots marked on the axial cross-section of the tube, on the designated diagram on the answer sheet.

ii. Find the tension force T along the z -axis in the middle of the tube (i. e. the force by which two halves of the tube, $z > 0$ and $z < 0$, interact with each other).

iii. Consider another tube, identical and parallel to the first one.

The second tube has the same magnetic field but in the opposite direction and its centre is placed at $y = l, x = z = 0$ (so that the tubes form opposite sides of a square). Determine the magnetic interaction force F between the two tubes.

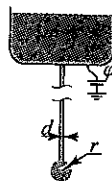


2. Kelvin water dropper

The following facts about the surface tension may turn out to be useful for this problem. For the molecules of a liquid, the positions at the liquid-air interface are less favourable as compared with the positions in the bulk of the liquid. This interface is

described by the so-called surface energy, $U = \sigma S$, where S is the surface area of the interface and σ is the surface tension coefficient of the liquid. Moreover, two fragments of the liquid surface pull each other with a force $F = \sigma l$, where l is the length of a straight line separating the fragments.

A long metallic pipe with internal diameter d is pointing directly downwards. Water is slowly dripping from a nozzle at its lower end, see fig. Water can be considered to be electrically conducting; its surface tension is σ and its density is ρ . A droplet of radius r hangs below the nozzle. The radius grows slowly in time until the droplet separates from the nozzle due to the free fall acceleration g . Always assume that $d \ll r$.



Part A. Single pipe.

- Find the radius r_{\max} of a drop just before it separates from the nozzle.
- Relative to the far-away surroundings, the pipe's electrostatic potential is ϕ . Find the charge Q of a drop when its radius is r .
- Consider the situation in which r is kept constant and ϕ is slowly increased. The droplet becomes unstable and breaks into pieces if the hydrostatic pressure inside the droplet becomes smaller than the atmospheric pressure. Find the critical potential ϕ_{\max} at which this will happen.

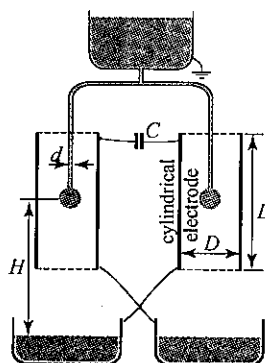
Part B. Two pipes

An apparatus called the "Kelvin water dropper" consists of two pipes, each identical to the one described in Part A, connected via a T-junction, see fig. The ends of both pipes are at the centres of two cylindrical electrodes (with height L and diameter D with $L \gg D \gg r$). For both tubes, the dripping rate is n droplets per unit time. Droplets fall from height H into conductive bowls underneath the nozzles, cross-connected to the electrodes as shown in the diagram. The electrodes are connected via a capacitance C . There is no net charge on the system of bowls and electrodes. Note that the top water container is earthed as shown. The first droplet to fall will have some microscopic charge which will cause an imbalance between the two sides and a small charge separation across the capacitor.

i. Express the absolute value of the charge Q_0 of the drops as they separate from the tubes, and at the instant when the capacitor's charge is q . Express Q_0 in terms of r_{\max} (from Part A-i) and neglect the effect described in Part A-iii.

ii. Find the dependence of q on time t by approximating it with a continuous function $q(t)$ and assuming that $q(0) = q_0$.

iii. The dropper's functioning can be hindered by the effect shown in Part A-iii. In addition, a limit U_{\max} to the achievable potential between the electrodes is set by the electrostatic push between a droplet and the bowl beneath it. Find U_{\max} .



3. Protostar formation

Let us model the formation of a star as follows. A spherical cloud of sparse interstellar gas, initially at rest, starts to collapse due to its own gravity. The initial radius of the ball is r_0 and the mass is m . The temperature of the surroundings (much sparser than the gas) and the initial temperature of the gas is uniformly T_0 . The gas may be assumed to be ideal. The average molar mass of the gas is μ and its adiabatic index is $\gamma > \frac{4}{3}$. Assume that $G \frac{m\mu}{r_0} \gg RT_0$, where R is the gas constant and G is the gravitational constant.

i. During much of the collapse, the gas is so transparent that any heat generated is immediately radiated away, i. e. the ball stays in thermodynamic equilibrium with its surroundings. What is the number of times, n , by which the pressure increases when the radius is halved to $r_1 = 0.5r_0$? Assume that the gas density remains uniform.

ii. Estimate the time t_2 needed for the radius to shrink from r_0 to $r_2 = 0.95r_0$. Neglect the change of the gravity field at the position of a falling gas particle.

iii. Assuming that the pressure remains negligible, find the time $t_{r \rightarrow 0}$ needed for the ball to collapse from r_0 down to a much smaller radius, using Kepler's Laws.

iv. At some radius $r_3 \ll r_0$, the gas becomes dense enough to be opaque to the heat radiation. Calculate the amount of heat Q radiated away during the collapse from the radius r_0 down to r_3 .

v. For radii smaller than r_3 you may neglect heat loss due to radiation. Determine how the temperature T of the ball depends on its radius for $r < r_3$.

vi. Eventually we cannot neglect the effect of the pressure on the dynamics of the gas and the collapse stops at $r = r_4$ (with $r_4 \ll r_3$). However, the radiation loss can still be neglected and the temperature is not yet high enough to ignite nuclear fusion. The pressure of such a protostar is not uniform any more, but rough estimates with inaccurate numerical prefactors can still be done. *Estimate* the final radius r_4 and the respective temperature T_4 .

EXPERIMENTAL COMPETITION

1. The magnetic permeability of water

The effect of a magnetic field on most of substances other than ferromagnetics is rather weak. This is because the energy density of the magnetic field in substances of relative magnetic permeability μ is given by the formula $w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$, and typically μ is very close to 1. Still, with suitable experimental techniques such effects are firmly observable. In this problem we study the effect of a magnetic field, created by a permanent neodymium magnet, on water and use the results to calculate the magnetic permeability of water. You are not asked to estimate any uncertainties throughout this problem and you do not need to take into

account the effects of surface tension.

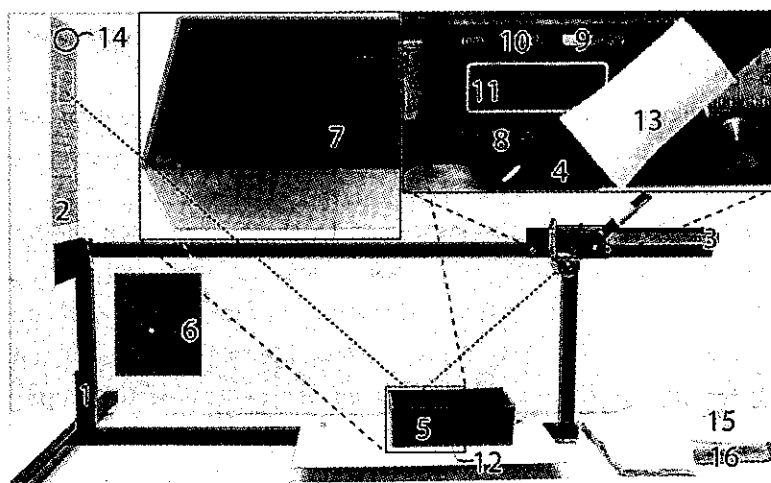
The setup comprises of 1 a stand (the highlighted numbers correspond to the numbers in the fig.), 3 a digital caliper, 4 a laser pointer, 5 a water tray and 7 a cylindrical permanent magnet in the water tray (the magnet is axially magnetised). The water tray is fixed to the base of the stand by the magnet's pull. The laser is fixed to the caliper, the base of which is fastened to the stand; the caliper allows horizontal displacement of the laser. The on-off button of the laser can be kept down with the help of 13 the white conical tube. Do not leave the Laser switched on unnecessarily. The depth of the water above the magnet should be reasonably close to 1 mm (if shallower, the water surface becomes so curved that it will be difficult to take readings from the screen). 15 A cup of water and 16 a syringe can be used for the water level adjustment (to raise the level by 1 mm, add 13 ml of water). 2 A sheet of graph paper (the "screen") is to be fixed to the vertical plate with 14 small magnetic tablets. If the laser spot on the screen becomes smeared, check for a dust on the water surface (and blow away).

The remaining legend for the figure is as follows: 6 the point where the laser beam hits the screen; 11 the LCD screen of the caliper, 10 the button which switches the caliper units between millimeters and inches; 8 on-off switch; 9 button for setting the origin of the caliper reading. Beneath the laser pointer, there is one more button on the caliper, which temporarily re-sets the origin (if you pushed it inadvertently, push it once again to return to the normal measuring mode).

Numerical values for your calculations:

Horizontal distance between the magnet's centre and the screen $L_0 = 490$ mm. Check (and adjust, if needed) the alignment of the centre of the magnet in two perpendicular directions. The vertical axis of the magnet must intersect with the laser beam, and it must also intersect with 12 the black line on the support plate.

Magnetic induction (magnetic field strength) on the magnet's axis, at a height of 1 mm from the flat surface, $B_0 = 0.50$ T.



Density of water $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Acceleration of free-fall $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

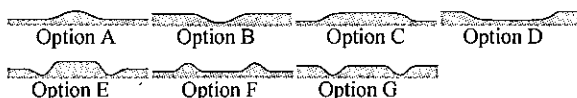
Permeability of a vacuum $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$.

WARNINGS:

- The laser orientation is pre-adjusted, do not move it!
- Do not look into the laser beam or its reflections!
- Do not try to remove the strong neodymium magnet!
- Do not put magnetic materials close to the magnet!
- Turn off the laser when not used, batteries drain in 1 h!

Part A. Qualitative shape of the water surface

When a cylindrical magnet is placed below water surface, the latter becomes curved. By observation, determine the shape of the water surface above the magnet. Based on this observation, decide if the water is diamagnetic ($\mu < 1$) or paramagnetic ($\mu > 1$).



Write the letter corresponding to the correct option into the Answer Sheet, together with an inequality $\mu > 1$ or $\mu < 1$.

For this part, you do not need to justify your answer.

Part B. Exact shape of the water surface

Curving of the water surface can be checked with high sensitivity by measuring the reflection of the laser beam from the surface. We use this effect to calculate the dependence of the depth of the water on the horizontal position above the magnet.

i. Measure the dependence of the vertical position y of the laser spot on the screen on the caliper reading x (see figure). You should cover the whole usable range of caliper displacements. Write the results into the Table in the Answer Sheet.

ii. Draw the graph of the measured dependence.

iii. Using the obtained graph, determine the angle α_0 between the beam and the horizontal surface of the water.

iv. please note that the slope ($\tan\beta$) of the water surface can be expressed as follows:

$$\tan\beta \approx \beta \approx \frac{\cos^2 \alpha_0}{2} \cdot \frac{y - y_0 - (x - x_0) \tan \alpha_0}{L_0 + x - x_0},$$

where y_0 is the vertical position of the laser spot on the screen when the beam is reflected from the water surface at the axis of the magnet, and x_0 is the respective position of the caliper. Calculate the values of the slope of the water surface and enter them into the Table on the Answer Sheet. Please note that it may be possible to simplify your calculations if you substitute some combination of terms in the given expression for the slope with a reading from the last graph.

v. Calculate the height of the water surface relative to the surface far from the magnet.

as a function of x , and write it into the Table on the Answer Sheet.

vi. Draw the graph of the latter dependence. Indicate on it the region where the beam hits the water surface directly above the magnet.

Part C. Magnetic permeability

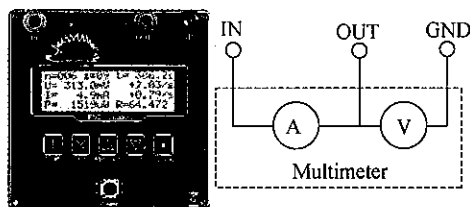
Using the results of Part B, calculate the value of $\mu - 1$ (the so-called *magnetic susceptibility*), where μ is the relative magnetic permeability of the water. Write your final formula and the numerical result into the Answer Sheet.

2. Nonlinear Black Box

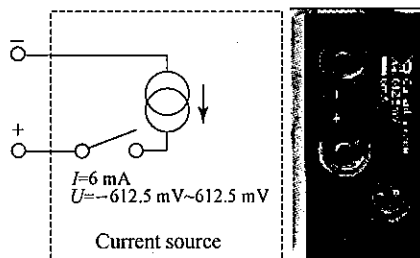
In simple problems, electrical circuits are assumed to consist of linear elements, for which electrical characteristics are directly proportional to each other. Examples include resistance ($V=RI$), capacitance ($Q=CV$) and inductance ($V=LI=L\frac{dI}{dt}$), where R , C and L are constants. In this problem, however, we examine a circuit containing nonlinear elements, enclosed in a black box, for which the assumption of proportionality no longer holds.

The setup comprises a multimeter (labelled "IPhO-measure"), a black box that acts as a current source, a black box containing nonlinear elements, and four test leads with stackable connectors for wiring. Be careful not to break the seal on the black box.

The multimeter can measure current and voltage simultaneously. You can store with it up to 2000 data points, each consisting of: voltage V , current I , power $P=IV$, resistance $R=V/I$, voltage time derivative $\dot{V} (= \frac{dV}{dt})$, current time derivative $\dot{I} (= \frac{dI}{dt})$ and time t . See multimeter manual for details. If you go beyond 2000 stored data points, the oldest data will be overwritten.

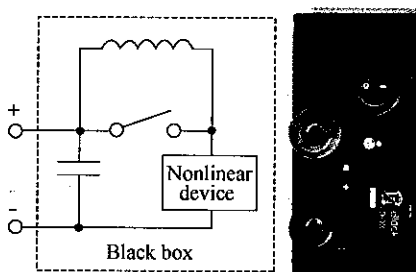


The constant current source supplies stable current as long as the voltage across its terminals stays between -0.6125 V and 0.6125 V. When switched off, the constant current source behaves as a large (essentially infinite) resistance.



The black box contains an electric double layer capacitor (which is a slightly nonlinear high capacitance capacitor), an unknown nonlinear element, and an inductor $L = 10 \mu\text{H}$ of negligible resistance, switchable as indicated on the circuit diagram. The nonlinear element can be considered as a resistance with a nonlinear dependence between the voltage and the current [$I(V)$ is a continuous function of V with $I(0)=0$]. Likewise, for the capacitor, the differential capacitance $C(V) = dQ/dV$ is not exactly constant.

We say that the voltage on the black box is positive when the potential on its red terminal is higher than the potential on the black terminal. Positive voltage will be acquired when the terminals of matching colours on the black box and the current source are connected (you are allowed to use negative voltages).



It is safe to discharge the capacitor in the black box by shorting its inputs, either by itself or through the IN and OUT terminals on multimeter; the internal resistance of this capacitor is enough to keep the current from damaging anything.

You are not asked to estimate any uncertainties throughout this problem.

Part A. Circuit without inductance

In this part, keep the switch on the black box closed (push "I" down), so that the inductance is shorted. Please note that some measurements may take a considerable time, therefore it is recommended that you read through all the tasks of part A to avoid unnecessary work.

i. Confirm that the output current of the current source is approximately 6 mA, and determine the range within which it varies for voltages between 0 and +480 mV. Document the circuit diagram used.

ii. Show that the differential capacitance $C(V)$ used in the black box is approximately 2 F by measuring its value for a single voltage of your choice $C(V_0) = C_0$. Document the circuit diagram.

iii. Neglecting the nonlinearity of the capacitance [$C(V) \approx C_0$], determine the current-voltage characteristic of the nonlinear element used in the black box. Plot the $I(V)$ curve for obtainable positive voltages on the black box onto the answer sheet. Document the circuit diagram.

iv. Using measurements taken from the whole range of obtainable voltages, calculate and plot the $C(V)$ curve for obtainable positive voltages from the black box on the answer

sheet. Write down the minimal and maximal values of differential capacitance C_{\min} , C_{\max} . Document the circuit diagram.

Part B. Circuit with inductance

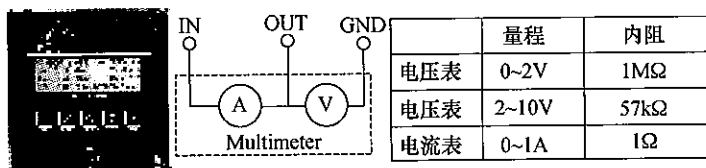
Enable the inductance by opening the switch on the black box (push "0" down). Using the same method as in Part A-iii, measure and plot the current-voltage characteristic of the nonlinear element. Describe any significant differences between the curves of parts A and B and suggest a reason using qualitative arguments. You need to know that the nonlinear element also has a capacitance (≈ 1 nF) which is connected in parallel to the nonlinear resistance.

IPhO-measure: short manual

IPhO-measure is a multimeter capable of measuring voltage V and current I simultaneously. It also records their time derivatives \dot{V} and \dot{I} , their product $P=VI$, ratio $R=V/I$, and time t of the sample. Stored measurements are organized into separate sets; every stored sample is numbered by the set number s and a counter n inside the set. All saved samples are written to an internal flash memory and can later be retrieved.

Electrical behaviour

The device behaves as an ammeter and a voltmeter connected as follows.



Basic usage

- Push "Power" to switch the *IPhO-measure* on. The device is not yet measuring; to start measuring, push "Start". Alternatively, you can now start browsing your stored data. See below.

- To browse previously saved samples (through all sets), press "Previous" or "Next". Hold them down longer to jump directly between sets.

- While not measuring, push "Start" to start measuring a new set.

- While measuring, push "Sample" each time you want to store a new set of data (i. e. of the readings shown on the display).

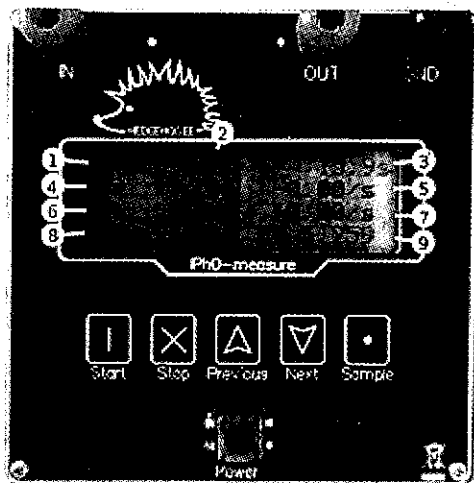
- While measuring, you can also browse other samples of the current set, using "Previous" and "Next".

- Press "Stop" to end a set and stop measuring. The device is still on. You are ready to start a new measuring session or start browsing stored data.

- Pushing "Power" turns the device off. The device will show text "my mind is going ..."; do not worry, all the data measurements will be stored and you will be able to browse them after you switch the device on again. Saved samples will not be erased.

Display

A displayed sample consists of nine variables;



1. index n of the sample in the set;
2. index s of the set;
3. time t since starting the set;
4. voltmeter output V ;
5. rate of change of V (the time derivative \dot{V}); if derivative cannot be reliably taken due to fluctuations, “+nan/s” is shown;
6. ammeter output I ;
7. rate of change of I (the time derivative \dot{I}); if derivative cannot be reliably taken due to fluctuations, “+nan/s” is shown;
8. product $P=VI$;
9. ratio $R=V/I$.

If any of the variables is out of its allowed range, its display shows “+inf” or “-inf”.

附录三 第13届亚洲奥林匹克 物理竞赛试题

理论题^①

1. 下落磁体受到的阻尼效应

关于涡流的详细讨论最早见于英国物理学家 James H. Jeans 爵士 (1877—1946) 著名的 *The mathematical theory of electricity and magnetism* (1925) 一书之中. 本考题与电磁学有关.

现有一个小磁体, 其磁偶极矩为 p , 质量为 m . 磁体在一根很长的竖直放置的非磁性金属管 (metallic tube) 内下落, 如图 1 所示 (图中所示非实际比例). 一般来说, 下落过程可由以下公式描述

$$m\ddot{z} = mg - k\dot{z},$$

此处 g 是重力加速度, 阻尼系数 k 表征金属管中涡流所导致的阻尼现象.

I.1 求磁体的最终速度 (收尾速度) (v_T).

I.2 给出磁体的位置-时间关系式 $z(t)$. 设初始速度 $v(t=0) = 0$ 和初始位置 $z(t=0) = 0$.

下面我们将试图理解整个下落的动力学过程. 为此我们在 (I.3) — (I.8) 中考虑一个简化的模型: 磁体沿着一个固定的非磁性金属环的中轴线下落. 如图 2 所示, 金属环的半径为 a , 电阻为 R , 电感为 L . 在此题中我们将忽略辐射效应.

为方便起见, 我们采用图 2 所示的柱坐标系 (ρ, φ, z) , 其中 z 沿圆环的轴向. 磁体在初始状态时静止于原点处, 金属环中心离原点的距离为 z_0 . 图 2 中同时也显示了直角坐标系 (x, y, z) . 磁体的偶极矩为 p , 方向沿 z 轴正方向 ($p = p\hat{k}$), \hat{k} 是 z 方向的单位矢量. 我们假定磁矩方向在下落过程中保持不变. 磁体位于原点时, 空间中任意一点 (ρ, φ, z) 处磁场的轴向分量 (B_z) 和径向分量 (B_ρ) 分别由下面的式子给出:

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{p}{(\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{3z^2}{\rho^2 + z^2} - 1 \right],$$



James H. Jeans

(1) (1877—1946)

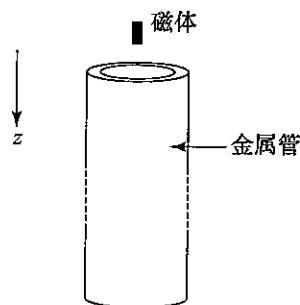


图 1

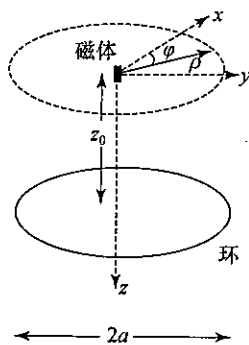


图 2

^① 北京大学物理学院荀坤、杨景、陈晓林, 南开大学物理学院宋峰、张春玲译.

$$B_p = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3pz\rho}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}},$$

其中 μ_0 为真空的磁导率.

I.3 设磁体在位置 z 时的瞬时速度为 v . 求出圆环中的感应电动势 (\mathcal{E}_i) 的表达式.

I.4 此感应电动势将在圆环中产生一感应电流 i . 将作用在圆环上的瞬时电磁力 (f_{sm}) 用 i 表示出来.

I.5 此环作用在磁体上的力为多少?

I.6 将感应电动势用 L, R 和 i 表示出来. 不必解出.

I.7 磁体降落时重力势能会减少. 重力势能主要将转换成 3 种形式的能量, 写出这 3 种能量的名称, 并写出用来计算它们大小的表达式.

I.8 磁体的磁场在此过程中是否做功? 请在相应的框内打钩.

下面我们来计算圆管引起的阻尼系数 k (见公式(1)). 设无限长的圆管半径为 a , 管壁厚度为 w , 电导率为 σ . 在这里以及后面的计算中, 假设圆管的电感可忽略. 可以将圆管看成是由很多个高度为 $\Delta z'$, 厚度(很小)为 w , 电导率为 σ 的圆环组成(见图 3). 为简单起见, 设圆管的两端分别在 $z = -\infty$ 和 $z = \infty$ 无穷远处.

I.9 给出单个圆环的电阻的表达式.

I.10 由于每个圆环很细, 可以认为圆环上的磁场均为 B_p ($\rho = a$). 设 t 时刻, 磁体的坐标为 $z(t)$, 瞬时速度为 \dot{z} . 由整个圆管引起的阻尼系数 k 可以用 p, σ 和圆环的几何参数表示出来, 请求出该表达式. 表达式的最终结果应该含有一个无量纲的积分因子, 此无量纲积分因子中会包含无量纲变量 $u = (z - z')/a$.

I.11 假设阻尼系数 k 可以用以下函数关系来表达

$$k = f(\mu_0, p, R_0, a),$$

其中 R_0 代表整个圆管的等效电阻. 请通过量纲分析法给出 k 的表达式. 在分析过程中无量纲的常数因子取为 1.

下面的积分公式或许会有用:

$$\int \frac{u du}{(u^2 + a^2)^n} = \frac{1}{2} \frac{(a^2 + u^2)^{1-n}}{1-n} + \text{常数} \quad (n > 1).$$

2. 钱德拉塞卡(Chandrasekhar)极限

印度物理学家 Chandrasekhar 教授(1910—1995)在他 1930 年的一个著名工作中研究了恒星的稳定性. 本题将帮助你建立一个钱德拉塞卡理论的简化版本.

你可能会用到以下符号和物理常数:

$$\text{真空中的光速} \quad c = 3.00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{普朗克常数} \quad h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

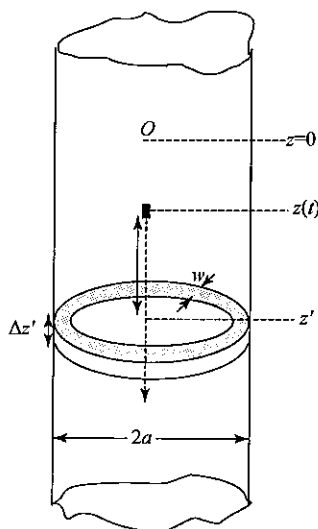


图 3



S. Chandrasekhar
(1910—1995)

万有引力常数 $G=6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

电子静止质量 $m_e=9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

质子静止质量 $m_p=1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

II.1 考虑一个密度均匀分布的球形恒星,半径为 R ,质量为 M .推导由于自身引力场引起的万有引力势能(E_G)(引力自能).

II.2 我们假设恒星仅由氢原子组成,并且所有氢原子都处于电离状态.该恒星由核聚变反应产生能量的过程已经停止.电子遵循泡利不相容原理,其总能量可以由量子统计物理计算得到.你可以将电子总能量(忽略质子能量)表达如下

$$E_e = \frac{\hbar^2 \pi^2}{10m_e 4^{2/3}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{7/3} \frac{N_e^{5/3}}{R^2},$$

N_e 是电子总数目, $\hbar = h/2\pi$, 求恒星的平衡条件. 这个条件决定了恒星半径(R_{wd})和恒星质量之间的关系. 这个半径称为白矮星(White Dwarf)半径.

II.3 假设恒星质量与太阳质量($M_s=2.00 \times 10^{30} \text{ kg}$)相同,求 R_{wd} 的值.

II.4 假设电子分布是均匀的,求电子间的平均距离 r_{sep} , 恒星半径取为上文 II.3 中得到的 R_{wd} .

II.5 下面来估算电子的速度.假设每个电子在一个长度为 r_{sep} 的一维盒子内形成驻波,利用德布罗意假说计算电子处于基态时的速度(v).

II.6 考虑对 II.2 中的分析进行修正.假设电子处于极端相对论极限($E=pc$),通过类似的分析可以得到

$$E_e^{rel} = \frac{\pi^2}{4^{4/3}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{5/3} \frac{\hbar c}{R} N_e^{4/3}.$$

求恒星保持平衡状态时的质量,用本题开始部分给出的物理常数来表达.这个质量称为临界质量(M_c).

II.7 如果恒星的质量 M 大于 II.6 中得到的临界质量 M_c ,请指出恒星是否会扩张或收缩.在框中打钩选择.

II.8 计算临界质量,并把结果表示成太阳质量(M_s)的倍数.

(注意:由于本题分析过程中使用了近似,你的答案可能与 Chandrasekhar 教授得到的著名结论不同.)

3. Pancharatnam 相位

本问题处理的是两束光的干涉、偏振和叠加问题.这个问题曾被印度物理学家 S. Pancharatnam (1934—1969)研究过.

考虑如图 1 所示的实验装置.两束单色相干光(以束 1 和束 2 标记)沿 z 方向入射到两个窄的狭缝上,狭缝间距为 d ($\overline{S_1 S_2} = d$).通过狭缝后两束光产生干涉,屏幕 S 上会看到干涉条纹.狭缝和屏幕的距离为 D ,并且 $D \gg d$.假设狭缝 S_1 和 S_2 的缝宽都远远小于入射波长.



S. Pancharatnam
(1934—1969)

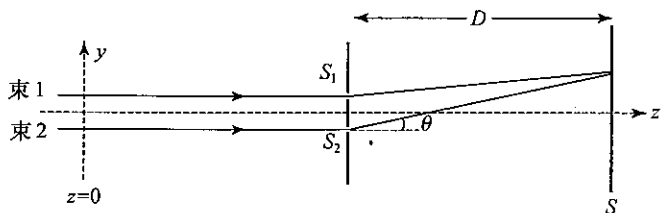


图 1

III. 1. 设两束光线 1, 2 在 $z=0$ 处为线性偏振光, 相应的电场矢量为

$$\mathbf{E}_1 = \hat{i}E_0 \cos(\omega t), \quad (1a)$$

$$\mathbf{E}_2 = \hat{i}E_0 \cos(\omega t), \quad (1b)$$

这里, \hat{i} 是 x 方向的单位矢量, ω 是光的角频率, 而 E_0 是电场的幅值. 求屏幕上的光强分布 $I(\theta)$ 的表达式, 角度 θ 的含意如图 1 所示. 将你的结果用 θ, d, E_0, c 和 ω 表示出来, 这里 c 是真空中光速. 注意, 光强正比于电场平方的时间平均值, 你可以将比例系数设为 β . 电场从狭缝到屏幕的传播过程中的强度衰减可以忽略不计.

III. 2. 将一片完全透明, 厚度为 w , 折射率为 μ 的玻璃板放置在狭缝前的光束 1 的光路中. 求此时屏幕上的光强分布 $I(\theta)$. 将结果用 $\theta, d, E_0, c, \omega, \mu$ 和 w 表示出来.

III. 3. 用一个光学器件(该器件被称为 1/4 波片(quarter wave plate, QWP), 替换上题中的玻璃板放置在光束 1 的光路中. 1/4 波片可以将光束的偏振态从线偏振

$$\mathbf{E}_1 = \hat{i}E_0 \cos(\omega t)$$

转换为圆偏振

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{i}E_0 \cos(\omega t) + \hat{j}E_0 \sin(\omega t)], \quad (2)$$

这里 \hat{j} 是 y 轴的单位矢量.

假设波片完全透明并且没有引入任何额外光程差. 注意此时电场矢量的顶端随时间变化的轨迹是一个圆, 因此该光束称为圆偏振. 假设 θ 足够小, 即使沿 \hat{j} 方向偏振的光, 通过狭缝 1 后的强度也同样不依赖于 θ .

III. 3a 求此时屏幕上的光强分布 $I(\theta)$. 结果用 θ, d, E_0, c 和 ω 来表达.

III. 3b 最大光强 (I_{\max}) 是多少?

III. 3c 最小光强 (I_{\min}) 是多少?

III. 4

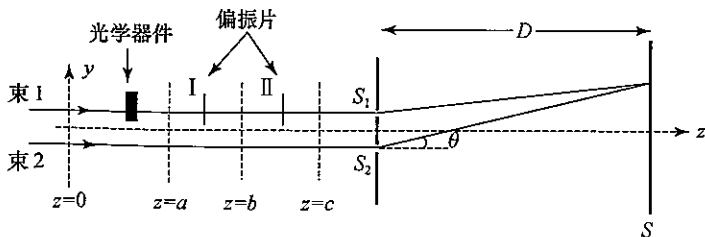


图 2

现在, 我们考虑如图 2 所示的实验装置. 光束 1 依次通过以下元件:

- III. 3 中描述过的 $1/4$ 波片(QWP).

• 位于 $z=a$ 和 $z=b$ 之间的偏振片(标记为 I). 该偏振片只允许平行于单位矢量 \hat{i}' 方向的电场分量通过. \hat{i}' 定义如下

$$\hat{i}' = \hat{i} \cos \gamma + \hat{j} \sin \gamma.$$

• $z=b$ 和 $z=c$ 之间有另一个偏振片(标记为 II), 此偏振片将光束偏振方向转换回到 \hat{i} 方向.

这样光束 1 又回到原来的偏振状态. 假定这些偏振片都没有产生光程差并且完全透明.

III. 4a 写出光束 1 通过第一个偏振片后在 $z=b$ 处的电场 $E_1(z=b)$.

III. 4b 写出光束 1 通过第二个偏振片后在 $z=c$ 处的电场 $E_1(z=c)$.

III. 4c 狭缝处两束光的相位差(α)是多少?

最普遍的偏振状态是椭圆偏振. 椭圆偏振可以看成是两个相互垂直的线偏振的叠加:

$$E = \hat{i}' E_0 \cos \epsilon \cos(\omega t) + \hat{j}' E_0 \sin \epsilon \sin(\omega t), \quad (3)$$

椭圆偏振以及坐标轴 \hat{i}' 和 \hat{j}' 如图 3 所示.

电场矢量顶端随时间的变化轨迹是一个椭圆. 定义 e 为椭圆偏心率:

$$\tan e = \frac{\text{椭圆半短轴}}{\text{椭圆半长轴}}$$

线偏振(公式(1))和圆偏振(公式(2))可以看成是椭圆偏振(公式(3))的特例. 利用两个参数 $\gamma \in [0, \pi]$ 和 $e \in [-\pi/4, \pi/4]$ 可以完整的描述偏振状态.

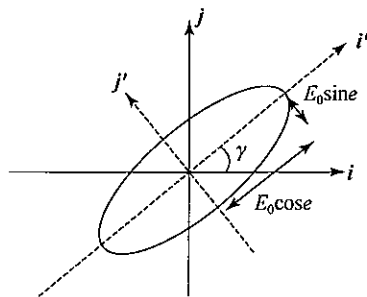


图 3

偏振状态也可以用一个被称为 Poincare 球的单位球上的点来描述(如图 4 所示). 方程(3)所描述的偏振状态可以用 Poincare 球上的点 P 来表示(见图 4), P 点的纬度角 $\angle PCD = 2e$, 经度角 $\angle ACD = 2\gamma$. C 是球心.

III. 5 考虑 Poincare 球赤道上的一点.

III. 5a 写出此点电场的表达式(E_{Eq}).

III. 5b 此点对应的是何种偏振状态?

III. 6 考虑 Poincare 球北极处的一点.

III. 6a 写出此点电场的表达式(E_{NP}).

III. 6b 此点对应的是何种偏振状态?

III. 7 现在我们考虑光束 1(如 III. 4 中所述)的三种偏振态. 初始偏振态($z=0$)由 Poincare 球上 A_1 点来描述;

经过 $1/4$ 波片后($z=a$), 偏振态由球上 A_2 点来描述; 经过第一个偏振片后($z=b$), 偏振态由球上 A_3 点来描述; 在 $z=c$ 处, 偏振回到初始状态(由 A_1 表示). 请在 Poincare 球上标出 A_1, A_2, A_3 的位置.

III. 8 如果将(如 III. 7 所给的) A_1, A_2 和 A_3 用球面上的大圆连起来, 会在球面上得到一个球面三角形(注: 球面上的大圆是指圆心与球心重合的圆). 上文 III. 4 中的相位差 α 与此球面三角形所包围的曲面面积 S 有关. 求 S 与 α 的关系.

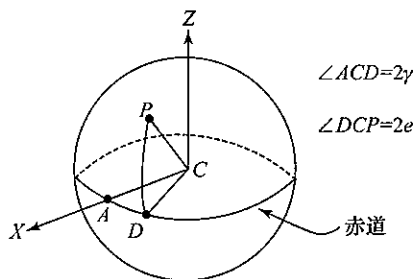


图 4

这个关系是普适的,它由 Pancharatnam 首先得到,其相位差也被称为 Pancharatnam 相位.

实验题^①

1. 摩擦系数

由于摩擦力的作用,绕过一个圆柱或梁的细绳的两端张力会不同(图 1).为悬住细绳一端悬挂的物体,在绕过梁的细绳的另一头加的力可以比物体的重量小.随着细绳在梁上缠绕圈数的增多另一端所需加的最小力会以令人吃惊的速度下降.正是基于此,水手通过将缆绳在码头上的驳桩上绕很多圈来固住船只.

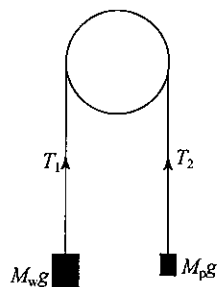


图 1

实验目标

通过系统性地改变各量大小,来探究负载 $W(=M_w g)$ 、最小平衡力 $P(=M_p g)$ 及缠绕角 θ (细绳与一个或多个梁柱接触部分对各轴心所张角之和)三者之间的关系,并将它们的关系用方程的形式给出.

实验装置

序号	物 品	数量
1	中间竖直放置着一根钢管、其四周水平放置着四根钢管的木架	1
2	安放在一根水平钢管前面、刻有间距 1.5 mm 的刻线的有机玻璃板	1
3	含挂架的塑料秤盘,其质量 M_{pan} 标在秤盘的侧面上	1
4	带照明灯的放大镜	1
5	带蓝色标记的白色细绳(刻度绳)	2 根
6	粉色绳	1 根
7	装在盒内的如下砝码:	
	500.0 g	1
	200.0 g	2
	100.0 g	1
	50.0 g	1
	20.0 g	2
	10.0 g	1
	5.0 g	1
	2.0 g	2
	1.0 g	1
8	一个质量未知的物体,其质量用 M_o 表示	1
9	一个带挂钩的砝码串,每一件质量均为 100 g,总质量为 800 g	1
10	抹布	1

① 北京大学物理学院苟坤、杨景、陈晓林,南开大学物理学院宋峰、张春玲译.

滑动放大镜上的蓝色开关可以开关照明灯. 有机玻璃板是用来探测细线的运动的, 其上的刻线被用作判断细线运动与否的参照物.

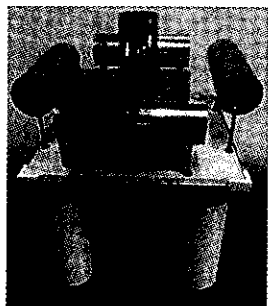


图 2(a) 装在木架上的钢管

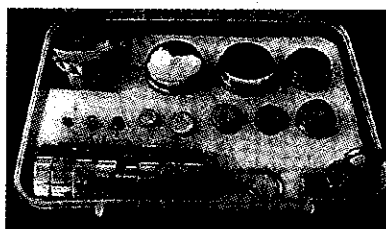


图 2(b) 砝码组



图 2(c) 塑料秤盘



图 2(d) 刻度绳



图 2(e) 粉色绳

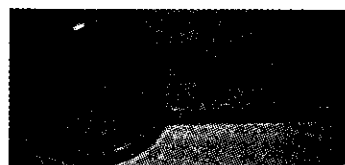


图 2(f) 带照明的放大镜

图 2(g) 质量未知的物 M_0 

图 2(h) 带挂钩的砝码组

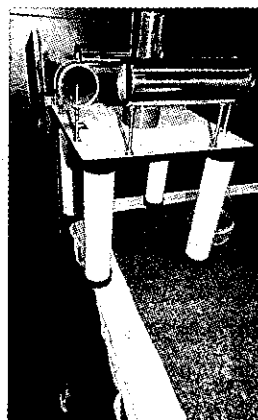


图 2(i) 完整的装置

实验步骤

注意: 不要触摸细绳可能接触到的钢管的表面. 任何油脂都可能改变表面(钢管及绳的表面)的摩擦性质. 如果需要的话可以使用提供的抹布擦拭钢管.

第一部分 (注: 在此部分使用刻度绳)

以带挂钩的砝码组作负载 M_w , 将其系在所给刻度绳(其质量可忽略)一端, 并在绳的另一端系上秤盘(质量已知). 实验装置中还提供了另一套砝码. 通过使细绳跨过或绕过两个或更多

个钢管可以改变缠绕角 θ (见图 3)。

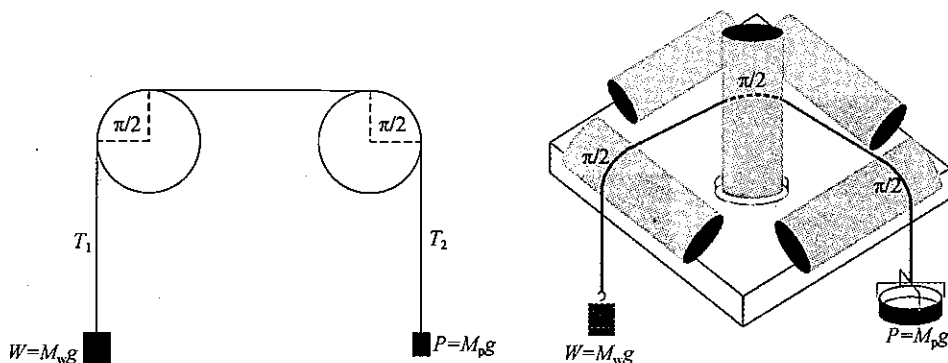


图 3 缠绕角分别为 π 和 $3\pi/2$ 的细绳装配示意图。

细绳不接触竖直钢管, 横跨在两个平行钢管上时得到的缠绕角 θ 最小 (见图 3)。通过使细绳绕过竖直钢管, 并改变最小平衡力的挂放位置, 可使缠绕角 θ 以 $\pi/2$ 的步长变化。负载 M_w 应被悬挂在装有有机玻璃板的一端。

将细绳缠绕于中央竖直钢管上, 便可使缠绕角度 θ 增加。通过带有刻度的透明有机玻璃板, 我们可以观察挂有负重的绳索是否滑动。你可以使用带照明的放大镜来帮助观察绳索是否滑动。在理想状况下, 我们应该通过观察 M_w 移动临界状态来确定 M_p (克服静摩擦力)。但这不可能。不过, 我们可以确定该值所处的区间 $[M_{p-}, M_{p+}]$ 。此区间是 M_p 不确定度的度量, 故应使其尽可能窄。

当 $\theta = \pi$ 时, 要尽量利用所给砝码使测量范围尽可能宽。要估算测量的不确定度, 画出必要的图线, 综合各图线得到的结果得到所需的方程。分析你得到的数据, 将 P 用 W 和 θ 表达。 P 的表达式中还会含有与钢管和细绳间的摩擦有关的项。从 P 的表达式中找出此项, 令其等于系统的摩擦系数 μ , 并估算此系数的扩展不确定度。

第二部分 (注: 在这部分使用粉色绳)

将所给质量未知的重物 M_0 和秤盘分别悬挂于粉色绳的两端, 并使其静止。写出用以求得 M_0 和 μ_0 的方程。在 $\theta = \pi$ 时, 作必要的测量, 使用实验中得到的关系来确定未知重物的质量 M_0 以及粉色绳与钢管之间的摩擦系数 μ_0 。并估算它们的扩展不确定度。

对不确定度估计的说明:

(1) 如果被观测量 X 的测量值落在数值区间 $[X_1, X_2]$, 并且测量值在这个数值区间的分布概率是均匀的, 那么这种数值分布被叫做均匀分布或者矩形分布, 其标准不确定度可以表示为

$$\text{为 } \frac{|X_1 - X_2|}{2\sqrt{3}}.$$

(2) 在确定了一个测量值的标准不确定度之后, 结果应当以扩展不确定度的形式表示。如果扩展不确定度的数值等于合成标准不确定度的两倍, 那么这一测量的确信等级大约是 95%。一般情况下, 扩展不确定度只保留一位有效数位, 测量值的有效数字的最后一位则应该和扩展不确定度值在同一位小数位上。

2. 电磁感应

用于探测金属物体表面下的损伤的现代涡流测试技术,利用了电磁感应的原理.由于金属导体所在位置的磁通量的改变而感应出的环状电流叫做涡流.把通有交流电的线圈(例如:螺线管)放在金属物体表面附近,通过测量线圈的电阻和电感的变化,可以探测金属缺陷.

如果线圈内部没有铁磁材料,则磁通量 Φ 正比于电流 i ,比例常数称为线圈的自感系数,用字母 L 表示.具有自感系数 L 的线圈中的自感电动势(emf),等于 $-L \frac{di}{dt}$.

在一个耦合线圈系统中(两个线圈),线圈1通有电流 i_1 ,则通过该线圈的磁通量为

$$\Phi = L_1 i_1 + M_{21} i_2,$$

式中 L_1 是线圈1的自感系数, M_{21} 是互感系数.当线圈2通有电流时,磁通量与上式类似,并有 $M_{12} = M_{21}$.

L-R 电路

一个角频率为 ω 的正弦交流电,流经电阻为 R 、自感系数为 L 的线圈构成的 L-R 电路,其电势会降低.

设电流 $i = I_0 \sin \omega t$,则电阻上的电压降等于 $I_0 R \sin \omega t$,电感上的电压降是 $I_0 \omega L \cos \omega t$.进而我们可以得到 R-L 组合回路上的电压. ωL 称为感抗,用符号 X 表示.容易证明,线圈上的电压是 $I_0 Z \sin(\omega t + \theta)$,式中,

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (1)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{X}{R}\right). \quad (2)$$

交流电压和交流电流的大小和极性随着时间连续变化,但是一个周期内的电压和电流的有效值(rms值)是不依赖于时间的,分别用 V 和 I 表示.它们满足的关系式类似于欧姆定理的表达式: $V = IZ$.由此,我们有:

$$V^2 = (IR)^2 + (IX)^2. \quad (3)$$

(注意:电阻的概念基本上与电磁能的耗散有关,交流电路中的线圈的电阻和直流电路中用欧姆定理求解出的值是不同的.)

如果电路中还有其他的电阻和(或)电感, L-R 组合回路中的电压降等于电阻上的总电压降和电感上的总电压降的平方和再开根号.

线圈感抗和电阻的测量

说到测量交流电的电流和电压时,通常指的是有效值.

由方程(2)和(3)可以得到:

$$V \cos \theta = IR, \quad (4)$$

以及

$$V \sin \theta = IX. \quad (5)$$

为了获得线圈的 R 和 L 值,我们可以使用上述两个方程.电压 V 和电流 I 可以测量.但是还有三个未知量,即 θ , R 和 X .因此我们还需要一个方程.

如果在一个含有线圈和一个已知电阻 R' 的组合回路上,加上一个电压 V_A (如图1所示),那么电压 V_A 与 R' 上的电压降 $V_{R'}$ 、线圈上的电压 V 和角度 θ 的关系为

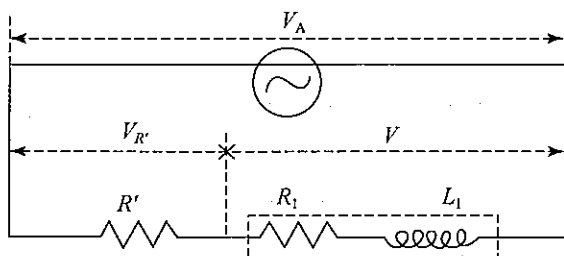


图 1

$$V_A^2 = V_{R'}^2 + V^2 + 2V_{R'}V\cos\theta. \quad (6)$$

公式(6)中除去 θ 的所有量都能够测量得到.

因此,测量出三个电压 V_A , $V_{R'}$ 和 V ,并利用公式(4),(5)和(6), θ ,则 R 和 X 就能够被确定.已知交流电的频率,能够计算出 L .

反之,从方程式(4)和(6),由测量到的三个电压值,我们可以写出 R 的表达式:

$$R = \left(\frac{R'}{2}\right) \left[\frac{V_A^2 - V^2}{V_{R'}^2} - 1 \right]. \quad (7)$$

线圈的阻抗 Z 可以由公式 $Z = \frac{V}{V_{R'}} R'$ 计算出, X 值可以从下式得出:

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}. \quad (1A)$$

耦合回路

对于由两个线圈组成的耦合回路,电源供给初级线圈的能量,部分消耗在初级线圈中,部分消耗在与之耦合的次级线圈中.当不存在机械功时,能量仅消耗在电阻上.在磁场中,电感储存能量.对于自感系数为 L 的电感,当电流为 I (有效值)时,其平均储能等于 $\frac{1}{2}LI^2$.

当电流流经次级线圈时,其在初级线圈中感应出的电动势导致了初级线圈中电流的变化.从初级线圈来看,这个变化是初级线圈中的等效电阻和感抗的一系列变化所引起的,没有必要知道次级线圈的参数.在初级和次级线圈中消耗的总能量就好像是消耗在初级线圈等效电阻上一样.

初级线圈等效电阻值 R_{PE} 和等效电感 L_{PE} 与从次级线圈的“反射”电阻 R_R 和“反射”电感 L_R 有关.在初级线圈中反射的电阻 R_R 所消耗的(平均)功率必须等于次级回路中电阻 R_S 消耗的功率.即

$$I_P^2 R_R = I_S^2 (R_S + R_L). \quad (8)$$

类似地,反射的感抗 L_R 和次级回路中感抗 L_S 满足:

$$\frac{1}{2} L_R I_P^2 = \frac{1}{2} L_S I_S^2. \quad (9)$$

由于初级线圈中交变电流 I_P 的改变而在次级线圈中感应的电动势的大小等于 $\omega M I_P$.根据基尔霍夫回路方程,可以写出初级和次级线圈中电流(有效值)满足的方程

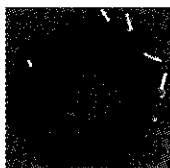
$$\omega M I_P = I_S Z_S, \quad (10)$$

式中 Z_S 是次级回路中的阻抗.当次级回路中阻抗为无限大时,感应电动势就好像作用于开路的次级线圈上.

实验仪器



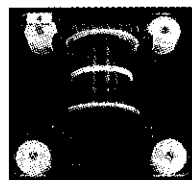
电阻板



连接线



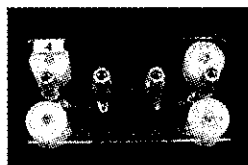
数字万用表



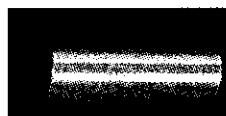
耦合线圈, 其中一个线圈绕在另一个线圈上面



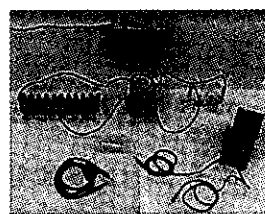
正弦波发生器



电阻板



铝棒



整套装置

实验仪器包含下述物品:

1. 频率 1000 Hz 时输出为 10 V(有效值)的正弦波发生器.
2. 可用作电压表的数字万用表.
3. 绕在无磁性非导体圆柱状中空绕线筒上的同轴线圈, 其中一个线圈绕在另一个的上面.
4. 能够插入中空绕线筒的铝棒.
5. 安装在聚丙烯绝缘板上的电阻板有 2 排电阻, 每排有 10 个电阻: 其中一排的电阻值均为 $100\ \Omega$, 另一排的则均为 $10\ \Omega$, 都含有香蕉插孔.

6. 所需要的负载电阻 R_L 或者取样电阻 R' 可以用电阻板和导线连接来进行选取. 当第 5 项中所述的电阻板用作负载电阻时, 还有另一个具有 $300\ \Omega$ 电阻的电阻板可用作取样电阻.

7. 具有香蕉插头的 5 根黑线和 5 根红线(其中较长的一对黑线和红线用于万用表).

频率为 1000 Hz 的正弦波发生器可用于产生交流电压. 使用万用表的 20 V 量程测量交流电压的有效值.

若有需要, 可以从测量到的初级线圈中 R' 上的电压和次级线圈中 R_L 上的电压, 计算得到电流 I_P 和 I_S .

实验

第一部分: 测量无芯(空气芯)线圈和铝芯线圈的电阻和电感

将线圈 1(接线柱为蓝色)和电阻 R' 串联, 并连接到正弦信号发生器的两端. 你需要从电阻板上挑选 R' 的阻值. 在你开始实验测量前, 首先开启正弦信号发生器, 以便达到稳定的输出. 不要自行将信号发生器关闭. 始终将信号发生器的输出保持在最大(数字万用表上显示大约为

10 V).

信号发生器输出的波形可能会有一定程度的不对称. 在该情况下, 交换连接数字万用表的“V/ Ω ”和“com”插口的表笔, 得到的读数会有些许不同. 为了校准波形不对称带来的误差, 请每次测量时都交换万用表的表笔, 并取两次测量值的平均.

请选择适合的 R' , 使 $V_{R'}$ 和 V 的值大致相等. 这样, 由阻抗 Z 带来的系统误差便可以忽略.

(a) 测量 V_A , $V_{R'}$ 和 V , 以及另外线圈两端的电压 V_O . 找出线圈 1 (蓝色端点) 的电阻 R_1 和电感 L_1 , 并估算测量值的不确定度.

(b) 连接另一线圈 2 (接线柱为绿色), 通过必要的测量确定 R_2 和 L_2 . 估算测得值的不确定度.

(c) 将铝棒插入线圈中, 重复上述步骤, 找出线圈 1 的电感 L_1^* 和电阻 R_1^* 以及相应的不确定度.

(d) 通过必要的实验测量, 得到带铝芯的线圈 2 的电感 L_2^* 和电阻 R_2^* , 并估算不确定度.

注意: 下面的第二、三、四部分, 不需要计算不确定度

第二部分: 互感和耦合常数

(f) 互感 M 可以从 $V_{R'}$ 和 V_O (第一部分中已测量) 中得到. 分别给出不带铝芯和带铝芯情况下线圈 1 和线圈 2 的互感的平均值. 耦合线圈的互感和自感之间的关系由 $M = k(L_1 L_2)^{1/2}$ 给出. 分别确定两种情况下耦合常数 k 的值.

(g) 使用线圈 1 (蓝色接线柱) 作为初级线圈, 线圈 2 (绿色接线柱) 作为次级线圈. 将初级线圈与取样电阻 $R' = 300 \Omega$ 串联, 并接于信号发生器的输出端. 将次级线圈与可变电阻 R_L 相联. 测量 R_L 两端的电压以得到输出电压 V_O . 改变 R_L 的阻值, 并测量每个 R_L 时的 V_A , $V_{R'}$, V 和 V_O .

(h) 将公式 (10) 重写成展开式, 可作出一个线性图. 给出该线性图的表达式. 其斜率可以用来获得互感值 M , 其截距可以用来获得次级线圈的感抗值 X_S .

(i) 使用 (g) 中的数据, 算出一些必要的物理量, 并画出对应于 (h) 中表达式的图.

(j) 作图, 并得到 M 和 X_S 的值.

第三部分: 初级线圈的等效阻抗和次级线圈的若干反射物理量之间的关系

(k) 使用第二部分中得到的数据, 找出对应次级电路中各个 R_L 取值时, 初级线圈的等效电阻 R_{PE} 和等效感抗 X_{PE} .

(l) 使用第二部分中得到的数据, 对应所有 R_L , 计算公式 (8) 中所定义的反射电阻 R_R 和反射电抗 X_R (参见公式 (9)).

(m) 作出 X_{PE} 随 X_R 变化的曲线. 请考虑作图所绘各量的不确定度, 写出等效初级感抗和

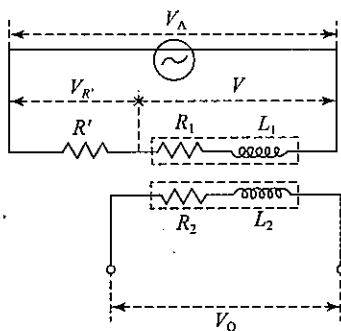


图 2

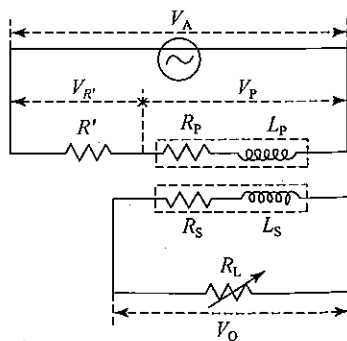


图 3

反射感抗之间关系的表达式.

(n) 在所研究的取值范围内,用图像表示出 R_R 和 R_L 的关系,并找出反射电阻达到最大值时 R_L 的取值.如有需要,可进一步测量以得到更多数据,以便更加精确地找出上述最大值.

第四部分: 涡流效应

(o) 通过分析第三部分中得到的数据,我们可以使用一种模型来估算带电线圈中金属芯的涡流所感受到的电感和电阻的比值,这里的涡流是线圈接上电源后在线圈的芯中产生的.

通过分析第二部分(i)和(j)的数据,可以得到 $R_{PE} = R_P + R_R$. 而 X_{PE} 和 X_R 关系之间的关系从第三部分(m)中得到.

参照第一部分(c)中得到的数据,分别对线圈1和线圈2接上电源的情形,估算铝芯中涡流所感受到的电感和电阻的比值.

(p) 按照第二部分的图3所示连接线圈,并插入铝芯.给出铝芯的功率损耗 ΔP 的表达式.

取 $R' = 300 \Omega$, $R_L = 1000 \Omega$. 将 V_A 调到 9.0 V . 通过适当测量,得出铝芯中涡流带来的功率损耗.

附 英文试题^①

THEORETICAL COMPETITION

1. The drag on a falling magnet

A clear and detailed discussion on eddy currents was first provided by the British physicist Sir James H. Jeans (1877—1946) in his celebrated book *The mathematical theory of electricity and magnetism* (1925). The present problem is based on electricity and magnetism.



James H. Jeans
(1877—1946)

A small size magnet with dipole moment of magnitude p and mass m is dropped through a very long vertically held non-magnetic metallic tube as shown in Fig. 1 (figure is not to scale). In general the fall is governed by

$$m\ddot{z} = mg - k\dot{z}, \quad (1)$$

Here g is the acceleration due to gravity. Note that the damping parameter k is due to the generation of eddy currents in the tube.

I.1 Obtain the terminal velocity (v_T) of the magnet.

I.2 Obtain $z(t)$, i. e. position of the magnet at time t .

Take $v(t=0) = 0$ and $z(t=0) = 0$.

We shall attempt to understand the dynamics of the fall.

In order to do this we consider in part I. 3—part I. 8 a

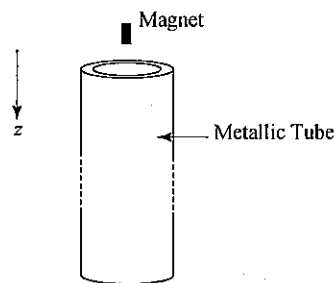


Figure 1

^① 英文试题及解答可从官方网站 <http://www.apho2012india.org/> 下载.

simplified problem of the magnet falling axially towards a fixed non-magnetic metallic ring of radius a , resistance R and inductance L as shown in Fig. 2. In this problem, we shall ignore radiation effects.

In our case it is convenient to change the reference coordinates to a set of cylindrical ones (ρ, φ, z) as shown in Fig. 2 where z -axis is the ring axis, the magnet is initially at rest at the origin and the center of the ring is at distance z_0 from the origin. Cartesian axes (x, y, z) are also shown in the figure. The magnet has dipole moment \mathbf{p} in the positive z direction ($\mathbf{p} = p\hat{\mathbf{k}}$) where $\hat{\mathbf{k}}$ is unit vector in z direction. We will assume that during the fall, magnetic moment remains in the same direction. The axial component (B_z) and radial component (B_ρ) of the magnetic field at an arbitrary point (ρ, φ, z) when the magnet is at the origin are given by

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{p}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} \left[\frac{3z^2}{\rho^2 + z^2} - 1 \right],$$

$$B_\rho = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3pz\rho}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}},$$

where μ_0 is the permeability of free space.

I. 3 Let the instantaneous speed of the magnet be v . Obtain the magnitude of the induced emf (\mathcal{E}_i) in the ring.

I. 4 This emf will give rise to an induced current (i) in the ring. Obtain the magnitude of the instantaneous electromagnetic force (f_{sm}) on the ring in terms of i .

I. 5 What is the magnitude of the force on the magnet due to this ring?

I. 6 Express the emf in the ring in terms of L , R and i . Do not solve for i .

I. 7 As the magnet falls it loses gravitational potential energy. Identify the three main forms of energy into which the gravitational potential energy is converted and write down the expressions you would use to calculate each of the three contributions.

I. 8 Does the magnetic field of the magnet do any work in this process? Tick in the appropriate box.

Next we will estimate the damping parameter k due to the pipe (see Eq. (1)). Take an infinitely long pipe with radius a , small thickness w , and electrical conductivity σ . For this and later part, we take inductance of the pipe to be negligible. It would help if you considered the pipe to be made of many rings each of height $\Delta z'$, radius a , small thickness w and electrical conductivity σ (see Fig. 3). For simplicity, the two ends of the pipe are at $z = -\infty$ and at $z = \infty$, respectively.

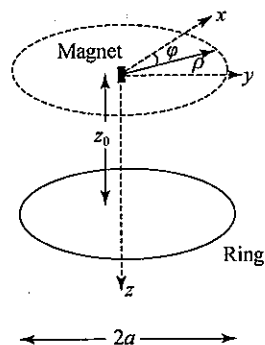


Figure 2

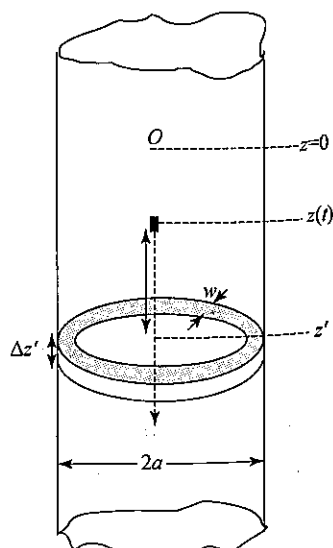


Figure 3

I.9 Obtain the resistance of an individual ring.

I.10 Obtain the damping parameter k due to the entire pipe in terms of p, σ and geometrical parameters of the ring. Since each ring is very thin, you may take magnetic field to be constant over the thickness of the ring and equal to $B_p(\rho=a)$. Assume that at an instant t , the magnet has a coordinate $z(t)$ with an instantaneous speed \dot{z} . You should leave your answer in terms of a dimensionless integral I , involving a dimensionless variable $u=(z-z')/a$.

I.11 Assume that the damping constant k depends on the following

$$k = f(\mu_0, p, R_0, a),$$

where R_0 is the effective resistance of a long pipe. Use dimensional analysis to obtain an expression for k . Take the dimensionless constant to be unity.

The following integrals may be useful:

$$\int \frac{u du}{(u^2 + a^2)^n} = \frac{1}{2} \frac{(a^2 + u^2)^{1-n}}{1-n} + \text{Constant} \quad (n > 1).$$

2. Chandrasekhar limit

In a famous work carried out in 1930, the Indian Physicist Prof Subrahmanyan Chandrasekhar (1910—1995) studied the stability of stars. The problem will help you to construct a simplified version of his analysis.

You may find the following symbols and values useful.

Speed of light in vacuum	$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Planck's constant	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Universal constant of Gravitation	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
Rest mass of electron	$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Rest mass of proton	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$



S. Chandrasekhar
(1910—1995)

II.1 Consider a spherical star of uniform density, radius R and mass M . Derive an expression for its gravitational potential energy (E_G) due to its own gravitational field (gravitational self energy).

II.2 We assume that the star is made up of only hydrogen and that all the hydrogen is in ionized form. We consider the situation when the star's energy production due to nuclear fusion has stopped. Electrons obey the Pauli exclusion principle and their total energy can be computed using quantum statistics. You may take this total electronic energy (ignoring the protonic energy) to be

$$E_e = \frac{\hbar^2 \pi^2}{10 m_e a_0^{2/3}} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{7/3} \frac{N_e^{5/3}}{R^2},$$

where N_e is the total number of electrons and $\hbar = h/2\pi$. Obtain the equilibrium condition of the star relating its radius (R_{wd}) to its mass. This radius is called the "White Dwarf" radius.

II.3 Numerically evaluate R_{wd} given that mass of the star is the same as the solar mass ($M_s = 2.00 \times 10^{30} \text{ kg}$).

II. 4 Assuming that the electron distribution is homogeneous, obtain an order of magnitude estimation of the average separation (r_{sep}) between electrons if the radius of the star is R_{wd} as obtained in part II. 3.

II. 5 Let us estimate the speed of electrons. For this purpose, assume each electron to form a standing wave in a one-dimensional box of length r_{sep} . Estimate the speed of electron (v) in the lowest energy state using de-Broglie hypothesis.

II. 6 Consider now a modification of the analysis in part II. 2. If we take electrons in the ultrarelativistic limit ($E=pc$), a similar analysis yields

$$E_e^{\text{rel}} = \frac{\pi^2}{4^{4/3}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{5/3} \frac{\hbar c}{R} N_e^{4/3}.$$

Obtain the expression for the mass for which, the star can be in equilibrium in terms of the constants provided at the beginning of the question. We call this the critical mass (M_c).

II. 7 If the mass M of the star is greater than the critical mass M_c obtained in part II. 6, state whether the star will expand or contract. Tick in appropriate box.

II. 8 Calculate a numerical estimate of this critical mass in units of solar mass (M_S).

(Note: Your answer may differ from Chandrasekhar's famous result because of the approximations made in this analysis)

3. Pancharatnam phase

This problem deals with the two beam phenomena associated with light, its interference, polarization and superposition. The particular context of the problem was studied by the Indian physicist S. Pancharatnam (1934–1969).

Consider the experimental set up as shown in Fig. 1. Two coherent monochromatic light beams (marked as beam 1 and 2), travelling in the z direction, are incident on two narrow slits and separated by a distance d ($S_1 S_2 = d$). After passing through the slits the two beams interfere and the pattern is observed on the screen S . The distance between the slits and the screen is D and $D \gg d$. Assume that the width of each slit S_1 and S_2 is much smaller than the wavelength of light.



S. Pancharatnam
(1934–1969)

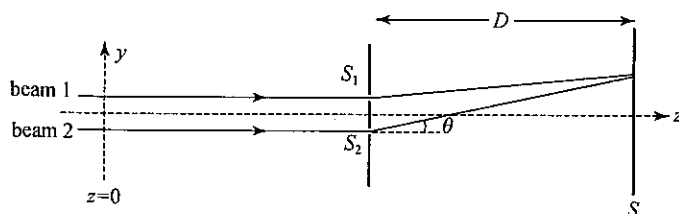


Figure 1

III. 1 Let the beams 1 and 2 be linearly polarized at $z=0$. The corresponding electric

field vectors are given by

$$\mathbf{E}_1 = \hat{i}E_0 \cos(\omega t), \quad (1a)$$

$$\mathbf{E}_2 = \hat{i}E_0 \cos(\omega t), \quad (1b)$$

where \hat{i} is the unit vector along the x -axis, ω is angular frequency of light and E_0 is the amplitude. Find the expression for the intensity of the light $I(\theta)$, that will be observed on the screen where θ is the angle shown in Fig. 1. Express your answer in terms of θ, d, E_0, c and ω where c is the speed of light. Also, note that the intensity is proportional to the time average of the square of the electric field. Here you may take the proportionality constant to be β . You may ignore the attenuation in the magnitude of the electric fields with distance from the slits to any point on the screen.

III. 2 A perfectly transparent glass slab of thickness w and refractive index μ is introduced in the path of beam 1 before the slits. Find the expression for the intensity of the light $I(\theta)$ that will be observed on the screen. Express your answer in terms of $\theta, d, E_0, c, \omega, \mu$ and w .

III. 3 An optical device (known as quarter wave plate (QWP)) is introduced in the path of beam 1, before the slits, replacing the glass slab. This device changes the polarization of the beam from the linear polarization state

$$\mathbf{E}_1 = \hat{i}E_0 \cos(\omega t)$$

to a circular polarization state which is given by

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[\hat{i}E_0 \cos(\omega t) + \hat{j}E_0 \sin(\omega t)], \quad (2)$$

where \hat{j} is the unit vector along the y -axis.

Assume that the device does not introduce any additional path difference and that it is perfectly transparent. Note that the tip of the electric field vector traces a circle as time elapses and hence, the beam is said to be circularly polarized. We assume that the angle θ is small enough so that intensity from slit one does not depend on the angle θ even for \hat{j} polarization.

III. 3a Find the expression for the intensity $I(\theta)$ of the light that will be observed on the screen. Express your answer in terms of θ, d, E_0, c and ω .

III. 3b What is the maximum intensity (I_{\max})?

III. 3c What is the minimum intensity (I_{\min})?

III. 4

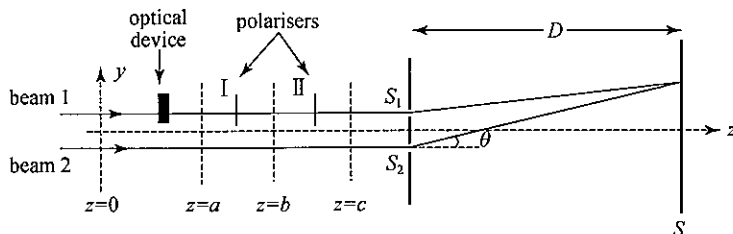


Figure 2

Now, consider the experimental setup (see Fig. 2) in which the beam 1 is subjected to

- the device (QWP) described in part 3 and,
- a linear polarizer (marked as I), between $z = a$ and $z = b$ which allows only the component of the electric field parallel to an axis (\hat{i}') to pass through. The unit vector \hat{i}' is defined as

$$\hat{i}' = \hat{i} \cos \gamma + \hat{j} \sin \gamma,$$

and,

- another linear polarizer (marked as II) between $z = b$ and $z = c$ which polarizes the beam back to \hat{i} direction.

Thus the beam 1 is back to its original state of polarization. Assume that the polarizers do not introduce any path difference and are perfectly transparent.

III. 4a Write down the expression for the electric field of beam 1 after the first polarizer at $z = b$, $E_1(z = b)$.

III. 4b Write down the expression for the electric field of beam 1 after the second polarizer at $z = c$, $E_1(z = c)$.

III. 4c What is the phase difference (α) between the two beams at the slits?

The most general type of polarization is elliptical polarization. A convenient way of expressing elliptical polarization is to consider it as a superposition of two orthogonal linearly polarized components i. e.

$$E = \hat{i}' E_0 \cos \omega t + \hat{j}' E_0 \sin \omega t, \tag{3}$$

where \hat{i}' and \hat{j}' and this state of polarization are depicted in Fig. 3.

The tip of the electric field vector traces an ellipse as time elapses. Here e represents the ellipticity and is given by

$$\tan e = \frac{\text{Semi-minor axis of the ellipse}}{\text{Semi-major axis of the ellipse}}$$

Linear polarization (Eqs. (1)) and circular polarization (Eq. (2)) are special cases of elliptical polarization (Eq. (3)).

The two parameters $\gamma (\in [0, \pi])$ and $e (\in [-\pi/4, \pi/4])$ completely describe the state of polarization.

The polarization state can also be represented by a point on a sphere of unit radius called the Poincare sphere. The polarization of the beam described in Eq. (3) is represented by a point P on the Poincare sphere (see Fig. 4), then latitude $\angle PCD = 2e$ and longitude $\angle ACD = 2\gamma$. Here C is the center.

III. 5 Consider a point on the equator of the Poincare sphere.

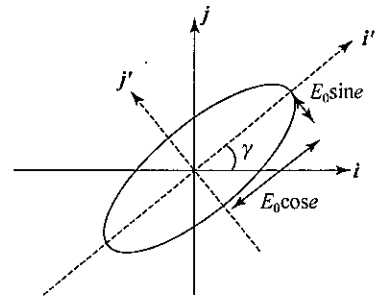


Figure 3

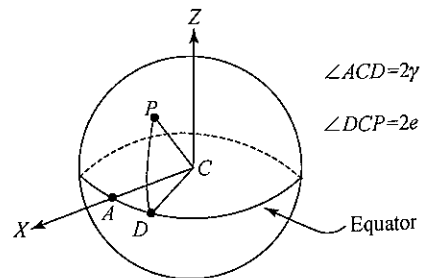


Figure 4

III. 5a Write down the electric field (\mathbf{E}_{Eq}) corresponding to this point.

III. 5b What is its state of polarization?

III. 6 Consider a point at the north pole of the Poincare sphere.

III. 6a Write down the electric field (\mathbf{E}_{NP}) corresponding to this point.

III. 6b What is its state of polarization?

III. 7 Now, consider the three polarization states of beam 1 as given in part 4. Let the initial polarization (at $z=0$) be represented by a point A_1 on the Poincare sphere; after the optical device, let the state (at $z=a$) be represented by point A_2 and after the first polarizer (say, at $z=b$), the state be represented by point A_3 . At $z=c$, the polarization returns to its original state which is represented by A_1 . Locate these points (A_1, A_2 , and A_3) on the Poincare sphere.

III. 8 If these three points (A_1, A_2 , and A_3 from the part III. 7) are joined by great circles on the sphere, a triangle on the surface of the sphere is obtained (Note: A great circle is a circle on the sphere whose center coincides with the center of the sphere). The phase difference a obtained in part 4 and the area S of the curved surface enclosed by the triangle are related to each other. Relate S to a .

This relationship is general and was obtained by Pancharatnam and the phase difference is called the *Pancharatnam phase*.

EXPERIMENTAL COMPETITION

1. Friction

If a cord is passed around a post or a beam and the tensions in the two segments are different, friction between the cord and the beam plays a role in controlling the motion of the cord (Fig. 1). It is observed that to hold a body suspended at one end of the cord, the minimum force needed at other end of the cord is less than the weight of the body due to the presence of frictional forces. With the increase in the number of turns around the beam, the decrease in force is spectacular. Sailors are known to use this idea for arresting the motion of ships by winding ropes tied to ships around posts at the docks.

OBJECTIVE:

To explore the relationship among the three quantities: the load $W (=M_w g)$, the minimum effort $P (=M_p g)$ needed to keep the system in equilibrium and the angle θ , subtended by the segment of the cord in contact with one or more beams, by systematically varying these quantities and to express it in the form of an equation.

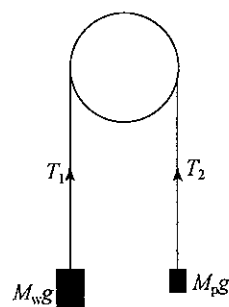


Figure 1

APPARATUS:

Sr. No.	Item	Quantity
1	An apparatus consisting of four pieces of steel pipe on four sides of an identical vertical piece at the centre, all fixed on a wooden platform	1
2	An acrylic sheet (with lines 1.5 mm apart) mounted in front of one of the horizontal pipes	1
3	A plastic pan (including supporting rods) with its mass (M_{pan}) written on its side	1
4	A magnifying glass with torch	1
5	White cord with blue markings (Dial cord)	2 pieces
6	Pink cord	1 piece
7	A weight box containing following weights	
	500.0 g	1
	200.0 g	2
	100.0 g	1
	50.0 g	1
	20.0 g	2
	10.0 g	1
	5.0 g	1
	2.0 g	2
	1.0 g	1
8	A body of unknown mass, M_u	1
9	A hanger of slotted weights with hook (each weight 100.0 g and total weight 800.0 g)	1
10	A piece of cleaning cloth	1

The blue switch can be moved to switch the torch ON/OFF. The acrylic plate with lines ruled on it is provided to detect the motion of the cord. The lines on the acrylic plate can be taken as reference against which the motion of the cord can be observed.

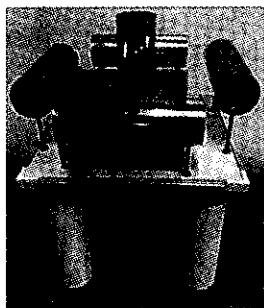


Figure 2(a) Steel pipes mounted on wooden platform

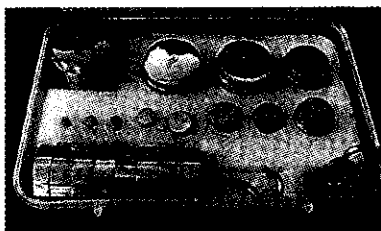


Figure 2(b) Set of weights



Figure 2(c) Plastic pan



Figure 2(d) Dial cord



Figure 2(e) Pink cord

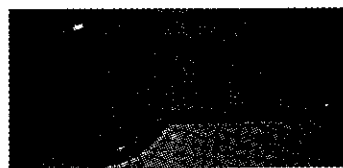
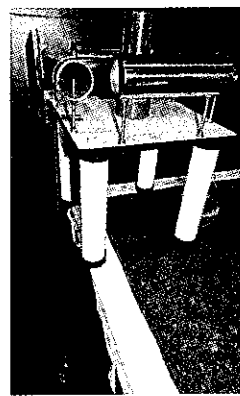
Figure 2(f) Magnifying glass
with torchFigure 2(g) Body of unknown
Mass, M_u Figure 2(h) Slotted weights
with hook

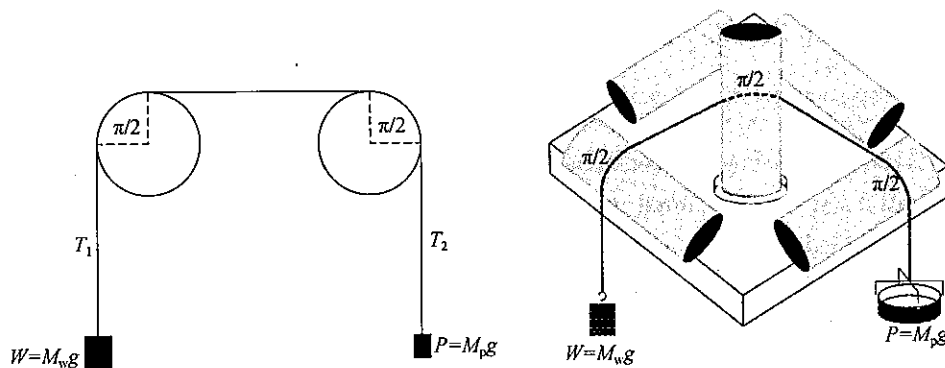
Figure 2(i) Complete set-up

EXPERIMENTAL PROCEDURE:

Caution: Do not touch the surface of the pipes with which the cord would be in contact. Any greasy material can change the frictional properties of the surface (surface of the pipes as well as the cord). A cleaning cloth is provided if required.

Part 1: (Note: Use the dial cord in this part.)

Use the hanger with slotted weights as load M_w . Attach the load at one end of the given piece of dial cord (whose mass is negligible) and a pan (with known mass) at the other. A weight box with weights is also provided. The angle θ subtended by the cord can be changed by passing it over/around two or more of the given pipes. (Refer to Fig. 3)

Figure 3 Schematic arrangements of the assembly for angles π and $3\pi/2$ respectively

The minimum value of angle θ is obtained when the cord passes over two parallel rods without making any contact with the central post (Fig. 3). By winding the cord around the vertical post and shifting the position of the effort the angle θ can be changed by steps of $\pi/2$. The load M_w should be suspended from the pipe to which the ruled acrylic plate is mounted.

For increasing the angle θ , the cord is to be turned around the central vertical post. To observe whether the cord suspending the load is slipping over the pipe, the transparent acrylic plate is provided. You can use the magnifying glass with torch to view whether the cord is slipping over the pipe. Ideally one should note the effort M_p when the load M_w is on the verge of moving down (overcoming static friction). But that is not possible. However, it is possible to determine the interval $[M_{p-}, M_{p+}]$ within which this value lies. Since this interval is a measure of the uncertainty in the magnitude of M_p , it should be made as small as possible.

For $\theta = \pi$, take observations over as wide range as possible with the weights provided. Make estimate of the uncertainties in the observations. Plot the necessary graphs and combine the results from the graphs to get the desired equation. On the basis of the analysis of your data write down the quantitative relation giving value of P in terms of W and θ . The value of P is also dependent on friction between the cord and the pipe. Identify the term in your equation which accounts for friction and equate it to the coefficient of friction μ for the given system. Estimate the expanded uncertainty in its value.

Part 2: (Note: Use the pink cord in this part.)

A body of unknown mass M_u and a pink cord is provided. Suspend the unknown mass from one end of the cord and the pan from the other end. Write down the relevant equations to determine M_u and μ_u . With $\theta = \pi$, take necessary observations to determine its mass and the coefficient of friction between the pink cord and the pipes using the relationship obtained in the experiment. Estimate the expanded uncertainty in your results.

Note on uncertainty evaluation

(1) If it is observed that the magnitude X of a quantity to be measured lies somewhere in an interval $[X_1, X_2]$, and there is equal probability that it can have any value in this interval, then the probability distribution is said to be uniform or rectangular. The standard uncertainty for such distribution is given by $\frac{|X_1 - X_2|}{2\sqrt{3}}$.

(2) After evaluating the combined standard uncertainty in a measured quantity, the result is stated with an expanded uncertainty. If the expanded uncertainty is taken equal to twice the combined standard uncertainty, the confidence level is approximately 95%. The number giving expanded uncertainty is rounded upwards to retain a single digit (generally) and the number giving the magnitude of the measured quantity is rounded to keep appropriate number of digits such that the last digit has the same decimal place as that of the expanded uncertainty.

2. Electromagnetic induction

The modern technique of eddy current testing employed for detecting defects under the surfaces of metallic objects is based on the principles of electromagnetic induction. The circulating currents induced in conducting bodies due to changing magnetic flux in the region where they are located are called eddy currents. The defects are detected by observing the changes in the resistance and inductance of a coil carrying alternating current when held near the surface of the object.

Unless the core of the solenoid has some ferromagnetic material the magnetic flux Φ is proportional to the current i . The constant of proportionality is called self inductance of the coil and is represented by letter L . The self-induced emf in a coil with inductance L is, therefore, given by $-L \frac{di}{dt}$.

In a coupled system of circuits with current i_1 in one circuit the magnetic flux linked with it is given by

$$\Phi = L_1 i_1 + M_{21} i_2,$$

where L_1 is the self inductance of that circuit and M_{21} is the mutual inductance of the coupled system.

Similar equation holds for the reverse, with $M_{12} = M_{21}$.

L-R Circuit

A sinusoidal alternating current with angular frequency ω flowing through a series combination of resistance R and inductance L produces a voltage drop across the combination.

If we represent current by $i = I_0 \sin \omega t$, the voltage drop across the resistance is equal to $I_0 R \sin \omega t$ and that across the inductance it is $I_0 \omega L \cos \omega t$. We can combine these to get the voltage across the R - L combination. The quantity ωL is called inductive reactance and is represented by symbol X . One can readily show that the voltage across the coil is equal to $I_0 Z \sin(\omega t + \theta)$, where

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (1)$$

and

$$\theta = \arctan\left(\frac{X}{R}\right). \quad (2)$$

Alternating voltage as well as current vary continuously in both magnitude and polarity during the course of time but the rms values of these quantities calculated over a cycle are independent of time and the relation $V = IZ$ where both V and I represent the rms values, is analogous to Ohm's law. From this we see that

$$V^2 = (IR)^2 + (IX)^2. \quad (3)$$

(Note: The concept of resistance is basically related to dissipation of electrical energy and the value of resistance of a coil in ac circuit can be different from its value determined by applying Ohm's law with dc currents.)

When there are additional resistances and/or inductances in series with the coil, we can still consider the voltage drop across the combination as equal to the square root of the sum of the squares of voltage drops across the total resistance and across the total inductance.

Measurement of Inductance and Resistance of a Coil

For measuring alternating current and voltage, generally the rms values are noted. From Equations (2) & (3) we get

$$V\cos\theta = IR, \quad (4)$$

and

$$V\sin\theta = IX. \quad (5)$$

To obtain the values of R and L of the coil we can use the above equations. Voltage V and current I can be measured. But there being three unknown quantities θ , R and X we need one more equation.

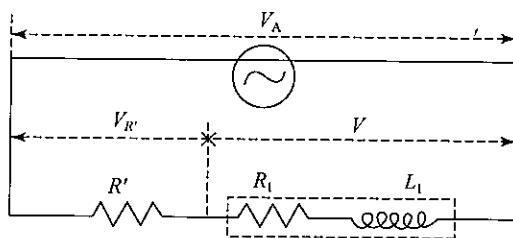


Figure 1

If the applied voltage across the series combination consisting of a known resistor R' with the coil is V_A , then an expression relating applied voltage V_A to the voltage drops $V_{R'}$ across R' , V across the coil and the angle θ is

$$V_A^2 = V_{R'}^2 + V^2 + 2V_{R'}V\cos\theta. \quad (6)$$

All quantities except θ in Equation (6) are measurable.

Hence measuring the three voltages V_A , $V_{R'}$ and V , and using Equations (4), (5) and (6), θ , R and X can be determined. Knowing the frequency of the alternating current the value of L can be calculated.

Alternatively, from Equations (4) and (6) we can express the value of R in terms of the three measured voltages as

$$R = \left(\frac{R'}{2}\right) \left[\frac{V_A^2 - V^2}{V_{R'}^2} - 1 \right]. \quad (7)$$

The impedance Z of the coil can be calculated using the formula $Z = \frac{V}{V_{R'}} R'$ and the value of X could be obtained from

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}. \quad (1A)$$

Coupled Circuits

The energy supplied by the power source to the primary can be dissipated partially in the primary and the remainder in other mutually coupled secondaries. When no mechanical work is done, the energy dissipation is only in resistances. The inductances store energy in the

magnetic field associated with them. With current I (rms value) the average stored energy in inductance L is equal to $\frac{1}{2}LI^2$.

When a current flows in the secondary the emf induced due to it in the primary brings about change in the primary current. Seen from the primary side the effect is a consequence of change in the effective resistance and reactance of the primary coil and there is no need to know the parameters in the secondary circuit. The total energy dissipated in primary as well as secondary circuits appears as if it is dissipated in the effective primary resistance when seen from the primary side.

The effective values of resistance R_{PE} and inductance L_{PE} of primary can be related to a "reflected" resistance R_R and a "reflected" inductance L_R from the secondary side. The (average) power dissipated in the reflected resistance R_R in the primary has to be equal to that in resistance R_S in the secondary circuit. This gives

$$I_P^2 R_R = I_S^2 (R_S + R_L). \quad (8)$$

Similarly, we can relate the reflected inductance L_R to the secondary inductance L_S from

$$\frac{1}{2} L_R I_P^2 = \frac{1}{2} L_S I_S^2. \quad (9)$$

Considering the fact that the induced emf in the secondary due to an alternating primary current I_P has magnitude equal to $\omega M I_P$ we can write the equation corresponding to Kirchhoff's loop rule for the secondary in terms of rms values of primary and secondary currents as

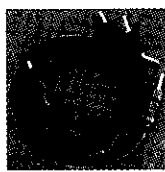
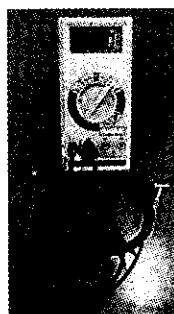
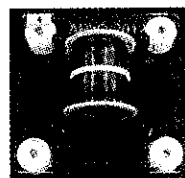
$$\omega M I_P = I_S Z_S, \quad (10)$$

where Z_S is the impedance of the secondary circuit. When the secondary impedance is infinite the mutually induced emf appears as the voltage across the open ends of the secondary.

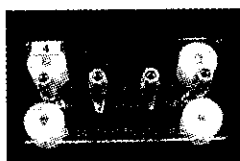
APPARATUS:



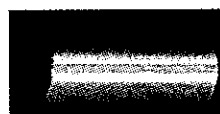
Resistance Board

Connecting
WiresDigital
MultimeterCoils wound one over the
other

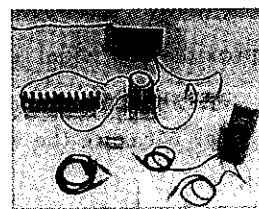
Sine wave Generator



Resistance Board



Aluminum Rod



Complete experimental set up

The apparatus provided for the experiment consists of the following.

1. A sine wave generator with output of about 10 V (rms) at 1000 Hz frequency.
2. A digital multimeter (DMM) to be used as a voltmeter.
3. A pair of coaxial coils wound one around the other on a cylindrical hollow piece of non magnetic non conducting bobbin.
4. A piece of aluminum rod capable of fitting inside the bobbin.
5. Two series of ten resistors mounted on an acrylic board; one consisting of 100 ohms resistors and the other of 10 ohm resistors with banana pin sockets.
6. The required resistance for load R_L or sampling resistance R' can be selected using this resistance board and connecting wire pieces. A separate acrylic board with resistance of 300 ohms is provided which can be used for sampling resistor when the other board is used for load resistance.
7. A set of five red and five black wires with banana pins at their ends (the pair of longer red and black wires is meant for use as DMM probes).

The output of the sine wave generator of frequency 1000 Hz is to be used as the alternating source voltage. Use the 20 V range of the DMM to measure rms ac voltages.

The magnitudes of currents I_P and I_S when needed are to be calculated from the measured voltages across known values of R' in primary and R_L in secondary respectively.

EXPERIMENT

PART 1: Determining Resistance and Inductance of a Coil with Air-core and Aluminium Core

Connect coil 1 (with blue terminals) in series with a resistor R' (to be selected from the resistance board) across the output terminals of the sine wave generator. The sine wave generator will be on before you start your experiment for stabilization of its output. Do not turn it off. Keep the output voltage amplitude maximum. (The DMM should show the output about 10 V).

The ac output of the generator may have some asymmetry. In that case, the readings of the DMM will show slightly different readings, when the input polarities of the DMM are interchanged between "V/ Ω " to "com". To correct for the error due to asymmetry repeat each reading by interchanging the polarity of the probes of the DMM and take the mean of the two readings.

Choose the value of R' to obtain $V_{R'}$ and V approximately equal so that the systematic error in Z becomes negligible.

(a) Measure the voltages V_A , $V_{R'}$ and V as well as V_O across the terminals of the other coil.

Determine the resistance R_1 and inductance L_1 of coil 1 (with blue terminals) and

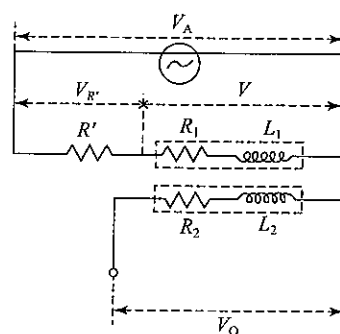


Figure 2

The apparatus provided for the experiment consists of the following.

1. A sine wave generator with output of about 10 V (rms) at 1000 Hz frequency.
2. A digital multimeter (DMM) to be used as a voltmeter.
3. A pair of coaxial coils wound one around the other on a cylindrical hollow piece of non magnetic non conducting bobbin.
4. A piece of aluminum rod capable of fitting inside the bobbin.
5. Two series of ten resistors mounted on an acrylic board; one consisting of 100 ohms resistors and the other of 10 ohm resistors with banana pin sockets.
6. The required resistance for load R_L or sampling resistance R' can be selected using this resistance board and connecting wire pieces. A separate acrylic board with resistance of 300 ohms is provided which can be used for sampling resistor when the other board is used for load resistance.

7. A set of five red and five black wires with banana pins at their ends (the pair of longer red and black wires is meant for use as DMM probes).

The output of the sine wave generator of frequency 1000 Hz is to be used as the alternating source voltage. Use the 20 V range of the DMM to measure rms ac voltages. The magnitudes of currents I_p and I_s when needed are to be calculated from the measured voltages across known values of R' in primary and R_L in secondary respectively.

EXPERIMENT

PART 1: Determining Resistance and Inductance of a Coil with Air-core and Aluminium Core

Connect coil 1 (with blue terminals) in series with a resistor R' (to be selected from the resistance board) across the output terminals of the sine wave generator. The sine wave generator will be on before you start your experiment for stabilization of its output. Do not turn it off. Keep the output voltage amplitude maximum. (The DMM should show the output about 10 V).

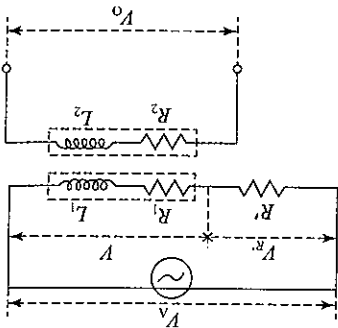
The ac output of the generator may have some asymmetry. In that case, the readings of the DMM will show slightly different readings, when the input polarities of the DMM are interchanged between "V/ Ω " to "com". To correct for the error due to asymmetry repeat each reading by interchanging the polarity of the probes of the DMM and take the mean of the two readings.

Choose the value of R' to obtain V_R and V approximately equal so that the systematic error in Z becomes negligible.

(a) Measure the voltages V_A , V_R and V as well as V_0 across the terminals of the other coil.

Determine the resistance R_1 and inductance L_1 of coil 1 (with blue terminals) and

Figure 2



estimate the uncertainties in the values determined.

- (b) Connect the other coil (coil 2 with green terminals), make the necessary measurements and determine R_2 and L_2 . Evaluate the uncertainties in the values obtained.
- (c) Now insert the piece of aluminium rod at the core of the coils and repeat the procedure to obtain the values of inductances L_1^* and resistance R_1^* and the uncertainties in them for coil 1.
- (d) Make necessary measurements and determine inductance L_2^* and resistance R_2^* of coil 2 when it has an aluminium core. Estimate the uncertainties in the values.

Note: Uncertainty calculations need not be done for parts 2, 3 and 4.

PART 2: Mutual Inductance and Coupling Constant

- (f) Mutual inductance M can be obtained from the readings of V_R and V_0 (recorded in Part 1). Find the average values for air core as well as aluminium core coils. The relation between the mutual inductance and the self inductances of the coupled coils is given by $M = k(L_1 L_2)^{1/2}$. Determine the value of k , the coupling coefficient in the two cases.

- (g) Select coil 1 (with blue terminals) as primary and coil 2 (with green terminals) as secondary. Connect the primary in series with the sampling resistor $R' = 300$ ohms across the output terminals of the generator. Connect across the secondary the variable load R_L . The output voltage V_0 is to be measured across R_L . Change R_L and measure the voltages V_A , V_R , V and V_0 , corresponding to each value of R_L .
- (h) A linear graph can be plotted combining various terms appearing in Equation (10) written in expanded form. Write the linear expression for plotting a graph whose slope can be used to obtain the value of M and intercept to obtain the value of secondary reactance X_s .
- (i) Calculate the necessary quantities using data from (g) to plot the graph corresponding to the expression obtained in the step (h) above.
- (j) Plot the graph and obtain the values of M and X_s .

PART 3: Relations between Effective Primary Impedance and the Reflected Quantities

from Secondary

- (k) Use the data collected in Part 2 to determine the effective resistance R_{pe} and the effective reactance X_{pe} of the primary corresponding to each value of R_L in secondary.

- (l) Use the data of Part 2 to calculate the values of reflected resistance R_R as defined in Equation (8) and of reflected reactance X_R referring Equation (9) corresponding to the values of R_L .
- (m) Plot graph of X_{pe} against X_R . Taking into consideration the likely uncertainties of

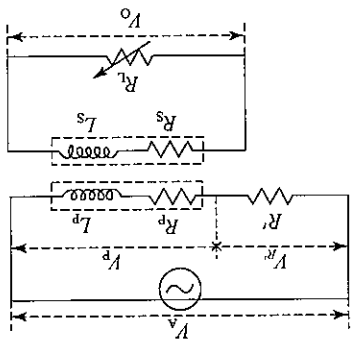


Figure 3

the quantities plotted write down the equation giving the relationship between the effective primary reactance and the reflected reactance.

(n) Represent graphically the relation between R_R and R_L over the range of study and find the value of R_L for which the reflected resistance attains a maximum. If needed, take some more observations to supplement the observations in Part 2 for locating the point with greater precision.

PART 4: Eddy Current Effects

(o) A model based on the analysis of the data in Part 3 suggests how to estimate the ratio of inductance and resistance seen by the eddy currents set up in the core of a coil connected to a power source.

The analysis of the data of Part 2 (i) and (j) should show that $R_{pe} = R_p + R_R$. The relation between X_{pe} and X_R is obtained from Part 3 (m).

Refer to the data collected in Part 1 (c) and estimate the ratio of inductance and resistance as seen by eddy currents in the aluminium core when the power supply is connected to coil 1 and coil 2 respectively.

(p) Connect the coils as in Part 2 Fig. 3 and insert the piece of aluminium rod at the core of the coils. Write down the expression giving the power loss ΔP in the aluminium core.

Set $R' = 300$ ohms and $R_L = 1000$ ohms. Adjust the magnitude of V_A equal to 9.0 V. Make the necessary measurements and calculate the power dissipation due to the eddy currents in the aluminium core.

(吉林大學物理實驗中心設計，長春市長城教學儀器有限公司製造)

楊氏模量綜合測量裝置

