

普通物理奥林匹克工作室

全国中学生物理竞赛委员会办公室 编

2007

# 全国中学生 物理竞赛专辑



8 JULY 2006 | SINGAPORE

北京教育出版社

## 声明

本书为本人特为中学物理竞赛论坛  
(<http://sky.lamost.org>)制作, 只为献给与我一样痴迷于  
物理竞赛的老师和同学们, 如有侵犯原著作权, 请谅。

请勿用于商业用途

xmh627(华山论剑)

2007年11月11日星期日凌晨

菁山物理奥林匹克工作室

2007

# 全国中学生物理竞赛

(2006年第23届)

## 专 辑

全国中学生物理竞赛委员会办公室 编

北京教育出版社

2007

全国中学生物理竞赛

(2006年第23届)

专辑

全国中学生物理竞赛委员会办公室 编

\*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100011

北京出版社总发行

新华书店经销

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

\*

787×1092毫米 32开本 6印张 144 000字

2007年4月第9版 2007年4月第1次印刷

印数 1-10 000

ISBN 7-5303-1445-9/G·1420

定价:8.00元

## 目 次

全国中学生物理竞赛简介	(1)
全国中学生物理竞赛章程	(5)
全国中学生物理竞赛内容提要	(11)
附:关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题 的若干规定	(21)
在第 23 届全国中学生物理竞赛 颁奖大会暨闭幕式上的讲话	卢钟鹤(25)
在第 23 届全国中学生物理竞赛 闭幕式暨颁奖仪式上的讲话	李连和(27)
在第 23 届全国中学生物理竞赛 决赛颁奖大会上的讲话	黄国强(29)
在第 23 届全国中学生物理竞赛 决赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话	丛树桐(31)
第 23 届全国中学生物理竞赛全国竞赛委员会、组织委员会、 评奖组及获奖学生名单	(42)
第 23 届全国中学生物理竞赛试题及参考解答	(47)
预赛理论试题及参考解答	(47)
复赛理论试题及参考解答	(71)
决赛试题及参考解答	(100)
第 37 届国际物理奥林匹克竞赛试题与解答	(153)

## 全国中学生物理竞赛简介

全国中学生物理竞赛是由中国科协主管,由中国物理学会主办,各省、自治区、直辖市自愿参加的群众性的课外学科竞赛活动.这项活动得到教育部的同意和支持.竞赛的目的是促进中学生提高学习物理的主动性和兴趣,改进学习方法,增强学习能力;促进学校开展多样化的物理课外活动,活跃学习空气;发现具有突出才能的青少年,以便更好地对他们进行培养.

竞赛分为预赛、复赛和决赛.预赛由全国竞赛委员会统一命题,采取笔试的形式,所有在校的高中中学生经学校同意后都可以报名参加.在预赛中成绩优秀的学生由市、县推荐,可以参加复赛.复赛包括理论和实验两部分.理论部分由全国竞赛委员会统一命题,满分为160分;实验部分由各省、自治区、直辖市竞赛委员会命题,满分为40分.根据复赛中理论和实验的总成绩,由省、自治区、直辖市竞赛委员会推荐成绩优秀的学生参加决赛.决赛由全国竞赛委员会命题和评奖.每届决赛设一等奖、二等奖的名额为参加决赛人数的 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{3}$ ,还设有三等奖.此外,还设总成绩最佳奖、理论成绩最佳奖、实验成绩最佳奖和女学生成绩最佳奖等单项特别奖.

全国中学生物理竞赛开始于1984年,每学年举行一次.历届竞赛的基本情况见表1.

从第2届开始,由全国中学生物理竞赛决赛的成绩优秀者中选出我国准备参加国际物理奥林匹克竞赛的集训队.经过短期培训,从中选出正式参赛的代表队.1986年7月,我国首次参加了在英国举行的第17届国际物理奥林匹克竞赛,3名选手全部获奖.在以后的历届国际竞赛中,我国每年选派5名学生参

表 1 第 1~23 届全国中学生物理竞赛基本情况

届次	预赛		决赛		
	时间	参赛人数	时间	地点	参赛人数
1	1984.11.18	43 079	1985.2.26~3.2	北京	76
2	1985.1.26	52 925	1986.4.1~4.5	上海	104
3	1986.11.16	58 766	1987.2.22~2.25	天津	105
4	1987.10.25	57 523	1988.1.6~1.10	兰州	101
5	1988.10.23	55 855	1989.1.6~1.10	广州	106
6	1989.10.8	53 096	1989.12.10~12.14	长春	127
7	1990.10.21	54 393	1990.12.23~12.27	福州	105
8	1991.6.30	73 806	1991.9.8~9.13	桂林、南宁	104
9	1992.9.6	60 617	1992.10.12~10.15	合肥	101
10	1993.9.5	46 843	1993.10.8~10.11	长沙	105
11	1994.9.4	65 146	1994.10.9~10.12	西安	109
12	1995.9.3	55 867	1995.10.8~10.11	太原	112
13	1996.9.8	86 173	1996.10.19~10.22	杭州	114
14	1997.9.8	90 067	1997.10.18~10.22	南昌	118
15	1998.9.6	134 599	1998.10.21~10.25	大庆	121
16	1999.9.5	169 282	1999.10.16~10.21	南京	126
17	2000.9.3	225 683	2000.10.21~10.25	武汉	143
18	2001.9.9	267 363	2001.10.20~10.24	海口	145
19	2002.9.8	322 043	2002.10.19~10.23	郑州	146
20	2003.9.7	359 835	2003.10.18~10.22	济南	170
21	2004.9.5	328 134	2004.10.16~10.20	重庆	173
22	2005.9.4	363 139	2005.10.15~10.19	沈阳	167
23	2006.9.2	426 673	2006.11.4~11.9	深圳	173
合计		3 450 907			2 851

赛,至今共派出 98 人,全部获奖,共获金牌 67 块、银牌 20 块、铜牌 9 块、表扬奖 2 名,位居参赛各国前列.详情见表 2.

20 多年来,全国中学生物理竞赛受到广大中学师生的欢迎和社会各界的好评.第 24 届全国中学生物理竞赛将于 2007 年举行,决赛地点为浙江省宁波市.

# 物理奥林匹克竞赛工作室

表 2 我国参加国际物理奥林匹克竞赛情况

届次	时间	地 点	我国参赛学生姓名	获奖牌数				
				金	银	铜	表扬	合计
17	1986	英国 伦敦	林晨、卫星、张明	1	1	1		3
18	1987	德国 耶拿	陈尚、黎锦晖、唐鹏飞、 吴爱华、张燕平	2	3			5
19	1988	奥地利 伊施尔	陈岩松、徐剑波、陈丰、 丁爱东、陈建	1	2	1	1	5
20	1989	波兰 华沙	燕京、毛甬、邱东昱、 葛宁、林晓帆	4	1			5
21	1990	荷兰 格罗宁根	吴明扬、周纲、杨巍、 陈伯友、段志勇	2	1	2		5
22	1991	古巴 哈瓦那	王泰然、任宇翔、宣佩琦、 夏磊、吕强	5				5
23	1992	芬兰 赫尔辛基	陈涵、李翌、石长青、 张霖涛、罗卫东	5				5
24	1993	美国 威廉斯堡	张俊安、李林波、贾占峰、 韦韬、黄稚宁	2	2	1		5
25	1994	中国 北京	杨亮、韩岩、田涛、 饶京翔、黄英	4	1			5
26	1995	澳大利亚 堪培拉	淤海涛、毛蔚(女)、 谢小林、倪彬、蒋志	5				5
27	1996	挪威 奥斯陆	刘雨润、张蕊(女)、 徐开闯、陈汇钢、倪征	5				5
28	1997	加拿大 萨德伯里	赖柯吉、王晨扬、连乔、 王新元、倪欣来	3	2			5
29	1998	冰岛 雷克雅未克	邓志峰、陈宇翱、刘媛(女)、 吴欣安、李啸峰	5				5
30	1999	意大利 帕多瓦	蒋良、李燕、段学峰、 贾珣、张志鹏	2	3			5
31	2000	英国 莱斯特	吕莹、陈晓升、宋均亮、 张弛、肖晶	5				5
32	2001	土耳其 安塔利亚	施陈博、戚扬、刘彦、 魏轶雯、吴彬	4	1			5



# 普通物理奥林匹克工作室

续表 2

届次	时间	地 点	我国参赛学生姓名	获奖牌数				
				金	银	铜	表扬	合计
33	2002	印度尼西亚 巴厘	樊向军、杨桓、顾春辉、 陈阳、高俊	4	1			5
34	2003	中国 台湾	未派选手参赛					
35	2004	韩国 浦项	李真、缪亚立、施焯明、 郎瑞田、高亢	5				5
36	2005	西班牙 萨拉曼卡	戴明劼、余江雷、李晗晗、 李安、黄武杰	5				5
37	2006	新加坡	杨硕龙、王星洋、朱力 张鸿凯、裴东斐	5				5
累计				67	20	9	2	98

## 全国中学生物理竞赛章程

(中国物理学会常务理事会 1991 年 2 月 12 日制定,  
2004 年 11 月 30 日修订)

### 第一章 总 则

**第一条** 全国中学生物理竞赛(对外可以称中国物理奥林匹克,英文名为 Chinese Physics Olympiad,缩写为 CPhO)是群众性的课外学科竞赛活动,这项活动由中国科学技术协会主管,中国物理学会主办,并得到国家教育部的批准。

竞赛的目的是激发学生学习物理的兴趣和主动性,促使他们改进学习方法,增强学习能力;帮助学校开展多样化的物理课外活动,活跃学习空气;发现具有突出才能的青少年,以便更好地对他们进行培养。

**第二条** 全国中学生物理竞赛要贯彻“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的精神。竞赛内容的深度和广度可以比中学物理教学大纲和教材有所提高和扩展。

**第三条** 参加全国中学生物理竞赛者主要是对物理学习有兴趣并学有余力的在校普通高中学生。竞赛应坚持学生自愿参加的原则。竞赛活动主要应在课余时间进行,不要搞层层选拔,不要影响学校正常的教学秩序。

**第四条** 学生参加竞赛主要依靠学生平时的课内外学习和个人努力。学校和教师不要为了准备参加竞赛而临时突击,不要组织“集训队”或搞“题海战术”,以免影响学生的正常学习和身体健康。学生在物理竞赛中的成绩只反映学生个人在这次活动中所表现出来的水平,不应当以此来衡量和评价学校的工作和教师的教学水平。

## 第二章 组织领导

**第五条** 全国中学生物理竞赛由中国物理学会主办。中国物理学会常务理事会议制定《全国中学生物理竞赛章程》；设立全国中学生物理竞赛委员会（简称全国竞委会），统一领导全国中学生物理竞赛活动。全国中学生物理竞赛委员会由主任一人、副主任和委员若干人组成。主任和副主任由中国物理学会常务理事会议聘任，组成全国中学生物理竞赛委员会常务委员会（简称常委会）。全国中学生物理竞赛委员会可设名誉主任，由中国物理学会常务理事会议聘任。

全国竞委会委员任期一年，产生办法如下：

1. 每省（自治区、直辖市）物理学会各委派委员 1 人；
2. 承办本届或下届决赛的省（自治区、直辖市）物理学会各委派 3 人；
3. 由常委会根据需要聘请若干人任特邀委员。

**第六条** 常委会在中国物理学会常务理事会议领导下主持全国竞委会工作；制定有关竞赛工作的各项实施细则。

全国竞委会在决赛期间召开全体会议，研究和讨论与本届和下届竞赛有关事宜，交流组织竞赛活动的经验，提出意见和建议；审议通过决赛获奖学生名单。

全国竞委会委员在任期内负责常委会和本省（自治区、直辖市）竞赛委员会工作上的联系。

**第七条** 常委会下设全国中学生物理竞赛命题组（简称命题组）和全国中学生物理竞赛办公室（简称办公室）等工作机构。命题组成员由常委会聘请专家担任。命题组负责预赛、复赛理论试题及决赛的理论、实验试题的命题工作。

办公室负责处理有关竞赛的日常事务。

**第八条** 每年承办决赛的省(自治区、直辖市)物理学会与有关方面协商组成该届全国中学生物理竞赛组织委员会(简称组委会),组委会负责决赛期间各项活动的筹备与组织工作以及命题会议的会务工作。

组委会工作接受常委会指导。

**第九条** 各省(自治区、直辖市)物理学会与各有关方面协商组成省(自治区、直辖市)中学生物理竞赛委员会(简称地方竞委会),地方竞委会要按照《全国中学生物理竞赛章程》和常委会制定的有关竞赛工作的各项实施细则,负责组织和领导本省(自治区、直辖市)有关竞赛的各项活动。

地方竞委会的工作受全国竞委会的指导和监督。

### 第三章 竞赛程序

**第十条** 全国中学生物理竞赛每年举行一次,包括预赛、复赛和决赛。在校高中学生可向学校报名,经学校同意,由学校到地方竞委会指定的地点报名。凡报名参加全国中学生物理竞赛的学生均在地方竞委会指定的地点参加预赛。预赛由全国中学生物理竞赛命题组统一命题和制定评分标准,办公室统一制卷。各地方竞委会组织赛事和评定成绩。预赛满分为200分,竞赛时间为3小时。地方竞委会不得组织其他考试来确定学生参加预赛的资格。

**第十一条** 复赛包括理论和实验两部分。理论题由全国中学生物理竞赛命题组统一命题和制定评分标准,办公室统一制卷,理论考试满分为160分,时间为3小时。各地方竞委会组织赛事和评定成绩。复赛实验由地方竞委会命题和评定成绩,满分为40分,实验时间为3小时。复赛实验的日期、地点和组织办法由各地方竞委会根据实际情况自行决定。

参加复赛的学生由地方竞委会根据预赛成绩确定。参加复赛理论考试的人数不得少于本赛区一等奖名额的5倍。参加复赛实验考试人数不得少于本赛区一等奖名额的1.2倍。

**第十二条** 各地方竞委会根据学生复赛的总成绩(理论考试成绩和实验考试成绩之和)择优推荐3名学生参加决赛。对于在上届决赛中成绩较好的省(自治区、直辖市)给予奖励名额,凡有学生获一等奖者,一律奖励1名。在当年举行的国际物理奥林匹克竞赛中获金、银、铜奖的学生所在省(自治区、直辖市)每有1名学生获奖,就奖励1名。

承办决赛的省(自治区、直辖市)参加决赛的名额可增加3名。

若参加决赛的最后一个名额有两名以上的学生总成绩相同,则地方竞委会应根据他们的理论成绩高低择优确定1名;若理论成绩最高的学生有两名以上也相同,则地方竞委会可对理论成绩并列最高的学生以笔试的形式进行加试,选取成绩最好的1名。

决赛由全国中学生物理竞赛命题组命题和制定评分标准。决赛包括理论和实验两部分,竞赛时间各3小时。理论满分为140分,实验满分为60分。由组委会聘请高校教师阅卷评分。

由常委会聘请专家组成评奖组,由评奖组核审学生决赛成绩,提出获奖名单,最后由全国竞委会审议通过。

### 第四章 命题原则

**第十三条** 竞赛内容要从我国目前高中学生的实际情况出发,但不必拘泥于现行的教学大纲和教材。常委会要根据此原则编写《全国中学生物理竞赛内容提要》和《全国中学生物理竞赛复赛实验指导书》。

**第十四条** 预赛、复赛和决赛理论命题均以《全国中学生物理竞赛内容提要》为依据。复赛实验题目从《全国中学生物理竞赛复赛实验指导书》中选定。决赛实验命题以《全国中学生物理竞赛内容提要》和《全国中学生物理竞赛复赛实验指导书》为基础。

### 第五章 奖励办法

**第十五条** 全国中学生物理竞赛只评选个人奖，不搞省、地、市、县或学校之间评比。

根据决赛成绩和参加决赛人数，每届评选出决赛一等奖、二等奖和三等奖。一等奖和二等奖人数各占参加决赛人数的  $\frac{1}{6}$  和  $\frac{1}{3}$ 。若一（或二）等奖最后一个名额有两名或两名以上的学生总成绩相同，则都评为一（或二）等奖。由全国竞委会给予奖励。在举行决赛的城市召开授奖大会，颁发全国中学生物理竞赛获奖证书。

**第十六条** 对于在预赛和复赛中成绩优秀的学生，全国竞委会设立赛区一、二、三等奖，由地方竞委会按学生成绩进行评定。赛区一等奖的评定以复赛总成绩为准。赛区二等奖的评定以复赛理论成绩为准。赛区三等奖的评定标准由地方竞委会根据学生成绩和当地实际情况决定。赛区一、二、三等奖获奖者均颁发相应的获奖证书。

赛区一等奖的名额由常委会决定。若赛区一等奖最后一个名额有两名以上的学生总成绩相同，则地方竞委会应根据他们的理论成绩高低择优确定 1 名；若理论成绩最高的学生有两名以上也相同，则地方竞委会可对理论成绩并列最高的学生以笔试的形式进行加试，选取成绩最好的 1 名。赛区二、三等奖的名额由各省（自治区、直辖市）物理学会确定。

对获奖学生的奖励要有利于学生的健康成长。

**第十七条** 对在决赛中获奖和获赛区一、二等奖的学生的指导教师,由各地方竞委会确定名单,以全国竞委会名义给予表彰,发给荣誉证书。

## 第六章 守则和纪律、监督、惩罚

**第十八条** 关于竞赛守则和纪律、监督和惩罚,按中国科协颁布的有关条例中的规定执行。

## 第七章 经 费

**第十九条** 全国中学生物理竞赛所需经费应根据中国科协的规定主要通过各种途径自筹,但必须严格遵守国家的各项法律法规。

**第二十条** 学生参加预、复赛应缴纳报名费和试卷费,报名费收入全部由地方竞委会留用,试卷费上交全国竞委会办公室,参加决赛的学生要交纳决赛参赛费,作为全国竞委会和组委会进行与决赛有关的各项工作的部分经费。

学生参加竞赛所需食、宿、交通费用原则上由学生自理,对经济有困难的学生由地方竞委会与有关方面协商给予补助。

**第二十一条** 决赛活动所需经费由组委会负责筹措,全国竞委会给予适当补助。

**第二十二条** 经费开支应贯彻勤俭节约的原则,向学生收取的费用应根据竞赛成本核定,不以赢利为目的。

## 第八章 附 则

**第二十三条** 本章程由中国物理学会常务理事会制定,本章程的解释权属中国物理学会常务理事会。

## 全国中学生物理竞赛内容提要

(2005年1月修订,2006年实行)

说明:按照中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会第9次全体会议的建議,由中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会常务委员会根据《全国中学生物理竞赛章程》中关于命题原则的规定,结合我国目前中学生的实际情况,制定了《全国中学生物理竞赛内容提要》,作为今后物理竞赛预赛、复赛和决赛命题的依据.它包括理论基础、实验、其他方面等部分.1991年2月20日经全国中学生物理竞赛委员会常务委员会扩大会议讨论通过并开始试行.1991年9月11日在南宁由全国中学生物理竞赛委员会第10次全体会议正式通过,开始实施.

经2000年第19次竞委会原则同意,对《全国中学生物理竞赛内容提要》作适当的调整和补充.考虑到适当控制预赛试题难度的精神,提要中新补充的内容将用“※”符号标出,作为复赛题和决赛题增补的内容,预赛试题仍沿用原规定的内容提要,不增加修改补充后的内容.

2005年1月,常委会对《全国中学生物理竞赛内容提要》中理论基础部分作了少量修改和补充,修改后的《全国中学生物理竞赛内容提要》从2006年开始实行.

2005年,中国物理学会常务理事会对《全国中学生物理竞赛章程》进行了修订.依据修订后的章程,决定由全国中学生物理竞赛委员会常务委员会组编《全国中学生物理竞赛复赛实验指导书》,作为复赛实验考试题目的范围.



## 一、理论基础

### 力 学

#### 1. 运动学

参照系 质点运动的位移和路程、速度、加速度 相对速度

矢量和标量 矢量的合成和分解 ※矢量的标积和矢积

匀速及匀变速直线运动及其图像 运动的合成 抛体运动

#### 圆周运动

刚体的平动和绕定轴的转动

#### 2. 牛顿运动定律 力学中常见的几种力

牛顿第一、二、三运动定律 惯性参照系的概念

摩擦力

弹性力 胡克定律

万有引力定律 均匀球壳对壳内和壳外质点的引力公式

(不要求导出) 开普勒定律 行星和人造卫星运动

※惯性力的概念

#### 3. 物体的平衡

共点力作用下物体的平衡

力矩 刚体的平衡条件 重心

物体平衡的种类

#### 4. 动量

冲量 动量 质点与质点组的动量定理 动量守恒定律

※质心 ※质心运动定理

反冲运动及火箭

5. ※冲量矩 ※角动量 ※质点和质点组的角动量定理

(不引入转动惯量) ※角动量守恒定律

## 6. 机械能

功和功率

动能和动能定理

重力势能 引力势能 质点及均匀球壳壳内和壳外的引力

势能公式(不要求导出) 弹簧的弹性势能

功能原理 机械能守恒定律

碰撞 恢复系数

## 7. 流体静力学

静止流体中的压强

浮力

## 8. 振动

简谐振动 [ $x = A \cos(\omega t + \alpha)$ ] 振幅 频率和周期 相位  
振动的图像

参考圆 振动的速度  $v = -A\omega \sin(\omega t + \alpha)$

由动力学方程确定简谐振动的频率 简谐振动的能量

同方向同频率简谐振动的合成

阻尼振动 受迫振动和共振(定性了解)

## 9. 波和声

横波和纵波 波长、频率和波速的关系 波的图像 平面

简谐波的表示式  $y = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$

波的干涉和衍射(定性) ※驻波

声波 声音的响度、音调和音品 声音的共鸣 乐音和噪

声 ※多普勒效应

## 热 学

### 1. 分子动理论

原子和分子的量级

分子的热运动 布朗运动 温度的微观意义

分子力

分子的动能和分子间的势能 物体的内能

### 2. 热力学第一定律

热力学第一定律

### 3. ※热力学第二定律

※热力学第二定律 ※可逆过程与不可逆过程

### 4. 气体的性质

热力学温标

理想气体状态方程 普适气体恒量

理想气体状态方程的微观解释(定性)

理想气体的内能

理想气体的等容、等压、等温和绝热过程(不要求用微积分运算)

### 5. 液体的性质

液体分子运动的特点

表面张力系数

浸润现象和毛细现象(定性)

### 6. 固体的性质

晶体和非晶体 空间点阵

固体分子运动的特点

### 7. 物态变化

熔化和凝固 熔点 熔化热

蒸发和凝结 饱和气压 沸腾和沸点 汽化热 临界温度

固体的升华

空气的湿度和湿度计 露点

8. 热传递的方式

传导、对流和辐射

9. 热膨胀

热膨胀和膨胀系数

## 电 学

1. 静电场

库仑定律 电荷守恒定律

电场强度 电场线 点电荷的场强 场强叠加原理 均匀带电球壳壳内的场强和壳外的场强公式(不要求导出) 匀强电场

电场中的导体 静电屏蔽

电势和电势差 等势面 点电荷电场的电势公式(不要求导出) 电势叠加原理 均匀带电球壳壳内和壳外的电势公式(不要求导出)

电容 电容器的连接 平行板电容器的电容公式(不要求导出)

电容器充电后的电能

电介质的极化 介电常量

2. 稳恒电流

欧姆定律 电阻率和温度的关系

电功和电功率

电阻的串、并联

电动势 闭合电路的欧姆定律

一段含源电路的欧姆定律 ※基尔霍夫定律

电流表 电压表 欧姆表

惠斯通电桥 补偿电路

3. 物质的导电性

金属中的电流 欧姆定律的微观解释

液体中的电流 法拉第电解定律

气体中的电流 被激放电和自激放电(定性)

真空中的电流 示波器

半导体的导电特性 P型半导体和N型半导体

晶体二极管的单向导电性 三极管的放大作用(不要求机理)

超导现象

4. 磁场

电流的磁场 磁感应强度 磁感线 匀强磁场 长直导线中的电流的磁场

安培力 洛伦兹力 电子荷质比的测定 质谱仪 回旋加速器

5. 电磁感应

法拉第电磁感应定律

楞次定律 ※感应电场(涡旋电场)

自感

互感和变压器

6. 交流电

交流发电机原理 交流电的最大值和有效值

纯电阻、纯电感、纯电容电路

整流、滤波和稳压

三相交流电及其连接法 感应电动机原理

7. 电磁振荡和电磁波

电磁振荡 振荡电路及振荡频率

电磁场和电磁波 电磁波的波速 赫兹实验

电磁波的发射和调制 电磁波的接收、调谐、检波

## 光 学

1. 几何光学

光的直进、反射、折射 全反射

光的色散 折射率与光速的关系

平面镜成像 球面镜成像公式及作图法

薄透镜成像公式及作图法

眼睛 放大镜 显微镜 望远镜

2. 波动光学

光程

光的干涉和衍射 双缝干涉 单缝衍射

光谱和光谱分析 电磁波谱

## 近代物理

1. 光的本性

光电效应 爱因斯坦方程

光的波粒二象性 光子的能量与动量

2. 原子结构

卢瑟福实验 原子的核式结构

玻尔模型 用玻尔模型解释氢光谱 玻尔模型的局限性  
原子的受激辐射 激光

## 3. 原子核

原子核的量级

天然放射现象 放射线的探测

质子的发现 中子的发现 原子核的组成

核反应方程

质能方程 裂变和聚变

“基本”粒子 ※夸克模型

4. ※不确定关系 ※实物粒子的波粒二象性

5. ※狭义相对论

爱因斯坦假设 时间和长度的相对论效应

相对论动量与能量  $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ ,  $E = mc^2$

6. ※太阳系 银河系 宇宙和黑洞的初步知识

## 数学基础

1. 中学阶段全部初等数学(包括解析几何)

2. 矢量的合成和分解 极限、无限大和无限小的初步概念

3. 不要求用微积分进行推导或运算

## 二、实 验

全国中学生物理竞赛常委会组织编写的《全国中学生物理竞赛实验指导书》中的34个实验是全国中学生物理竞赛复赛实验考试内容的范围,这34个实验的名称是:

1. 实验误差
2. 气轨上研究瞬时速度
3. 杨氏模量
4. 用单摆测重力加速度
5. 气轨上研究碰撞过程中动量和能量变化
6. 测声速
7. 弦上驻波实验
8. 冰的熔化热
9. 线膨胀率
10. 液体比热容
11. 数字万用电表的使用
12. 制流和分压电路
13. 测定直流电源的参数并研究其输出特性
14. 磁电式直流电表的改装
15. 用量程 200 mV 数字电压表组成多量程的电压表和电流表
16. 测非线性元件的伏安特性
17. 平衡电桥测电阻
18. 示波器的使用
19. 观测电容特性
20. 检测黑盒子中的电学元件(电阻, 电容, 电池, 二极管)
21. 测量温度传感器的温度特性
22. 测量热敏电阻的温度特性
23. 用霍尔效应测量磁场
24. 测量光敏电阻的光电特性(有、无光照时的伏安特性; 光电特性)



25. 研究光电池的光电特性
26. 测量发光二极管的光电特性(用  $eU_{\text{阻}} = h \frac{c}{\lambda}$  估算发光波长)
27. 研究亥姆霍兹线圈轴线磁场的分布
28. 测玻璃的折射率
29. 测量薄透镜的焦距
30. 望远镜和显微镜
31. 光的干涉现象
32. 光的夫琅禾费衍射
33. 分光计的使用与极限法测折射率
34. 光谱的观测

各省级竞赛委员会根据本省的实际从《全国中学生物理竞赛实验指导书》的 34 个实验中确定并公布不少于 20 个实验作为本省物理竞赛复赛实验考试的内容范围,复赛实验的试题从公布的实验中选定,具体做法见“全国中学生物理竞赛复赛实验考试、命题的若干规定”。

全国中学生物理竞赛决赛实验以本内容提要中的“理论基础”和《全国中学生物理竞赛实验指导书》作为命题的基础。

### 三、其他方面

物理竞赛的内容有一部分有较大的开阔性,主要包括以下三方面:

1. 物理知识在各方面的应用,对自然界、生产和日常生活中一些物理现象的解释。
2. 近代物理的一些重大成果和现代的一些重大信息。
3. 一些有重要贡献的物理学家的姓名和他们的主要贡献。

附：关于全国中学生物理竞赛  
实验考试、命题的若干规定  
(2005 年)

为了使更多的地区、更多的优秀学生的物理实验水平和素养有较大的提高,为了让更多的优秀学生有机会参加实验培训,为了使复赛实验考试更加公正、公平,增加透明度,特制定以下规定.各省(自治区、直辖市,下同)竞赛委员会必须严格按照本规定组织本省有关复赛实验的活动.

一、全国中学生物理竞赛委员会常务委员会(以下简称常委会)组织编写的《全国中学生物理竞赛实验指导书》(以下简称指导书)中的 34 个实验是全国中学生物理竞赛复赛实验考试的内容范围.各省竞赛委员会要会同本省有关专家和高等学校结合本省实际情况,从这 34 个实验中确定全部或部分实验,作为本省复赛实验考试的范围.确定的实验数不得少于 20 个,其中必须包括实验一“实验误差”、实验十一“学会使用数字万用表”、实验十二“制流和分压电路”、实验十八“学会使用示波器”这四个基本实验.有的实验中含有“设计实验”,这部分实验要求属于决赛的实验考试要求,复赛实验考试不涉及这部分实验.本省确定的复赛实验考试内容范围必须向本省准备参加物理竞赛的全体考生公布,公布的时间不得晚于复赛考试前六个月.各省的复赛实验试题必须从本省公布的实验中选定.

二、各省的竞赛委员会要在省物理学会的领导下与本省有关高校协商设立物理竞赛实验培训点和组织本省的实验培训工

作。培训点可设在省、市两级的高等学校。培训点要根据《指导书》的要求对学生进行培训,着眼于提高学生的实验水平和实验素养。

三、各省要建立本省物理竞赛复赛实验命题小组。命题小组由2~4位物理实验业务水平较高、教学经验比较丰富、作风正派的高等学校教师组成。命题小组的成员在当年不得参加复赛前的任何物理竞赛实验的辅导和培训工作,并且他们的身份是保密的。省竞赛委员会要与命题小组一起研究确定本省复赛实验考场所在的高校。确定为实验考场的高校,应具有能解决本省公布的所有实验所需的器材和实验室条件。为了有利于考试的公平性,被指定为实验考场的高校在复赛实验考试前最好不要安排与物理竞赛有关的实验培训任务。如果省竞赛委员会因这种或那种原因难以做到上述要求,而对考场所在的高校,在复赛实验考试前也安排了物理竞赛实验培训任务,则应作出相应的细致规定,防止因考场和培训设在同一所高校而可能带来的某些不良影响,以确保实验考试的公正与公平。请各省竞赛委员会结合本省的实际自己决定。各省公布的复赛实验考试内容的范围、确定为复赛实验考场的高校,都要报全国中学生物理竞赛办公室备案。

#### 四、复赛实验命题小组的主要任务

1. 从本省公布的“复赛实验考试内容范围”中选定两个实验作为本省复赛实验考题的内容。各省都必须公布的四个“基本实验”不单独做为实验考试题目,这四个基本实验内容的考查将体现在其他有关实验之中。

2. 根据选定作为试题内容的两个实验和《指导书》对这两个实验的要求,编制本省复赛实验考试的试卷,试卷一般应包括以

下内容:

(1)实验名称.作为考题的实验名称可以与《指导书》中的该实验名称相同,亦可在行文上作些修改,使之符合试题的语气.

(2)实验要求和实验内容.

(3)实验所用的器材名称和必要的仪器描述.

复赛实验考试的要求,实验原理,实验内容,所用的器材都不得超出《指导书》中关于该实验的规定.

3.制定复赛实验考试评分标准.

复赛实验根据考生的书面答卷进行评分,要求考生写在卷面的内容应在“实验要求和考试内容”中向考生交待清楚.

4.准备实验器材、保证器材的完好性能.

5.组织阅卷、评分、查分工作.

全国中学生物理竞赛委员会常务委员会

2005年12月22日

### 指定参考书

- 1 《全国中学生物理竞赛专辑》  
全国中学生物理竞赛办公室编 北京教育出版社出版
- 2 《高中物理学》共四册  
沈克琦主编 北京出版社出版
- 3 《全国中学生物理竞赛实验指导书》  
全国中学生物理竞赛常务委员会主编 北京大学出版社出版

### 参考资料

- 《全国中学生物理竞赛第 1~20 届试题解析》  
全国中学生物理竞赛常务委员会主编 清华大学出版社出版

## 在第 23 届全国中学生物理竞赛 颁奖大会暨闭幕式上的讲话

广东省人大常委会原主任、广东省科协主席 卢钟鹤

尊敬的各位领导、各位专家、老师们、同学们：

大家上午好！

第 23 届全国中学生物理竞赛决赛就要圆满结束了。我谨代表广东省委省政府和本届决赛组委会对本届全国中学生物理竞赛的成功举办表示热烈的祝贺！向获奖的同学表示热烈的祝贺！向一直以来为比赛顺利进行而辛勤付出的专家和老师表示衷心的感谢！

由中国物理学会主办的全国中学生物理竞赛，从 1984 年开始，至今已经成功举办了 23 届。这项竞赛活动，在发展基础教育、培养和发现人才方面起到重大的促进作用，深受全国师生和家长的欢迎、支持，极大地激发了中学生对物理学的热爱，激发了广大优秀中学生对科学真理的追求和科学精神的培养。通过竞赛选拔出来的选手在历届的国际物理奥林匹克竞赛中均取得骄人成绩，为国家争了光，向世界充分展示了中国人民的智慧和能力。这种高规格、高品质的国家级赛事的成功举办，极大地激发了中学生的创新精神，为培养高水平创新人才奠定了坚实的基础，也必将促进我国建设“创新型国家”战略目标的早日实现。

第 23 届全国中学生物理竞赛决赛在广东深圳举行，是中国科协和兄弟省市对广东省的信任和厚爱。金秋的广东，金秋的深圳，应该说有一番南国别样的风味！今年的全国中学生物理竞赛决赛安排在南国美丽的海滨城市——深圳举行，这无疑让这

座年轻而富有活力的城市获得了一次向全国展示自我的大好机会。早在1988年,广东省广州市就曾经成功举办过第5届全国中学生物理竞赛,时隔18年,深圳市再次举办此项全国赛事,也使广东省成为全国第一个成功举办过两届该项赛事的省份。在此,我对中国科协 and 兄弟省市的支持表示诚挚的谢意!

自全国竞委会批准深圳举行本次大赛后,广东省政府、省科协、省教育厅、省物理学会非常重视,大力支持。本届大赛由广东省物理学会、深圳大学、深圳中学联合承办,深圳市教育局、深圳市科协联合协办。以上单位在筹办及实施过程中,领导均高度重视;无论是在人力、物力还是财力等方面都给予了大力支持,为大赛的成功举办劳心劳力。在此,我也向这些单位表示感谢,并向全体工作人员表示亲切的慰问!

我相信,在我们大家的共同努力下,中国的科教事业将日益蓬勃发展,全国中学生物理竞赛也将越办越好。

最后祝所有的领导、专家和老师们身体健康,工作愉快,祝所有的同学学习进步,前途似锦!

谢谢大家!

2006.11.09

## 在第 23 届全国中学生物理竞赛

### 闭幕式暨颁奖仪式上的讲话

深圳市政协副主席、科协主席、竞赛组委会主任 李连和

尊敬的各位领导、专家、老师们、同学们：

第 23 届全国中学生物理竞赛决赛，经过连续几天紧张地角逐，圆满完成了各项任务，今天就要胜利闭幕了。首先我代表深圳市委市政府向获奖的同学们表示热烈的祝贺！对关心和支持、培养这些同学并付出辛勤劳动的老师和学校表示诚挚的谢意！向本次竞赛承办单位深圳大学、深圳中学以及社会各界表示衷心的感谢！

全国中学生物理竞赛是在中国科协的领导下，由中国物理学会负责主办，各省、自治区、直辖市自愿参加的群众性课外学科竞赛活动，在全国具有很高的声誉。这次第 23 届全国中学生物理竞赛决赛在我市举办，这是第一次在非省会城市举行，我们感到十分的荣幸，是有关领导和专家对深圳教育水平、科技创新能力的充分肯定，我再次代表深圳市委市政府对各位的光临表示热烈的欢迎！

改革开放 20 多年来，深圳市社会各项事业全面发展，深圳市委市政府按照“科教兴国”战略，优先发展教育，鼓励科技创新，率先在全省实现教育强市的目标。就学科竞赛而言，我市中学生参加全国数学、物理、化学、生物、信息五大学科竞赛均取得优异成绩。尤其是近几年来，我市中学生在 1997 年、2004 年、2005 年、2006 年分别获得国际奥林匹克学科竞赛金牌 5 枚，每年均有学生进入国家冬令营和集训队，学科竞赛成绩在华南地区处于领



先地位。这些事实表明,我市基础教育正朝着高水平的素质型、能力型、创新型方向发展。今年我市根据实际情况,努力实践科学发展观,提出了实施自主创新战略、建设国家创新型城市的发展目标。实施这个战略,人才培养是关键环节。我们认为,通过高水平的学科竞赛,选拔创新人才,以便更好地进一步培养,这是一个非常重要的途径。多年的实践证明,学科竞赛对促进中学生提高创新意识、创新能力和科学素质等方面发挥了不可替代的作用,对帮助青少年增强树立学科学、爱科学、用科学的良好风尚也起了积极的作用。

这次全国中学生物理竞赛决赛,主办单位和协办、承办单位高度重视,精心组织,周密安排,责任落实,确保了大赛取得圆满成功,得到领导、专家、老师和学生们的肯定和好评,我在这里再次表示感谢!最后,预祝各位老师和同学在以后的学习和工作中再接再厉,再创佳绩!

2006.11.09

## 在第 23 届全国中学生物理竞赛

### 决赛颁奖大会上的讲话

深圳市人民政府副秘书长 黄国强

各位领导、各位专家、老师们、同学们：

第 23 届全国中学生物理竞赛决赛就要圆满结束了，我谨代表本届决赛组委会对本届竞赛决赛的成功举办表示热烈的祝贺！向来自全国各地的参赛同学取得的优异成绩表示由衷的敬佩！向为培育大批拔尖人才付出辛勤劳动的学校和老师表示衷心的感谢！

全国中学生物理竞赛是一项高水平、高层次的大型比赛，在推动中学物理教学、培养和发现拔尖人才、促进教育事业等方面都发挥了重要作用，深受全国中学师生和学生家长的欢迎与支持。本届竞赛与往届一样，涌现了一批在物理学科崭露头角、综合素质全面发展的好苗子，他们将是我国选手在国际物理奥林匹克竞赛中摘金夺银的希望之所在。我们为他们祝福！

深圳市作为一座年轻的城市，能有机会承办本届全国中学生物理竞赛决赛，是中国科协、全国竞委会和兄弟省市对深圳的信任和厚爱。自接到任务后，广东省科协、广东省教育厅、深圳市政府、深圳市科协十分重视、大力支持，承办单位广东省物理学会、深圳大学、深圳中学和协办单位广东省科协、深圳市教育局，都给予高度重视，为大赛的成功举办提供了强有力的保证。本届竞赛决赛的成功承办，将有力地推动深圳教育事业的改革和发展，更好地促进我市营造创新人才、拔尖人才脱颖而出的环境和氛围。这是深圳实施科教兴市战略和人才强市战略的一次极好

机遇.我们将把各位专家和同学拼搏创新、勇攀高峰的精神永久传递下去,发扬光大.

本届竞赛决赛由于各级领导的高度重视和有关方面的共同努力,自始至终进展顺利.同时由于我们首次承办此项赛事,经验不足,整个过程可能尚有不尽如人意的地方,还请各位海涵.最后,欢迎各位再来深圳,祝各位领导、各位专家、老师们、同学们身体健康,一路平安.

谢谢大家!

2006.11.09

## 在第 23 届全国中学生物理竞赛 决赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话

全国中学生物理竞赛委员会主任 丛树桐

各位领导、各位来宾、各位委员、老师们、同学们：

第 23 届全国中学生物理竞赛的各项活动到今天已胜利完成。共有 40 多万名高中学生参加了预赛；21 179 名学生参加了复赛的理论考试；173 名学生参加了决赛。经评奖组评定，并经全国竞赛委员会通过，评出决赛一等奖 29 名，二等奖 62 名，三等奖 82 名，单项奖 4 名。另外，根据中国科协规定的总名额，在各省、自治区、直辖市还评出赛区一等奖共 935 名。此外，还有相当数量的赛区二等奖和三等奖。我代表全国中学生物理竞赛委员会向所有获奖的同学们表示热烈的祝贺，向所有参加物理竞赛的同学们表示良好的祝愿！向全国在教学第一线辛勤耕耘培育过这些学生的老师们致以崇高的敬意！

全国中学生物理竞赛是由中国物理学会主办的。本届竞赛的决赛得到了深圳市教育局和深圳市科协的协助办理，由广东省物理学会、深圳大学、深圳中学联合承办。在承办过程中，得到了深圳大学城、深圳高新区、深圳市交管局、深圳市南山区政府、深圳市委宣传部和市属各新闻单位、深圳市金融培训中心等单位的大力支持，保证了决赛各项活动的顺利进行。本届竞赛的理论命题是由北京大学、复旦大学、北京师范大学、首都师范大学等高等学校的老师们承担的。决赛实验命题是由深圳大学、北京大学、复旦大学、北京师范大学、首都师范大学的老师们承担的。

决赛理论考试的阅卷评分工作是由中山大学、华南师范大学、华南理工大学、暨南大学、广东教育学院等高等学校的老师们承担的。其中，中山大学、华南师范大学、华南理工大学的部分老师还参加了理论试题制卷前最后的审查和修改工作。决赛的实验阅卷评分工作是由深圳大学的老师们承担的。决赛的考务工作是由深圳大学和广东省物理学会承担的。决赛的整个会务工作是由深圳中学承担的。北京大学、清华大学、复旦大学、中国科技大学、上海交通大学、浙江大学、国防科技大学、山东大学等我国一些著名大学很关怀这次决赛，特派老师们来选拔优秀学生，这是对竞赛的支持。这些学校还对本届竞赛提供了赞助。《大学物理》编辑部和《物理通报》杂志社也在工作中给予了多方面的帮助。我代表全国中学生物理竞赛委员会向以上所有单位的领导、老师和工作人员表示衷心的感谢！

本届决赛繁重的会务工作是由深圳中学承办的。一年来，他们为本届竞赛已经做了很多的前期工作。这次决赛活动他们的工作做得很出色，得到了与会人员的赞扬。他们还向竞委会赠送了180件计算器，作为今后决赛的考试用具。还要特别提出的是，经他们赞助，西藏自治区第一次参加了全国中学生物理竞赛的决赛。让我代表全国中学生物理竞赛委员会向深圳中学的领导 and 老师们表示由衷的谢意！

同学们，今年(2006年)6月我国科技界开了一次重要的会议，就是中国科学院第13次院士大会和中国工程院第8次院士大会，这次两院院士大会特别强调了创新型人才的需要和培养创新型人才的重要性。在这次大会上，胡锦涛主席发表了重要讲话，讲到三个问题，一是目前的形势和我国科技战线的任务；二是建设宏大的创新型科技人才队伍；三是两院院士要在建设创

新型国家中大显身手.在第二个问题中,他讲到创新型人才的重要性,特别提到“千军易得,一将难求”,并归纳了这种领军人才的素质和特点.这些,应该是同学们的努力方向,希望同学们去认真学习.

我们需要的创新型人才是各行各业的,是大量的,是各种不同层次的,是各具特色且丰富多彩的.我们举办物理竞赛的目的,也正是希望有利于培养各式各样的创新型人才.但今天我只想和同学们探讨其中一个较窄的问题,即从培养顶尖级的创新型人才来说,在物理学界中,什么样的人才能达到各种顶峰呢?我看了一些文章,选了三个研究物理的人写的与此问题有关材料,他们谈的都是他们亲身的体验.我想借此时间向同学们予以介绍,我的发言主要是介绍,只是最后提个问题愿和同学们一起思考,希望不是浪费同学们的时间.

第一位是个青年,他叫李翌,湖南人.1991年他在第8届全国中学生物理竞赛的决赛中名列一等奖的前茅,1992年参加国际物理奥林匹克竞赛获金牌,同年进入北京大学物理系学习,后来去美国留学.2003年第20届全国中学生物理竞赛之前,我们与他通信,请他谈谈对竞赛的看法(这时离他参加竞赛已12年).他的回信较长,谈到几个方面,我只摘其中一个方面,他写道:“回望我国物理竞赛近年来的战果,应该说是非常显赫的,在国际上我们是几乎无人匹敌的‘金牌大国’,而在国内也掀起了在世界其他各地都很难见到的竞赛热潮.但在这些‘丰功伟绩’背后,一些不容忽视的事实却日益引人深思.竞赛高手,金牌得主们一一‘退出江湖,另谋生计’;少数参赛选手和集训队员由于落选甚至对物理产生‘反感’、‘惧怕’情绪;决心坚持念物理的人中,在之后的学习中很容易产生前面所提的‘自满’,或是感到茫

然若失，自己也弄不清为什么要学物理，只不过抱着一种‘先学着看’的想法。从这些现象看来，上述的那些惊人的成果，似乎也就不那么惊人和丰厚了。……我们为什么要办物理竞赛？是为了拿几块金牌，每年争一个团体第一的总分吗？就算我们每年能拿世界上最多的牌，而拿牌的选手却都一个个选择离开物理研究，这些金牌、银牌能够代表我国物理教育事业的繁荣昌盛吗？学科竞赛和体育竞赛不一样，在体育竞赛中，运动员摘取金牌的一刻，就是他或她一生事业的高峰，运动员所破的每一个世界纪录，都代表了人类所能达到的某种极限。而一名科学工作者的事业巅峰不会是在竞赛中达到，而是要在其后二三十年的长期奋斗钻研之后才能到达。我觉得物理竞赛的工作应把眼光定在培养下一代杰出物理研究人才上，而不是国际大赛的几块牌、什么牌上。我认为，培养的一个关键，就在于激发学生对物理的真正兴趣，很多参赛者虽然成天埋头做物理题，但对物理却没有真正的兴趣。这里我所讲的兴趣，并不是一般人所讲的‘喜欢物理’，而是在各种困难、挑战、挫折面前都能支撑着一个科学工作者继续走下去的那种对科学强烈的热爱和探索的欲望。

……这是我自己多年在学习、科学研究中所得来的一些感受，……中国学生的基础已经够扎实了，所缺的是对科学的真正兴趣和独立求索创新能力。”

李翌在信中说到的参加物理竞赛的优胜者很多人去学别的学科，这是正常的，物理学是基础学科，是其他自然科学和技术学科的基础。李翌的意思并不是反对这样做。李翌在美国一流大学从事物理科学研究8年最深的感受是中国学生缺乏对科学真正的兴趣，缺乏那种在各种困难、挑战（包括名、利、地位等的挑战）、挫折面前都能支撑着一个科学工作者继续走下去的那种对

科学强烈的热爱和强烈的探索欲望。他经过十多年在国内外科研的感受,认为这种精神境界和动机是至关重要的。他感到遗憾的是虽然我们举办了多年的物理竞赛,但距他希望的目标,这也正是我们举办竞赛的初衷和目的,却还有很大的距离,还远没有达到。我想这个问题对其他学科同样存在,也包括物理竞赛获奖者后来去学其他学科的人。

第二位是爱因斯坦,公元1918年4月,在德国柏林物理学学会办的庆祝物理学家普朗克60岁生日会上他做了一次讲话<sup>①</sup>。爱因斯坦的这个讲话是用很风趣的有想像力的语言表达的。他说:“在科学的庙堂里有许多房舍,住在里面的人真是各式各样,而引导他们到那里去的动机实在也各不相同,有许多人所以爱好科学,是因为科学给他们以超乎常人的智力上的快感,科学是他们自己的特殊娱乐;……在这座庙堂里,另外还有许多所以把他们的脑力产物奉献在祭坛上,为的是纯粹功利的目的。如果上帝有位天使跑来把所有属于这两类的人都赶出庙堂,那么聚集在那里的人就会大大减少。但是,仍然还有一些人留在里面,其中有古人,也有今人,我们的普朗克就是其中之一,这也就是我们所以爱戴他的原因。我很明白,我们刚才在想像中随便驱逐了许多卓越的人物,他们对建设科学庙堂有过很大的也许是主要的贡献。在许多情况下,我们的天使也会觉得难于做出决定。但是有一点我可以肯定:如果庙堂里只有我们刚才驱逐了的那两类人,那末这座庙堂就决不会存在,正如只有蔓草就不成其为森林一样。因为,对前两种人来说,只要有机会,人类活动的任何领域他们都会去做。他们究竟成为工程师,官吏,商人还是科学

<sup>①</sup> 许良英、范岱年编译《爱因斯坦文集》(商务印书馆1976)



家,完全取决于环境.现在让我们再来看看那些为天使所宠爱的人吧.他们大多数是相当怪癖,沉默寡言和孤独的人,尽管有这些共同特点,实际上他们彼此之间很不一样,不像被赶走的那两种人那样彼此相似.究竟是什么把这最后一种人引到这座庙堂里来的呢?这是一个难题,不能笼统地用一句话来回答.”……爱因斯坦讲了一下消极的动机之后(可宁静地思维和自由地眺望),接着他说:“除了这种消极的动机之外,还有一种积极的动机,人们总想以最适当的方式来画出一幅简化的和易领悟的世界图像;于是他就试图用他的这种世界体系来代替经验的世界,并来征服它.这就是画家、诗人、思辨哲学家和自然科学家所做的,他们都按自己的方式去做.”爱因斯坦讲了理论物理的价值之后又说道:“物理学家的最高使命是要得到那些普遍的基本规律,……要通向这些定律,并没有逻辑的道路,只有通过那种以对经验的共鸣的理解为依据的直觉,才能得到这些定律.……凡是真正深入地研究过这问题的人,都不会否认唯一地决定理论体系的,实际上是现象世界,尽管在现象同它们的理论之间并没有逻辑的桥梁,这就是莱布尼兹非常中肯地表述的‘先定的和谐’.……渴望看到这种先定的和谐,是无穷的毅力和耐心的源泉.我们看到,普朗克就是因此而专心致志于这门科学中的最普遍的问题,而不使自己分心于比较愉快的和容易到达的目标上去.我常常听到同事们试图把他的这种态度归因于非凡的意志力和修养,但我认为这是错误的.促使人们去做这种工作的精神状态是同信仰宗教的人或谈恋爱的人的精神状态相类似的.……直接来自激情.……祝愿他对科学的热爱继续照亮他未来的道路,并引导他去解决今天物理学的最重要的问题.”

爱因斯坦在上述讲话中,绝没有不重视前两种人特别是抱

着功利目的把自己脑力产物奉献在祭坛上的大多数人的作用的意思,反而认为他们有许多是卓越的人物,对建设科学庙堂有过很大的也许是主要的贡献.爱因斯坦在这里只是把占大多数的这两种人与第三种人予以区分,即把抱着功利的目的,受环境决定,可以干这一行也可以干那一行的很多人,与另外少数人动机是渴望通过科学研究看到科学理论与现象世界之间的和谐,具有激情,从事科学研究的精神状态如同信仰宗教或谈恋爱的那些人区别开来.这少数人是爱因斯坦特别爱戴的一种人,是决定科学庙堂能否存在的那些人.爱因斯坦是犹太人,他们的民族有非常虔诚的信仰宗教的人.他说的谈恋爱大概是热恋,用老百姓的俗话说,就是对科学研究“着了迷了”.

第三位是美国物理学家,诺贝尔奖获得者费曼,有人称他是当代物理大师.费曼有两本书谈自己的往事,其中一本是《你干吗在乎别人怎么想》<sup>①</sup>.这本书的最后一篇文章是《科学的价值》.费曼写道:“科学价值的第一点是众所周知的,科学知识使人们能制造许多产品、做许多事业.……科学的另一个价值是提供智慧与思辨的享受.……这种智慧思辨享受的重要往往被人们忽视,……我当然不是说个人在智慧思辨中的享受是科学的全部价值所在.不过,如果我们社会进步的最终目标正是为了让各种人能享受他想做的事,那么科学家们思辨求知的享受就和其他事具有同等的重要性了.……”费曼说这种科学价值改变了人们对世界的概念,他说:“由于科学的发展,我们今天可以想像无穷奇妙的东西,比诗人和梦想者想像的要丰富奇离千万倍.……知识的进步总是带来更深、更美妙的神秘,吸引我们去更深

<sup>①</sup> 李沉简、徐杨翻译(中国社会科学出版社 1999)

地探索,有时探索的结果令人失望,但这又有什么关系呢?我们总是兴致勃勃地深钻下去,发现无法想像的奇妙和随之而来的更深更美妙的神秘,这难道不是最激动人心的探索么!诚然,没有科学研究的人大概不会有这种近似宗教的感受。”费曼也是犹太血统,他也用虔诚的信仰宗教的人来形容科学家热爱科学的精神状态。费曼对这种动机非常重视,他举了一个例子,他说:“有一篇论文说‘鼠脑中放射标记的磷在两周中减了一半’,这是什么意思呢?它的意思是鼠脑的磷有一半已经不是两周前的原子了,它们已被替换了。那么我问:究竟什么是载有意识的分子呢?子虚乌有么?这些全新的分子能承载一年前在我脑中的记忆,可当时发生记忆的分子却早已被置换了!这个发现就像是说我这个体仅仅是一个舞蹈的编排,分子们进入我的大脑,跳了一场舞就离开了,新分子又进来,还是跳和昨天一模一样的舞蹈——它们能记住!……有时我们会从报纸上念到这样的话:‘科学家认为这项发现对于治疗肿瘤是十分重要的。……’看,这报道只注重那项发现有什么可利用之处,而完全丢开了它本身的意义,而实际上它是多么奇妙啊!偶尔,小孩子反倒会意识到那些意义,此时,一个科学家的苗子出现了,如果当他们上大学时我们才教他们这些,那就太晚了,我们必须从孩童教起。”

费曼在这个科学的第二个价值中所举的关于磷的例子,所提出的观点是会令我们许多人大吃一惊的。常人会想当然地或有充分理由地认为上述研究有可能治疗肿瘤这是最值得重视的,但他却不这样评价,而认为不理睬这个实用而却被这个奇妙的事实所吸引的小孩子,这个孩子关注的是这个事实本身的意义,去追求奇妙事物的本质,倒是出现了一个科学家的苗子,而且明确提出要这样教育儿童和少年们,到大学时再教就晚了。从

这里我们可以看到费曼的科学精神境界和价值观。

费曼接着写道：“现在，我来谈谈科学的第三个价值——它稍稍有些间接，不过并不牵强。科学家们成天经历的就是无知、疑惑、不确定，这种经历是极其重要的。当科学家不知道答案时，他是无知的；当他心中大概有了猜测时，他是不确定的；即使他满有把握时，他也会永远留下质疑的余地。承认自己的无知，留质疑的余地，这两者对于任何发展都必不可少。科学知识本身是一个具有不同层次可信度的集合体，有的根本不确定，有的比较确定，但没有什么是完全确定的。……科学家对上述情形习以为常，他们自然地由于不确定而质疑，而且承认自己无知。但是我认为大多数人并不明白这一点。在历史上科学与专制权威进行了反复的斗争才渐渐得到了我们质疑的自由。那是一场多么艰辛、旷日持久的战斗啊！它终于使我们可以提问，可以质疑，可以不确定。我们绝不应该忘记历史，以致丢失千辛万苦换来的自由。这是科学家对社会的责任。……人类还处在初始阶段，因此我们遇上各种问题是毫不奇怪的。好在未来还有千千万万年。我们的责任是学所能学、为所可为、探索更好的办法，并传给下一代。我们的责任是给未来的人们一双没有束缚自由的双手。……倘若我们自以为对众多的问题都已有了明白的答案，……如果我们压制批评，不许讨论，大声宣称‘看啊，同胞们，这便是正确的答案，人类得救啦！’我们必然会把人类限制在权威的桎梏和现有想像力之中。这种错误在历史上屡见不鲜。……作为科学家，我们知道伟大的进展都源于承认无知，源于思想的自由。那么这是我们的责任……教育人们不要惧怕质疑而应该欢迎它，讨论它，而且毫不妥协地坚持拥有这种自由——这是我们对千秋万代所负有的责任。”

从这里可以看出,费曼对于科学家在探索科学真理和维护探索真理的自由权利中的重大作用和价值给予了多么高的评价——对人类千秋万代所负有的责任。

我个人认为,即使在今天,科学庙堂里的大多数甚至绝大多数人的动机仍然是功利性质的,这是正常的.在科学庙堂里他们也是起着重要的甚至主要的作用,也是任何国家都需要的.我们现在只是来探讨与上述第三种人有关的一些看法,即李翌所体验到的及所期望的也是他认为中国学生最缺乏的是那种在各种困难、挑战(包括名、利、权力、地位的招唤)、挫折面前都能支撑着一个杰出的科学工作者继续走下去的那种对科学强烈的热爱和强烈的探索欲望.爱因斯坦认为,不是抱着功利目的和动机的那些人,而动机是渴望通过科学研究看到科学理论与现象世界之间的和谐,具有激情,从事科学研究的精神状态如同信仰宗教或谈恋爱的那些人,才是决定科学庙堂有无或存在与否的人.费曼认为不理睬应用而却被这个奇妙的事实所吸引的小孩子,他关注这个事实本身的意义,追根问底,这倒是出现了一个科学家的苗子.而且明确提出要这样教育儿童和少年们,到大学时再教就晚了.他们的这些观点对不对?如果不对,错在哪里?如果是对的,那么我们应怎么做?怎样才能解决李翌所说的中国学生缺乏的那种对科学强烈的热爱和强烈的探索欲望?怎样做才能产生和教育出费曼所期望的那种科学家的苗子并使他们能成长呢?怎样做才能成长为爱因斯坦所说的对科学庙堂的存在和有无起决定性作用的科学家呢?我们的环境中存在什么有利于青少年中这种人才产生和发展的因素需要我们去发扬?又存在什么力量,限制、阻挠、误导甚至破坏这种科学家的生成和发展?在上述这两种力量都存在的情况下,该怎么办呢?同学们自己

该怎么办呢？在座的同学都是来自全国的优秀者，这第三种人可能就在在座的同学中，希望你们能排除一切干扰（包括竞赛中已经存在而且必然存在的各种干扰）坚定地前进。

好了，我对这几个材料的介绍及我的问题就说到这里，我衷心地感谢同学们耐心地听了我的发言。

全国竞委会常务委员会已经决定，第 24 届全国中学生物理竞赛的决赛将于 2007 年 11 月在浙江省宁波市举行，由浙江省物理学会、浙江大学和宁波市效实中学联合承办。他们已派代表参加了本届决赛有关的会议，并已开始进行各项筹备工作。我代表全国竞委会向他们表示感谢，并预祝他们的工作能顺利进行。最后，祝老师们和同学们身体健康，回程时一路顺风。谢谢大家！

2006.11.09

第23届全国中学生物理竞赛  
全国竞赛委员会、组织委员会、  
评奖组及获奖学生名单

全国竞赛委员会名单

名誉主任:沈克琦

主任:丛树桐

副主任:(按姓氏笔画排列)

孙煜 祁有龙 林纯镇 贾起民 梁竹健

委员:(省、自治区、直辖市名按汉语拼音排列)

吴以勤(安徽)	李子恒(北京)	江勃(重庆)
卞伯达(福建)	替钦明(甘肃)	尚强(广东)
卫亚东(广东)	东琼瑞(广东)	柳继峰(广西)
蒲昭明(贵州)	林红(海南)	杨世平(河北)
贾瑜(河南)	徐茵富(黑龙江)	刘觉平(湖北)
匡乐满(湖南)	吕天全(吉林)	潘元胜(江苏)
徐旭明(江西)	杜安(辽宁)	王松滨(内蒙古)
陈湖红(宁夏)	唐心科(青海)	何希庆(山东)
虞仲博(山西)	刘聚成(陕西)	陈树德(上海)
缪钟英(四川)	周文壮(天津)	李体莲(新疆)
单增罗布(西藏)	夏英齐(云南)	盛正卯(浙江)
叶高翔(浙江)	应和平(浙江)	王安华(基教司)
孙新平《大学物理》	吴祖仁《物理通报》	

## 组织委员会名单

名誉主任:卢钟鹤

名誉副主任:吴焕泉 闫小培 李连和 许宁生 刘颂豪

刘慈芬

主任:黄国强 张宝泉

副主任:黄励军 唐海海 张克科 刘洪一

委员:林树坚 何振辉 李文郁 徐晨 戴纪峰

范平 朱琼瑞 邓文基 陈俊芳 罗质华

皮飞鹏 薛民城 姚跃涌 杨尊政 朱建国

秘书长:王铮

副秘书长:尚强 卫亚东 曾梅芳 赵立

## 评奖组名单

丛树桐 林纯镇 梁竹健 祁有龙 贾起民

孙国耀 朱永亮 陶力沛 全宏俊 卫亚东

万浪辉 余隽金

## 获奖学生名单

### 一等奖(29名)

朱涵宇(上海) 聂雨田(上海) 胡嘉仲(上海)

彭星月(湖北) 张雨辰(北京) 简超明(广东)

孙伟奇(河南) 王书元(广东) 李照楠(河北)

杨国松(吉林) 倪良富(浙江) 余超(湖北)



## 第九届全国物理奥林匹克工作室

陈 述(河北)	蔡拓程(湖北)	杜臻英(湖南)
新路昶(湖北)	李鸢西(湖北)	李 鑫(山东)
李 恒(重庆)	杨路炜(浙江)	陈昊荣(湖南)
朱 锋(江苏)	刘 昊(河北女)	杨 运(上海)
陈 诚(湖南)	胡景懿(山西)	毛英男(辽宁)
杜 旭(河南)	朱 佳(新疆)	

### 二等奖(62名)

刘文静(北京女)	吕曰洲(上海)	钱秉玺(江苏)
王伟冰(广东)	王一凡(湖北)	王春吉(黑龙江)
吴振华(江西)	成 立(重庆)	管凡增(辽宁)
刘 鑫(重庆)	柳音羽(浙江女)	陈国鹏(广东)
王 聪(广东)	黄 昀(陕西)	夏 树(山东)
朱 晶(安徽)	董 磊(山东)	韩 旭(吉林)
郭穗鸣(广东)	刘 宇(福建)	赵立毅(上海)
袁雅洁(云南女)	陈 晨(黑龙江)	方仙法(浙江)
牛天铸(辽宁)	王 韬(安徽)	周 远(浙江女)
龚云飞(江苏)	满雪成(河南)	邹峻元(江苏)
陆 松(江苏)	王 琼(北京)	张 丁(河北女)
侯季春(山西)	胥 毅(新疆)	伍韦怡(北京)
贺 娟(河南女)	汤衍浩(江西)	徐子骏(江西)
许 恩(湖南)	余 越(浙江)	张 昊(江苏)
章 进(安徽)	陈凌峰(福建)	赖龙海(福建)
涂光炜(四川)	吴令宇(广东)	李 超(山东)
刘文涛(重庆)	屈信超(山西)	黄溢辰(江苏)
姬世龙(天津)	李奇龙(四川)	林智远(福建)
穆 维(陕西)	谢 超(贵州)	严 昊(天津)

## 2010年第41届物理奥林匹克竞赛获奖名单

蔡钧安(河南) 郝 阳(山东) 李 超(新疆)

汪 淳(安徽) 张通达(陕西)

### 三等奖(82名)

冯 洋(安徽) 王 胜(湖北) 秦君陶(四川)

周超然(广东) 于向遥(天津) 张大彤(天津)

金正和(安徽) 吴志川(重庆) 冯力理(四川)

李元元(河北) 施辰光(陕西) 张 强(山西)

寇 洋(天津) 王 萌(陕西) 周 畅(北京)

虎 皓(甘肃) 范琳然(广东) 孙文博(吉林)

李圣威(四川) 王力乐(贵州) 陈文龙(福建)

申禹杰(湖南) 杨海峰(内蒙古) 周明亚(河南)

赫天时(广东) 李 扬(吉林) 田亚洋(广东)

张金龙(甘肃) 何正良(江西) 魏佳楠(河北)

孟浩然(河南) 何嘉希(江苏) 林一成(辽宁)

林常乐(陕西) 张树栋(辽宁) 庾俊杰(广西)

谷颖宏(广东) 李 晨(辽宁) 陈远哲(甘肃)

杨松林(重庆) 王 江(贵州) 吴 超(河北)

祖 充(广西) 黄辰亮(北京) 关英龙(黑龙江)

刘 莎(海南女) 陆鹏宇(广西) 孙慧辰(黑龙江)

陈 超(山西) 张慕威(江西) 黄 颖(广西)

钱雷云(云南) 吴龙威(海南) 孙建波(宁夏)

任君宇(吉林) 李博闻(云南) 周 赞(云南)

郭 越(新疆女) 郭 寻(海南) 于 琛(内蒙古)

柯灏楠(贵州) 李凌龙(吉林) 王 盛(甘肃)

高 腾(天津) 贺靖轩(云南) 韩 伟(青海)

郭正兴(贵州) 吴长灿(黑龙江) 马 啸(甘肃)

## 第28届物理奥林匹克工作室

董 晶(内蒙古女) 陈奕铨(海南) 兰 龙(新疆)  
陈泽滢(海南女) 韦 超(宁夏) 刘 博(黑龙江)  
周宇田(青海) 赵 晶(宁夏女) 陆辉志(广西)  
乔伟光(西藏) 祁鸣东(宁夏) 陈 琳(西藏女)  
刘 洋(青海)

### 单项奖

总成绩最佳奖:朱涵宇  
理论成绩最佳奖:朱涵宇  
实验成绩最佳奖:李 晨  
女学生成绩最佳奖:刘 旻

## 第 23 届全国中学生物理竞赛

### 试题及参考解答

#### 预赛理论试题及参考解答

· 试题 ·

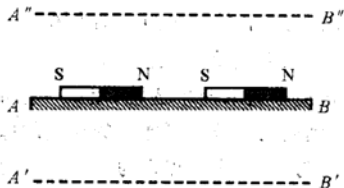
一、

1. 如图所示, 弹簧  $S_1$  的上端固定在天花板上, 下端连一小球  $A$ , 球  $A$  与球  $B$  之间用线相连. 球  $B$  与球  $C$  之间用弹簧  $S_2$  相连.  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的质量分别为  $m_A$ 、 $m_B$ 、 $m_C$ , 弹簧与线的质量均可不计. 开始时它们都处在静止状态. 现将  $A$ 、 $B$  间的线突然剪断, 求线刚剪断时  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的加速度.



2. 两个相同的条形磁铁, 放在平板  $AB$  上, 磁铁的  $N$ 、 $S$  极如图所示. 开始时平板及磁铁皆处于水平位置, 且静止不动.

(i) 现将  $AB$  突然竖直向下平移 (磁铁与平板间始终相互接触), 并使之停在  $A'B'$  处, 结果发现两个条形磁铁碰在一起.



(ii) 如果将  $AB$  从原位置突然竖直向上平移, 并使之停在

$A''B''$  位置处, 结果发现两条形磁铁也碰在一起.

试定性解释上述现象.

二、

1. 老爷爷的眼睛是老花眼.

(i) 一物体  $P$  放在明视距离处, 老爷爷看不清楚. 请在示意图 1 中画出此时  $P$  通过眼睛成像的光路示意图.

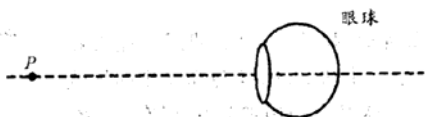


图 1

(ii) 戴了一副 300 度的老花镜后, 老爷爷就能看清楚放在明视距离处的物体  $P$ , 请在示意图 2 中画出  $P$  通过老花镜和眼睛成像的光路示意图.

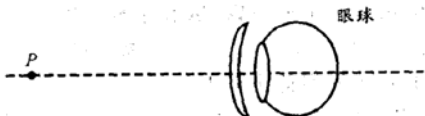


图 2

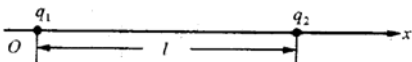
(iii) 300 度的老花镜的焦距  $f =$  \_\_\_\_\_ m.

2. 有两个凸透镜, 它们的焦距分别为  $f_1$  和  $f_2$ , 还有两个凹透镜, 它们的焦距分别为  $f_3$  和  $f_4$ . 已知,  $f_1 > f_2 > |f_3| > |f_4|$ . 如果要从这四个透镜中选取两个透镜, 组成一架最简单的单筒望远镜, 要求能看到放大倍数尽可能大的正立的像, 则应选焦距为 \_\_\_\_\_ 的透镜作为物镜, 应选焦距为 \_\_\_\_\_ 的透镜作为目镜.

三、

1. 如图所示, 电荷为  $q_1$  的正点电荷固定在坐标原点  $O$  处,

电荷为  $q_2$  的正点电荷固定在  $x$  轴上, 两电荷相距  $l$ . 已知  $q_2 = 2q_1$ .



(i) 求在  $x$  轴上场强为零的  $P$  点的坐标.

(ii) 若把一电荷为  $q_0$  的点电荷放在  $P$  点, 试讨论它的稳定性(只考虑  $q_0$  被限制在沿  $x$  轴运动和被限制在沿垂直于  $x$  轴方向运动这两种情况).

2. 有一静电场, 其电势  $U$  随坐标  $x$  的改变而变化, 变化的图线如图 1 所示. 试在图 2 中画出该静电场的场强  $E$  随  $x$  变化的图线(设场强沿  $x$  轴正方向时取正值, 场强沿  $x$  轴负方向时取负值).

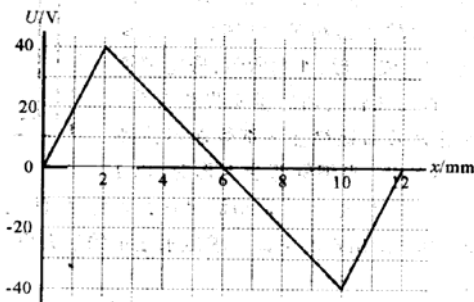


图 1

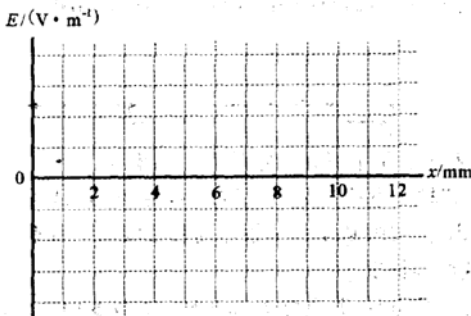
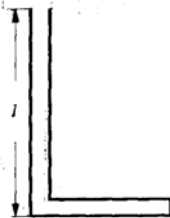


图 2

四、一根长为  $L$  (以厘米为单位) 的粗细均匀的、可弯曲的细管，一端封闭，一端开口，处在大气中。大气的压强与  $H$  厘米高的水银柱产生的压强相等，已知管长  $L > H$ 。现把细管弯成 L 形，如图所示。假定细管被弯曲时，管长和管的内径都不发生变化。可以把水银从管口徐徐注入细管而不让细管中的气体泄出。当细管弯成 L 形时，以  $l$  表示其竖直段的长度，问  $l$  取值满足什么条件时，注入细管的水银量为最大值？给出你的论证并求出水银量的最大值（用水银柱的长度表示）。

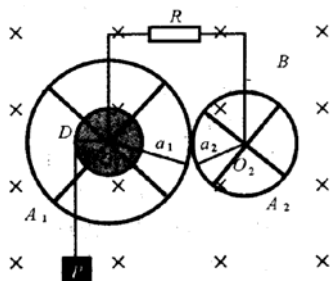


五、一对正、负电子可形成一种寿命比较短的称为电子偶素的新粒子。电子偶素中的正电子与负电子都以速率  $v$  绕它们连线的中点做圆周运动。假定玻尔关于氢原子的理论可用于电子偶素，电子的质量  $m$ 、速率  $v$  和正、负电子间的距离  $r$  的乘积满足量子化条件，即

$$mrv = n \frac{h}{2\pi}$$

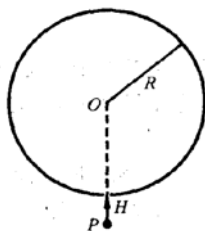
式中  $n$  称为量子数, 可取整数值  $1, 2, 3, \dots$ ;  $h$  为普朗克常量. 试求电子偶素处在各定态时的  $r$  和能量以及第一激发态与基态能量之差.

六、如图所示, 两个金属轮  $A_1$ 、 $A_2$ , 可绕通过各自中心并与轮面垂直的固定的光滑金属细轴  $O_1$  和  $O_2$  转动,  $O_1$  和  $O_2$  相互平行, 水平放置. 每个金属轮由四根金属辐条和金属环组成,  $A_1$  轮的辐条长为  $a_1$ 、电阻为  $R_1$ ,  $A_2$  轮的辐条长为  $a_2$ 、电阻为  $R_2$ , 连接辐条的金属环的宽度与电阻都可以忽略. 半径为  $a_0$  的绝缘圆盘  $D$  与  $A_1$  同轴且固连在一起. 一轻细绳的一端固定在  $D$  边缘上的某点, 绳在  $D$  上绕足够匝数后, 悬挂一质量为  $m$  的重物  $P$ . 当  $P$  下落时, 通过细绳带动  $D$  和  $A_1$  绕  $O_1$  轴转动. 转动过程中,  $A_1$ 、 $A_2$  保持接触, 无相对滑动; 两轮与各自细轴之间保持良好的电接触; 两细轴通过导线与一阻值为  $R$  的电阻相连. 除  $R$  和  $A_1$ 、 $A_2$  两轮中辐条的电阻外, 所有金属的电阻都不计. 整个装置处在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中, 磁场方向与转轴平行. 现将  $P$  释放, 试求  $P$  匀速下落时的速度.



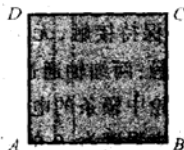


七、图示为一固定不动的绝缘的圆筒形容器的横截面,其半径为  $R$ ,圆筒的轴线在  $O$  处.圆筒内有匀强磁场,磁场方向与圆筒的轴线平行,磁感应强度为  $B$ .筒壁的  $H$  处开有小孔,整个装置处在真空中.现有一质量为  $m$ 、电荷为  $q$  的带电粒子  $P$  以某一初速度沿筒的半径方向从小孔射入圆筒,经与筒壁碰撞后又从小孔射出圆筒.设:筒壁是光滑的, $P$  与筒壁碰撞是弹性的, $P$  与筒壁碰撞时其电荷是不变的.若要使  $P$  与筒壁碰撞的次数最少,问:



1.  $P$  的速率应为多少?
2.  $P$  从进入圆筒到射出圆筒经历的时间为多少?

八、图中正方形  $ABCD$  是水平放置的固定梁的横截面,  $AB$  是水平的,截面的边长都是  $l$ .一根长为  $2l$  的柔软的轻细绳,一端固定在  $A$  点,另一端系一质量为  $m$  的小球.



初始时,手持小球,将绳拉直,绕过  $B$  点使小球处于  $C$  点.现给小球一竖直向下的初速度  $v_0$ ,使小球与  $CB$  边无接触地向下运动,当  $v_0^2$  分别取下列两值时,小球将打到梁上的何处?

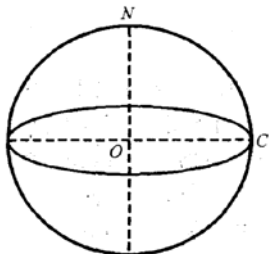
1.  $v_0^2 = 2(6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 1)gl$
2.  $v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$

设绳的伸长量可不计而且绳是非弹性的.

九、从赤道上的  $C$  点发射洲际导弹,使之精确地击中北极点  $N$ ,要求发射所用的能量最少.假定地球是一质量均匀分布的半径为  $R$  的球体,  $R = 6400$  km.已知质量为  $m$  的物体在地球引力作用下做椭圆运动时,其能量  $E$  与椭圆半长轴  $a$  的关系为

$$E = -G \frac{Mm}{2a}$$

式中  $M$  为地球质量,  $G$  为引力常量. 已知地球表面处的重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .



1. 假定地球没有自转, 求最小发射速度的大小和方向 (用速度方向与从地心  $O$  到发射点  $C$  的连线之间的夹角表示).
2. 若考虑地球的自转, 则最小发射速度的大小为多少?
3. 试导出  $E = -G \frac{Mm}{2a}$ .

· 参考解答 ·

一、

1. 线剪断前, 整个系统处于平衡状态. 此时弹簧  $S_1$  的弹力

$$F_1 = (m_A + m_B + m_C)g \quad (1)$$

弹簧  $S_2$  的弹力

$$F_2 = m_C g \quad (2)$$

在线刚被剪断的时刻, 各球尚未发生位移, 弹簧的长度尚无变化, 故  $F_1$ 、 $F_2$  的大小尚未变化, 但线的拉力消失. 设此时球  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的加速度的大小分别为  $a_A$ 、 $a_B$ 、 $a_C$ , 则有

$$F_1 - m_A g = m_A a_A \quad (3)$$

$$F_2 + m_B g = m_B a_B \quad (4)$$

$$F_2 - m_C g = m_C a_C \quad (5)$$

解以上有关各式得

$$a_A = \frac{m_B + m_C}{m_A} g \quad \text{方向竖直向上} \quad (6)$$

$$a_B = \frac{m_B + m_C}{m_B} g \quad \text{方向竖直向下} \quad (7)$$

$$a_C = 0 \quad (8)$$

2. 开始时, 磁铁静止不动, 表明每一条磁铁受到另一条磁铁的磁力与它受到板的静摩擦力平衡.

(i) 从板突然竖直向下平移到停下, 板和磁铁的运动经历了两个阶段. 起初, 板向下加速移动, 板与磁铁有脱离接触的趋势, 磁铁对板的正压力减小, 并跟随板一起做加速度方向向下、速度向下的运动. 在这过程中, 由于磁铁对板的正压力减小, 最大静摩擦力亦减小. 向下的加速度愈大, 磁铁的正压力愈小, 最大静摩擦力也愈小. 当板的加速度大到某一数值时, 最大静摩擦力减小到小于磁力, 于是磁铁沿着平板相向运动并吸在一起. 接着,

磁铁和板一起做加速度方向向上、速度向下的运动,直到停在  $A'B'$  处.在这过程中,磁铁对板的正压力增大,最大静摩擦力亦增大,因两磁铁已碰在一起,磁力、接触处出现的弹力和可能存在的静摩擦力总是平衡的,两条磁铁吸在一起的状态不再改变.

(ii) 从板突然竖直向上平移到停下,板和磁铁的运动也经历两个阶段.起初,板和磁铁一起做加速度方向向上、速度向上的运动,在这过程中,正压力增大,最大静摩擦力亦增大,作用于每个磁铁的磁力与静摩擦力始终保持平衡,磁铁在水平方向不发生运动.接着,磁铁和板一起做加速度方向向下、速度向上的运动,直到停在  $A''B''$  处.在这过程中,磁铁对板的正压力减小,最大静摩擦力亦减小,向下的加速度愈大,磁铁的正压力愈小,最大静摩擦力也愈小.当板的加速度大到某一数值时,最大静摩擦力减小到小于磁力,于是磁铁沿着平板相向运动并吸在一起.

二、

1.

(i)

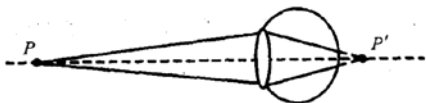


图 1

(ii)

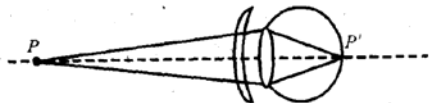


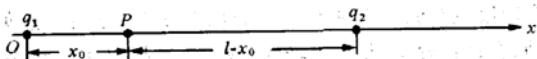
图 2

(iii)  $\frac{1}{3}$

2.  $f_1, f_4$ .

三、

1.



(i) 通过对点电荷场强方向的分析,场强为零的  $P$  点只可能位于两点电荷之间. 设  $P$  点的坐标为  $x_0$ , 则有

$$k \frac{q_1}{x_0^2} = k \frac{q_2}{(l - x_0)^2} \quad (1)$$

已知

$$q_2 = 2q_1 \quad (2)$$

由(1)、(2)两式解得

$$x_0 = (\sqrt{2} - 1)l \quad (3)$$

(ii) 先考察点电荷  $q_0$  被限制在沿  $x$  轴运动的情况.  $q_1$ 、 $q_2$  两点电荷在  $P$  点处产生的场强的大小分别为

$$E_{10} = k \frac{q_1}{x_0^2} \quad E_{20} = k \frac{q_2}{(l - x_0)^2}$$

且有

$$E_{10} = E_{20}$$

二者方向相反. 点电荷  $q_0$  在  $P$  点受到的合力为零, 故  $P$  点是  $q_0$  的平衡位置. 在  $x$  轴上  $P$  点右侧  $x = x_0 + \Delta x$  处,  $q_1$ 、 $q_2$  产生的场强的大小分别为

$$E_1' = k \frac{q_1}{(x_0 + \Delta x)^2} < E_{10} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴正方向}$$

$$E_2' = k \frac{q_2}{(l - x_0 - \Delta x)^2} > E_{20} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴负方向}$$

由于  $E_2' > E_1'$ ,  $x = x_0 + \Delta x$  处合场强沿  $x$  轴的负方向, 即指向  $P$  点. 在  $x$  轴上  $P$  点左侧  $x = x_0 - \Delta x$  处,  $q_1$ 、 $q_2$  的场强的大小分别为

$$E_{1''} = k \frac{q_1}{(x_0 - \Delta x)^2} > E_{10} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴正方向}$$

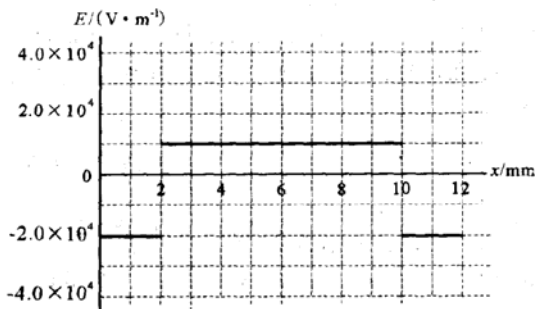
$$E_2'' = k \frac{q_2}{(l - x_0 + \Delta x)^2} < E_{20} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴负方向}$$

由于  $E_2'' < E_1''$ ,  $x = x_0 - \Delta x$  处合场强的方向沿  $x$  轴的正方向, 即指向  $P$  点.

由以上的讨论可知, 在  $x$  轴上, 在  $P$  点的两侧, 点电荷  $q_1$  和  $q_2$  产生的电场的合场强的方向都指向  $P$  点, 带正电的点电荷在  $P$  点附近受到的电场力都指向  $P$  点, 所以当  $q_0 > 0$  时,  $P$  点是  $q_0$  的稳定平衡位置. 带负电的点电荷在  $P$  点附近受到的电场力都背离  $P$  点, 所以当  $q_0 < 0$  时,  $P$  点是  $q_0$  的不稳定平衡位置.

再考虑  $q_0$  被限制在沿垂直于  $x$  轴的方向运动的情况. 沿垂直于  $x$  轴的方向, 在  $P$  点两侧附近, 点电荷  $q_1$  和  $q_2$  产生的电场的合场强沿垂直  $x$  轴分量的方向都背离  $P$  点, 因而带正电的点电荷在  $P$  点附近受到沿垂直  $x$  轴的分量的电场力都背离  $P$  点. 所以, 当  $q_0 > 0$  时,  $P$  点是  $q_0$  的不稳定平衡位置. 带负电的点电荷在  $P$  点附近受到的电场力都指向  $P$  点, 所以当  $q_0 < 0$  时,  $P$  点是  $q_0$  的稳定平衡位置.

2.



四、

开始时竖直细管内空气柱长度为  $L$ , 压强为  $H$  (以  $\text{cmHg}$  为单位), 注入少量水银后, 气柱将因水银柱压力而缩短. 当管中水银柱长度为  $x$  时, 管内空气压强  $p = (H + x)$ , 根据玻意耳定律, 此时空气柱长度

$$L' = \frac{HL}{H+x} \quad (1)$$

空气柱上表面与管口的距离

$$d = L - L' = \frac{Lx}{H+x} \quad (2)$$

开始时  $x$  很小, 由于  $L > H$ , 故

$$\frac{L}{H+x} > 1$$

即水银柱上表面低于管口, 可继续注入水银, 直至  $d = x$  (即水银柱上表面与管口相平) 时为止. 何时水银柱表面与管口相平, 可分下面两种情况讨论.

1. 水银柱表面与管口相平时, 水银柱未进入水平管, 此时水

银柱的长度  $x \leq l$ , 由玻意耳定律有

$$(H+x)(L-x) = HL \quad (3)$$

由(3)式可得

$$x = L - H \quad (4)$$

由此可知, 当  $l \geq L - H$  时, 注入的水银柱的长度  $x$  的最大值

$$x_{\max} = L - H \quad (5)$$

2. 水银柱表面与管口相平时, 一部分水银进入水平管, 此时注入水银柱的长度  $x > l$ , 由玻意耳定律有

$$(H+l)(L-x) = HL \quad (6)$$

$$x = \frac{Ll}{H+l} \quad (7)$$

$$l < x = \frac{Ll}{H+l} \quad (8)$$

由(8)式得

$$l < L - H \quad \text{或} \quad L > H + l \quad (9)$$

$$x = L - H \frac{L}{H+l} < L - H \quad (10)$$

即当  $l < L - H$  时, 注入水银柱的最大长度  $x < x_{\max}$ .

由上讨论表明, 当  $l \geq L - H$  时, 可注入的水银量为最大, 这时水银柱的长度为  $x_{\max}$ , 即(5)式.

## 五、

正、负电子绕它们连线的中点做半径为  $\frac{r}{2}$  的圆周运动, 电子的电荷为  $e$ , 正、负电子间的库仑力是电子做圆周运动所需的向心力, 即

$$k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{\frac{r}{2}} \quad (1)$$

正电子、负电子的动能分别为  $E_{k+}$  和  $E_{k-}$ , 有



$$E_{k+} = E_{k-} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

正、负电子间相互作用的势能

$$E_p = -k \frac{e^2}{r} \quad (3)$$

电子偶素的总能量

$$E = E_{k+} + E_{k-} + E_p \quad (4)$$

由(1)、(2)、(3)、(4)各式得

$$E = -\frac{1}{2}k \frac{e^2}{r} \quad (5)$$

根据量子化条件

$$mrv = n \frac{h}{2\pi} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

(6)式表明,  $r$  与量子数  $n$  有关. 由(1)式和(6)式得与量子数  $n$  对应的定态  $r$  为

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{2\pi^2 k e^2 m} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

代入(5)式得与量子数  $n$  对应的定态的  $E$  值为

$$E_n = -\frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{n^2 h^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

$n = 1$  时, 电子偶素的能量最小, 对应于基态. 基态的能量为

$$E_1 = -\frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \quad (9)$$

$n = 2$  是第一激发态, 与基态的能量差

$$\Delta E = \frac{3}{4} \frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \quad (10)$$

六、

$P$  被释放后, 细绳的张力对  $D$  产生机械力矩, 带动  $D$  和  $A$ , 做逆时针的加速转动, 通过两个轮子之间无相对运动的接触,

$A_1$  带动  $A_2$  做顺时针的加速转动. 由于两个轮子的辐条切割磁感线, 所以在  $A_1$  产生由周边沿辐条指向轴的电动势, 在  $A_2$  产生由轴沿辐条指向周边的电动势, 经电阻  $R$  构成闭合电路.  $A_1$ 、 $A_2$  中各辐条上流有沿电动势方向的电流, 在磁场中辐条受到安培力. 不难看出, 安培力产生的电磁力矩是阻力矩, 使  $A_1$ 、 $A_2$  加速转动的势头减缓.  $A_1$ 、 $A_2$  从起始的静止状态逐渐加速转动, 电流随之逐渐增大, 电磁阻力矩亦逐渐增大, 直至电磁阻力矩与机械力矩相等,  $D$ 、 $A_1$  和  $A_2$  停止做加速转动, 均做匀角速转动, 此时  $P$  匀速下落, 设其速度为  $v$ , 则  $A_1$  的角速度

$$\omega_1 = \frac{v}{a_0} \quad (1)$$

$A_1$  带动  $A_2$  转动,  $A_2$  的角速度  $\omega_2$  与  $A_1$  的角速度  $\omega_1$  之间的关系为

$$\omega_1 a_1 = \omega_2 a_2 \quad (2)$$

$A_1$  中每根辐条产生的感应电动势均为

$$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} B a_1^2 \omega_1 \quad (3)$$

轴与轮边之间的电动势就是  $A_1$  中四条辐条电动势的并联, 其数值见(3)式.

同理,  $A_2$  中, 轴与轮边之间的电动势就是  $A_2$  中四条辐条电动势的并联, 其数值为

$$\mathcal{E}_2 = \frac{1}{2} B a_2^2 \omega_2 \quad (4)$$

$A_1$  中, 每根辐条的电阻为  $R_1$ , 轴与轮边之间的电阻是  $A_1$  中四条辐条电阻的并联, 其数值为

$$R_{A1} = \frac{R_1}{4} \quad (5)$$

$A_2$  中, 每根辐条的电阻为  $R_2$ , 轴与轮边之间的电阻是  $A_2$  中四条

辐条电阻的并联,其数值为

$$R_{A2} = \frac{R_2}{4} \quad (6)$$

$A_1$  轮、 $A_2$  轮和电阻  $R$  构成串联回路,其中的电流为

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + R_{A1} + R_{A2}} \quad (7)$$

以(1)至(6)式代入(7)式,得

$$I = \frac{\frac{1}{2a_0} Ba_1(a_1 + a_2)v}{R + \frac{R_1}{4} + \frac{R_2}{4}} \quad (8)$$

当  $P$  匀速下降时,对整个系统来说,重力的功率等于所有电阻的焦耳热功率之和,即

$$mgv = I^2 \left( R + \frac{R_1}{4} + \frac{R_2}{4} \right) \quad (9)$$

将(8)式代入(9)式得

$$v = \frac{mg(4R + R_1 + R_2)a_0^2}{B^2 a_1^2 (a_1 + a_2)^2} \quad (10)$$

## 七、

1. 如图 1 所示,设筒内磁场的方向垂直纸面指向纸外,带电粒子  $P$  带正电,其速率为  $v$ .  $P$  从小孔射入圆筒中因受到磁场的的作用力而偏离入射方向,若与筒壁只发生一次碰撞,是不可能从小孔射出圆筒的. 但与筒壁碰撞两次,它就有可能从小孔射出. 在此情形中, $P$  在筒内的路径由三段等长、等半径的圆弧  $HM$ 、 $MN$  和  $NH$  组成. 现考察其中一段圆弧  $MN$ , 如

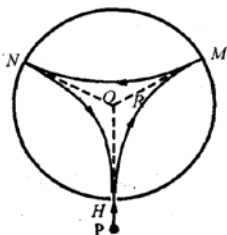


图 1

图2所示.由于  $P$  沿筒的半径方向入射,  $OM$  和  $ON$  均与轨道相切, 两者的夹角

$$\alpha = \frac{2}{3}\pi \quad (1)$$

设圆弧的圆半径为  $r$ , 则有

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

圆弧对轨道圆心  $O'$  所张的圆心角

$$\beta = \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

由几何关系得

$$r = R \cot \frac{\beta}{2} \quad (4)$$

解(2)、(3)、(4)式得

$$v = \frac{\sqrt{3}qBR}{m} \quad (5)$$

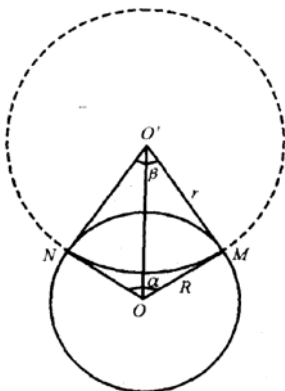


图2

2.  $P$  由小孔射入到第一次与筒壁碰撞所通过的路径为

$$s = \beta r \quad (6)$$

经历时间为

$$t_1 = \frac{s}{v} \quad (7)$$

$P$  从射入小孔到射出小孔经历的时间为

$$t = 3t_1 \quad (8)$$

由以上有关各式得

$$t = \frac{\pi m}{qB} \quad (9)$$

八、

小球获得沿竖直向下的初速度  $v_0$  后, 由于细绳处于松弛状

态,故从  $C$  点开始,小球沿竖直方向做初速度为  $v_0$ 、加速度为  $g$

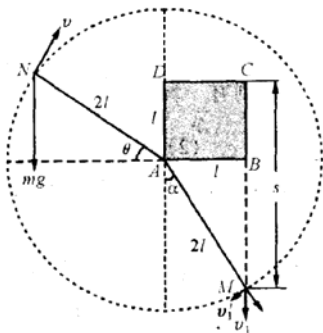


图 1

的匀加速直线运动.当小球运动到图 1 中的  $M$  点时,绳刚被拉直,匀加速直线运动终止,此时绳与竖直方向的夹角为  $\alpha = 30^\circ$ .在这过程中,小球下落的距离

$$s = l + 2l \cos \alpha = l(1 + \sqrt{3}) \quad (1)$$

细绳刚拉直时小球的速度  $v_1$  满足下式

$$v_1^2 = v_0^2 + 2gs \quad (2)$$

在细绳拉紧的瞬间,由于绳的伸长量可不计而且绳是非弹性的,故小球沿细绳方向的分速度  $v_1 \cos \alpha$  变为零,而与绳垂直的分速度保持不变,以后小球将从  $M$  点开始以初速度

$$v_1' = v_1 \sin \alpha = \frac{1}{2} v_1 \quad (3)$$

在竖直平面内做圆周运动,圆周的半径为  $2l$ ,圆心位于  $A$  点,如图 1 所示.由(1)、(2)、(3)式得

$$v_1'^2 = \frac{1}{4} v_0^2 + \frac{1}{2} gl(1 + \sqrt{3}) \quad (4)$$

当小球沿圆周运动到图中的  $N$  点时, 其速度为  $v$ , 细绳与水平方向的夹角为  $\theta$ , 由能量关系有

$$\frac{1}{2} m v_1'^2 = \frac{1}{2} m v^2 + m g (\sqrt{3} l + 2 l \sin \theta) \quad (5)$$

用  $F_T$  表示绳对小球的拉力, 有

$$F_T + m g \sin \theta = m \frac{v^2}{2l} \quad (6)$$

$$1. v_0^2 = 2(6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 1) g l$$

设在  $\theta = \theta_1$  时(图2), 绳开始松弛,  $F_T = 0$ , 小球的速度  $v = u_1$ . 以此代入(5)、(6) 两式得

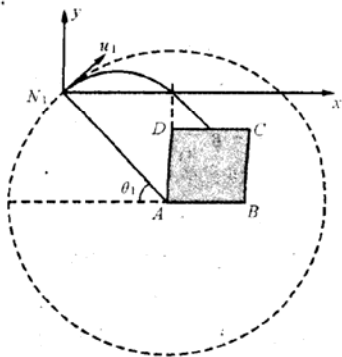


图 2

$$v_1'^2 = u_1^2 + 2g(\sqrt{3}l + 2l\sin\theta_1) \quad (7)$$

$$g \sin \theta_1 = \frac{u_1^2}{2l} \quad (8)$$

由(4)、(7)、(8) 式和题设  $v_0$  的数值可求得

$$\theta_1 = 45^\circ \quad (9)$$

$$u_1 = \sqrt{\sqrt{2}gl} \quad (10)$$

即在  $\theta_1 = 45^\circ$  时,绳开始松弛.以  $N_1$  表示此时小球在圆周上的位置,此后,小球将脱离圆轨道从  $N_1$  处以大小为  $u_1$ ,方向与水平方向成  $45^\circ$  角的初速度做斜抛运动.

以  $N_1$  点为坐标原点,建立直角坐标系  $N_1xy$ ,  $x$  轴水平向右,  $y$  轴竖直向上.若以小球从  $N_1$  处抛出的时刻作为计时起点,小球在时刻  $t$  的坐标分别为

$$x = u_1 \cos 45^\circ t = \frac{\sqrt{2}}{2} u_1 t \quad (11)$$

$$y = u_1 \sin 45^\circ t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} u_1 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (12)$$

由(11)、(12)式,注意到(10)式,可得小球的轨道方程

$$y = x - g \frac{x^2}{u_1^2} = x - \frac{x^2}{\sqrt{2}l} \quad (13)$$

AD 面的横坐标为

$$x = 2l \cos 45^\circ = \sqrt{2}l \quad (14)$$

由(13)、(14)式可得小球通过 AD 所在竖直平面的纵坐标

$$y = 0 \quad (15)$$

由此可见小球将在 D 点上方越过,然后打到 DC 边上,DC 边的纵坐标为

$$y = -(2l \sin 45^\circ - l) = -(\sqrt{2} - 1)l \quad (16)$$

把(16)式代入(13)式,解得小球与 DC 边撞击点的横坐标

$$x = 1.75l \quad (17)$$

撞击点与 D 点的距离为

$$\Delta l = x - 2l \cos 45^\circ = 0.34l \quad (18)$$

$$2. v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$$

设在  $\theta = \theta_2$  时, 绳松弛,  $F_T = 0$ , 小球的速度  $v = u_2$ , 以此代替(5)、(6)式中的  $\theta_1$ 、 $u_1$ , 得

$$v_1'^2 = u_2^2 + 2g(\sqrt{3}l + 2l\sin\theta_2) \quad (19)$$

$$m\sin\theta_2 = m \frac{u_2^2}{2l} \quad (20)$$

以  $v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$  代入(4)式, 与(19)、(20)式联立, 可解得

$$\theta_2 = 90^\circ \quad (21)$$

$$u_2 = \sqrt{2gl} \quad (22)$$

(22)式表示小球到达圆周的最高点处时, 绳中张力为零, 随后绳子被拉紧, 球速增大, 绳中的拉力不断增加, 拉力和重力沿绳子的分力之和等于小球沿圆周运动所需的向心力, 小球将绕以  $D$  点为圆心,  $l$  为半径的圆周打到梁上的  $C$  点.

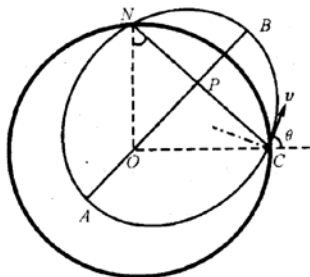
## 九、

1. 这是一个大尺度运动, 导弹发射后, 在地球引力作用下将沿椭圆轨道运动. 如果导弹能打到  $N$  点, 则此椭圆一定位于地心  $O$ 、北极点  $N$  和赤道上的发射点  $C$  组成的平面(此平面是  $C$  点所在的子午面)内, 因此导弹的发射速度(初速度  $v$ ) 必须也在此平面内, 地心  $O$  是椭圆的一个焦点. 根据对称性, 注意到椭圆上的  $C$ 、 $N$  两点到焦点  $O$  的距离相等, 故所考察椭圆的长轴是过  $O$  点垂直  $CN$  的直线, 即图上的直线  $AB$ , 椭圆的另一焦点必在  $AB$  上.

已知质量为  $m$  的物体在质量为  $M$  的地球的引力作用下做椭圆运动时, 物体和地球构成的系统的能量  $E$  (无穷远作为引力势能的零点) 与椭圆半长轴  $a$  的关系为



$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad (1)$$



要求发射的能量最少,即要求椭圆的半长轴  $a$  最短. 根据椭圆的几何性质可知, 椭圆的两焦点到椭圆上任一点的距离之和为  $2a$ , 现  $C$  点到一个焦点  $O$  的距离是定值, 等于地球的半径  $R$ , 只要位于长轴上的另一焦点到  $C$  点的距离最小, 该椭圆的半长轴就最小. 显然, 当另一焦点位于  $C$  到  $AB$  的垂线的垂足处时,  $C$  到该焦点的距离必最小. 由几何关系可知

$$2a = R + \frac{\sqrt{2}}{2}R \quad (2)$$

设发射时导弹的速度为  $v$ , 则有

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} \quad (3)$$

解(1)、(2)、(3)式得

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}(\sqrt{2}-1)} \quad (4)$$

因

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg \quad (5)$$

比较(4)、(5)两式得

$$v = \sqrt{2Rg(\sqrt{2}-1)} \quad (6)$$

代入有关数据得

$$v = 7.2 \text{ km/s} \quad (7)$$

速度的方向在  $C$  点与椭圆轨道相切. 根据解析几何知识, 过椭圆上一点的切线的垂直线, 平分两焦点到该点连线的夹角  $\angle OCP$ . 从图中可看出, 速度方向与  $OC$  的夹角

$$\theta = 90^\circ - \frac{1}{2} \times 45^\circ = 67.5^\circ \quad (8)$$

2. 由于地球绕通过  $ON$  的轴自转, 在赤道上  $C$  点相对地心的速度为

$$v_C = \frac{2\pi R}{T} \quad (9)$$

式中  $R$  是地球的半径,  $T$  为地球自转的周期,  $T = 24 \times 3600 \text{ s} = 86400 \text{ s}$ , 故

$$v_C = 0.46 \text{ km/s} \quad (10)$$

$C$  点速度的方向垂直于子午面(图中纸面). 位于赤道上  $C$  点的导弹发射前也有与子午面垂直的速度  $v_C$ , 为使导弹相对于地心速度位于子午面内, 且满足(7)、(8)两式的要求, 导弹相对于地面( $C$ 点)的发射速度应有一大小等于  $v_C$ 、方向与  $v_C$  相反的分速度, 以使导弹在此方向相对于地心的速度为零, 导弹的速度的大小为

$$v' = \sqrt{v^2 + v_C^2} \quad (11)$$

代入有关数据得

$$v' = 7.21 \text{ km/s} \approx 7.2 \text{ km/s} \quad (12)$$

它在赤道面内的分速度与  $v_C$  方向相反, 它在子午面内的分速度

满足(7)、(8)两式.

3. 质量为  $m$  的质点在地球引力作用下的运动服从机械能守恒定律和开普勒定律, 故对于近地点和远地点有下列关系式

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2} \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}r_1v_1 = \frac{1}{2}r_2v_2 \quad (14)$$

式中  $v_1$ 、 $v_2$  分别为物体在远地点和近地点的速度,  $r_1$ 、 $r_2$  分别为远地点和近地点到地心的距离. 将(14)式中的  $v_1$  代入(13)式, 经整理得

$$\frac{1}{2}mv_2^2\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right) = \frac{GMm}{r_1r_2}(r_2 - r_1) \quad (15)$$

注意到

$$r_1 + r_2 = 2a \quad (16)$$

得

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{GMm}{2a} \frac{r_1}{r_2} \quad (17)$$

因

$$E = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2} \quad (18)$$

由(16)、(17)、(18)式得

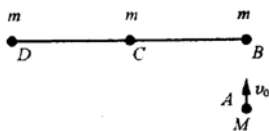
$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad (19)$$

## 复赛理论试题及参考答案

### · 试题 ·

一、有一竖直放置、两端封闭的长玻璃管，管内为真空。管内有一小球自某处自由下落(初速度为零)，落到玻璃管底部时与底部发生弹性碰撞。以后小球将在玻璃管内不停地上下跳动。现用支架固定一照相机，用以拍摄小球在空间的位置。每隔一相等的确定的时间间隔  $T$  拍摄一张照片，照相机的曝光时间极短，可忽略不计。从所拍到的照片发现，每张照片上小球都处于同一位置。求小球开始下落处离玻璃管底部距离(用  $H$  表示)的可能值以及与各  $H$  值相应的照片中 小球位置离玻璃管底部距离的可能值。

二、如图所示，一根质量可以忽略的细杆，长为  $2l$ ，两端和中心处分别固连着质量均为  $m$  的小球  $B$ 、 $D$  和  $C$ ，开始时静止在光滑的水平桌面上。桌面上另有一质量为  $M$  的小球  $A$ ，以一给定速度  $v_0$  沿垂直于杆  $DB$  的方向与右端小球  $B$  做弹性碰撞。求刚碰后小球  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的速度，并详细讨论以后可能发生的运动情况。



三、有一带活塞的气缸，如图 1 所示。缸内盛有一定质量的

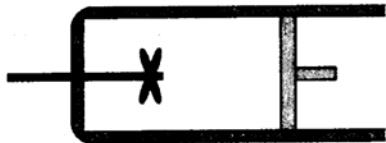


图 1

气体.缸内还有一可随轴转动的叶片,转轴伸到气缸外,外界可使轴和叶片一起转动.叶片和轴以及气缸壁和活塞都是绝热的,它们的热容量都不计.轴穿过气缸处不漏气.

如果叶片和轴不转动,而令活塞缓慢移动,则在这种过程中,由实验测得,气体的压强  $p$  和体积  $V$  遵从以下的过程方程式

$$pV^\alpha = k$$

其中  $\alpha, k$  均为常量,  $\alpha > 1$  (其值已知). 可以由上式导出,在此过程中外界对气体做的功为

$$W = \frac{k}{\alpha - 1} \left( \frac{1}{V_2^{\alpha-1}} - \frac{1}{V_1^{\alpha-1}} \right)$$

式中  $V_2$  和  $V_1$  分别表示末态和初态的体积.

如果保持活塞固定不动,而使叶片以角速度  $\omega$  做匀角速转动,已知在这种过程中,气

体压强的改变量  $\Delta p$  和经过的时间  $\Delta t$  遵从以下的关系式

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\alpha - 1}{V} L \cdot \omega$$

式中  $V$  为气体的体积,  $L$  表示气体对叶片阻力的力矩的大小.

上面并没有说气体是理想气体,现要求你不用理想气体的状态方程和理想气体的内能只与温度有关的知识,求出图 2 中气体原来所处的状态  $A$  与另一已知状态  $B$  之间的内能之差(结果要用状态  $A, B$  的压强  $p_A, p_B$  和体积  $V_A, V_B$  及常量  $\alpha$  表示).

四、图 1 所示的电路具有把输入的交变电压变成直流电压并加以升压、输出的功能,称为整流倍压电路. 图中  $D_1$  和  $D_2$  是理想的、点接触型二极管(不考虑二极管的电容),  $C_1$  和  $C_2$  是理

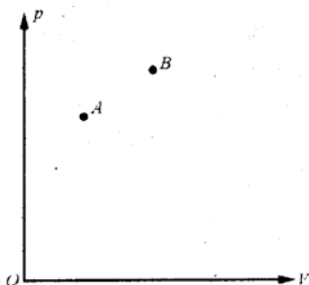


图 2

想电容器, 它们的电容都为  $C$ , 初始时都不带电,  $G$  点接地. 现

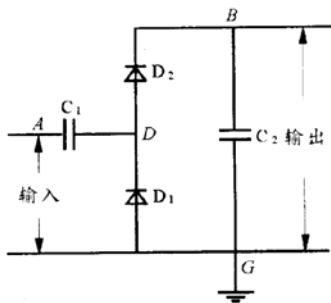


图 1

在  $A, G$  间接上一交变电源, 其电压  $u_A$  随时间  $t$  变化的图线如图 2 所示. 试分别在图 3 和图 4 中准确地画出  $D$  点的电压  $u_D$  和  $B$  点的电压  $u_B$ , 在  $t = 0$  到  $t = 2T$  时间间隔内随时间  $t$  变化的图线.  $T$  为交变电压  $u_A$  的周期.

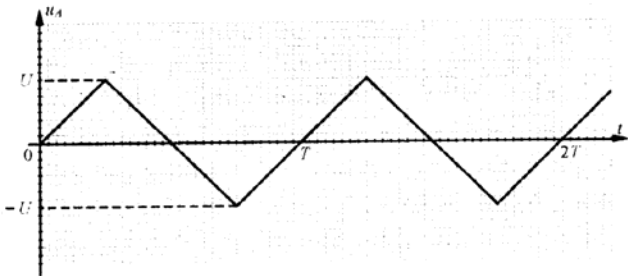


图 2

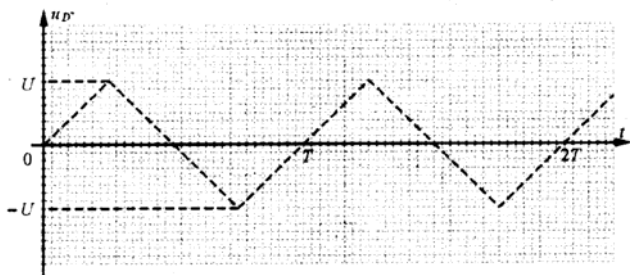


图 3

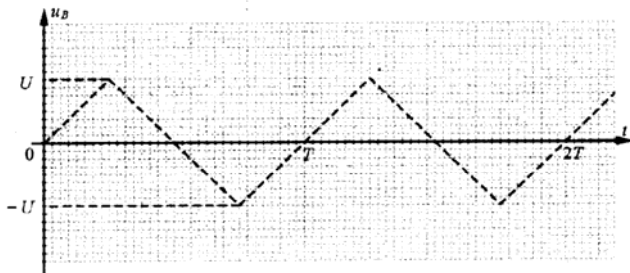


图 4

**五、磁悬浮列车**是一种高速运载工具,它具有两个重要系统.一是悬浮系统,利用磁力(可由超导电磁铁提供)使车体在导轨上悬浮起来与轨道脱离接触.另一是驱动系统,在沿轨道上安装的三相绕组(线圈)中,通上三相交流电,产生随时间、空间做周期性变化的磁场,磁场与固连在车体下端的感应金属板相互作用,使车体获得牵引力.

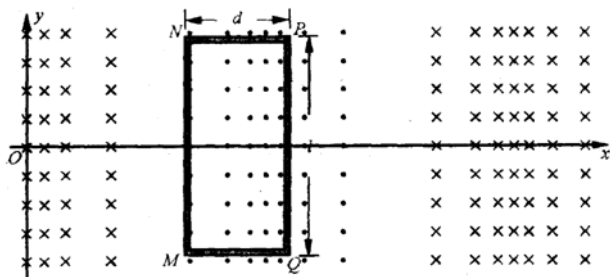
为了有助于了解磁悬浮列车的牵引力的来由,我们求解下面的问题.

设有一与轨道平面垂直的磁场,磁感应强度  $B$  随时间  $t$  和

空间位置  $x$  的变化规律为

$$B(x, t) = B_0 \cos(\omega t - kx)$$

式中  $B_0$ 、 $\omega$ 、 $k$  均为已知常量, 坐标轴  $x$  与轨道平行. 在任一时刻  $t$ , 轨道平面上磁场沿  $x$  方向的分布是不均匀的, 如图所示. 图中  $Oxy$  平面代表轨道平面, “ $\times$ ” 表示磁场的方向垂直  $Oxy$  平面指向纸里, “ $\cdot$ ” 表示磁场的方向垂直  $Oxy$  平面指向纸外. 规定指向纸外时  $B$  取正值. “ $\times$ ” 和 “ $\cdot$ ” 的疏密程度表示沿着  $x$  轴  $B$  的大小分布. 一与轨道平面平行的具有一定质量的矩形金属框  $MNPQ$  处在该磁场中, 已知与轨道垂直的金属框边  $MN$  的长度为  $l$ , 与轨道平行的金属框边  $MQ$  的长度为  $d$ , 金属框的电阻为  $R$ , 不计金属框的电感.



试利用此简化模型计算列车运行达到稳定、以已知的恒定速度  $v$  行驶时, 牵引力在磁场随时间变化的一个周期内的平均值(磁场随时间变化的周期非常小, 在这段时间内列车移动的距离非常小, 可忽略不计). 并讨论此平均牵引力与金属框几何尺寸的关系.

六、有一种称为直视分光镜的光谱学仪器. 所有光学元件均放在一长直圆筒内. 筒内有三个焦距分别为  $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_3$  的透镜



$L_1, L_2$  和  $L_3, f_1 = f_2 > f_3$ ; 观察屏  $P$ , 它是一块带有刻度的玻璃片; 由三块形状相同的等腰棱镜构成的分光元件 (如图 1 所示), 棱镜分别用折射率不同的玻璃制成, 两侧棱镜的质料相同, 中间棱镜则与它们不同, 棱镜底面与圆筒轴平行. 圆筒的一端有一与圆筒轴垂直的狭缝, 它与圆筒轴的交点为  $S$ , 缝平行于棱镜的底面. 当有狭缝的一端对准筒外的光源时, 位于圆筒另一端的人眼可观察到屏上的光谱.



图 1

已知: 当光源是钠光源时, 它的黄色谱线 (波长为  $589.3 \text{ nm}$ , 称为  $D$  线) 位于圆筒轴与观察屏相交处. 制作棱镜所用的玻璃, 一种为冕牌玻璃, 它对钠  $D$  线的折射率  $n_D = 1.5170$ ; 另一种为火石玻璃, 它对钠  $D$  线的折射率  $n'_D = 1.7200$ .

1. 试在图 2 中绘出圆筒内诸光学元件相对位置的示意图并说出各元件的作用.

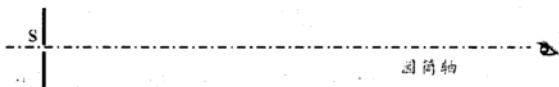
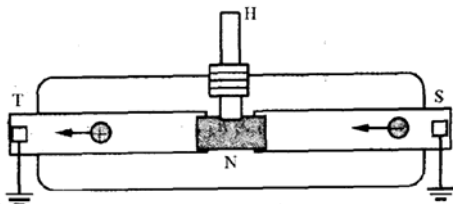


图 2

2. 试论证三块棱镜各应由何种玻璃制成并求出三棱镜的顶角  $\alpha$  的数值.

七、串列静电加速器是加速质子、重离子进行核物理基础研究以及核技术应用研究的设备, 其构造示意图如下:  $S$  是产生负离子的装置, 称为离子源; 中间部分  $N$  为充有氮气的管道, 通过

高压装置 H 使其对地有  $5.00 \times 10^6 \text{ V}$  的高压. 现将氢气通入离子



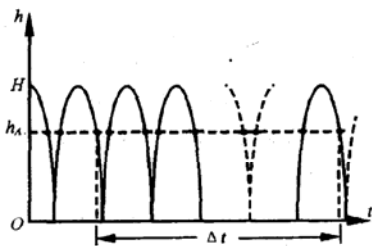
源 S. S 的作用是使氢分子变为氢原子, 并使氢原子粘附上一个电子, 成为带有一个电子电荷的氢负离子. 氢负离子(其初速度为零)在静电场的作用下, 形成高速运动的氢负离子束流. 氢负离子束射入管道 N 后将与氮气分子发生相互作用, 这种作用可使大部分的氢负离子失去粘附在它们上面的多余的电子而成为氢原子, 又可能进一步剥离掉氢原子的电子使它成为质子. 已知氮气与带电粒子的相互作用不会改变粒子的速度. 质子在电场的作用下继续飞向串列静电加速器的终端靶子 T. 求在考虑相对论效应的情况下, 质子到达 T 时的速度  $v$ .

电子电荷  $q = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ , 质子的静止质量  $m_0 = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .

· 参考解答 ·

一、

小球沿竖直线上下运动时,其离开玻璃管底部的距离  $h$  随时间  $t$  变化的关系如下图所示.设照片拍摄到的小球位置用  $A$  表示, $A$  离玻璃管底部的距离为  $h_A$ ,小球开始下落处到玻璃管底部的距离为  $H$ .小球可以在下落的过程中经过  $A$  点,也可在上升的过程中经过  $A$  点.现以  $T$  表示小球从最高点落到玻璃管底部所需的时间(也就是从玻璃管底部反跳后上升到最高点所需的



时间),  $T_1$  表示小球从最高点下落至  $A$  点所需的时间(也就是从  $A$  点上升至最高点所需的时间),  $T_2$  表示小球从  $A$  点下落至玻璃管底部所需的时间(也就是从玻璃管底部反跳后上升至  $A$  点所需的时间).显然,  $T_1 + T_2 = T$ . 根据题意,在时间间隔  $\Delta t$  的起始时刻和终了时刻小球都在  $A$  点.若用  $n$  表示时间间隔  $\Delta t$  (包括起始时刻和终了时刻)内小球位于  $A$  点的次数( $n \geq 2$ ),则当  $n$  为奇数时有

$$\Delta t = (n-1)T_1 + (n-1)T_2 = (n-1)T \quad n = 3, 5, 7, \dots \quad (1)$$

(例如,由图,若  $n = 5$ ,第一张照片中小球的位置为 1,第二张照片中小球的位置为 5,第三张照片小球的位置为 9,则有  $\Delta t = 4T$ .) 在(1)式中  $T_1$  可以取大于零小于  $T$  的任意值,即

$$T_2 = T - T_1 \quad (2)$$

当  $n$  为偶数时有

$$\begin{aligned} \Delta t &= nT_2 + (n-2)T_1 = \\ &= nT_1 + (n-2)T_2 \quad n = 2, 4, 6, \dots \end{aligned} \quad (3)$$

(例如,由图,若  $n = 6$ ,第一张照片中小球的位置为 1,第二张照片中小球的位置为 6,第三张照片小球的位置为 11,则有  $\Delta t = 6T_2 + 4T_1$  和  $\Delta t = 6T_1 + 4T_2$ .) 由(3)式得

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{2}T \quad (4)$$

由(1)、(3)、(4)式知,不论  $n$  是奇数还是偶数,都有

$$\Delta t = (n-1)T \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (5)$$

开始下落处到玻璃管底部的距离的可能值为

$$H = \frac{1}{2}gT^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t}{n-1}\right)^2 \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (6)$$

$A$  点到玻璃管底部的距离

$$h_A = H - \frac{1}{2}gT_1^2$$

当  $n$  为奇数时,  $T_1$  可取大于零和小于  $T$  之间的任意值,故有

$$0 < h_A < \frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta t}{n-1}\right)^2 \quad n = 3, 5, 7, \dots \quad (7)$$

可见  $h_A$  的可能值为符合(7)式的任意值.

当  $n$  为偶数时,由(4)、(5)、(6)式得  $h_A$  的可能值为

$$h_A = \frac{3}{8} g \left( \frac{\Delta t}{n-1} \right)^2 \quad n = 2, 4, 6 \dots \quad (8)$$

二、

1. 求碰撞后小球  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的速度

碰撞前后质点组的动量守恒, 有

$$Mv_0 = Mv_A + mv_B + mv_C + mv_D \quad (1)$$

式中  $v_A$ 、 $v_B$ 、 $v_C$ 、 $v_D$  为刚碰撞后小球  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的速度, 并假设它们的方向都与  $v_0$  的方向相同. 碰撞前后质点组的角动量守恒, 有

$$Mlv_0 = Mlv_A + mlv_B - mlv_D \quad (2)$$

这里角动量的参考点设在与  $C$  重合的空间固定点(选  $B$ 、 $D$  或别的空间点亦可), 且规定逆时针方向的角动量为正. 因为弹性碰撞, 碰撞前后质点组的动能相等, 有

$$\frac{1}{2} Mv_0^2 = \frac{1}{2} Mv_A^2 + \frac{1}{2} mv_B^2 + \frac{1}{2} mv_C^2 + \frac{1}{2} mv_D^2 \quad (3)$$

因为杆是刚性杆, 小球  $B$  和  $D$  相对于小球  $C$  的速度大小必相等, 方向应相反, 所以有

$$v_B - v_C = v_C - v_D \quad (4)$$

联立(1)、(2)、(3)、(4)式, 解得

$$v_C = 0 \quad (5)$$

或

$$v_C = \frac{4M}{5M + 6m} v_0 \quad (6)$$

(5)式与碰撞尚未发生相对应, 不符合题意, 应舍去.

当  $v_C$  取(6)式时可解得

$$v_A = \frac{5M - 6m}{5M + 6m}v_0 \quad (7)$$

$$v_B = \frac{10M}{5M + 6m}v_0 \quad (8)$$

$$v_D = -\frac{2M}{5M + 6m}v_0 \quad (9)$$

## 2. 讨论碰撞后各小球的运动

由(6)式可知,碰撞后,小球C以 $v_C = \frac{4M}{5M + 6m}v_0$ 的速度沿 $v_0$ 方向做匀速运动.由(4)、(8)、(9)式可知,碰撞后,B、D两小球将绕小球C做匀角速度转动,角速度的大小为

$$\omega = \frac{v_B - v_C}{l} = \frac{6M}{5M + 6m} \frac{v_0}{l} \quad (10)$$

方向为逆时针方向.由(7)式可知,碰后小球A的速度的大小和方向与M、m的大小有关,下面就M、m不同而导致运动的不同情形进行讨论.

(i)  $v_A = 0$ ,即碰撞后,小球A停住,由(7)式知条件是

$$5M - 6m = 0$$

即 
$$\frac{M}{m} = \frac{6}{5} \quad (11)$$

(ii)  $v_A < 0$ ,即碰撞后,小球A反方向运动,根据(7)式,发生这个运动的条件是

$$\frac{M}{m} < \frac{6}{5} \quad (12)$$

(iii)  $v_A > 0$ 但 $v_A < v_C$ ,即碰撞后小球A沿 $v_0$ 方向做匀速直线运动,但其速度小于小球C的速度.由(7)式和(8)式,可知发生这个运动的条件是

$$5M - 6m > 0 \quad \text{和} \quad 4M > 5M - 6m$$

即 
$$\frac{6}{5}m < M < 6m \quad (13)$$

(iv)  $v_A > v_C$ , 即碰撞后小球 A 仍沿  $v_0$  方向运动, 且其速度大于小球 C 的速度, 发生这个运动的条件是

$$M > 6m \quad (14)$$

(v)  $v_A = v_C$ , 即碰撞后小球 A 和小球 C 以相同的速度一起沿  $v_0$  方向运动, 发生这个运动的条件是

$$M = 6m \quad (15)$$

由于小球 B、和小球 D 绕小球 C 做圆周运动, 当细杆转过  $180^\circ$  时, 小球 D 将从小球 A 的后面与小球 A 相遇, 而发生第二次碰撞, 碰后小球 A 继续沿  $v_0$  方向运动, 再也不可能发生第三次碰撞. 这两次碰撞的时间间隔是

$$t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{(5M + 6m)\pi l}{6M v_0} = \frac{\pi l}{v_0} \quad (16)$$

第二次碰撞时, 小球 C 走过的路程即两次碰撞点之间的距离

$$l - v_0 t = \frac{2\pi l}{2} \quad (17)$$

3. 求第二次碰撞后, 小球 A、B、C、D 的速度

第二次碰撞发生前一瞬间, 细杆转过  $180^\circ$ , 这时, 小球 B 的速度为  $v_0$ , 小球 D 的速度为  $v_D$ . 在第二次碰撞过程中, 小球系统动量守恒, 角动量守恒和能量守恒. 设第二次碰撞后小球 A、B、C、D 的速度分别为  $v_A'$ 、 $v_B'$ 、 $v_C'$  和  $v_D'$ , 并假定它们的方向都与  $v_0$  的方向相同, 有

$$Mv_A + mv_B + mv_C + mv_D = Mv_A' + mv_B' + mv_C' + mv_D'$$

注意到(1)式, 有

$$Mv_0 = Mv_A' + mv_B' + mv_C' + mv_D' \quad (18)$$

同理有

$$Mlv_0 = Mlv_A' - mlv_B' + mlv_D' \quad (19)$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Mv_A'^2 + \frac{1}{2}mv_B'^2 + \frac{1}{2}mv_C'^2 + \frac{1}{2}mv_D'^2 \quad (20)$$

以及由杆的刚性条件有

$$v_D' - v_C' = v_C' - v_B' \quad (21)$$

(19)式的角动量参考点仍设在空间固定点C处,即和C点重合的空间点.

把(18)、(19)、(20)、(21)式与(1)、(2)、(3)、(4)式对比,可以看到它们除了小球B和D互换之外是完全相同的.因此它们的解也是相似的,即有

$$v_C' = 0 \quad (22)$$

或

$$v_C' = \frac{4M}{5M + 6m} v_0 \quad (23)$$

由(23)式给出的 $v_C'$ 与未发生第二次碰撞相对应,不符合题意,应该舍去.符合题意的 $v_C' = 0$ ,即(22)式,这时

$$v_A' = v_0 \quad (24)$$

$$v_B' = 0 \quad (25)$$

$$v_D' = 0 \quad (26)$$

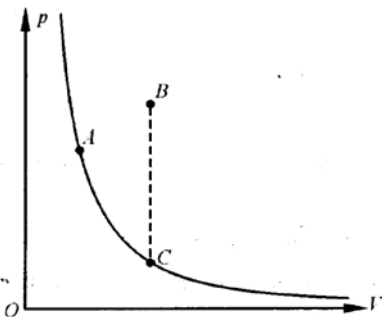
(22)、(24)、(25)、(26)式表明第二次碰撞后,小球A以速度 $v_0$ 做匀速直线运动,即恢复到第一次碰撞前的运动,细杆和小球B、C、D则处于静止状态,亦恢复到第一次碰撞前的状态.

三、

由  $pV^{\alpha} = k \quad \alpha > 1 \quad (1)$



可知,当  $V$  增大时,  $p$  将随之减小(当  $V$  减小时,  $p$  将随之增大), 在  $p - V$  图上过状态  $A$  所对应的曲线大致如图所示. 在曲线上取体积与状态  $B$  的体积相同的状态  $C$ .



现在设想气体从状态  $A$  出发, 保持叶片不动, 而令活塞缓慢地向右移动, 使气体膨胀, 由状态  $A$  到达状态  $C$ , 在此过程中, 外界对气体做功

$$W = \frac{k}{\alpha - 1} \left( \frac{1}{V_C^{\alpha-1}} - \frac{1}{V_A^{\alpha-1}} \right) \quad (2)$$

用  $U_A$ 、 $U_C$  分别表示气体处于状态  $A$ 、 $C$  时的内能. 因为是绝热过程, 所以内能的增量等于外界对气体做的功, 即

$$U_C - U_A = \frac{k}{\alpha - 1} \left( \frac{1}{V_C^{\alpha-1}} - \frac{1}{V_A^{\alpha-1}} \right) \quad (3)$$

再设想气体处于状态  $C$  时, 保持其体积不变, 即保持活塞不动, 令叶片以角速度  $\omega$  做匀速转动, 这样叶片就要克服气体阻力而做功. 因为缸壁及活塞都是绝热的, 活塞又不动, 所以此功完全用来增加气体的内能. 因为气体体积不变, 所以它的温度和压强都会升高, 最后令它到达状态  $B$ . 这过程经过的时间用

$\Delta t$  表示, 则叶片克服气体阻力做功

$$W' = L\omega\Delta t \quad (4)$$

令  $U_B$  表示气体处于状态  $B$  时的内能, 由热力学第一定律得

$$U_B - U_C = L\omega\Delta t$$

由题知 
$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\alpha - 1}{V} L \cdot \omega \quad (5)$$

由(4)、(5)式得

$$U_B - U_C = \frac{V_B}{\alpha - 1} (p_B - p_C) \quad (6)$$

(6)式加(3)式, 得

$$U_B - U_A = \frac{V_B}{\alpha - 1} (p_B - p_C) + \frac{k}{\alpha - 1} \left( \frac{1}{V_C^{\alpha-1}} - \frac{1}{V_A^{\alpha-1}} \right) \quad (7)$$

利用  $pV^\alpha = k$ , 和  $V_C = V_B$  得

$$U_B - U_A = \frac{1}{\alpha - 1} (p_B V_B - p_A V_A) \quad (8)$$

#### 四、

$u_D$  如图 1 所示,  $u_B$  如图 2 所示.

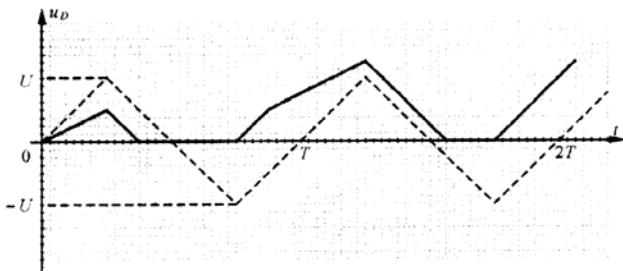


图 1

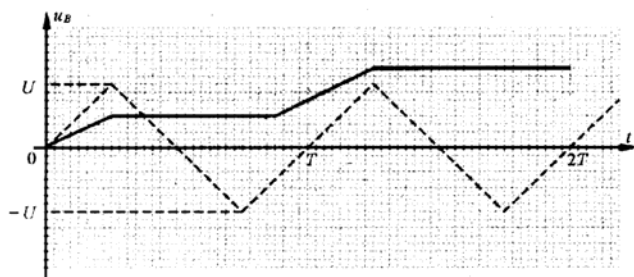


图 2

附参考解法：

二极管可以处在导通和截止两种不同的状态. 不管  $D_1$  和  $D_2$  处在什么状态, 若在时刻  $t$ ,  $A$  点的电压为  $u_A$ ,  $D$  点的电压为  $u_D$ ,  $B$  点的电压为  $u_B$ , 电容器  $C_1$  两极间的电压为  $u_{C1}$ , 电容器  $C_2$  两极间的电压为  $u_{C2}$ , 则有

$$u_D = u_A - u_{C1} \quad (1)$$

$$u_B = u_{C2} \quad (2)$$

$$u_{C1} = \frac{q_1}{C} \quad (3)$$

$$u_{C2} = \frac{q_2}{C} \quad (4)$$

式中  $q_1$  为  $C_1$  与  $A$  点连接的极板上的电荷,  $q_2$  为  $C_2$  与  $B$  点连接的极板上的电荷.

若二极管  $D_1$  截止,  $D_2$  导通, 则称电路处在状态 I. 当电路处在状态 I 时有

$$u_D = u_B \quad u_D > 0 \quad (5)$$

若二极管  $D_1$  和  $D_2$  都截止, 则称电路处在状态 II. 当电路处在状态 II 时有

$$u_D < u_B \quad u_D > 0 \quad (6)$$

若二极管  $D_1$  导通,  $D_2$  截止, 则称电路处在状态 III. 当电路处在状态 III 时有

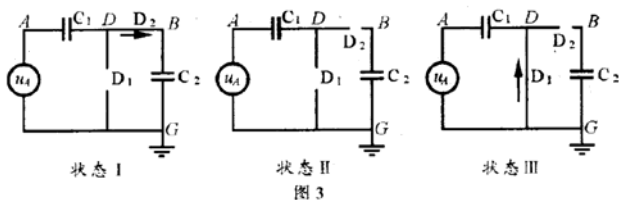
$$u_D < u_B \quad u_D = 0 \quad (7)$$

电路处在不同状态时的等效电路如图 3 所示.

在  $t = 0$  到  $t = 2T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随时间  $t$  的变化情况分析如下:

1. 从  $t = 0$  起,  $u_A$  从 0 开始增大, 电路处在状态 I,  $C_1$ 、 $C_2$  与电源组成闭合回路. 因  $C_1$ 、 $C_2$  的电容相等, 初始时两电容器都不带电, 故有

$$u_D = u_B = \frac{1}{2} u_A$$



在  $u_A$  达到最大值即  $u_A = U$  时, 对应的时刻为  $t = \frac{1}{4} T$ , 这时  $u_D = u_B = \frac{1}{2} U$ , 也达到最大值.  $u_A$  达到最大值后将要减小, 由于  $D_2$  的单向导电性, 电容器  $C_1$ 、 $C_2$  都不会放电,  $u_D$  将要小于  $\frac{1}{2} U$ , 即将要小于  $u_B$ ,  $D_2$  将由导通变成截止, 电路不再处于状态 I. 所以从  $t = 0$  到  $t = \frac{1}{4} T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随时间  $t$  变化的图线如图 4、图 5(见后面) 中区域  $I_1$  内的的直线所示.

2. 从  $t = \frac{1}{4} T$  起, 因  $u_D$  小于  $u_B$ ,  $D_2$  处在截止状态, 电路从状态 I 变为状态 II. 因为二极管的反向电阻为无限大, 电容器  $C_1$ 、 $C_2$  都不会放电, 两极间的电压都保持不变. 当电路处在状态 II 时,  $D$  点的电压

$$u_D = u_A - \frac{1}{2} U$$

$B$  点的电压

$$u_B = \frac{1}{2} U$$

随着  $u_A$  从最大值  $U$  逐渐变小,  $u_D$  亦变小; 当  $u_A = \frac{1}{2} U$  时, 对应

的时刻为  $t = \frac{3}{8}T$ ,  $u_D = 0$ . 如果  $u_A$  小于  $\frac{1}{2}U$ , 则  $u_D$  将小于零,  $D_1$  要从截止变成导通, 电路不再处在状态 II. 所以在  $t = \frac{1}{4}T$  到  $t = \frac{3}{8}T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随  $t$  变化的图线如图 4 和图 5 中区域 II<sub>1</sub> 内的直线所示.

3. 从  $t = \frac{3}{8}T$  起,  $u_A$  从  $\frac{1}{2}U$  开始减小,  $D_1$  导通, 但  $D_2$  仍是截止的, 电路从状态 II 变为状态 III. 当电路处在状态 III 时有

$$u_D = 0$$

$$u_B = \frac{1}{2}U$$

在  $u_A$  减小的过程中,  $C_1$  两极间的电压  $u_{C1}$  也随之改变, 从而维持  $u_D$  为零. 当  $u_A$  达到反向最大值即  $u_A = -U$  时, 对应的时刻为  $t = \frac{3}{4}T$ ,  $u_{C1} = -U$ . 若  $u_A$  从  $-U$  开始增大,  $u_D$  要大于零, 因  $D_1$  的单向导电性, 电容器  $C_1$  不会放电,  $D_1$  要从导通变成截止, 电路不再处于状态 III. 所以在  $t = \frac{3}{8}T$  到  $t = \frac{3}{4}T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随  $t$  变化的图线如图 4 和图 5 中区域 III<sub>1</sub> 内的直线所示.

4. 从  $t = \frac{3}{4}T$  起,  $u_A$  从  $-U$  开始增大,  $D_1$  变为截止状态, 只要  $u_D$  仍小于  $u_B$ ,  $D_2$  仍是截止的, 电路从状态 III 变为状态 II. 当电路处在状态 II 时,  $C_1$  和  $C_2$  不会放电, 电容器两极间的电压保持不变. 故有

$$u_D = u_A + U$$

$$u_B = \frac{1}{2}U$$

当  $u_A$  增大至  $-\frac{1}{2}U$  时, 对应的时刻为  $t = \frac{7}{8}T$ ,  $u_D = u_B = \frac{1}{2}U$ .

若  $u_A$  再增大,  $u_D$  将要大于  $u_B$ ,  $D_2$  将要由截止变为导通, 电路不再处于状态 II. 所以在  $t = \frac{3}{4}T$  到  $t = \frac{7}{8}T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随  $t$  变化的图线如图 4 和图 5 中区域 II<sub>2</sub> 中的直线所示.

5. 从  $t = \frac{7}{8}T$  起,  $u_A$  要从  $-\frac{1}{2}U$  增大,  $D_2$  变为导通状态, 这时  $D_1$  仍是截止的, 电路又进入状态 I. 当电路处在状态 I 时, 电源与  $C_1$ 、 $C_2$  构成闭合回路, 而

$$u_D = u_B$$

$$u_A = \frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C}$$

当  $u_A$  变化时,  $q_1 + q_2$  将随之变化, 但由导通的二极管  $D_2$  连接的  $C_1$ 、 $C_2$  的两块极板所带的总电荷  $-q_1 + q_2$  是恒定不变的. 由于在  $t = \frac{7}{8}T$  时刻,  $u_{C1} = -U$ ,  $u_{C2} = \frac{1}{2}U$ , 此时  $q_1 = -CU$ ,  $q_2 = \frac{1}{2}CU$ , 故有

$$-q_1 + q_2 = CU + \frac{1}{2}CU = \frac{3}{2}CU$$

由以上有关各式得

$$u_D = \frac{3}{4}U + \frac{1}{2}u_A = u_B$$

$u_D$ 、 $u_B$  随着  $u_A$  的增大而增大. 当  $u_A$  达到最大值即时, 对应的时刻为  $t = \frac{5}{4}T$ ,  $u_D = u_B = \frac{5}{4}U$ .  $u_A$  达到最大值后将要减小,  $u_D$  将要小于  $\frac{5}{4}U$ , 即要小于  $u_B$ ,  $D_2$  要从导通变成截止, 电路不再是状态 I. 所以在  $t = \frac{7}{8}T$  到  $t = \frac{5}{4}T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随  $t$  变化的图线如图 4 和图 5 中 I<sub>2</sub> 中的直线所示.

6. 从  $t = \frac{5}{4}T$  起,  $u_A$  从  $U$  开始减小,  $D_2$  变为截止状态, 这时  $D_1$  仍是截止的, 电路又进入状态 II. 当电路处在状态 II 时,  $C_1$  和  $C_2$  不会放电, 电容器两极间的电压保持不变. 由  $t = \frac{5}{4}T$  时刻的  $u_D$  和  $u_A$  的值可知此时  $u_{C1} = -\frac{1}{4}U$ . 故有

$$u_D = u_A + \frac{1}{4}U$$

$$u_B = \frac{5}{4}U$$

当  $u_A$  减少至  $-\frac{1}{4}U$  时, 对应的时刻为  $t = \frac{25}{16}T$ ,  $u_D = 0$ , 以后  $D_1$  将由截止变为导通, 电路不再处在状态 II. 所以在  $t = \frac{5}{4}T$  到  $t = \frac{25}{16}T$  时间内,  $u_D$ 、 $u_B$  随  $t$  变化的图线如图 4 和图 5 中 II<sub>3</sub> 中的直线所示.

7. 从  $t = \frac{25}{16}T$  起,  $u_A$  从  $-\frac{1}{4}U$  开始减小,  $D_1$  变为导通状态, 但  $D_2$  仍是截止的, 电路又进入状态 III, 故有

$$u_D = 0$$

$$u_B = \frac{5}{4}U$$

在  $u_A$  减小的过程中,  $C_1$  两端的电压  $u_{C1}$  也随之改变, 从而维持  $u_D$  为零. 当  $u_A$  减小至  $-U$  时, 对应的时刻为  $t = \frac{7}{4}T$ ,  $u_{C1} = U$ .  $u_A$  到达  $-U$  后要增大,  $u_D$  要大于零,  $D_1$  要从导通变为截止, 电路不再处于状态 III. 所以在  $t = \frac{25}{16}T$  到  $t = \frac{7}{4}T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随  $t$  变化的图线如图 4 和图 5 中 III<sub>2</sub> 内的直线所示.



8. 从  $t = \frac{7}{4}T$  起,  $u_A$  从  $-U$  开始增大,  $D_1$  变为截止状态, 但  $D_2$  仍是截止的, 电路又进入状态 II. 当电路处于状态 II 时,  $C_1$  和  $C_2$  不会放电, 电容器两极间的电压保持不变. 由  $t = \frac{7}{4}T$  时刻的  $u_D$  和  $u_A$  的值可知此时  $u_{C1} = -U$ . 故有

$$u_D = u_A + U$$

$$u_B = \frac{5}{4}U$$

$u_D$  将随着  $u_A$  的增大而增大. 当  $u_A = \frac{1}{4}U$  时, 对应的时刻  $t = \frac{33}{16}T > 2T$ ,  $u_D = \frac{5}{4}U$ , 与  $u_B$  相等. 以后  $u_D$  要大于  $\frac{5}{4}U$ ,  $D_2$  要从截止变为导通, 电路不再是状态 II. 所以在  $t = \frac{7}{4}T$  到  $t = 2T$  时间间隔内,  $u_D$ 、 $u_B$  随  $t$  变化的图线如图 4 和图 5 中 II<sub>4</sub> 内的直线所示.

总结以上讨论, 各时段起迄时刻及  $u_D$  和  $u_B$  变化值如下表所示:

时 段	1	2	3	4	5	6	7	8
	I <sub>1</sub>	II <sub>1</sub>	III <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	I <sub>2</sub>	II <sub>3</sub>	III <sub>2</sub>	II <sub>4</sub>
	$0 \rightarrow \frac{T}{4}$	$\frac{T}{4} \rightarrow \frac{3T}{8}$	$\frac{3T}{8} \rightarrow \frac{3T}{4}$	$\frac{3T}{4} \rightarrow \frac{7T}{8}$	$\frac{7T}{8} \rightarrow \frac{5T}{4}$	$\frac{5T}{4} \rightarrow \frac{25T}{16}$	$\frac{25T}{16} \rightarrow \frac{7T}{4}$	$\frac{7T}{4} \rightarrow 2T$
$u_D$	$0 \rightarrow \frac{U}{2}$	$\frac{U}{2} \rightarrow 0$	0	$0 \rightarrow \frac{U}{2}$	$\frac{U}{2} \rightarrow \frac{5U}{4}$	$\frac{5U}{4} \rightarrow 0$	0	$0 \rightarrow U$
$u_B$	$0 \rightarrow \frac{U}{2}$	$\frac{U}{2}$		$\frac{U}{2}$	$\frac{U}{2} \rightarrow \frac{5U}{4}$	$\frac{5U}{4}$		$\frac{5U}{4}$

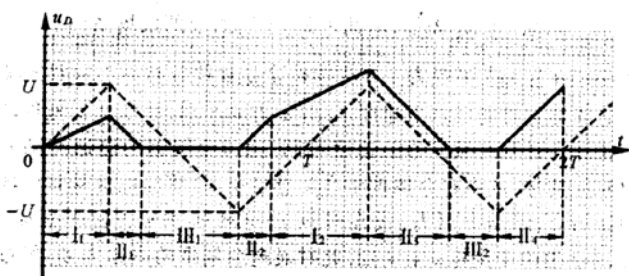


图 4

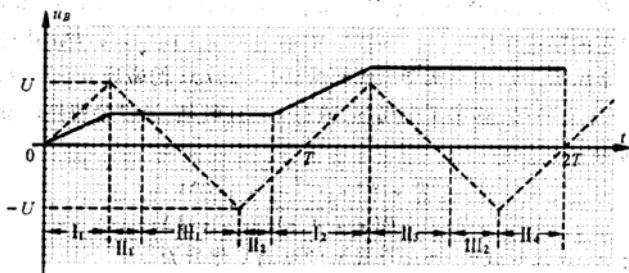


图 5

### 五、

磁场随时间和空间的变化具有周期性,与简谐波有相同的形式.在  $x$  处,时刻  $t$  的磁感应强度  $B(x, t)$  与在  $x + \Delta x$  处,时刻  $t + \Delta t$  的磁感应强度  $B(x + \Delta x, t + \Delta t)$  如果相等,即

$$B_0 \cos(\omega t - kx) = B_0 \cos[\omega(t + \Delta t) - k(x + \Delta x)]$$

则有

$$\omega \Delta t = k \Delta x$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} = v_0 \quad (1)$$

$\frac{\omega}{k}$  为一恒量, 用  $v_0$  表示. 由此可见, 本题给出的磁场  $B(x, t) = B_0 \cos(\omega t - kx)$  可视为一在空间按余弦规律分布的不随时间变化的非均匀磁场区域以速度  $v_0$  沿  $x$  方向平移. 如果金属框移动的速度与磁场区域平移的速度不同, 通过金属框的磁通将随时间发生变化, 从而在金属框中产生感应电流, 感应电流受到磁场的作用力, 就是牵引力. 设在时刻  $t$ , 金属框  $MN$  边位于坐标  $x$  处,  $PQ$  边位于坐标  $x + d$  处. 此时通过金属框的磁通为  $\Phi$ ; 经过一很短的时间间隔  $\Delta t$ , 整个磁场分布区域向  $x$  方向移动了一段距离  $v_0 \Delta t$ , 金属框向  $x$  方向移动了一段距离  $v \Delta t$ , 其结果是:  $MN$  边左侧穿过面积为  $(v_0 - v)l \Delta t$  的磁通  $B(x, t)(v_0 - v)l \Delta t$  移进了金属框,  $PQ$  边左侧穿过面积为  $(v_0 - v)l \Delta t$  的磁通  $B(x + d, t)(v_0 - v)l \Delta t$  移出了金属框, 故在  $t + \Delta t$  时刻, 通过金属框的磁通为

$$\Phi' = \Phi + B(x, t)(v_0 - v)l \Delta t - B(x + d, t)(v_0 - v)l \Delta t$$

在  $\Delta t$  时间间隔内, 通过金属框的磁通变化量为

$$\Delta \Phi = \Phi' - \Phi = [B(x, t) - B(x + d, t)]l(v_0 - v)\Delta t \quad (2)$$

由法拉第电磁感应定律得  $t$  时刻框内的感应电动势大小

$$E(t) = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (3)$$

金属框内的感应电流

$$i(t) = \frac{E}{R} \quad (4)$$

磁场作用于金属框的安培力的合力

$$f(t) = i(t)B(x, t)l - i(t)B(x + d, t)l$$

在以上的讨论中, 已规定垂直于  $Oxy$  平面指向纸外的方向

为磁感应强度的正方向；并假定在所考察的时刻，金属框的边  $MN$  和  $PQ$  所在处的磁感应强度  $B(x, t)$  和  $B(x + d, t)$  都是正的；同时，又规定安培力的正方向沿  $x$  轴的正方向。由(2)、(3)、(4)式及题给定的磁场分布规律，得

$$f(t) = \frac{B_0^2 l^2 (v_0 - v)}{R} \cdot \left\{ \cos(\omega t - kx) - \cos[(\omega t - kx) - kd] \right\}^2 \quad (5)$$

利用三角学公式，得

$$f(t) = \frac{4B_0^2 l^2 (v_0 - v)}{R} \cdot \left[ \sin\left(\frac{kd}{2}\right) \sin\left(\frac{2(\omega t - kx) - kd}{2}\right) \right]^2 \quad (6)$$

(6)式表明，金属框受到的安培力方向始终沿  $x$  轴正方向，大小却随时间变化。将周期  $T$  分割成很多非常小的时间间隔  $\Delta t$ ，在  $t$  到  $t + \Delta t$  时间间隔的安培力为  $f(t)$ ，将所有时间间隔内的  $f(t)\Delta t$  累加的总和再除以周期  $T$  即为  $f(t)$  在一个周期  $T$  时间内的平均值，由下式表示

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \sum f(t) \Delta t$$

由三角函数变换知

$$4 \sin^2\left(\frac{kd}{2}\right) \sin^2\left(\frac{2(\omega t - kx) - kd}{2}\right) = 4 \left[ \sin^2 \frac{kd}{2} \right] \left\{ \frac{1 + \cos[2(\omega t - kx) - kd]}{2} \right\}$$

注意到

$$\frac{1}{T} \sum \cos[2(\omega t - kx) - kd] \Delta t = 0$$

以及(1)式便求得当列车以速度  $v$  做匀速行驶时的平均牵引力

$$\bar{f}_v = \frac{2B_0^2 l^2 \left( \frac{\omega}{k} - v \right)}{R} \sin^2 \left( \frac{kd}{2} \right) \quad (7)$$

即平均牵引力与金属框长度  $l$  的平方成正比,亦与金属框的宽度  $d$  有关.

当  $kd = 2n\pi$ , 即

$$d = \frac{2n\pi}{k} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

时  $\bar{f}_v = 0$ . (8)

当  $kd = (2n + 1)\pi$ , 即

$$d = \frac{(2n + 1)\pi}{k} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

时  $\bar{f}_v = \frac{2B_0^2 l^2 \left( \frac{\omega}{k} - v \right)}{R}$  (9)

这时,  $\bar{f}_v$  达到最大. 当  $d$  取其他值时,  $\bar{f}_v$  为介于零与最大值之间的其他值.

实际上列车行驶中总会受到阻力, 当平均牵引力  $\bar{f}_v$  与阻力平衡, 列车达到稳定速度  $v$ . 若阻力为零, 列车在牵引力作用下, 不断加速, 当列车速度  $v$  与磁场区域移动的速度  $v_0$  相同, 即 ( $v = v_0$ ) 时, 金属框内磁通不变, 框内无感应电动势和感应电流, 因而金属框任何时刻都不受力, 平均牵引力  $\bar{f}_v = 0$ . 列车以稳定速度  $v_0$  向前行驶.

阻力的来源和大小取决于比较复杂的因素, 试题没有涉及, 故这部分的讨论不作本题的要求. (8) 式的结果  $\bar{f}_v = 0$  是由金属框宽度  $d$  取值所决定, 不是阻力为零的原因.

## 六、

1. 圆筒内光学元件的相对位置如图所示, 各元件的作用如下.



狭缝 S: 光源的光由此进入分光镜, 观察到的谱线就是狭缝的像.

透镜  $L_1$ : 与狭缝的距离为  $f_1$ , 使由狭缝射来的光束经  $L_1$  后成为平行光束.

分光棱镜: 使由  $L_1$  射来的平行光束中频率不同的单色光经棱镜后沿不同方向射出.

透镜  $L_2$ : 使各种单色平行光束经  $L_2$  成像在它的焦平面上, 形成狭缝的像(即光谱线).

观察屏 P: 位于  $L_2$  焦平面上, 供观察者聚焦在此平面上, 读出谱线的位置.

透镜  $L_3$ : 与 P 的距离  $\leq f_3$ , 是用于观察光谱线所用的放大镜(目镜).

2. 已知钠黄光的谱线位于 P 的中央, 即 S 的像位于  $L_2$  的焦点上, 由此可知, 对分光棱镜系统来说, 钠黄光的入射光束和出射光束都与轴平行. 由于棱镜系统是左右对称的, 因此钠黄光的光路应该是左右对称的, 在中间棱镜中的光路应该与轴平行, 分光元件中的光路如图 3 所示, 左半部的光路如图 4. 用  $i_1$ 、 $r_1$ 、 $i_2$ 、 $r_2$  分别表示两次折射时的人射角和折射角, 用  $n_1$ 、 $n_2$  分别表示

两块棱镜对 D 线的折射率,由图 4 可以看出,在棱镜界面上发生



图 3

图 4

折射,  $i_2 > r_2$ , 表明  $n_2 > n_1$ , 即中间的棱镜应用折射率较大的火石玻璃制成, 两侧棱镜用冕牌玻璃制成, 故有  $n_1 = n_D = 1.5170$ ,  $n_2 = n_D' = 1.7200$ .

由几何关系可得

$$i_1 = r_2 = \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

$$r_1 + i_2 = \alpha \quad (2)$$

由折射定律可得

$$\sin i_1 = n_1 \sin r_1 \quad (3)$$

$$n_1 \sin i_2 = n_2 \sin r_2 \quad (4)$$

从以上各式中消去  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $r_1$  和  $r_2$  得

$$2n_1 \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{1 - \frac{1}{n_1^2} \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - \left(1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right) = n_2 \quad (5)$$

解(5)式得

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{4n_1^2 - (n_2 + 1)^2}{4(n_1^2 - n_2)} \quad (6)$$

以  $n_1 = 1.5170$ ,  $n_2 = 1.7200$  代入, 得

$$\alpha = 123.6^\circ \quad (7)$$

## 七、

带电粒子在静电场中从 S 到 T 的运动过程中,经历了从 S 到 N 和从 N 到 T 的两次加速.粒子带的电荷  $q$  的大小均为  $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,若以  $U$  表示 N 与地之间的电压,则粒子获得的动能

$$E_k = 2qU \quad (1)$$

质子在 T 处的质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (2)$$

氢负离子在 S 处的能量为  $m_0c^2$ ,质子到达 T 处时具有的能量为  $mc^2$ ,根据相对论能量关系有

$$mc^2 - m_0c^2 = E_k \quad (3)$$

(1) 式、(2) 式及(3) 式联立,得

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1 + \frac{2qU}{m_0c^2}$$

代入数据解得

$$v = 4.34 \times 10^7 \text{ m/s} \quad (4)$$



## 决赛试题及参考解答

### · 理论试题 ·

#### 一、

建造一条能通向太空的天梯,是人们长期的梦想.当今在美国宇航局(NASA)支持下,洛斯阿拉莫斯国家实验室的科学家已在进行这方面的研究.一种简单的设计是把天梯看作一条长度达千万层楼高的质量均匀分布的缆绳,它由一种高强度、很轻的纳米碳管制成,由传统的太空飞船运到太空上,然后慢慢垂到地球表面.最后达到这样的状态和位置:天梯本身呈直线状;其上端指向太空,下端刚与地面接触但与地面之间无相互作用;整个天梯相对于地球静止不动.如果只考虑地球对天梯的万有引力,试求此天梯的长度.已知地球半径  $R_0 = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ ,地球表面处的重力加速度  $g = 9.80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

#### 二、

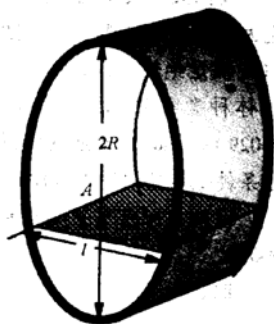
如图所示,一内半径为  $R$  的圆筒(图中  $2R$  为其内直径)位于水平地面上.筒内放一矩形物.矩形物中的  $A$ 、 $B$  是两根长度相等、质量皆为  $m$  的细圆棍,它们平行地固连在一质量可以不计的,长为  $l = \sqrt{3}R$  的矩形薄片的两端.初始时矩形物位于水平位置且处于静止状态, $A$ 、 $B$  皆与圆筒内表面接触.已知  $A$ 、 $B$  与圆筒内表面间的静摩擦因数  $\mu$  都等于 1.

现令圆筒绕其中心轴线非常缓慢地转动,使  $A$  逐渐升高.

1. 矩形物转过多大角度后,它开始与圆筒之间不再能保持相对静止?

答：\_\_\_\_\_ (只要求写出数值，不要求写出推导过程)

2. 如果矩形物与圆筒之间刚不能保持相对静止时，立即令圆筒停止转动。令  $\theta$  表示  $A$  的中点和  $B$  的中点的连线与竖直线之间的夹角，求此后  $\theta$  等于多少度时， $B$  相对于圆筒开始滑动。(要求在卷面上写出必要的推导过程，最后用计算器对方程式进行数值求解，最终结果要求写出三位数字。)



### 三、

由于地球的自转及不同高度处的大气对太阳辐射吸收的差异，静止的大气中不同高度处气体的温度、密度都是不同的。对于干燥的静止空气，在离地面的高度小于 20 km 的大气层内，大气温度  $T_e$  随高度的增大而降低，已知其变化率

$$\frac{\Delta T_e}{\Delta z} = -6.0 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$$

$z$  为竖直向上的坐标。

现考查大气层中的一质量一定的微小空气团(在确定它在空间的位置时可当作质点处理)，取其初始位置为坐标原点 ( $z = 0$ )，这时气团的温度  $T$ 、密度  $\rho$ 、压强  $p$  都分别与周围大气的温度  $T_e$ 、密度  $\rho_e$ 、压强  $p_e$  相等。由于某种原因，该微气团发生向上的小位移。因为大气的压强随高度的增加而减小，微气团在向上移动的过程中，其体积要膨胀，温度要变化(温度随高度变

化可视为线性的)。由于过程进行得不是非常快,微气团内气体的压强已来得及随时调整到与周围大气的压强相等,但尚来不及与周围大气发生热交换,因而可以把过程视为绝热过程。现假定大气可视为理想气体,理想气体在绝热过程中,其压强  $p$  与体积  $V$  满足绝热过程方程  $pV^\gamma = C$ 。式中  $C$  和  $\gamma$  都是常量,但  $\gamma$  与气体种类有关,对空气,  $\gamma = 1.40$ 。已知空气的摩尔质量  $\mu = 0.029 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ , 普适气体恒量  $R = 8.31 \text{ J} \cdot (\text{K} \cdot \text{mol})^{-1}$ 。试在上述条件下定量讨论微气团以后的运动。

设重力加速度  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $z = 0$  处大气的温度  $T_0 = 300 \text{ K}$ 。

#### 四、

图 1 中  $K$  为带电粒子发射源,从中可持续不断地射出质量、电荷都相同的带正电的粒子流,它们的速度方向都沿图中虚线  $O'O$ ,速度的大小具有一切可能值但都是有限的。当粒子打在垂直于  $O'O$  的屏  $NN'$  上时,会在屏上留下永久性的痕迹。屏内有一与虚线垂直的坐标轴  $Y$ ,其原点位于屏与虚线的交点  $O$  处,  $Y$  的正方向由  $O$  指向  $N$ 。虚线上的  $A$ 、 $B$  两处,各有一电子阀门  $a$  和  $b$ 。阀门可以根据指令开启或关闭。开始时两阀门都处于关闭状态,挡住粒子流。 $M$ 、 $M'$  是两块较大的平行金属平板,到虚线  $O'O$  的距离都是  $d$ ,板  $M$  接地。在两板间加上如图 2 所示的周期为  $2T$  的交变电压  $u$ ,  $u$  的正向最大值为  $2U$ , 负向最大值为  $U$ 。已知当带电粒子处在两平板间的空间时,若两平板间的电压为  $U$ , 则粒子在电场作用下的加速度  $a$ 、电压  $u$  的半周期  $T$  和平板到虚线的距离  $d$  满足以下关系

$$aT^2 = \frac{1}{5}d$$

已知  $AB$  间的距离、 $B$  到金属板左端的距离、金属板的长度以及金属板右端到屏的距离都是  $l$ . 不计重力的作用. 不计带电粒子间的相互作用. 打在阀门上的粒子被阀门吸收, 不会影响以后带电粒子的运动. 只考虑  $MM'$  之间的电场并把它视为匀强电场.

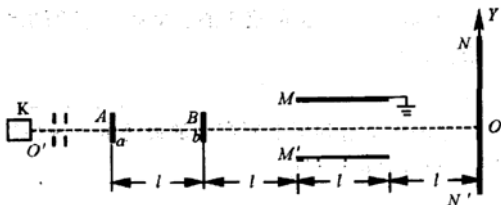


图 1

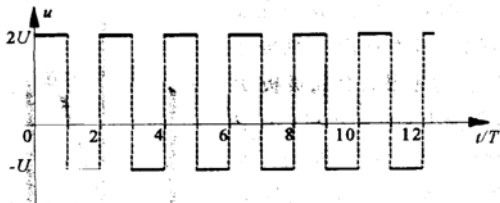


图 2

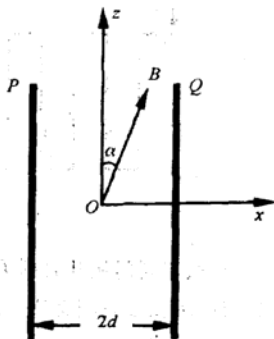
1. 假定阀门从开启到关闭经历的时间  $\delta$  比  $T$  小得多, 可忽略不计. 现在某时刻突然开启阀门  $a$  又立即关闭; 经过时间  $T$ , 再次开启阀门  $a$  又立即关闭; 再经过时间  $T$ , 第 3 次开启阀门  $a$  同时开启阀门  $b$ , 立即同时关闭  $a, b$ . 若以开启阀门  $b$  的时刻作为图 2 中  $t = 0$  的时刻, 则屏上可能出现的粒子痕迹的  $Y$  坐标 (只要写出结果, 不必写出计算过程) 为

2. 假定阀门从开启到关闭经历的时间  $\delta = \frac{T}{10}$ , 现在某时刻突然开启阀门  $a$ , 经过时间  $\delta$  立即关闭  $a$ ; 从刚开启  $a$  的时刻起, 经过时间  $T$ , 突然开启阀门  $b$ , 经过时间  $\delta$  关闭  $b$ . 若以刚开启阀门  $b$  的时刻作为图 2 中  $t = 0$  的时刻, 则从  $B$  处射出的具有最大速率的粒子射到屏上所产生的痕迹的  $Y$  坐标 (只要写出结果, 不必写出计算过程) 为

具有最小速率的粒子射到屏上所产生的痕迹的坐标 (只要写出结果, 不必写出计算过程) 为

### 五、

如图所示, 坐标系  $Oxyz$  的  $x$  轴和  $z$  轴都位于纸面内,  $y$  轴垂直纸面向里. 两无限大金属极板  $P$  和  $Q$  分别位于  $x = -d$  和  $x = d$  处. 磁感应强度大小为  $B$  的匀强磁场的方向平行于  $Oxz$  坐标平面, 与  $z$  轴的夹角为  $\alpha$ . 在坐标原点  $O$  处, 有一电荷为  $q (> 0)$ 、质量为  $m$  的带电粒子, 以沿  $y$  轴正方向的初速度  $v_0$  开始运动. 不计重力作用.



1. 若两极板间未加电场, 欲使该粒子在空间上恰好能到达极板 (但与板不接触), 则初速度  $v_0$  应为多大? 所需最短时间  $t_0$

是多少?

2. 若在两极板间沿  $x$  轴正方向加上一场强为  $E$  的匀强电场, 使该粒子能在第 1 问中所求得的时间  $t_0$  到达极板, 则该粒子的初速度  $v_0$  应为多大? 若  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , 求粒子到达极板时粒子的坐标.

六、

在高能物理中, 实验证明, 在实验室参考系中, 一个运动的质子与一个静止的质子相碰时, 碰后可能再产生一个质子和一个反质子, 即总共存在三个质子和一个反质子. 试求发生这一情况时, 碰前那个运动质子的能量 (对实验室参考系) 的最小值 (即阈值) 是多少.

已知质子和反质子的静止质量都是  $m_0 = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ . 不考虑粒子间的静电作用.

· 参考解答 ·

一、

要使天梯相对于地球静止不动, 由地面伸向太空, 与地面之间无相互作用力, 这样的天梯的下端只能位于赤道上某处, 且天梯与该处地球表面垂直, 并与地球同步转动. 如图 1 所示.

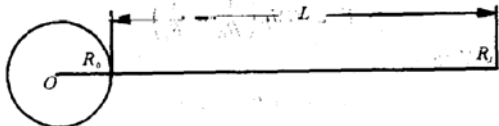


图 1

从坐标原点与地球中心固连、坐标轴指向恒星的惯性参考系来看,天梯和地球一起匀速转动.天梯所受的外力只有地球的万有引力.把天梯看作是由线密度为  $\rho$  的许多非常小的小段组成,则每小段到地球中心的距离不同,因而所受到地球引力的大小也不同,其中与地心的距离为  $r_{i-1}$  到  $r_i$  间的长度为  $\Delta r_i$  的小段所受地球引力为

$$f_i = G \frac{M\rho\Delta r_i}{r_i^2} \quad (1)$$

整个天梯所受的地球引力  $F$  就等于每小段所受地球引力之和,即

$$F = \sum_{i=1}^n f_i = \sum_{i=1}^n G \frac{M\rho\Delta r_i}{r_i^2} \quad (2)$$

符号  $\sum_{i=1}^n$  表示对所有小段求和.因  $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$  是个小量,注意到  $r_i r_{i-1} = r_i(r_i - \Delta r_i) \approx r_i^2$ , 因此

$$\sum_{i=1}^n \frac{\Delta r_i}{r_i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{r_i - r_{i-1}}{r_i r_{i-1}} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{r_{i-1}} - \frac{1}{r_i} \right) = \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_n}$$

用  $R_0$  表示地球半径,也就是天梯下端到地心的距离,  $R_l$  表示天梯上端到地心的距离,则  $r_0 = R_0$ ,  $r_n = R_l$ , 代入(2)式得

$$F = GM\rho \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_l} \right) \quad (3)$$

整个天梯的质量

$$m = \rho(R_l - R_0) \quad (4)$$

天梯的质心位于天梯的中点,它到地心的距离

$$r_c = R_0 + \frac{R_l - R_0}{2} \quad (5)$$

根据质心运动定理,有

$$F = m r_c \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (6)$$

式中  $T$  为地球自转的周期.

由(3)、(4)、(5)、(6)式可得

$$(R_l - R_0) \left( R_l^2 + R_0 R_l - \frac{GM T^2}{2\pi^2 R_0} \right) = 0$$

$R_l - R_0 = 0$ , 表示天梯无长度, 不符合题意, 符合题意的天梯长度满足的方程为

$$R_l^2 + R_0 R_l - \frac{GM T^2}{2\pi^2 R_0} = 0 \quad (7)$$

因为  $GM = R_0^2 g$ , 所以得

$$R_l^2 + R_0 R_l - \frac{R_0 g T^2}{2\pi^2} = 0 \quad (8)$$

【从跟随地球一起转动的参考系看, 也可得到(8)式. 这时, 天梯在地球引力和惯性离心力的作用下, 处于平衡静止状态, 地球引力仍为(3)式, 天梯所受的惯性离心力可由下面的方法求得: 仍把天梯看作由很多长度为  $\Delta r_i$  的小段组成, 则第  $i$  小段受的惯性离心力为

$$f'_i = \rho \Delta r_i \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r_i \quad (4')$$

对所有小段求和, 就得到整个天梯所受的惯性离心力

$$F' = \sum_{i=1}^n f'_i = \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r_i \Delta r_i \quad (5')$$

(5') 式中所示的和可以用图 2 中过原点的直线  $y = \rho \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r$  下的一个带阴影的梯形面积来表示, 即



$$F' = \rho \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{R_0 + R_l}{2} (R_l - R_0) \quad (6')$$

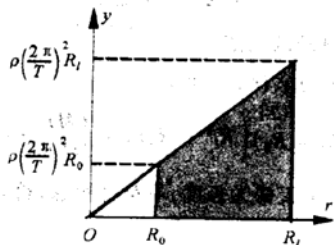


图 2

因为地球引力与惯性离心力平衡,由(3)式和(6')式可得

$$GM \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_l} \right) = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{R_0 + R_l}{2} (R_l - R_0) \quad (7')$$

因为  $GM = R_0^2 g$ ,化简(7')式最后也能得到(8)式.]

解(8)式得

$$R_l = \frac{-R_0 \pm \sqrt{R_0^2 + \frac{2R_0 g T^2}{\pi^2}}}{2} \quad (9)$$

根号前取正号,代入有关数据,注意到  $T = 8.64 \times 10^4$  s,得

$$R_l = 1.50 \times 10^8 \text{ m} \quad (10)$$

所以天梯的长度

$$L = R_l - R_0 = 1.44 \times 10^8 \text{ m} \quad (11)$$

二、

1.  $90^\circ$ .

2. 当矩形物处于竖直位置即  $\theta = 0^\circ$  时, B 不会滑动,矩形物静止.当圆筒缓慢转动使  $\theta$  刚超过  $0^\circ$  时, A 将离开圆筒内表面

而开始倾倒,按题意此时圆筒已停止转动.假定  $B$  仍不动,此后,  $A$  在竖直平面内从静止开始绕  $B$  做圆周运动.圆周运动的径向方程(牛顿第二定律)为

$$m \frac{v^2}{l} = mg \cos \theta - T \quad (1)$$

这里  $v$  表示  $A$  的速度.  $T$  是刚性薄片对  $A$  的作用力,规定其方向从  $B$  到  $A$  为正.根据能量守恒,有

$$mgl(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} mv^2 \quad (2)$$

联立(1)、(2)式,得

$$T = mg(3 \cos \theta - 2) \quad (3)$$

如果令  $T = 0$ ,可得

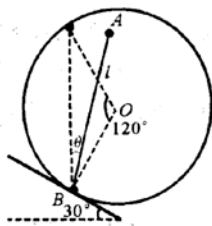
$$\theta = \arccos\left(\frac{2}{3}\right) = 48.2^\circ$$

显见,  $\theta < 48.2^\circ$  时,作用力是径向正向,对  $A$  是推力;  $\theta > 48.2^\circ$  时,作用力是径向反向,对  $A$  是拉力.

现在再来看前面被假定不动的  $B$  是否运动.我们可以在  $B$  处画圆筒内表面的切面,它与水平面成  $30^\circ$  夹角.因为假定  $B$  不动,其加速度为零,所以  $B$  在垂直于切面方向的受力方程为

$$f_{\perp} - mg \cos 30^\circ - T \cos(30^\circ - \theta) = 0 \quad (4)$$

这里  $f_{\perp}$  是圆筒内壁对  $B$  的支持力.由(4)式和(3)式可以论证,如果在  $\theta$  等于  $60^\circ$  ( $A$  将与圆筒相碰)之前  $B$  不动,则  $f_{\perp}$  必将始



终不等于零,这就是说,在  $B$  开始滑动以前,  $B$  不会离开筒壁.  $B$  对筒壁的正压力是  $f_{\perp}$  的反作用力,大小和  $f_{\perp}$  相同. 式中的  $T$  是刚性薄片对  $B$  的作用力,它和(1)式中的  $T$  大小相等(因薄片质量不计). 由于  $\mu = 1$ , 所以最大静摩擦力  $f_{\max}$  的大小就等于正压力.

$$f_{\max} = \mu f_{\perp} = mg \cos 30^{\circ} + T \cos(30^{\circ} - \theta) \quad (5)$$

其方向是沿切面方向. 沿切面方向除摩擦力外,  $B$  还受到其他力

$$f_{\parallel} = mg \sin 30^{\circ} + T \sin(30^{\circ} - \theta) \quad (6)$$

只要  $f_{\parallel}$  不大于最大静摩擦力,  $B$  就不滑动. 这个条件写出来就是

$$f_{\parallel} \leq f_{\max} \quad (7)$$

$B$  滑动与否的临界点就应由  $f_{\parallel} = f_{\max}$  求出,即

$$mg \cos 30^{\circ} + T \cos(30^{\circ} - \theta) = mg \sin 30^{\circ} + T \sin(30^{\circ} - \theta) \quad (8)$$

将(3)式的  $T$  代入(8)式,化简后得方程

$$(3 \cos \theta - 2)[\cos \theta + (2 + \sqrt{3}) \sin \theta] + 1 = 0 \quad (9)$$

这个方程可用数值求解,即取不同的  $\theta$  值代入逐步逼近,最后可得

$$\theta = 54.9^{\circ} \quad (10)$$

$\theta$  超过此值,  $B$  将开始滑动.

### 三、

设微气团中空气的质量为  $m$ , 当其位移为  $z$  时, 气团的体积为  $V$ , 气团内气体的密度为  $\rho$ , 气团周围大气的密度为  $\rho_0$ . 气团受到竖直向下的重力  $mg = V\rho g$  和竖直向上的浮力  $V\rho_0 g$  作用, 若气团的加速度为  $a$ , 则由牛顿第二定律有

$$ma = -V\rho g + V\rho_e g = -V(\rho - \rho_e)g \quad (1)$$

或有

$$a = -g \frac{\rho - \rho_e}{\rho} \quad (2)$$

根据理想气体状态方程

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \quad (3)$$

可知气体的密度

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT} \quad (4)$$

利用(4)式,注意到  $p = p_e$ , (2)式可化成

$$a = -g \frac{T_e - T}{T_e} \quad (5)$$

周围大气在  $z$  处的温度  $T_e$  等于  $z = 0$  处的温度  $T_{e0}$  加从 0 到  $z$  温度的增量,即

$$T_e = T_{e0} + \frac{\Delta T_e}{\Delta z} z \quad (6)$$

若气团中气体温度随高度的变化率为  $\frac{\Delta T}{\Delta z}$ , 根据题意,有

$$T = T_0 + \frac{\Delta T}{\Delta z} z \quad (7)$$

$T_0$  为气团位于初始位置时气团中气体的温度. 根据题意  $T_{e0} = T_0$ , 把(6)、(7)式代入(5)式得

$$a = -\frac{g}{T_e} \left( \frac{\Delta T_e}{\Delta z} - \frac{\Delta T}{\Delta z} \right) z \quad (8)$$

在(8)式中,若  $\left( \frac{\Delta T_e}{\Delta z} - \frac{\Delta T}{\Delta z} \right) > 0$ , 则加速度方向向下, 作用于气团的力有使气团回到初始位置的趋势, 这样, 大气层中的大气就

处于稳定状态；反之，气团将远离其初始位置，大气层中的大气处在不稳定状态。因周围大气温度随高度的变化率  $\frac{\Delta T_e}{\Delta z}$  是已知的，故只要知道气团中气体温度随高度的变化率，便可对气团的运动作出判断。

大气的压强随高度的增加而减小，在高度为  $z$  和  $z + \Delta z$  处的压强差

$$\Delta p_e = -\rho_e g \Delta z \quad (9)$$

式中  $\rho_e$  为  $z$  处的空气的密度，与温度、压强有关，由(4)式表示。式中负号表示高度增加时，大气压强是减小的。把(4)式代入(9)式得

$$\Delta p_e = -\frac{\mu p_e}{RT_e} g \Delta z \quad (10)$$

质量为  $m$  的气团在上升过程中，其压强将随周围大气的压强的减小而减小，体积要增大，气团对周围空气做功。因为过程是绝热的，气团的内能要减少，因而温度要降低，温度、压强的变化应满足绝热过程的规律。试题给出的绝热过程方程是关于压强与体积间的关系，利用理想气体状态方程，可把绝热过程方程表示为温度与压强间的关系。

由(3)式得

$$V = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{p} \quad (11)$$

把(11)式代入

$$pV^\gamma = C$$

得

$$T = C^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\mu}{mR} p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (12)$$

当气团的压强由  $p$  变到  $p + \Delta p$  时, 气团的温度将由  $T$  变到  $T + \Delta T$ . 由(12)式

$$T + \Delta T = C^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\mu}{mR} (p + \Delta p)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

利用二项式定理, 忽略  $\Delta p$  的高次方项, 并注意到(12)式得

$$T + \Delta T = C^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\mu}{mR} \left[ p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{\gamma-1}{\gamma} p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}-1} (\Delta p) \right] = T + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T}{p} \Delta p$$

故有

$$\Delta T = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T}{p} \Delta p \quad (13)$$

根据题意,  $p = p_e$ ,  $\Delta p = \Delta p_e$ , 由(7)式、(10)式和(13)式得

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} = - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g}{R} \frac{T_0}{T_{\infty} + \left( \frac{\Delta T_e}{\Delta z} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g}{R} \right) z} \quad (14)$$

已知  $\frac{\Delta T_e}{\Delta z} = -6.0 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$ , 代入有关数据可求得

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g}{R} = 9.8 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$$

当  $z$  不是很大时, 有

$$T_{\infty} + \left( \frac{\Delta T_e}{\Delta z} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g}{R} \right) z \approx T_{\infty}$$

故有

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} = - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g}{R} \quad (15)$$

代入题给的有关数据得

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} = -9.8 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1} \quad (16)$$

负号表示高度增加时,气团的温度要下降.可见 $\left(\frac{\Delta T_c}{\Delta z} - \frac{\Delta T}{\Delta z}\right) > 0$ ,作用于气团的合力的方向与气团位移的方向相反,指向气团的初始位置,气团发生向上位移后,将要回到初始位置.当 $z$ 不是很大时,(8)式中的 $T_0$ 可以用 $T_0$ 代替,可知气团将在初始位置附近做简谐振动.振动的圆频率

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{T_0} \left( \frac{\Delta T_c}{\Delta z} - \frac{\Delta T}{\Delta z} \right)} \quad (17)$$

代入数据,得

$$\omega = 1.1 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (18)$$

四、

1.  $Y_1 = -0.3d, Y_2 = 0.9d$ .
2.  $Y' = -0.138d, Y'' = -0.138d$ .

附参考解法:

1. 当阀门 $a$ 第1次开启时,具有各种速率的粒子(称之为第一批粒子)从 $A$ 处进入 $AB$ 之间,在 $a$ 第2次开启时刻,第一批粒子中速率为

$$v_1 = \frac{l}{T} \quad (1)$$

的粒子正好射到 $B$ 处,被阀门 $b$ 挡住.与此同时,第二批具有各种速率的粒子从 $A$ 处进入 $AB$ 之间.在阀门 $a$ 第3次开启的时刻,第一批进入 $AB$ 间的粒子中速率为

$$v_2 = \frac{l}{2T} = \frac{1}{2} v_1 \quad (2)$$

的粒子与第二批进入 $AB$ 间的粒子中速率为 $v_1$ 的粒子同时到达 $B$ 处.因此时阀门 $b$ 已开启,这些粒子都从 $B$ 处沿虚线射向两平

行板,而第三批进入  $AB$  间的粒子在它们到达  $B$  处时,被  $b$  挡住。由此可知,能从  $B$  处射向两平行板的粒子具有  $v_1$  和  $v_2$  两种不同的速率。

根据题意,粒子从  $B$  处射出的时刻为  $t = 0$ ,故速率为  $v_1$  的粒子在时刻

$$t_1 = \frac{l}{v_1} = T$$

进入两平行板之间,由本题图 2 可知,两板间的电压

$$u = -U$$

粒子在两板间的电场作用下的加速度为  $-a$ ,粒子通过两板经历的时间为

$$\Delta t_1 = \frac{l}{v_1} = T$$

在  $\Delta t_1$  时间内粒子在  $Y$  方向获得的分速度和位移分别为

$$v_{1y} = -a\Delta t_1 = -aT \quad (3)$$

$$y_1 = -\frac{1}{2}a(\Delta t_1)^2 = -\frac{1}{2}aT^2 \quad (4)$$

因  $aT^2 = \frac{1}{5}d$ ,故  $|y_1| = \frac{1}{10}d < d$ ,表明速率为  $v_1$  的粒子能穿出平板,粒子穿出平板后做匀速运动。在从射出平板至射到屏的时间内,粒子在  $Y$  方向的位移

$$\Delta y_1 = v_{1y} \frac{l}{v_1} = -aT^2 \quad (5)$$

粒子在屏上产生的痕迹的  $Y$  坐标为

$$Y_1 = y_1 + \Delta y_1 = -\frac{1}{2}aT^2 - aT^2 = -\frac{3}{2}aT^2 = -0.3d \quad (6)$$

速率为  $v_2$  的粒子在时刻



$$t_2 = \frac{l}{v_2} = 2T$$

进入两平行板之间,由本题图 2 可知,两板间的电压

$$u = 2U$$

粒子在电场作用下的加速度为  $2a$ ,粒子通过两板经历的时间为

$$\Delta t_2 = \frac{l}{v_2} = 2T$$

因为两板间的电压在时间  $\Delta t_2$  内由  $2U$  变为  $-U$ ,粒子的加速度亦将从  $2a$  变成  $-a$ ,由此可求得在  $\Delta t_2$  时间内粒子在  $Y$  方向获得的分速度和位移分别为

$$v_{2y} = 2aT - aT = aT \quad (7)$$

$$y_2 = \frac{1}{2}(2a)T^2 + (2aT)T - \frac{1}{2}aT^2 = \frac{5}{2}aT^2 \quad (8)$$

因  $aT^2 = \frac{1}{5}d$ ,故  $y_2 = \frac{1}{2}d < d$ ,表明速率为  $v_2$  的粒子亦能穿出平板.粒子穿出平板后做匀速运动.在从射出平板至射到屏的时间内,粒子在  $Y$  方向的位移

$$\Delta y_2 = v_2 \frac{l}{v_2} = 2aT^2 \quad (9)$$

粒子打在屏上产生的痕迹的  $Y$  坐标为

$$Y_2 = y_2 + \Delta y_2 = \frac{5}{2}aT^2 + 2aT^2 = \frac{9}{2}aT^2 = 0.9d \quad (10)$$

即粒子在屏上产生的痕迹是两个点,它们的  $Y$  坐标分别为  $Y_1$  和  $Y_2$ .

2. 由于阀门从开启到关闭要经历一段时间,在阀门  $a$  开启到关闭经历的  $\delta$  时间间隔内的不同时刻,都有各种不同速率的粒子从  $A$  处进入  $AB$  间,有的早进入,有的晚进入.由于阀门  $b$  从

开启到关闭也要经历一段时间  $\delta$ , 粒子可能在最早的时刻即  $t = 0$  的时刻从  $B$  处射出, 也可能在最晚的时刻即  $t = \delta$  时刻从  $B$  处射出. 在  $a$  刚开启的时刻从  $A$  处射入  $AB$  间, 并在  $t = \delta$  时刻从  $B$  处射出的粒子的速率最小, 这最小速率为

$$v_{\min} = \frac{l}{T + \delta} \quad (11)$$

在阀门  $a$  刚要关闭时刻从  $A$  处射进  $AB$  间, 并在  $t = 0$  的时刻从  $B$  处射出的粒子的速率最大, 这最大速率为

$$v_{\max} = \frac{l}{T - \delta} \quad (12)$$

在  $t = 0$  时刻从  $B$  处射出的速率为  $v_{\max}$  的粒子在时刻

$$t_1 = \frac{l}{v_{\max}} = T - \delta$$

进入两平板之间, 在时刻

$$t_1' = t_1 + \frac{l}{v_{\max}} = 2T - 2\delta$$

离开两平板. 由本题图 2 可知, 在  $T - \delta$  到  $T$  时间内, 两板间的电压为  $2U$ , 在  $T$  到  $2T - 2\delta$  时间内, 两板间的电压为  $-U$ , 与电压对应的粒子的加速度分别为  $2a$  和  $-a$ . 在粒子通过平板的时间内, 粒子在  $Y$  方向获得的分速度和位移分别为

$$v_{1y} = 2a\delta - a(T - 2\delta) = -aT + 4a\delta \quad (13)$$

$$y_1 = \frac{1}{2}(2a)\delta^2 + (2a)\delta(T - 2\delta) - \frac{1}{2}a(T - 2\delta)^2 = -\frac{1}{2}aT^2 + 4a\delta T - 5a\delta^2 \quad (14)$$

粒子穿出平板后做匀速运动. 从射出平板至射到屏的时间内, 粒子在  $Y$  方向的位移

$$\Delta y_1 = v_{1y} \frac{l}{v_{\max}} = (-aT + 4a\delta)(T - \delta) = -aT^2 + 5aT\delta - 4a\delta^2 \quad (15)$$

粒子在屏上产生的痕迹的  $Y$  坐标为

$$Y_1 = y_1 + \Delta y_1 = -\frac{3}{2}aT^2 + 9aT\delta - 9a\delta^2 \quad (16)$$

根据题意,代人数据得

$$Y_1 = -0.138d \quad (17)$$

在  $t = \delta$  时刻从  $B$  处射出的速度为  $v_{\min}$  的粒子在时刻

$$t_2 = \delta + \frac{l}{v_{\min}} = T + 2\delta$$

进入两平板之间,在时刻

$$t_2' = t_2 + \frac{l}{v_{\min}} = 2T + 3\delta$$

离开两平板.由本题图2可知,在  $T + 2\delta$  到  $2T$  时间内,两板间的电压为  $-U$ ,在  $2T$  到  $2T + 3\delta$  时间内,两板间的电压为  $2U$ ,与电压对应的粒子的加速度分别为  $-a$  和  $2a$ .在粒子通过平板的时间内,粒子在  $Y$  方向获得的分速度和位移分别为

$$v_{2y} = -a(T - 2\delta) + (2a)3\delta = -aT + 8a\delta \quad (18)$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}a(T - 2\delta)^2 - a(T - 2\delta)3\delta + \frac{1}{2}(2a)(3\delta)^2 = -\frac{1}{2}aT^2 - aT\delta + 13a\delta^2 \quad (19)$$

粒子穿出平板后做匀速运动.在从射出平板至射到屏的时间内,粒子在  $Y$  方向的位移

$$\Delta y_2 = v_{2y} \frac{l}{v_{\min}} = (-aT + 8a\delta)(T + \delta) =$$

$$-aT^2 + 7aT\delta + 8a\delta^2 \quad (20)$$

粒子在屏上产生的痕迹的  $Y$  坐标为

$$Y_2 = y_2 + \Delta y_2 = -\frac{3}{2}aT^2 + 6aT\delta + 21a\delta^2 \quad (21)$$

根据题意,代入数据得

$$Y_2 = -0.138d \quad (22)$$

由以上分析可知,速率最小和速率最大的粒子打在屏上产生的痕迹是位于  $Y$  轴上的同一点。

## 五、

### 解法一

1. 平行板间仅有磁场,带电粒子初速度  $v_0$  的方向垂直于磁场,在洛伦兹力的作用下,粒子将在垂直于磁场方向的平面内做匀速圆周运动,圆周半径

$$R_0 = \frac{mv_0}{qB} \quad (1)$$

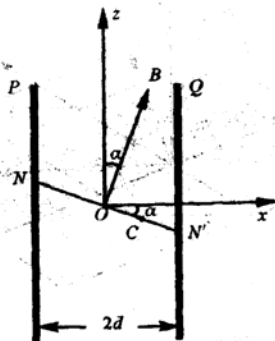


图 1

轨道平面与  $Oxz$  坐标平面的交线如图 1 中  $NN'$  所示. 要使粒子刚能到达极板  $Q$  (与板刚未接触), 圆心  $C$  应是  $NN'$  的中点, 有

$$CN' = R_0 = \frac{d}{2\cos\alpha} \quad (2)$$

由(1)、(2)式得

$$v_0 = \frac{dqB}{2m\cos\alpha} \quad (3)$$

粒子由  $O$  经过半个圆周到达  $N'$ , 所经历的最短时间为圆周运动的半个周期

$$t_0 = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{qB} \quad (4)$$

2. 以  $y$  轴为旋转轴, 顺时针转动  $\alpha$  角, 建立新坐标系  $Ox'y'z'$ , 如图 2 所示. 在新坐标系中电场强度  $E$  的分量为

$$E_{x'} = E\cos\alpha \quad E_{y'} = 0 \quad E_{z'} = E\sin\alpha \quad (5)$$

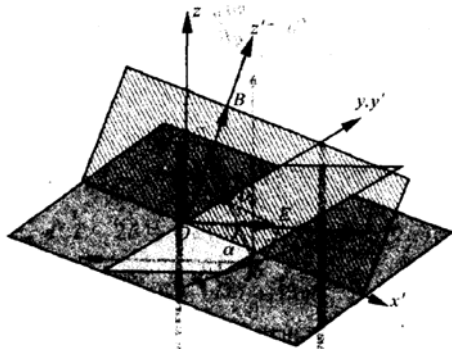


图 2

磁感应强度  $B$  的分量为

$$B_{x'} = 0 \quad B_{y'} = 0 \quad B_{z'} = B \quad (6)$$

带电粒子所受到的电场力的分量为

$$f_{Ex'} = qE_{x'} = qE\cos\alpha \quad f_{Ey'} = 0 \quad f_{Ex'} = qE_{x'} = qE\sin\alpha \quad (7)$$

当带电粒子速度为  $v$  时, 带电粒子所受到磁场力的分量为

$$f_{Bx'} = qv_{y'}B \quad f_{By'} = -qv_{x'}B \quad f_{Bz'} = 0 \quad (8)$$

(i) 关于带电粒子在  $Ox'y'$  平面内的分运动

现设想起始时刻带电粒子沿  $y'$  轴正方向的初速度  $v_0$  用下式表示

$$v_0 = v_0 + v_1 - v_1 = v_2 - v_1$$

式中

$$v_2 = v_0 + v_1 \quad (9)$$

现把  $v_0$  看成沿  $y'$  轴负方向运动的速度  $v_1$  和沿  $y'$  轴正方向运动的  $v_2$  的合成. 这样, 与前者联系的运动使带电粒子受到沿  $x'$  轴的负方向的磁场力作用, 它与电场力的分量  $f_{Ex'}$  的方向相反, 当  $v_1$  取数值

$$v_1 = \frac{E_{x'}}{B} = \frac{E}{B} \cos\alpha \quad (10)$$

时, 与  $-v_1$  相联系的磁场力与  $f_{Ex'}$  的合力为零, 其效果是带电粒子沿  $y'$  轴的负方向以速度  $v_1$  做匀速运动; 与后者联系的运动使带电粒子仅受到磁场力作用, 此力的方向既垂直于磁场方向 ( $z'$  轴方向), 又垂直于速度  $v_2$ , 即位于  $Ox'y'$  平面内, 其大小为

$$f_{x'y'} = qv_2B \quad (11)$$

粒子在此力作用下在平面内做速度为  $v_2$  的匀速圆周运动, 圆周的半径

$$R = \frac{mv_2}{qB} \quad (12)$$

其圆频率

$$\omega = \frac{q}{m} B \quad (13)$$

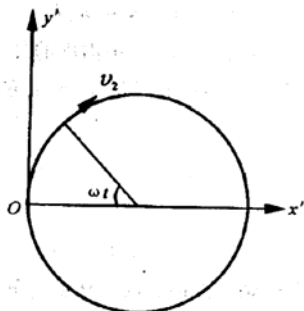


图 3

由以上分析可知带电粒子一方面在  $Ox'y'$  平面内做上述匀速圆周运动,另一方面圆心沿  $y'$  轴负方向以速度  $v_1 = \frac{E}{B} \cos \alpha$  做匀速直线运动.

(ii) 关于粒子沿  $z'$  轴的分运动

由(7)、(8)两式可知,粒子在  $z'$  方向仅受电场力作用,其加速度

$$a_{z'} = \frac{qE_{z'}}{m} = \frac{qE}{m} \sin \alpha \quad (14)$$

即粒子沿着  $z'$  轴以加速度  $a_{z'}$  做匀加速直线运动.

(iii) 关于粒子在  $Ox'y'z'$  坐标系中的运动方程

在只考虑圆周运动的情况下,粒子的坐标随时间变化的关系为

$$x' = R(1 - \cos\omega t) \quad (15)$$

$$y' = R\sin\omega t \quad (16)$$

$$z' = 0 \quad (17)$$

考虑了圆心运动及粒子沿  $z'$  轴的运动并注意到(9)、(10)、(12)式, 在  $Ox'y'z'$  坐标系中, 粒子的运动方程为

$$x' = \frac{mv_z}{qB}(1 - \cos\omega t) = \left( \frac{mv_0}{qB} + \frac{mE_x'}{qB^2} \right) (1 - \cos\omega t) \quad (18)$$

$$y' = R\sin\omega t - v_1 t = \left( \frac{mv_0}{qB} + \frac{mE_x'}{qB^2} \right) \sin\omega t - \frac{E_x'}{B} t \quad (19)$$

$$z' = \frac{1}{2} \frac{qE_x'}{m} t^2 \quad (20)$$

(iv) 粒子在  $Oxyz$  坐标系中的运动方程

利用坐标变换

$$x = x' \cos\alpha + z' \sin\alpha$$

$$y = y'$$

$$z = -x' \sin\alpha + z' \cos\alpha$$

并注意到(5)、(9)、(10)、(13)各式, 可将(18)、(19)、(20)式转换至  $Oxyz$  坐标系, 得到粒子在  $Oxyz$  坐标系中的运动方程式为

$$x = \frac{m}{qB} \left( v_0 \cos\alpha + \frac{E \cos^2 \alpha}{B} \right) \left( 1 - \cos \frac{qBt}{m} \right) + \frac{1}{2} \frac{qE \sin^2 \alpha}{m} t^2 \quad (21)$$

$$y = \frac{m}{qB} \left( v_0 + \frac{E \cos\alpha}{B} \right) \sin \frac{qBt}{m} - \frac{E \cos\alpha}{B} t \quad (22)$$

$$z = -\frac{m}{qB} \left( v_0 \sin\alpha + \frac{E \sin 2\alpha}{2B} \right) \left( 1 - \cos \frac{qBt}{m} \right) + \frac{qE \sin 2\alpha}{4m} t^2 \quad (23)$$

根据题意, 将  $x = d$  和  $t = t_0 = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{qB}$  代入(21)式, 解得

$$v_0 = \frac{2qB^2 d - mE(4\cos^2 \alpha + \pi^2 \sin^2 \alpha)}{4mB \cos\alpha} \quad (24)$$



将  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $t = t_0 = \frac{\pi m}{qB}$  和(24)式代入(21)、(22)、(23)各式, 可得粒子到达极板  $Q$  时粒子的坐标为

$$x = d \quad (25)$$

$$y = -\frac{\sqrt{2}\pi m E}{2qB^2} \quad (26)$$

$$z = -d + \frac{\pi^2 m E}{2qB^2} \quad (27)$$

### 解法二

1. 与解法一相同.

2. 以  $y$  轴为旋转轴, 顺时针转动  $\alpha$  角, 建立新坐标系  $Ox'y'z'$ , 设粒子速度在坐标系  $Ox'y'z'$  中分量分别为  $v_{x'}$ 、 $v_{y'}$ 、 $v_{z'}$ , 牛顿第二定律的三个分量形式为

$$m \frac{dv_{x'}}{dt} = qE_{x'} + qv_{y'}B \quad (1)$$

$$m \frac{dv_{y'}}{dt} = -qv_{x'}B \quad (2)$$

$$m \frac{dv_{z'}}{dt} = qE_{z'} \quad (3)$$

将(2)式表示为

$$\frac{dv_{y'}}{dt} = -\frac{qB}{m} \frac{dx'}{dt}$$

两边积分后得

$$v_{y'} = -\left(\frac{qB}{m}\right)x' + C_1$$

$C_1$  为待定常量, 当  $t = 0$  时,  $x' = 0$ ,  $v_{y'} = v_0$ , 故求得  $C_1 = v_0$ , 上式应表为

$$v_{y'} = -\frac{q}{m} B x' + v_0 \quad (4)$$

将(4)式代入(1)式,得

$$m \frac{d^2 x'}{dt^2} = q E_{x'} + q \left( -\frac{qB}{m} x' + v_0 \right) B$$

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 x' + \left(\frac{qB}{m}\right)^2 \left(\frac{mv_0}{qB} + \frac{mE_{x'}}{qB^2}\right) \quad (5)$$

令

$$R = \left( \frac{mv_0}{qB} + \frac{mE_{x'}}{qB^2} \right) \quad (6)$$

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (7)$$

$$X' = x' - R \quad (8)$$

(5)式可表为

$$\frac{d^2 X'}{dt^2} = -\omega^2 X' \quad (9)$$

这是简谐运动方程,其解为

$$X' = A \cos(\omega t + \theta) \quad (10)$$

由(8)式得

$$x' = A \cos(\omega t + \theta) + R \quad (11)$$

$$\frac{dx'}{dt} = v_{x'} = -\omega A \sin(\omega t + \theta) \quad (12)$$

利用初始条件,由(11)与(12)式,得

$$-R = A \cos \theta$$

$$0 = -\omega A \sin \theta$$

解得

$$\theta = 0 \quad (13)$$

$$A = -R$$

再由(6)式,得

$$A = - \left( \frac{mv_0}{qB} + \frac{mE_x'}{qB^2} \right) \quad (14)$$

代入(11)式

$$x' = \left( \frac{mv_0}{qB} + \frac{mE_x'}{qB^2} \right) (1 - \cos\omega t) \quad (15)$$

将(12)式代入(2)式,整理后得

$$\frac{dv_y'}{dt} = \omega^2 A \sin\omega t$$

对上式积分,考虑初始条件,得

$$v_y' = \frac{dy'}{dt} = -\omega A \cos\omega t - \frac{E_x'}{B} \quad (16)$$

积分(16)式,考虑初始条件及(14)式,得

$$y' = \left( \frac{mv_0}{qB} + \frac{mE_x'}{qB^2} \right) \sin\omega t - \frac{E_x'}{B} t \quad (17)$$

对(3)式积分可得

$$z' = \frac{qE_x'}{2m} t^2 \quad (18)$$

(15)、(17)、(18)式分别与解法一中的(18)、(19)、(20)式相同,接下去的讨论与解法一相同.

### 解法三

设粒子速度在  $Oxyz$  坐标中分量分别为  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$ , 牛顿第二定律的三个分量方程为

$$m \frac{dv_x}{dt} = qE_x + qv_y B_z \quad (1)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = -qv_x B_z + qv_z B_x \quad (2)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = -qB_x v_y \quad (3)$$

令

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (4)$$

$$v_1 = \frac{E}{B} \cos \alpha \quad (5)$$

方程变为如下形式

$$\frac{dv_x}{dt} = \omega v_y \cos \alpha + \frac{\omega v_1}{\cos \alpha} \quad (6)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\omega v_x \cos \alpha + \omega v_1 \sin \alpha \quad (7)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\omega v_y \sin \alpha \quad (8)$$

对(6)、(8)两式积分,利用初始条件  $t = 0$  时,  $v_x = 0, x = 0, y = 0$ , 得

$$v_x = \omega y \cos \alpha + \omega \left( \frac{v_1}{\cos \alpha} \right) t \quad (9)$$

$$v_z = -\omega y \sin \alpha \quad (10)$$

将(9)、(10)两式代入(7)式,得

$$\frac{dv_y}{dt} = -\omega^2 y - \omega^2 v_1 t = -\omega^2 (y + v_1 t)$$

令

$$Y = y + v_1 t \quad (11)$$

得

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} = -\omega^2 Y \quad (12)$$

其解为

$$Y = A \cos(\omega t + \theta)$$

由(11)式可得

$$y = A \cos(\omega t + \theta) - v_1 t \quad (13)$$

由(13)式得

$$v_y = -A\omega \sin(\omega t + \theta) - v_1 \quad (14)$$

由初始条件  $t = 0$  时,  $v_y = v_0, y = 0$ , 得

$$A \cos \theta = 0$$

$$v_0 = -A\omega \sin \theta - v_1$$

解得

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad A = -\frac{v_1 + v_0}{\omega} \quad (15)$$

由(15)式, 注意到(4)式、(5)式, 得

$$y = \frac{m}{qB} \left( v_0 + \frac{E \cos \alpha}{B} \right) \sin \frac{q}{m} B t - \frac{E \cos \alpha}{B} t \quad (16)$$

$$v_y = \left( v_0 + \frac{E \cos \alpha}{B} \right) \cos \frac{q}{m} B t - \frac{E \cos \alpha}{B} \quad (17)$$

把(17)式代入(1)式, 经积分并利用初始条件, 可得

$$x = \frac{m}{qB} \left( v_0 \cos \alpha + \frac{E \cos^2 \alpha}{B} \right) \left( 1 - \cos \frac{q}{m} B t \right) + \frac{1}{2} \frac{qE \sin^2 \alpha}{m} t^2 \quad (18)$$

将(17)式代入(8)式, 经积分并利用初始条件, 得

$$z = -\frac{m}{qB} \left( v_0 \sin \alpha + \frac{E \sin 2\alpha}{2B} \right) \left( 1 - \cos \frac{q}{m} B t \right) + \frac{qE \sin 2\alpha}{4m} t^2 \quad (19)$$

(18)、(16)、(19)式分别与解法一中的(21)、(22)、(23)式相同,

接下去的讨论与解法一相同。

六、

在讨论本题之前, 先看一下相对论能量和动量的普遍关系式, 即

$$(mc^2)^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \quad (1)$$

式中  $c$  为光在真空中的速度,  $m$  为粒子的质量,  $p$  为其动量,  $m_0$  为静止质量.

【此关系式可由能量

$$E = mc^2$$

和动量

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

导出,  $v$  为粒子的速度.

$$\begin{aligned} E^2 - c^2 p^2 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} - c^2 \frac{m_0^2 v^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \\ &= m_0^2 c^4 \frac{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = m_0^2 c^4 \end{aligned}$$

故

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$$

由此关系式可知, 对每一个粒子, 其能量的平方与  $p^2$  成线性关系.

解法

从实验室参考系来看, 碰前系统的总动量等于运动的那个质子的动量, 设其方向沿  $x$  轴正方向, 碰撞前后系统的总动量守恒, 总能量守恒. 若要碰后能存在三个质子和一个反质子且总能量为最小值, 则可论证这四个粒子的动量必定相等.

1. 先讨论碰后四个粒子的动量都沿  $x$  轴正方向的情况.

令  $p_1, p_2, p_3, p_4$  分别表示它们动量的大小, 这四个动量中, 若有任何两个不相等, 如  $p_1 \neq p_2$ , 设  $p_1 < p_2$ , 则若将  $p_1$  增加  $\Delta p$  ( $\Delta p < p_2 - p_1$ ) 而将  $p_2$  减少  $\Delta p$  (这时总动量不变), 则有

$$(p_1 + \Delta p)^2 - p_1^2 = 2p_1\Delta p + (\Delta p)^2$$

$$p_2^2 - (p_2 - \Delta p)^2 = 2p_2\Delta p - (\Delta p)^2$$

这样一来, 第一个粒子能量的平方增加了  $c^2[2p_1\Delta p + (\Delta p)^2]$ , 而第二个粒子能量的平方减少了  $c^2[2p_2\Delta p - (\Delta p)^2]$ , 两个粒子能量平方的净增量为

$$c^2[2p_1\Delta p + (\Delta p)^2] - c^2[2p_2\Delta p - (\Delta p)^2] = \\ c^2[2\Delta p(p_1 - p_2 + \Delta p)]$$

因已设  $p_1 < p_2$ , 且  $\Delta p < p_2 - p_1$ , 所以净增量是负的, 总能量将减少. 这就是说, 设  $p_1 \neq p_2$  时对应的总能量并不是最小值. 由此可判断, 四个粒子的动量必相等.

2. 若四个粒子中, 有一个粒子其动量  $p_1$  沿  $x$  轴的负方向, 因为总动量守恒, 则必有沿  $x$  轴正方向运动的另一粒子的动量增加了  $p_1$ , 因为能量的平方与  $p^2$  成线性关系, 所以这时的总能量必然大于  $p_1$  沿  $x$  轴的正方向运动时的能量. 也就是说, 只要四个粒子中, 有沿  $x$  轴的负方向运动的, 则总能量必不是最小值.

3. 若四个粒子的动量的方向不在同一直线上, 这时将它们沿  $x$  轴方向和垂直于  $x$  轴方向分解, 沿  $x$  轴方向总动量守恒; 垂直于  $x$  轴方向的动量互相抵消, 但它们却使粒子的能量增大了, 也就是说, 这时的能量也不是最小值.

总结以上可见, 要想碰后四个粒子的总能量最小, 根据总动

量守恒、能量守恒及相对论能量和动量关系式可知，碰后四个粒子的动量必相等。

设碰前运动质子的动量为  $p$ ，质量为  $m$ ，碰后四个粒子的动量为  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$  和  $p_4$ ，四个粒子的质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$  和  $m_4$ ，根据动量守恒和能量守恒，有

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \quad (2)$$

$$mc^2 + m_0c^2 = m_1c^2 + m_2c^2 + m_3c^2 + m_4c^2 \quad (3)$$

由上面论述可知

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = \frac{p}{4} \quad (4)$$

再由(1)式可知，碰后四个粒子的能量从而质量必相等。以  $m'$  表示碰后四个粒子中每个粒子的质量，由(3)式得

$$mc^2 + m_0c^2 = 4m'c^2 \quad (5)$$

对碰前那个运动的质子，由相对论能量和动量关系有

$$(mc^2)^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4 \quad (6)$$

对四个粒子中任一粒子，由相对论能量和动量关系有

$$(m'c^2)^2 = c^2\left(\frac{p}{4}\right)^2 + m_0^2c^4 \quad (7)$$

由(5)、(6)、(7)式可得

$$mc^2 = 7m_0c^2 \quad (8)$$

代入数据得

$$mc^2 = 1.05 \times 10^{-9} \text{ J} \quad (9)$$



## · 实验试题 ·

### 题目一：测量霍尔器件的灵敏度

【目的】利用提供的实验仪器测量置于螺线管中部霍尔器件的灵敏度。

【器材】可调直流稳压电源 2 台 ( $E_1, E_2$ ) (内阻可以忽略), 最大输出电压为 15 V, 最大输出电流 1 A (超过 1 A 会自动断开, 指示灯为黄色, 继续使用需要关闭电源后重新打开), 电源上显示的电压只能作为参考, 不是精确的输出电压; 数字毫安表 (A) 1 个, 量程为 2 mA (如果只有首位显示 1, 其他位不显示, 说明超过量程); 电阻箱 ( $R_b$ ) 1 个; 阻值未知的定值电阻 ( $R_1$ ) 1 个; 滑线变阻器 2 个 ( $R_2, R_3$ ) ( $R_2$  的最大电阻为 600  $\Omega$ ,  $R_3$  的最大电阻为 5 000  $\Omega$ ); 霍尔器件 (H), 螺线管 (L) [单位长度上线圈的匝数见仪器的右上角 ( $n = 1.096 \times 10^4$  匝/m)], 霍尔器件放在螺线管里面, 与螺线管构成 TH - S 型螺线管磁场实验仪 (见后面说明); 单刀单掷开关 ( $S_1$ ) 1 个, 导线若干。

### 【说明】

#### 一、霍尔效应

霍尔效应的原理如下: 如图 1 - 1 所示, 将一块 N 型半导体材料 (其载流子为电子) 放入磁场  $B$  中, 当电流  $I_S$  (霍尔电流) 通过时, 磁场对运动电荷产生洛伦兹力  $f_B$

$$f_B = qvB \quad (1.1)$$

式中  $q$  为电子的电荷,  $v$  为半导体中带电粒子的定向运动速度,  $B$  为外磁场的磁感应强度. 洛伦兹力使带电粒子产生横向偏转, 由于样品有边界, 偏转的电荷在边界处积累起来, 产生一个横向

电场  $E$ . 该电场对电荷产生作用力

$$f_E = qE \quad (1.2)$$

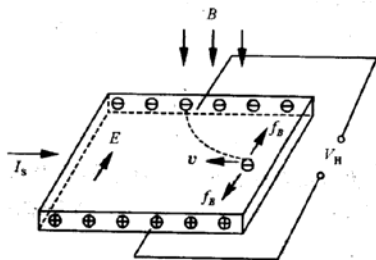


图 1-1 霍尔效应原理图

带电粒子所受的电场力与洛伦兹力方向相反,从而阻止带电粒子继续偏转.当两个力大小相等  $f_E = f_B$ ,即  $E = vB$  时,电荷积累达到动态平衡;在样品两侧将形成电势差  $V_H$ ,称为霍尔电压,这一效应称为霍尔效应.由于霍尔电压  $V_H$  与电场强度  $E$  成正比,流过器件的霍尔电流  $I_S$  与电子的定向运动速度  $v$  成正比,因而霍尔电压  $V_H$  与霍尔电流和磁感应强度  $B$  成正比

$$V_H = K_H I_S B \quad (1.3)$$

其中,  $V_H$  为霍尔电压,  $I_S$  为霍尔电流,  $K_H$  为比例系数,称为霍尔器件的灵敏度(实验要求测量的量),单位为  $V/(A \cdot T)$ .

公式(1.3)是在理想情况下得到的,实际上由于霍尔电极位置不对称,两极之间还存在附加的不等电位差.不等电位差可以通过在不改变霍尔电流大小和外加磁场大小的情况下,分别改变霍尔电流的方向和磁场的方向后,取霍尔电压的平均值来消除.

## 二、TH - S型螺线管磁场实验仪

TH - S型螺线管磁场实验仪器由霍尔器件,长直螺线管,调节支架及三个双刀双掷换向开关组成,其内部接线如图 1 - 2 所示.当长直螺线管中通有电流  $I_M$  (励磁电流) 时,其中部的磁感应强度为

$$B = \mu_0 n I_M$$

式中  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$  为真空中的磁导率,  $n$  为螺线管单位长度上的匝数.实验所用螺线管单位长度上的匝数  $n$  请见螺线管测试仪的右上角 ( $n = 1.096 \times 10^4 \text{ 匝/m}$ ).待测霍尔器件已经置于螺线管中部,不准调节.

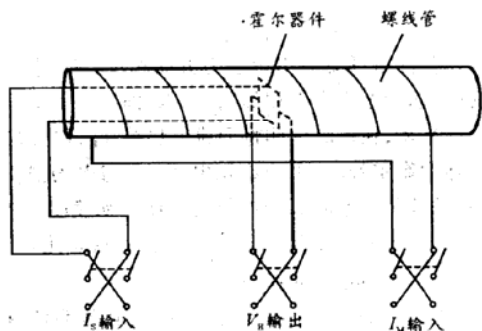


图 1 - 2 TH - S型螺线管测试仪器的示意图

### 【要求】

1. 画出提供霍尔电流  $I_S$ 、励磁电流  $I_M$  的电路图,以及测量霍尔电压的电路图.
2. 详细写出测量方案及实验步骤.
3. 详细记录实验数据.
4. 计算实验结果.

## 【注意事项】

1. 霍尔电流  $I_S$  不能超过 10 mA, 以免损坏霍尔器件, 实验时可取 8 ~ 10 mA. 励磁电流  $I_M$  可取 1 A 左右, 霍尔电压只有几毫伏.

2. 成绩评定以卷面为主要依据.

## · 参考解答 ·

### 一、实验方案的设计

由霍尔电压与霍尔电流、磁感应强度成正比  $V_H = K_H I_S B$  及长直螺线管中部的磁感应强度  $B = \mu_0 n I_M$  可知, 霍尔器件的灵敏度

$$K_H = \frac{V_H}{\mu_0 n I_S I_M}$$

因而只要能测出霍尔电流  $I_S$  和励磁电流  $I_M$  及与之对应的霍尔电压  $V_H$  即可求出霍尔系数  $K_H$ .

测量回路的电流有两种方法: 一是回路中串连一个电流表直接测量; 二是测量已知电阻上的电压后, 算出回路的电流. 由于只有一个量程为 2 mA 的毫安表, 用上述两种方法测量都需要进行电表的改装. 改装电表首先需要知道待改装表的内阻.

### 毫安表内阻的测量

测量内阻有以下三种方法:

#### 1) 方法一(串、并二次测量法)

在不改变电阻箱电阻的情况下分别测量毫安表与  $R_1$  串联(图 1.1)时的电流  $I_2$  及毫安表与  $R_1$  并联(图 1.2)时的电流  $I_3$ .

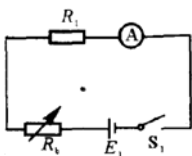


图 1.1

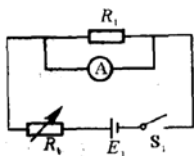


图 1.2

由电路图可知

$$I_2 = \frac{E_1}{R_b + R_1 + R_A} \quad (1)$$

$$I_3 = \frac{\frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A}}{R_b + \frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A}} \frac{E_1}{R_A} = \frac{R_1}{R_b(R_1 + R_A) + R_1 R_A} E_1 \quad (2)$$

联立方程(1)和(2),可得

$$R_A = \frac{I_2 R_1 R_b + I_2 R_1^2 - I_3 R_1 R_b}{I_3 R_b + I_3 R_1 - I_2 R_1} \quad (3)$$

$R_b$  可从电阻箱上直接读出,因而只要知道  $R_1$  即可求出毫安表的内阻  $R_A$ .

2) 方法二(惠斯通电桥法)

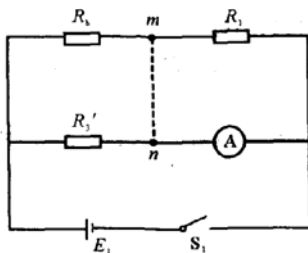


图 1.3

将四个电阻连接成图 1.3 所示的电路.  $m, n$  之间先不接导线, 读出毫安表的读数  $I_4$ . 然后用一根导线将  $m, n$  短路, 调节  $R_b$ , 使毫安表的读数重新为  $I_4$ , 此时有  $R_A = \frac{R_3'}{R_b} R_1$ .  $R_b$  可从电阻箱上直接读出, 只要知道  $R_1$  和  $R_3'$  即可求出毫安表的内阻  $R_A$ .

### 3) 方法三(半偏法)

电路图如图 1.4 所示. 如果滑线变阻器的电阻远大于毫安表的内阻, 则将一个电阻箱与毫安表并联后, 基本不改变电路的总电流, 才可以用半偏法. 测量方法如下: 先不接电阻箱, 将滑线变阻器的电阻调到最大, 读出毫安表的读数  $I_5$ , 然后将电阻箱与毫安表并联, 调节电阻箱, 使毫安表的读数为  $\frac{I_5}{2}$ . 则此时,  $R_A = R_b$ . (该方法的系统误差约为  $\frac{R_b}{R_3}$ )

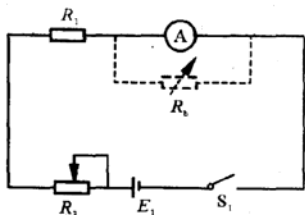


图 1.4

上述三种测量内阻的方法中, 方法一需要一个已知阻值的电阻, 可以通过测量定值电阻  $R_1$  的阻值来实现. 方法二需要两个已知阻值的电阻, 可以通过测量定值电阻  $R_1$  的阻值和一个滑线变阻器(暂时固定滑块)的阻值来实现.

### 电阻阻值的测量

可以使用替换法测量电阻的阻值. 现以测量定值电阻  $R_1$  的

阻值为例,测量电路如图 1.5 所示.调节滑线变阻器的电阻,使毫安表的读数为其量程的  $\frac{2}{3}$  左右,记录此时毫安表的读数  $I_0$ ,然后将  $R_1$  换成电阻箱,调节电阻箱的阻值,使毫安表的读数回到  $I_0$ ,则此时  $R_1 = R_0$ .如果用第二种方法测毫安表的内阻,则将一个滑线变阻器的滑块固定,用同样的方法测量其他阻值.

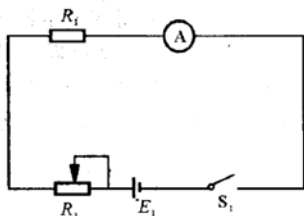


图 1.5

测量出电阻后,即可用前面的方法测量毫安表的内阻.通过测量可知,  $R_1 = 50.0 \Omega$ ,毫安表的内阻为约为  $109 \Omega$ (具体数据见实验数据与实验结果).

### 提供霍尔电流 $I_S$ 的电路及 $I_S$ 的测量

首先考虑提供霍尔器件上霍尔电流  $I_S$  的电路.由于电源的最大输出电压为  $15 \text{ V}$ ,回路需要的电流为  $8 \sim 10 \text{ mA}$ ,则回路的总电阻最大在  $1500 \Omega$  左右.如果采用串联电流表的方式测量电流,则要求改装后的电表内阻非常小,将其拆除后(后面还要测量励磁电流和霍尔电压)基本不影响回路的电流.如果将  $2 \text{ mA}$  的电流表改装成  $10 \text{ mA}$  的电流表,改装后电表的内阻还有几十欧姆,拆除后对电路的影响很大,故不宜采用.只能采用测量已知电阻上的电压的方式来测量回路的电流.因而可以设计如图 1.6 所示的电路(如果前面采用半偏法测毫安表的内阻,没有测定  $R_1$  的电阻,则应先测定  $R_1$  的电阻).

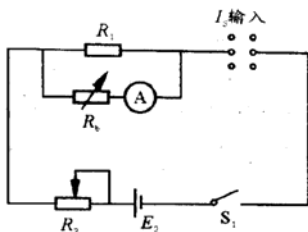


图 1.6

测量时,调节电阻箱  $R_b$ ,使其阻值远大于  $R_1$  的阻值(实际上是将毫安表串联一个电阻作电压表用).接通电路后,流过回路的总电流

$$I_S = \frac{I_A(R_b + R_A)}{R_1}$$

调节滑线变阻器  $R_2$ ,使霍尔电流  $I_S$  在 8 ~ 10 mA 之间.记录电阻箱  $R_b$  的阻值和毫安表的读数  $I_A$  后,拆除电阻箱  $R_b$  和毫安表  $A$ .

(该方法的系统误差  $\approx \frac{R_1}{R_b + R_A}$ )

### 提供励磁电流 $I_M$ 的电路及 $I_M$ 的测量

由于直流稳压电源  $E_1$  的最大输出电压为 15 V,要提供 1 A 左右的励磁电流  $I_M$ ,则回路的电阻只能在 15  $\Omega$  左右.如果螺线管的内阻大于 20  $\Omega$ ,则不可能产生一个 1 A 左右电流的回路.所以螺线管的内阻应该小于 20  $\Omega$ ,如果螺线管的电阻很小,则需要限流电阻或调节稳压源输出一个小电压;如果螺线管的电阻本身为十几欧姆则可以直接将其接在电源两端.因而先采用前面测量电阻的方法测量螺线管的电阻  $R_1$ ,再判断采用何种电路.

通过测量可知,螺线管的电阻为十几欧姆,因而可以直接将



其接在电源的两端。

测量励磁电流有两种方法：

1) 测量螺线管上的电压(电压源的输出电压)。将电阻箱  $R_b$  的阻值调到一个大阻值,与毫安表串联后作电压表用,如图 1.7(a) 虚线所示。记录毫安表的读数  $I_A$  和所用电阻箱的阻值  $R_b$ ,则励磁电流

$$I_M = \frac{I_A(R_A + R_b)}{R_L}$$

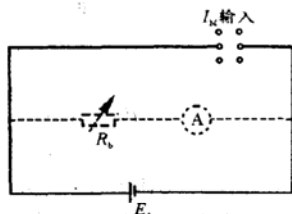


图 1.7(a)

测量结束后拆除电阻箱和毫安表。

2) 将毫安表改装成电流表直接测量。将电阻箱调到  $R_b = 0.1 \Omega$ ,与毫安表并联后接入电路,如图 1.7(b),读出毫安表的读数  $I_A$ 。则

$$I_M = I_A + \frac{I_A R_A}{R_b} = I_A \left( 1 + \frac{R_A}{R_b} \right)$$

测量结束后拆除电阻箱和毫安表。(该方法的系统误差约为  $\frac{0.1}{11.1} \approx 0.9\%$ )

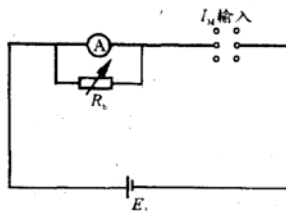


图 1.7(b)

### 霍尔电压的测量电路及霍尔电压的测量

由于霍尔电压很小,只有几毫伏,将毫安表串联电阻箱组成的电压表将很难测出霍尔电压的大小(设霍尔电压为  $1\text{ mV}$ ,电压表的内阻为  $2000\ \Omega$ ,则毫安表的读数只有  $0.5\ \mu\text{A}$ )。可以采用图 1.8 所示的补偿电路进行测量。当毫安表接到 3 端,且毫安表的读数为零,则电阻箱两端的电压等于霍尔电压。因而只要测出电阻箱上的电压即可测出霍尔电压。由于没有其他仪器可用,实际操作时,可将电阻箱的阻值调到零点几欧姆,由于毫安表的内阻为一百多欧姆,远大于电阻箱的阻值,因而将毫安表与电阻箱

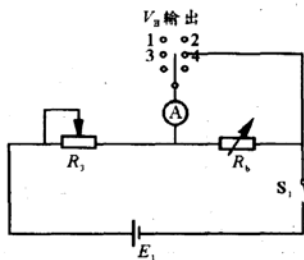


图 1.8

并联(将毫安表从 3 改接到 4)基本不改变回路的总电流。然后根据  $I_A R_A$  测出电阻箱两端的电压(实际上是将毫安表当电压表

用),即为霍尔电压  $V_H$ .

测量时,首先判断 1 和 2 之间霍尔电势高低.将毫安表接在霍尔电压的输出端,根据电流的方向判断 1 和 2 之间电势的高低.如果 1 端电势高,将双刀双掷开关掷向上边,否则,掷向下边,保证 3 的电势高于 4.

先将毫安表接在 3 端,调节电阻箱电阻  $R_b$ ,使其阻值在零点几欧姆到 1 欧姆之间,然后调节滑线变阻器  $R_3$ ,使毫安表的读数为零,则此时电阻箱两端的电势差等于霍尔电压.然后将毫安表接到 4 端,读出毫安表的电流  $I_{A1}$ ,则霍尔电压

$$V_{H1} = I_{A1} R_A$$

分别改变霍尔电流  $I_S$  和励磁电流  $I_M$  的方向,用相同的方法测量霍尔电压  $V_{H2}$ 、 $V_{H3}$  及  $V_{H4}$ . (每次换向后,霍尔电压输出的换向开关要相应地换向)

$$V_H = \frac{V_{H1} + V_{H2} + V_{H3} + V_{H4}}{4}$$

测量时的电路总接线图如图 1.9 所示.

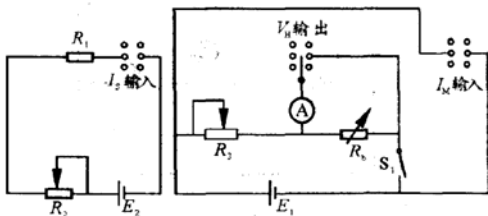


图 1.9

## 二、实验数据及实验结果

### 1. 测量电阻 $R_1$ 的阻值和螺线管内阻 $R_L$

被测元件(符号)	阻值 / $\Omega$	备注
定值电阻( $R_1$ )	47.0	
螺线管电阻( $R_L$ )	11.0	
滑线变阻器 $R_3$ 的阻值( $R_3'$ )	3 649.0	用电桥测毫安表内阻时用

### 2. 测量毫安表内阻 $R_A$

#### 方法一(串、并二次测量法)

记录内容(符号)	结果
电阻箱所用的阻值( $R_b$ )	20 000 $\Omega$
毫安表与电阻箱串联时的读数( $I_2$ )	0.343 mA
毫安表与电阻箱并联时的读数( $I_3$ )	0.104 mA

毫安表的内阻

$$R_A = \frac{I_2 R_1 R_b + I_2 R_1^2 - I_3 R_1 R_b}{I_3 R_b + I_3 R_1 - I_2 R_1} = 109.0 \Omega$$

#### 方法二(惠斯通电桥法)

记录内容(符号)	结果
平衡时电阻箱的阻值( $R_b$ )	1 576.0 $\Omega$

毫安表的内阻

$$R_A = \frac{R_3'}{R_b} R_1 = 108.8 \Omega$$

#### 方法三(半偏法)

记录内容(符号)	结果
未并联电阻箱之前毫安表的读数( $I_5$ )	1.800 mA
毫安表的读数为 $\left(\frac{I_5}{2}\right)$ 时电阻箱的阻值( $R_b$ )	106.2 $\Omega$

毫安表的内阻

$$R_A = R_b = 106.2 \Omega$$

3. 测量霍尔电流  $I_S$  ( $R_A$  取  $108.8 \Omega$ )

记录内容(符号)	结果
电阻箱所用的阻值( $R_b$ )	8 000.0 $\Omega$
毫安表的读数( $I_A$ )	0.045 mA

霍尔电流

$$I_S = \frac{I_A(R_b + R_A)}{R_1} = 7.76 \text{ mA}$$

4. 测量励磁电流  $I_M$  ( $R_A$  取  $108.8 \Omega$ )

记录内容(符号)	结果
电阻箱所用的阻值( $R_b$ )	99 999.9 $\Omega$
毫安表的读数( $I_A$ )	0.098 mA

励磁电流

$$I_M = \frac{I_A(R_A + R_b)}{R_L} = 0.89 \text{ A}$$

5. 测量霍尔电压 ( $R_A$  取  $108.8 \Omega$ )

次数	$I_S$ 方向	$I_M$ 方向	毫安表读数 / mA	霍尔电压 / mV
1	上	上	0.021	2.28
2	上	下	0.022	2.39
3	下	下	0.021	2.28
4	下	上	0.022	2.39
平均				2.34

## 6. 计算霍尔器件的灵敏度

$$K_H = \frac{V_H}{\mu_0 n I_S I_M} = \frac{2.34}{4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times 1.09 \times 10^4 \times 7.76 \times 0.89} \text{ V}/(\text{A} \cdot \text{T}) = 24.7 \text{ V}/(\text{A} \cdot \text{T})$$

### 题目二：测量光栅常量

【目的】利用提供的实验仪器测量光栅常量。

【器材】单色光源(S)，读数显微镜，牛顿环(透镜曲率半径  $R = 1.25 \text{ m}$ )，光具座及配件，焦距相同的凸透镜 2 块( $L_1, L_2$ )，平面光栅(G)1 块，观察屏，缝宽可调的单缝，照明灯，有刻度的三角板 1 块，夹子 2 个，计算器。

【要求】

1. 写出实验原理(包括公式和必要的光路图)。
2. 详细写出实验步骤。
3. 详细记录实验数据。
4. 计算实验结果。

【注意】成绩评定以卷面为主要依据。

【说明】

#### 一、光栅

平面透射光栅是一种多缝夫琅禾费衍射元件，它是由一系列等宽、等间距的平行狭缝组成。设狭缝透光和不透光部分的宽度分别为  $b$  和  $a$ ，则狭缝间距  $d = b + a$  (通常单位为  $\text{nm}$ ) 称为光栅常量(实验要求测量的量)。

当一束平行光垂直入射到光栅表面时(如图 2-1 所示)，衍射光满足的光栅方程为

$$d \sin \theta = k \lambda \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2.1)$$

式中  $d$  为光栅常量,  $\theta$  为各主极大的衍射角,  $\lambda$  为光的波长,  $k$  为各主极大的级数.

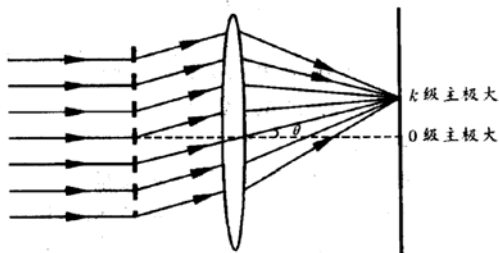


图 2-1 光栅的衍射.

## 二、牛顿环与等厚干涉

牛顿环由一个曲率半径很大的透镜和一块光学平面玻璃用金属框固定而成,如图 2-2 所示.

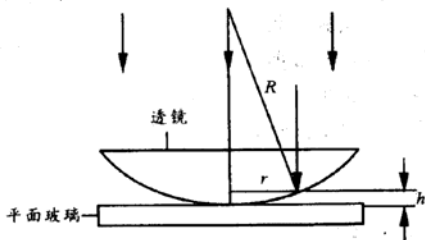


图 2-2 牛顿环等厚干涉光路图

当光垂直入射到牛顿环装置上时,在透镜球面反射的光与在平面玻璃表面反射的光的光程差为

$$\Delta = 2nh_k + \frac{\lambda}{2} \quad (2.2)$$

其中  $n$  为空气的折射率,取为 1. 根据干涉条件

$$\Delta = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, 3, \dots (\text{明纹}) \\ (2k + 1) \frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots (\text{暗纹}) \end{cases} \quad (2.3)$$

由(2.2)和(2.3)式可知,同一条纹对应的球面到平面玻璃之间的高度  $h$  相同,所以称为等厚干涉条纹.由图 2-2 可知,牛顿环的干涉条纹为一系列同心圆.又由图 2-2 的几何关系有

$$r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2 = 2Rh_k - h_k^2 \quad (2.4)$$

式中  $R$  为透镜的曲率半径,  $r_k$  为第  $k$  级明纹或暗纹的半径,  $h_k$  为第  $k$  级明纹或暗纹到平面玻璃的垂直距离.由于  $R \gg h_k$ ,上式中的  $h_k^2$  项可以忽略,故

$$r_k^2 = 2Rh_k \quad (2.5)$$

联立(2.2),(2.3)和(2.5)式可得牛顿环的明暗纹条件为

$$\text{明纹:} \quad r_k^2 = (2k - 1)R \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (2.6)$$

$$\text{暗纹:} \quad r_k^2 = kR\lambda \quad (2.7)$$

### 三、读数显微镜及注意事项

读数显微镜如图 2-3 所示.

1. 调焦时(升降目镜),应先让物镜接近被测物体,然后从目镜中观测,通过调焦手轮慢慢升高目镜,直至看到清晰的像.
2. 测量时,只能单方向调节测微鼓轮,防止空程差.
3. 鼓轮上刻有 100 等分的刻度线,鼓轮转动一圈,标尺上的刻度移动 1 mm,读数应估读到千分之一毫米.



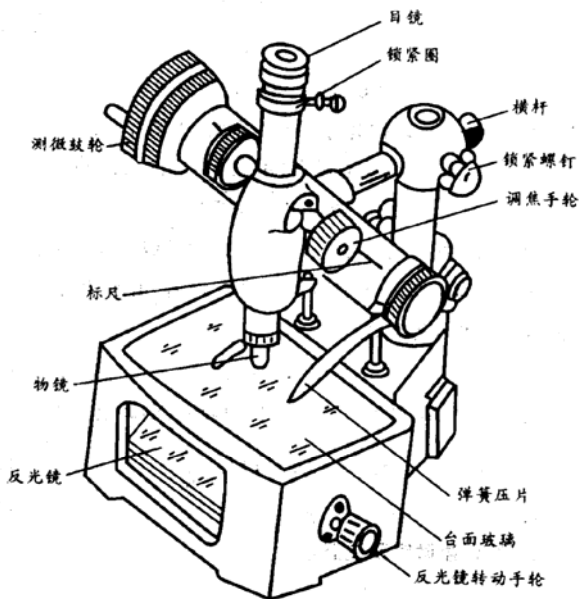


图 2-3 读数显微镜

## · 参考答案 ·

### 一、实验方案的设计

由光栅方程  $d \sin \theta = k \lambda$  可知, 如果知道波长  $\lambda$  和第  $k$  级主极大的衍射角  $\theta$ , 则可求出光栅常量  $d$ . 因而问题转化为光源波长  $\lambda$  的测量和光栅衍射角  $\theta$  的测量.

由说明中的(2.7)式, 牛顿环暗纹的条件为  $r_k^2 = kR\lambda$ . 原则上只要测出第  $k$  级暗纹的半径  $r_k$ , 即可利用上式算出波长. 但实际上由于一方面无法确定干涉条纹的中心, 另一方面很难保证沿直径方向测量, 因而直接测量半径很难做到. 可以采用如下的办法: 以  $r_m$  表示第  $m$  级的暗纹, 以  $r_n$  表示第  $n$  级的暗纹, 则有

$$r_m^2 = mR\lambda \quad r_n^2 = nR\lambda \quad (1)$$

两式相减得

$$r_m^2 - r_n^2 = (m - n)R\lambda \quad (2)$$

从而有

$$\lambda = \frac{r_m^2 - r_n^2}{(m - n)R} = \frac{D_m^2 - D_n^2}{4(m - n)R} \quad (3)$$

式中  $D_m$  和  $D_n$  为第  $m$  级和第  $n$  级暗纹的直径. 由于同心圆弦长的平方差等于直径的平方差, 因而上式对测量弦长同样成立. 于是测量波长的问題转化为测量牛顿环干涉暗纹直径(弦长).

由光栅衍射的原理图可知, 测量衍射角可以通过测出  $\pm k$  级主极大之间的距离  $h$  和透镜的焦距  $f$  后, 根据  $\tan \theta = \frac{h}{2f}$  算出.

#### 1. 光源波长的测量

a) 将牛顿环置于测微目镜下, 调整物镜上反射镜的角度和光源的角度, 使光源的光经目镜上的反射镜(或反光镜)反射后充满整个视场.

b) 调节目镜, 看清叉丝. 显微镜调焦, 直至能清晰看到一系

列同心圆干涉条纹,使叉丝交点大致在牛顿环中心。

c) 按单方向测量的原则测量左右两边 20 ~ 18 及 10 ~ 8 级干涉条纹的位置。

d) 按公式(3)列表计算光源的波长。

## 2. 同轴等高调节及薄透镜焦距的测量

将器件按图 2.1 所示摆放在光具座上,适当拉开观察屏和狭缝之间的距离,使得移动透镜时能在观察屏上成两次像,一次放大的像,一次缩小的像,调节透镜、狭缝的高度和位置,使大像的中心和小像的中心重合,然后测量狭缝与观察屏之间的距离  $p$ ,及二次成像时两透镜之间的距离  $q$ ,根据透镜成像公式有

$$f = \frac{p^2 - q^2}{4p}$$

然后将  $L_1$  换成  $L_2$ ,调节同轴等高。

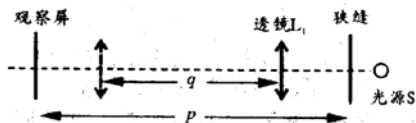


图 2.1 薄透镜焦距的测量

## 3. 光栅衍射第一主极大衍射角的测量

将器件按图 2.2 所示的顺序摆放在光具座上,使透镜  $L_1$  到狭缝的距离为透镜焦距  $f$ ,保证狭缝的光经透镜  $L_1$  后成为平行光,透镜  $L_2$  到观察屏的距离为  $f$ ,在观察屏上夹一张白纸,微调观察屏的位置,使观察屏上三条主极大的条纹清晰,轻微转动光栅,使  $\pm 1$  级主极大的条纹清晰且对称,在观察屏的白纸上描下条纹的位置,取下白纸,用三角板量出  $\pm 1$  级主极大条纹之间的距离  $h$ ,则衍射角

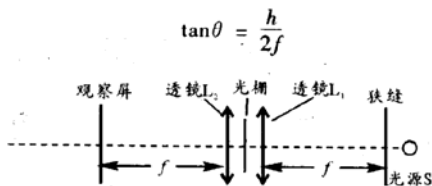


图 2.2 光栅衍射角的测量

#### 4. 光栅常量的计算

由光栅方程  $d\sin\theta = \lambda$  ( $k = 1$ ) 可得

$$d = \frac{\lambda}{\sin\theta} \approx \frac{\lambda}{\tan\theta} = \frac{2f\lambda}{h}$$

将前面测得的波长  $\lambda$ , 焦距  $f$  及  $\pm 1$  级主极大间的距离  $h$  代入上式即可求出光栅常量  $d$ .

### 二、实验数据及实验结果

#### 1. 利用等厚干涉原理测量单色光源的波长 ( $R = 1.25 \text{ m}$ )

环的级数 $m$	20	19	18	
环的位置	右侧 /mm	28.640	28.738	28.840
	左侧 /mm	36.342	36.241	36.162
环的直径 $D_m$ /mm	7.702	7.503	7.322	
环的级数 $n$	10	9	8	
环的位置	右侧 /mm	29.768	29.903	30.061
	左侧 /mm	35.221	35.077	34.927
环的直径 $D_n$ /mm	5.453	5.174	4.866	
$\lambda = \frac{D_m^2 - D_n^2}{4(m-n)R}$ /nm	592	590	599	

$$\bar{\lambda} = \frac{592 + 590 + 599}{3} \text{ nm} = 594 \text{ nm}$$

## 2. 薄透镜焦距的测量

单缝位置 /cm	成大像时透镜位置 /cm	成小像时透镜位置 /cm	观察屏位置 /cm
133.20	113.10	34.60	21.90

$$p = (133.20 - 21.90) \text{ cm} = 111.30 \text{ cm}$$

$$q = (113.10 - 34.60) \text{ cm} = 78.50 \text{ cm}$$

$$f = \frac{p^2 - q^2}{4p} = 13.98 \text{ cm}$$

## 3. 光栅第一主极大衍射角的测量

正负一级主极大间的距离

$$h = 5.00 \text{ cm}$$

## 4. 光栅常量的计算

$$d = \frac{2f}{h} \lambda = 3\,350 \text{ nm}$$

## 第 37 届国际物理奥林匹克竞赛 试题与解答

南京大学物理系 王思慧 周进 秦亦强 编译

### · 理论试题与解答 ·

#### 【题 1】中子干涉仪中的重力

**物理描述** 考虑 Collela, Overhauser 及 Werner 著名的中子干涉仪实验, 在干涉仪中, 我们将假设分束板和反射镜是理想的, 实验研究重力场对中子德布罗意波影响.

干涉仪中采用与光学类似的符号, 如图 1(a). 中子从入口 IN 进入干涉仪, 沿图示的两条路径到达两个输出端口, 在输出端口 OUT1 和 OUT2 检测. 两条路径形成一个菱形, 其面积一般为数平方厘米( $\text{cm}^2$ ).

中子的德布罗意波(波长约为  $10^{-10}$  m) 产生干涉, 当干涉仪水平放置时, 所有中子都从输出端口 OUT1 输出. 但如果将干涉仪以中子入射方向为轴旋转  $\varphi$  角, 则可以观察到依赖于  $\varphi$  的中子输出量在 OUT1 与 OUT2 两个端口之间的再分配.

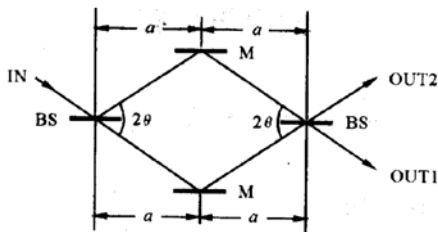
**几何描述** 当  $\varphi = 0^\circ$  时, 干涉仪的平面是水平的; 而当  $\varphi = 90^\circ$  时, 该平面是竖直的, 且两个输出端口皆在旋转轴的上方.

1.1 求两条路径所形成的菱形的面积  $A$ .

1.2 以旋转轴所在的水平面为基准, 求输出端口 OUT1 的高度

H.

将 A 与 H 的答案用  $a, \theta, \varphi$  来表示.



BS - 分束板 M - 反光镜

图 1(a)

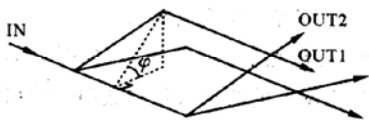


图 1(b)

光程 光程  $N_{opt}$  (为一个数) 是几何路径长度(距离)与波长  $\lambda$  的比值. 但如果  $\lambda$  的值不是常量, 而是沿着路径变化, 则  $N_{opt}$  可通过求  $\lambda^{-1}$  沿着路径的积分得到.

1.3 当干涉仪被旋转了  $\varphi$  角后, 求两条路径之间的光程差  $\Delta N_{opt}$ . 将答案用以下物理量来表示:  $a, \theta, \varphi$ , 中子质量  $M$ , 入射中子的德布罗意波长  $\lambda_0$ , 重力加速度  $g$ , 以及普朗克常量  $h$ .

1.4 引进体积参数

$$V = \frac{h^2}{gM^2}$$

并将  $\Delta N_{\text{opt}}$  用  $A, V, \lambda_0, \varphi$  来表示. 已知  $M = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $g = 9.800 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ , 求  $V$  的值.

1.5 如果把从强度相长到相消又回到相长作为一个循环, 问当  $\varphi$  的值由  $\varphi = -90^\circ$  增到  $\varphi = 90^\circ$  时, 输出端口 OUT1 共经历了多少个完整的循环?

**实验数据** 在一次实验中, 干涉仪的参数选为  $a = 3.600 \text{ cm}$  及  $\theta = 22.10^\circ$ , 结果观察到 19.00 个完整的循环.

1.6 问在这次实验中  $\lambda_0$  的值为多少?

1.7 如果在另一次类似的实验中观察到了 30.00 个完整的循环, 而入射中子的  $\lambda_0 = 0.2000 \text{ nm}$ , 求  $A$  的值为多少.

提示: 当  $|ax| \ll 1$  时,  $(1+x)^a$  可近似为  $1+ax$ .

### 【题 1 解答】

1.1 菱形的边长为  $L = \frac{a}{\cos\theta}$ , 一对平行的菱边之间的距离是

$$D = \frac{a}{\cos\theta} \sin 2\theta = 2a \sin\theta \quad (1)$$

因此, 菱形面积

$$A = LD = 2a^2 \tan\theta \quad (2)$$

1.2 输出端口 OUT1 的高度

$$H = D \sin\varphi = 2a \sin\theta \sin\varphi \quad (3)$$

1.3 光程差仅仅与水平的两条边有关(另外两条边的光程相等), 设入口所在边的德布罗意波长为  $\lambda_0$ , 出口 OUT1 所在边的德布罗意波长为  $\lambda_1$ , 则

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{L}{\lambda_0} - \frac{L}{\lambda_1} = \frac{a}{\lambda_0 \cos\theta} \left( 1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right) \quad (4)$$



相应的动量分别是  $\frac{h}{\lambda_0}$  和  $\frac{h}{\lambda_1}$ , 利用能量守恒有

$$\frac{1}{2M} \left( \frac{h}{\lambda_0} \right)^2 = \frac{1}{2M} \left( \frac{h}{\lambda_1} \right)^2 + MgH \quad (5)$$

解得

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \sqrt{1 - 2 \frac{GM^2}{h^2} \lambda_0^2 H} \quad (6)$$

由于根式中  $\frac{GM^2}{h^2} \lambda_0^2 H$  的数量级为  $10^{-7}$ , (6) 式简化为

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = 1 - \frac{GM^2}{h^2} \lambda_0^2 H \quad (7)$$

因而得到

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{a}{\lambda_0 \cos \theta} \frac{GM^2}{h^2} \lambda_0^2 H = 2 \frac{GM^2}{h^2} a^2 \lambda_0 \tan \theta \sin \varphi \quad (8)$$

1.4 利用体积参数, 上式简化为

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{\lambda_0 A}{V} \sin \varphi \quad (9)$$

其中  $V = 0.1597 \times 10^{-13} \text{ m}^3$ .

1.5 干涉相长的条件是两条路径光程差为波长的整数倍, 相消的条件是光程差为半波长的奇数倍. 当  $\varphi$  的值由  $\varphi = -90^\circ$  增加到  $\varphi = 90^\circ$  时,

$$\Delta N_{\text{opt}} \Big|_{\varphi = -90^\circ}^{\varphi = 90^\circ} = \frac{2\lambda_0 A}{V} \quad (10)$$

这就是输出端口 OUT1 经历的完整循环数.

1.6 将(2)式代入实验数据, 计算得面积  $A = 10.53 \text{ cm}^2$ , 利用(10)式

$$\lambda_0 = \frac{19 \times 0.1597}{2 \times 10.53} \text{ nm} = 0.1441 \text{ nm} \quad (11)$$

1.7 利用(10)式

$$A = \frac{30 \times 0.1597}{2 \times 0.2000} \text{ cm}^2 = 11.98 \text{ cm}^2 \quad (12)$$

【题2】观察运动的细棒

**物理描述** 一架针孔照相机以瞬间开关针孔的方式拍摄细棒的运动状况. 其针孔位于  $x = 0$ , 与  $x$  轴的距离为  $D$  处.  $x$  轴上标有等距的刻度, 用于在照片中测量细棒的表观长度. 当细棒静止时, 其长度为  $L$ . 然而, 本题中细棒并非静止, 而是以固定的速度  $v$  沿  $x$  轴运动.

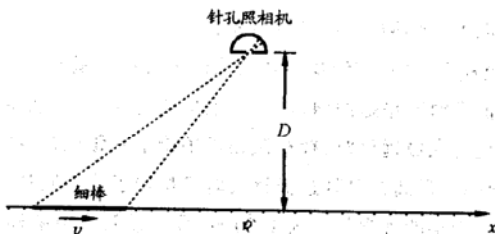


图 2

**基本关系** 在针孔照相机所拍摄的一张照片中, 显示细棒上的某一点的位置为  $\tilde{x}$ .

2.1 问在该照片的拍摄时刻, 细棒上该点达到的实际位置  $x$  是多少? 请将答案用  $\tilde{x}$ ,  $D$ ,  $L$ ,  $v$  和光速  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  来表达. 需要时, 可用下列关系

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{和} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

来简化答案.

2.2 求对应的逆关系,即用  $x, D, L, v$  和  $c$  来表达  $\tilde{x}$ .

注意:实际位置是指照相机为静止参考系的位置.

细棒的表现长度 在细棒中点的实际位置到达  $x_0$  的瞬间,针孔照相机拍摄了一张照片.

2.3 利用已给出的量,求此照片中细棒的表现长度.

2.4 请指出表现长度如何随时间变化.

对称照片 一张针孔相机的照片显示,针孔到细棒两端的距离相等.

2.5 求该照片中细棒的表现长度.

2.6 求照像时细棒中点的实际位置.

2.7 在照片中,显示的细棒中点的像的位置在哪里?

很早及很迟时所拍摄的照片 在很早的时候,即当细棒从极远处靠近且还在极远处时,针孔照相机拍摄了一张照片;在很迟的时候,即细棒远离并已达到极远处时又拍摄了一张照片.其中一张照片中细棒的表现长度为 1.00 m,另一张照片中细棒的表现长度为 3.00 m.

2.8 请指明哪一个表现长度出现在哪一张照片上.

选择一项:

表现长度出现在早摄的照片上为 1.00 m,出现在迟摄的照片上为 3.00 m.

表现长度出现在早摄的照片上为 3.00 m,出现在迟摄的照片上为 1.00 m.

2.9 求速度  $v$ .

2.10 求细棒静止时的长度  $L$ .

2.11 推导出该细棒在对称照片中的表观长度.

【题 2 解答】

2.1 光从棒上  $\tilde{x}$  点发出, 到达照相机需要的时间为  $T =$

$\frac{\sqrt{D^2 + \tilde{x}^2}}{c}$ , 这一段时间内, 细棒向前移动了  $vT$ , 因此拍照的瞬间该点的位置是

$$x = \tilde{x} + \beta \sqrt{D^2 + \tilde{x}^2} \quad (13)$$

2.2 由(13)式将  $\tilde{x}$  解出来即可得到

$$\tilde{x} = \gamma^2 x - \beta \gamma \sqrt{D^2 + (\gamma x)^2} \quad (14)$$

2.3 由于洛伦兹收缩, 运动的棒的长度为  $\frac{L}{\gamma}$ , 因此棒前后两端的实际位置为

$$x_{\pm} = x_0 \pm \frac{L}{2\gamma}$$

代入(14)式, 得到棒两端的照片上的位置

$$\tilde{x}_{\pm} = \gamma \left( \gamma x_0 \pm \frac{L}{2} \right) - \beta \gamma \sqrt{D^2 + \left( \gamma x_0 \pm \frac{L}{2} \right)^2} \quad (15)$$

表观长度  $\tilde{L}(x_0) = \tilde{x}_+ - \tilde{x}_-$ , 即

$$\begin{aligned} \tilde{L}(x_0) &= \gamma L + \beta \gamma \sqrt{D^2 + \left( \gamma x_0 + \frac{L}{2} \right)^2} - \\ &\quad \beta \gamma \sqrt{D^2 + \left( \gamma x_0 - \frac{L}{2} \right)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

2.4 因为细棒匀速运动, 即  $\frac{dx_0}{dt} = v$ , 所以问题是表观长度  $\tilde{L}(x_0)$  如何随  $x_0$  的增加而改变. 我们将上式中两个根式项作图, 如图 3

所示.显然含有“-”号的项与“+”号项之差随着  $x_0$  的增加而减小,因此表观长度始终随时间减小.

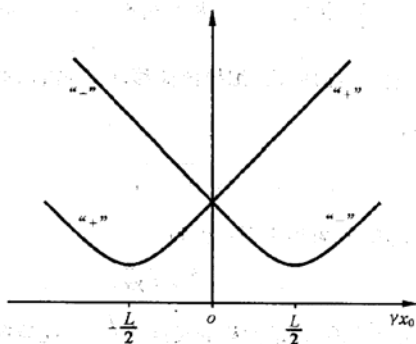


图 3

2.5 由于照片中细棒对称,棒的两端光线同时到达,因为是同时发出的,因此棒的长度是运动细棒的实际长度

$$\tilde{L} = \frac{L}{\gamma} \quad (17)$$

2.6 因此照片上看到棒的两端位置为

$$\tilde{x}_+ = \frac{L}{2\gamma} \quad \tilde{x}_- = -\frac{L}{2\gamma} \quad (18)$$

按照式(13)

$$x_+ = \frac{L}{2\gamma} + \beta\sqrt{D^2 + \left(\frac{L}{2\gamma}\right)^2} \quad (19)$$

$$x_- = -\frac{L}{2\gamma} + \beta\sqrt{D^2 + \left(\frac{L}{2\gamma}\right)^2}$$

照像时细棒中点的实际位置

$$x_0 = \beta \sqrt{D^2 + \left(\frac{L}{2\gamma}\right)^2} \quad (20)$$

2.7 利用(14)式, 求出照片中显示的细棒中点的像的位置

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= \gamma^2 x_0 - \beta \gamma \sqrt{D^2 + (\gamma x_0)^2} = \\ &= \beta \gamma \left[ \sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} - \sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{\beta L}{2}\right)^2} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

它距离照片中棒的前端的距离  $l = \tilde{x}_+ - \tilde{x}_0 = \frac{L}{2\gamma} - \tilde{x}_0$ , 即

$$l = \frac{L}{2\gamma} - \beta \gamma \sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} + \beta \gamma \sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{\beta L}{2}\right)^2} \quad (22)$$

2.8 在很早时候  $x_0 \rightarrow -\infty$ , 利用(16)式得到

$$\tilde{L}_早 = \tilde{L}(x_0 \rightarrow -\infty) = (1 + \beta) \gamma L = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} L \quad (23)$$

同样, 在很迟的时候  $x_0 \rightarrow \infty$ ,

$$\tilde{L}_迟 = \tilde{L}(x_0 \rightarrow \infty) = (1 - \beta) \gamma L = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} L \quad (24)$$

显然,  $\tilde{L}_早 > \tilde{L}_迟$ , 因此表观长度在早摄的照片上为 3.00 m, 在迟摄的照片上为 1.00 m. 这个结果是显然的, 由 2.4 已经知道了表观长度始终随时间减小.

2.9 由(23), (24) 两式解得

$$\beta = \frac{\tilde{L}_早 - \tilde{L}_迟}{\tilde{L}_早 + \tilde{L}_迟} = \frac{1}{2} \quad (25)$$

因此

$$v = \beta c = \frac{c}{2} \quad (26)$$

2.10 将(23), (24) 两式相乘得

$$L = \sqrt{\tilde{L}_x \tilde{L}_y} = 1.73 \text{ m} \quad (27)$$

2.11 对称照片中的表观长度  $\tilde{L} = \frac{L}{\gamma}$ ,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$ , 所以

$$\tilde{L} = 1.50 \text{ m} \quad (28)$$

【题3】综合问题, 由五个独立的部分组成

**数码相机** 一数码相机装有边长为  $L = 35 \text{ mm}$  的正方形 CCD 芯片, 像素为  $N_p = 5 \text{ Mpix}$  ( $1 \text{ Mpix} = 10^6 \text{ pixels}$ ), 其透镜焦距为  $f = 38 \text{ mm}$ . 出现在透镜上的著名数列 (2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22) 叫做  $F$ -数, 记作  $F\#$ , 定义为透镜焦距和孔径 (即光圈直径) 之比, 即  $F\# = \frac{f}{D}$ .

3.1 由于相机镜头所限, 求芯片所能达到的最佳空间分辨率  $\Delta x_{\min}$ . 请用波长  $\lambda$  和  $F$ -数 (即  $F\#$ ) 来表达. 当波长  $\lambda = 500 \text{ nm}$  时, 求空间分辨率的数值.

3.2 若 CCD 芯片要达到此最佳的分辨率, 求此 CCD 芯片所必须拥有的像素数  $N \text{ Mpix}$ .

3.3 一般摄影师尽量选用可供使用的最小孔径. 如果现在我们有一个像素为  $N_0 = 16 \text{ Mpix}$  的数码相机, 其芯片大小和透镜焦距如前面所述, 那么应选择的  $F\#$  值是多少才能使得图片清晰度不受光学装置的限制?

3.4 已知人类肉眼的角度分辨率大约是  $\varphi = 2 \text{ arcmin}$  (分), 普通照片打印机的分辨率为  $300 \text{ dpi}$  (每英寸打印 300 点). 求你的眼睛和打印出的纸张之间的最小距离  $z$ , 以确保你看到的不是单个分开的点.

注: 1 inch(英寸) = 25.4 mm

1 arcmin(分) =  $2.91 \times 10^{-4}$  rad

**煮透的鸡蛋** (要求估算结果的数值) 一只从温度为  $T_0 = 4^\circ\text{C}$  的冰箱里取出的鸡蛋, 直接被放入一个盛有沸水的锅中, 水始终保持沸腾, 水的温度为  $T_1$ .

3.5 使鸡蛋凝固所需的能量  $U$  是多少?

3.6 传导给鸡蛋的热流量  $J$  是多少?

3.7 传导给鸡蛋的热功率  $P$  是多少?

3.8 需要煮多久才能把鸡蛋煮透, 即完全凝固?

提示: 你可使用简化的傅里叶定律  $J = \kappa \frac{\Delta T}{\Delta r}$ , 其中  $\Delta T$  是与问题的特征尺度  $\Delta r$  相关联的温度差. 热流量  $J$  的单位是  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ .

数据:

鸡蛋的密度为  $\mu = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

鸡蛋的比热容为  $c = 4.2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$

鸡蛋的半径为  $R = 2.5 \text{ cm}$

蛋白(鸡蛋的蛋白质)的凝固点  $T_c = 65^\circ\text{C}$

热传导系数  $\kappa = 0.64 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  (假设液态和固态蛋白的热传导系数相同)

**闪电** 以下是闪电的简化模型. 闪电是由云层中所累积的电荷引起的, 其结果是云层底部通常带正电, 而顶部则带负电, 云层下的地面带负电. 当电场强度积累到足以击穿空气时, 突然的放电就会发生, 形成闪电.

把电流看作时间的函数, 利用图 4 简化的曲线和以下数据:

云层底部与地面之间的距离  $h = 1 \text{ km}$



击穿湿润空气所需的电场  $E_0 = 300 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$

地球每年闪电数  $32 \times 10^6$

世界总人口  $6.5 \times 10^9$  人

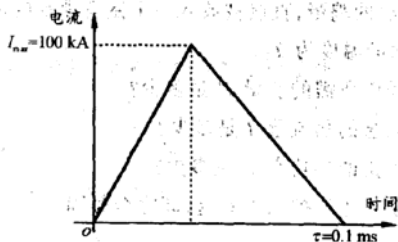


图4 闪电时,云层底部和地面之间的理想化电流脉冲

请回答下列问题:

3.9 闪电释放的总电荷  $Q$  是多少?

3.10 闪电时云层底部和地面之间的平均电流  $I$  是多少?

3.11 假设一年内所有闪电的总能量被收集起来,并平均分配给每个人,如你分得的这份能量用来点亮  $100 \text{ W}$  的灯泡,可以持续多长时间?

**毛细血管** 把血液看作不可压缩的黏性液体,并把它的密度  $\mu$  视为和水一样,它的动态黏滞系数为  $\eta = 4.5 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ 。我们用圆柱形直筒作为血管模型,其半径为  $r$ ,长度为  $L$ ,并用泊肃叶定律来描述血流量:

$$\Delta p = R D$$

这一流体动力学公式与电学中的欧姆定律相似,这里  $\Delta p$  是血管入口和出口的压强差; $D = Sv$  是单位时间流经横截面积为  $S$  的血管的血液的体积, $v$  是血液流动的速度;血管阻抗  $R$  由下式

给出

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$$

在体循环中(血液从左心室流经身体到右心房),处于平静状态的人,血流是  $D \approx 100 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . 假设所有毛细血管都并联,并且其半径  $r = 4 \mu\text{m}$ , 长度  $L = 1 \text{ mm}$ , 并在压强差  $\Delta p = 1 \text{ kPa}$  的情况下工作, 回答下列问题:

3.12 人体内共有多少根毛细血管?

3.13 当血液流经毛细血管时, 它的流速  $v$  是多少?

摩天大厦 在高度为  $1000 \text{ m}$  的摩天大厦底部, 室外温度为  $T_{\text{bot}} = 30^\circ\text{C}$ . 本题的目标是估算摩天大厦顶部的温度  $T_{\text{top}}$ . 设想

一片薄的空气切片(可近似为理想氮气, 其绝热系数为  $\gamma = \frac{7}{5}$ ) 慢慢上升到高度为  $z$  气压较低的地方, 并假设这空气切片绝热膨胀, 使得它的温度降低到周围空气的温度.

3.14 问随着压强的相对变化  $\frac{dp}{p}$ , 温度的相对变化  $\frac{dT}{T}$  是多少?

3.15 请用高度变化  $dz$  来表达压强差  $dp$ .

3.16 由此可得到楼顶温度是多少?

数据:

$$\text{玻尔兹曼常量 } k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\text{单个氮分子的质量 } m = 4.65 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\text{重力加速度 } g = 9.80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

## 【题3解答】

3.1 瑞利判据给出的圆孔衍射的最小分辨角  $\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ ,  $\lambda$  是波长,  $D$  是镜头孔径. CCD 芯片放置在镜头焦平面上, 所以

$$\Delta x = f \theta_R = 1.22 \lambda F \# \quad (29)$$

最佳空间分辨率对应于最大光圈, 即最小的  $F$ -数,  $F \# = 2$ , 代入数值得

$$\Delta x_{\min} = 1.22 \mu\text{m} \quad (30)$$

3.2 像素间的间隔  $l = \frac{L}{\sqrt{N_p}}$  应该与光学分辨率相匹配, 所以

$$N = \left( \frac{L}{\Delta x_{\min}} \right)^2 \approx 823 \text{ Mpix} \quad (31)$$

3.3 题意要求光学分辨率不低于像素间隔, 即  $l \geq \Delta x$ , 所以

$$F \# \leq \frac{L}{1.22 \lambda \sqrt{N_p}} = 14.34 \quad (32)$$

满足该条件最接近的  $F$ -数是  $F \# = 11$ .

### 3.4

$$z = \frac{l}{\varphi} = 14.55 \text{ cm} \quad (33)$$

3.5 鸡蛋的温度至少要上升到凝固点, 加热前后温差

$$\Delta T = T_c - T_0 = 65^\circ\text{C} - 4^\circ\text{C} = 61^\circ\text{C}$$

所以

$$U = \mu \frac{4\pi R^3}{3} c (T_c - T_0) = 16768 \text{ J} \quad (34)$$

3.6 利用简化的傅里叶定律, 取特征尺寸  $\Delta r = R$ , 相应的温度差取  $\Delta T = T_1 - T_0$ ,  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ , 于是

$$J = \kappa \frac{T_1 - T_0}{R} = 2458 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \quad (35)$$

3.7 热流量乘以表面积得到热功率

$$P = 4\pi R^2 J = 4\pi\kappa R(T_1 - T_0) \approx 19.3 \text{ W} \quad (36)$$

3.8 由热功率(36)式和总热量(34)式可以估算加热的时间

$$\tau = \frac{U}{P} = 869 \text{ s} \approx 14.5 \text{ min} \quad (37)$$

3.9 闪电的总电荷是图4曲线所包围的三角形面积

$$Q = \frac{I_0 \tau}{2} = 5 \text{ C} \quad (38)$$

3.10 平均电流

$$I = \frac{Q}{\tau} = 50 \text{ kA} \quad (39)$$

3.11 把云层与地面之间看作平行板电容器,闪电之前储存的能量为  $\frac{QE_0 h}{2} = 7.5 \times 10^8 \text{ J}$ ,也就是一次闪电释放的能量。 $E_0 h$ 是放电前极板间电压。则

$$t = \frac{32 \times 10^6 \times 7.5 \times 10^8 \text{ J}}{6.5 \times 10^9 \times 100 \text{ W}} \approx 10 \text{ h} \quad (40)$$

3.12 总的阻抗为

$$R_{\text{总}} = \frac{\Delta p}{D} = 10^7 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s} \quad (41)$$

每一根毛细血管的阻抗为

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \approx 4.5 \times 10^{16} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1} \quad (42)$$

设  $N$  是并联血管总数,与并联电阻相类似,  $R_{\text{总}} = \frac{R}{N}$ ,因而

$$N = \frac{R}{R_{\text{总}}} = \frac{4.5 \times 10^{16}}{10^7} = 4.5 \times 10^9 \quad (43)$$

3.13 每根血管的流量为

$$D' = \frac{D}{N} = Sv \quad (44)$$

所以

$$v = \frac{D}{N\pi r^2} = 0.44 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} \quad (45)$$

3.14 设高度为  $z$  的一片薄的空气切片的压强为  $p(z)$ , 温度为  $T(z)$ , 体积为  $V(z) = Ah(z)$ ,  $A$  是该空气薄片的面积,  $h(z)$  是其厚度. 应用绝热过程方程

$$pV^\gamma = \text{常量} \quad (46)$$

以及理想气体方程

$$pV = NkT \quad (47)$$

$N$  是该空气薄片里的分子数, 得到

$$\frac{p^{\gamma-1}}{T^\gamma} = \text{常量} \quad (48)$$

对其微分, 整理得

$$\frac{dT}{T} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dp}{p} \quad (49)$$

3.15 空气薄片上下的压力差用于平衡其重力, 即

$$Nmg + A[p(z+h) - p(z)] = \frac{pV}{kT}mg + \frac{V}{h} \frac{dp}{dz}h = 0 \quad (50)$$

所以

$$dp = -\frac{mg}{kT}p dz \quad (51)$$

3.16 由(49), (51) 式得

$$dT = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{mg}{k} dz \quad (52)$$

所以高度为  $H$  的楼顶温度为

$$T_{\text{top}} = T_{\text{bot}} - \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{mgH}{k} \quad (53)$$

代入数值得

$$T_{\text{top}} = 20.6^{\circ}\text{C}$$



## · 实验试题与解答 ·

### 第一部分：迈克耳孙干涉仪

#### 1.1 简介

在迈克耳孙干涉仪中,分光板可将入射的电磁波沿两个不同的方向分开,还可以收集从这两个方向反射回来的波,反射回来的两束波的叠加则会形成干涉图样.图 1-1 为迈克耳孙干涉仪的示意图.一束波从发射器发出,并沿两个不同的方向反射到接收器.这两个波束叠加并发生干涉后由接收器收集.接收器接收到的信号强度由两束波的相差来决定,即改变两束波的相差就会改变所收集到的信号强度.

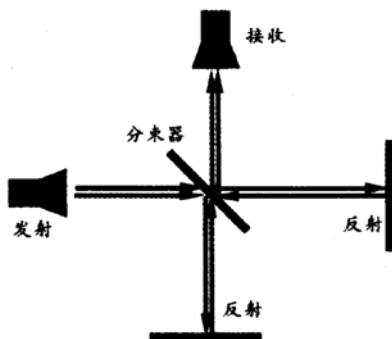


图 1-1 迈克耳孙干涉仪结构示意图

#### 1.2 器材

- 1) 微波发射器 ① 及基架 ②
- 2) 微波接收器 ③ 及基架 ④

3) 测角仪 ①

4) 两个反射器:带支架 ④ 的反射器 ③ 和“薄膜”反射器 ⑤

5) 分束器 ⑥ 及旋转台 ⑦(用作支架)

6) 数字万用表 ⑧

### 1.3 任务:测定微波的波长

仅用第 1.2 部分列出的实验部件搭建迈克耳孙干涉仪实验,并根据所搭建的实验测定发射器发出的微波在空气介质中的波长.记录数据并求出波长.波长的误差  $\Delta\lambda$  应小于 0.02 cm.

注意:“薄膜”是部分透射的,因此实验者不要出现在它的后面,以免影响测量结果.

## 第二部分:“薄膜”干涉

### 2.1 简介

一束电磁波照射到一绝缘薄膜样品上后分成两束波,如图 2-1 所示.从薄膜表面反射出的波束为 A,从薄膜底部反射出来的波束为 B.波束 A 和波束 B 叠加的结果则称为薄膜的干涉.

波束 A 和波束 B 的光程差会造成光的相长或相消干涉.叠加后的电磁波强度  $I$  取决于两束波的光程差大小,而光程差又取决于入射角  $\theta_1$ ,电磁波的波长  $\lambda$ ,薄膜厚度  $t$ ,以及薄膜的折射率  $n$ .因此根据  $I - \theta_1$  曲线,在已知  $t$  和  $\lambda$  的情况下可以求出薄膜的折射率  $n$ .



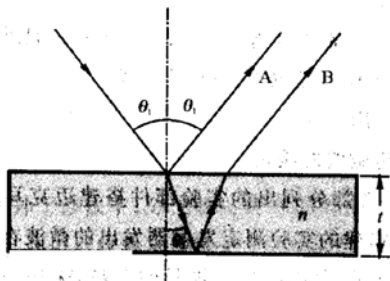


图 2-1 薄膜干涉的结构示意图

## 2.2 器材

- 1) 微波发射器 ① 及基架 ②
- 2) 微波接收器 ③ 及基架 ④
- 3) 平柱面透镜 ⑤ 及支架 ⑥
- 4) 测角仪 ⑦
- 5) 旋转台 ⑧
- 6) 数字万用表 ⑨
- 7) 聚合物条板(用作“薄膜”样品) ⑩
- 8) 游标卡尺

## 2.3 任务: 求出聚合物条板的折射率

1) 用  $\theta_i, t, \lambda, n$  分别推导出相长干涉和相消干涉的表达式。

2) 仅用第 2.2 部分列出的实验部件搭建一个实验, 测量接收器的输出  $S$  和入射角  $\theta_i$  的关系, 入射角的变化范围为  $40^\circ \sim 75^\circ$ 。画出你的实验结构示意图, 并正确标明入射角和反射角, 以及位于旋转台上的薄膜的位置。请用第 2 页(见原文, 下同 ——

编者)的标号来表示所有的部件名称.将你的数据列成表格,并画出接收器的输出  $S$  与入射角  $\theta_1$  的关系曲线图.正确求出对应于相长和相消干涉的入射角度.

3) 假设空气介质的折射率为 1.00,测定干涉级次  $m$  和聚合物条板的折射率  $n$ .将所求得的  $m$  和  $n$  的值写在答题纸上.

4) 对你的结果进行误差分析,并估算出折射率  $n$  的误差.将所得到的误差值  $\Delta n$  写在答题纸上.

备注:

- 平柱面透镜应该放置在微波发射器的前面,并且其平面部分必须面对发射器,从而获得准平行的微波束.从透镜平面到发射器喇叭孔径的距离应为 3 cm.

- 为获得最佳实验结果,发射器与接收器之间的距离应设置为最远距离.

- 由于从发射器喇叭天线发出的微波会偏离平面波,因而有可能造成多余峰的出现.在  $40^\circ \sim 75^\circ$  的入射范围内仅出现由于干涉产生的一个最大值和一个最小值.

### 第三部分:受抑全内反射

#### 3.1 简介

当平面波从光密介质传输到光疏介质时会发生全内反射现象.然而实际上当入射波从光密介质穿透到光疏介质时,它会继续向前传播一段距离,然后才散射回光密介质中(见图 3-1).这一效应可用反射波束的位移  $D$ (平行于界面的距离)来表示,该位移被称为 Goos - Hänchen 位移.

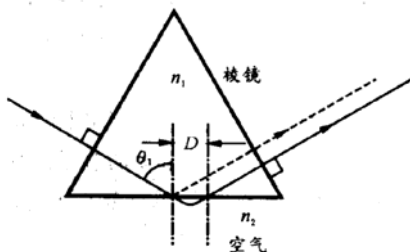


图 3-1 一束电磁波照射到三棱镜上产生全内反射的示意图

平行于界面的位移  $D$  表示 Goos - Hänchen 位移

如果将另一个折射率也为  $n_1$  的三棱镜(即两个三棱镜为同一材料)放置于距离第 1 个三棱镜为  $d$  的很近的位置(见图 3-2), 则会发生波束透过第 2 个三棱镜的隧道效应. 这一有趣的现象即为受抑全内反射 (FTIR). 透射波束的强度  $I_1$  随距离  $d$  的增加呈指数关系衰减

$$I_1 = I_0 \exp(-2\gamma d) \quad (3.1)$$

其中  $I_0$  为入射波的强度,  $\gamma$  可表示为

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_1 - 1} \quad (3.2)$$

其中  $\lambda$  为电磁波在介质 2 中的波长,  $n_2$  为介质 2 的折射率(假设介质 2 即空气, 折射率为 1.00).

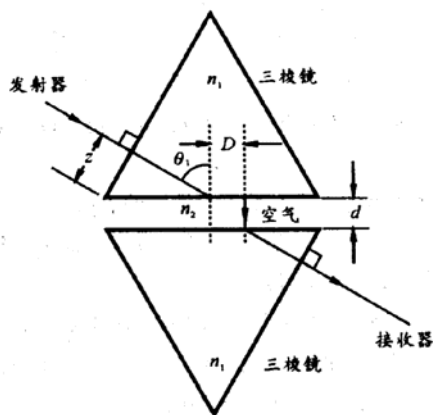


图 3-2 两个三棱镜和空气间隙  $d$  的实验结构示意图

平行于界面的位移  $D$  表示 Goos - Hänchen 位移

$z$  为从三棱镜顶角到发射器中心轴的距离

### 3.2 器材

- 1) 微波发射器 ① 及基架 ②
- 2) 微波接收器 ③ 及基架 ④
- 3) 平柱面透镜 ⑤ 及支架 ⑥
- 4) 两个等边石蜡三棱镜 ⑦, 支架 ⑧ 和旋转台支架 ⑨
- 5) 数字万用表 ⑩
- 6) 测角器 ⑪
- 8) 尺

### 3.3 实验描述

仅用第 3.2 部分列出的实验器材搭建一个实验, 测量受抑全内反射的透射强度  $I_t$  与空气间隙  $d$  之间的关系. 为了取得理

想的实验结果,请注意以下事项:

- 仅仅使用测角器的一条臂进行这一部分的实验.
- 仔细选择使两个三棱镜相对的平面保持平行.
- 平柱面棱镜(从曲面的中点测量)到三棱镜表面的距离应为 2 cm.
- 将接收器的喇叭紧贴于三棱镜的表面.
- 对应于第一个  $d$  值,应沿着三棱镜表面平行移动微波接收器从而获得最大的信号.
- 数字万用表的量程设置为 2 mA. 从  $d = 0.6$  cm 开始读取数据. 当数字万用表的读数低于 0.20 mA 时,即可结束测量.

### 3.4 任务:测定石蜡三棱镜的折射率

#### 任务 1

画出你最终的实验装置示意图,并用第 2 页的标号来表示所有的器材名称. 另外,在你的示意图中标出距离  $z$  (见图 3-2).  $z$  为从三棱镜顶角到发射器中心轴的距离.

#### 任务 2

测量并将你的实验数据列成表格. 请测量两次.

#### 任务 3

作出正确的曲线图,测定三棱镜的折射率  $n_1$ , 并进行误差分析.

## 第四部分:金属棒阵列的微波衍射:布拉格反射

### 4.1 简介

#### 布拉格定律

布拉格定律

$$2d\sin\theta = m\lambda \quad (4.1)$$

可以用来确定晶体的晶格结构.其中  $d$  为一系列“反射”X射线的平面晶面的间距,  $m$  为衍射级次,  $\theta$  为入射X射线与晶面之间的夹角.布拉格定律也被称为布拉格反射或X射线衍射定律.

#### 金属棒阵列

由于X射线的波长与晶体的晶格常量非常接近,因此人们通常用X射线来进行布拉格衍射实验.然而对微波而言其波长很大,因此发生微波衍射的晶格结构也应具有较大的晶格常量,甚至大到可以用直尺来测量其晶格常量.

在这个实验中,我们用金属棒做成的阵列来验证布拉格定律.作为一个例子,如图4-1所示,垂直的粗线代表金属棒,阴影面代表  $xy$  平面沿对角线方向确定的晶面.图4-2为金属棒阵列的俯视图(沿  $z$  轴向下看),图中圆点代表金属棒,直线代表对角线确定的晶面.

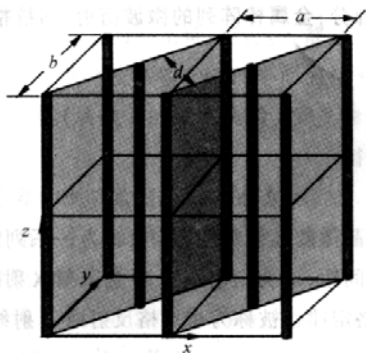


图 4-1 晶格常量为  $a$  和  $b$ , 晶面间距离为  $d$  的金属棒阵列

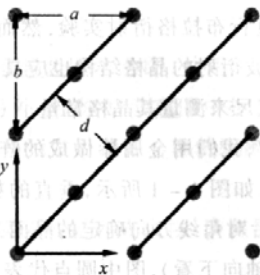


图 4-2 金属棒阵列在图 4-1 中的俯视图(未按比例画出)  
实线代表晶格中的对角晶面

#### 4.2 器材

- 1) 微波发射器 ① 及基架 ②
- 2) 微波接收器 ③ 及基架 ④
- 3) 平柱面透镜 ⑤ 及支架 ⑥
- 4) 密封于箱子内的金属棒阵列 ⑦
- 5) 旋转台 ⑧

6) 数字万用表 ①

7) 测角器 ①

在这个实验中,我们为你提供—个金属棒做成的简单正方阵列,如图 4-3 所示.这个阵列密封于箱子内.请根据实验得到晶格常量  $a$ .请不要打开箱子.实验完毕后一旦发现封条破损则实验部分视为零分.

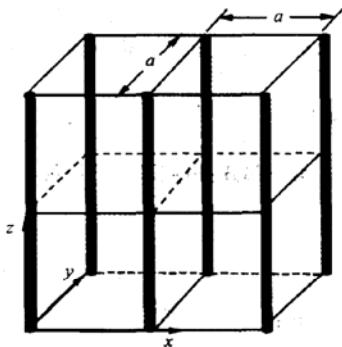


图 4-3 一个简单的正方阵列

### 4.3 任务:测定所给正方阵列的晶格常量

#### 任务 1

画出图 4-3 所示的简单正方阵列的俯视图.在图中标明所给金属棒阵列的晶格常量  $a$  和对角面的晶面间距  $d$ .根据你画的图推导出布拉格定律.

#### 任务 2

根据布拉格定律,用第 4.2 部分提供的实验器材设计布拉格衍射实验,并根据该实验测定阵列的晶格常量  $a$ .

(a) 画出你的实验装置示意图.用第 2 页的标号来表示所有的器材名称,并在图中清楚地标出发射器轴线与晶面之间的夹



角  $\theta$  以及发射器轴线与接收器轴线之间的夹角  $\zeta$ . 在你的实验中, 衍射平面为对角面, 该对角面已用红线在密封箱上标注.

(b) 在实验中, 入射角的测量范围为  $20^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$ . 在此范围内仅能观察到一级衍射, 在答题纸上记下  $\theta$  和  $\zeta$ , 将实验结果列成表格.

(c) 画出与衍射波的强度  $I$  成正比的物理量与入射角  $\theta$  之间的关系曲线图.

(d) 根据所画的曲线图求出晶格常量  $a$  并估算其实验误差.

### 【实验题解答】

#### 第一部分: 迈克耳孙干涉仪

(a) 实验图(见图 1-1).

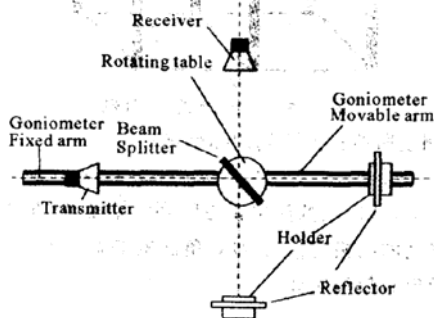


图 1-1 实验装置图

(b) 移动反射镜, 用接收器测得对应强度, 作图(如图 1-2).

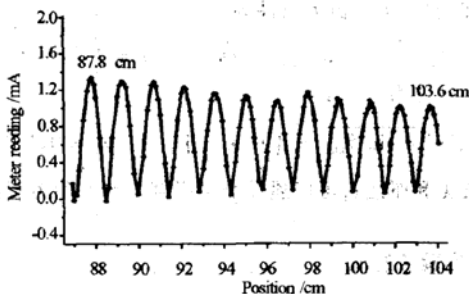


图 1-2 实验结果

取出 11 个周期计算波长

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{103.6 - 87.8}{11} \text{ cm} \quad \lambda = 2.87 \text{ cm}$$

对应误差

$$\lambda = \frac{2}{11} d \quad \Delta d = 0.05 \times 2 \text{ cm} = 0.1 \text{ cm}$$

$$|\Delta \lambda| = \left| \frac{2}{11} \Delta d \right| = \frac{2}{11} \times 0.10 \text{ cm} = 0.018 \text{ cm} < 0.02 \text{ cm}$$

## 第二部分：“薄膜”干涉

(a) 干涉条件

假设薄膜的厚度为  $t$ , 且折射率为  $n$ .  $\theta_1$  为入射角,  $\theta_2$  为折射角. 光程差  $\Delta L$  为

$$\Delta L = 2 \left( \frac{nt}{\cos \theta_2} - t \tan \theta_2 \sin \theta_1 \right)$$

由

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

得

$$\Delta L = 2t \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}$$

考虑半波损失,干涉极大条件为

$$2t \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{\min}} = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

干涉极小条件为

$$2t \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{\max}} = \left(m \pm \frac{1}{2}\right) \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

知道波长  $\lambda$  和厚度  $t$ , 可以通过测量强度  $I$  和  $\theta_1$  的关系确定折射率  $n$ .

(b) 实验装置图

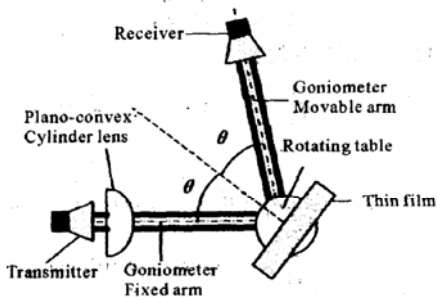


图 2-1 实验装置图

(c)

角度的不确定度  $\Delta\theta_1 = \pm 0.5^\circ$ , 接收器不确定度  $\pm 0.001$  mA, 实验结果如图 2-2.

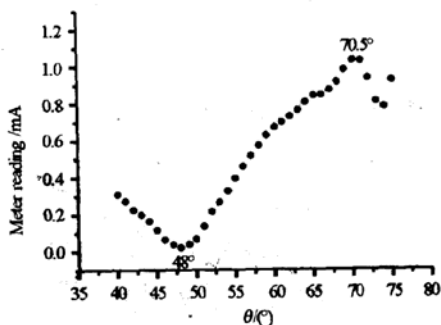


图 2-2 实验结果

测量结果得到  $\theta_{\min}$  和  $\theta_{\max}$  分别为  $48^\circ$  和  $70.5^\circ$ . 代入方程

$$2t \sqrt{n^2 - \sin^2 48^\circ} = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

和

$$2t \sqrt{n^2 - \sin^2 70.5^\circ} = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

实验测得  $t = 5.28 \text{ cm}$  和  $\lambda = 2.85 \text{ cm}$ , 解出

$$m = 4.83 \rightarrow m = 5$$

$$n = 1.54$$

误差分析

$$\Delta n = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \theta + \left(\frac{m\lambda}{2t}\right)^2}} \left( \sin 2\theta \cdot \Delta \theta + \frac{m^2 \lambda}{2t^2} \Delta \lambda - \frac{m^2 \lambda^2}{2t^3} \Delta t \right) =$$

$$\frac{1}{n} \left( \sin 2\theta \cdot \Delta \theta + \frac{m^2 \lambda}{2t^2} \Delta \lambda - \frac{m^2 \lambda^2}{2t^3} \Delta t \right) \approx 0.02$$

结果为

$$n + \Delta n = 1.54 \pm 0.02$$

## 第三部分：受抑全内反射

### 任务 1

实验安排如图 3-1, 注意图中  $z$  的大小。

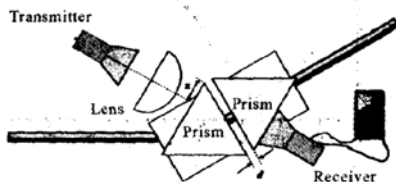


图 3-1 实验装置

### 任务 2

测量数据见表

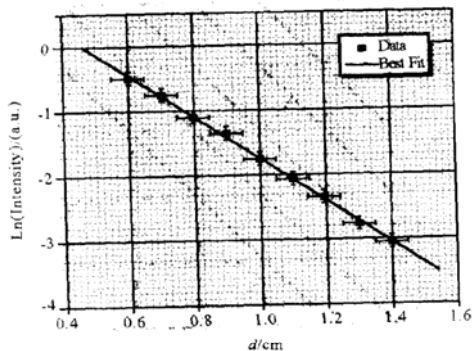
$X$	$\Delta X$	Set1	Set2	$S_{\text{average}}$	$\Delta S^{\#}$	$I_1^{\#}$	$\Delta(I_1)^{\#}$	$Y$	$\Delta Y^{\#}$
$d/\text{cm}$	$/\text{cm}$	$S_1/\text{mA}$	$S_2/\text{mA}$	$/\text{mA}$	$/\text{mA}$	$/(\text{mA})^2$	$/(\text{mA})^2$	$\ln[I_1/(\text{mA})^2]$	
0.60	0.05	0.78	0.78	0.780	0.01	0.608 0	0.016	- 0.50	0.03
0.70	0.05	0.68	0.69	0.685	0.01	0.469 0	0.014	- 0.76	0.03
0.80	0.05	0.58	0.59	0.585	0.01	0.342 0	0.012	- 1.07	0.03
0.90	0.05	0.50	0.51	0.505	0.01	0.255 0	0.010	- 1.37	0.04
1.00	0.05	0.42	0.42	0.420	0.01	0.176 0	0.008	- 1.74	0.05
1.10	0.05	0.36	0.35	0.355	0.01	0.126 0	0.007	- 2.07	0.06
1.20	0.05	0.31	0.31	0.310	0.01	0.096 1	0.006	- 2.34	0.06
1.30	0.05	0.26	0.25	0.255	0.01	0.065 0	0.005	- 2.73	0.08
1.40	0.05	0.21	0.22	0.215	0.01	0.046 2	0.004	- 3.07	0.09

### 任务 3

由  $I_t = I_0 \exp(-2\gamma d)$ , 得

$$\ln(I_t) = -2\gamma d + \ln(I_0)$$

用上述数据作图



$$2\gamma = 3.247$$

取  $\theta_1 = 60^\circ$ ,  $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \approx 2.20$

$$n_1 = \frac{\sqrt{k_2^2 + \gamma^2}}{k_2 \sin \theta_1} = 1.43$$

第四部分：金属棒阵列的微波衍射：布拉格反射

任务 1

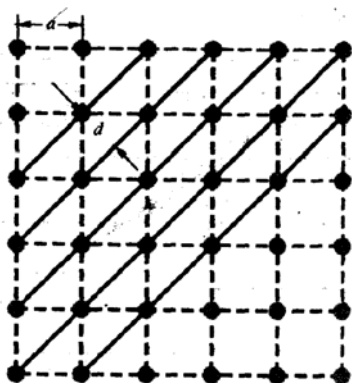


图 4-1 样品俯视图

导出布拉格关系式

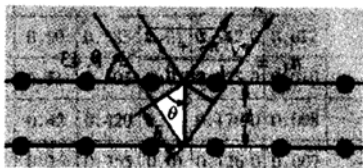


图 4-2

$$h = d \sin \theta \quad (1)$$

$$2h = 2d \sin \theta \quad (2)$$

$$2d \sin \theta = m \lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

第四部分：金属棒阵列的微波衍射：布拉格反射

任务 1

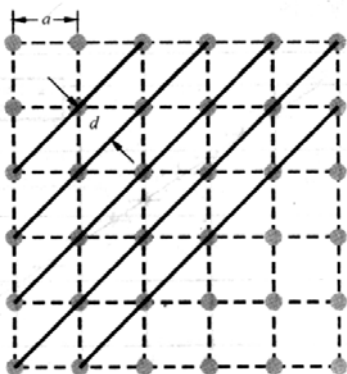


图 4-1 样品俯视图

导出布拉格关系式

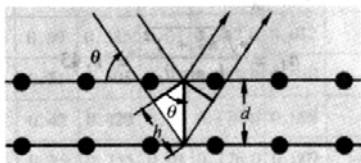


图 4-2

$$h = d \sin \theta \quad (1)$$

$$2h = 2d \sin \theta \quad (2)$$

$$2d \sin \theta = m \lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$



任务 2(a)

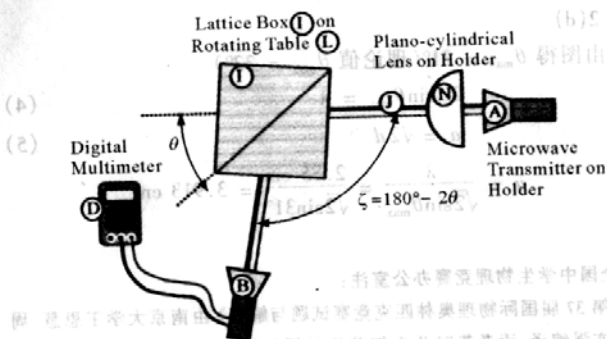
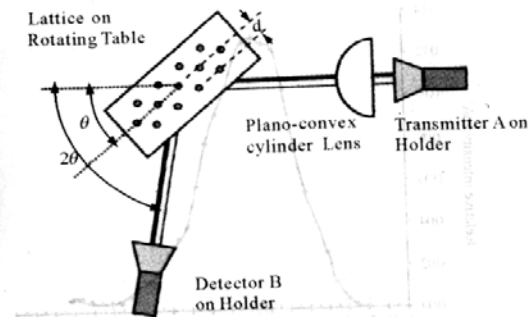


图 4-3 实验装置图

任务 2(b) 和 2(c)

测量结果

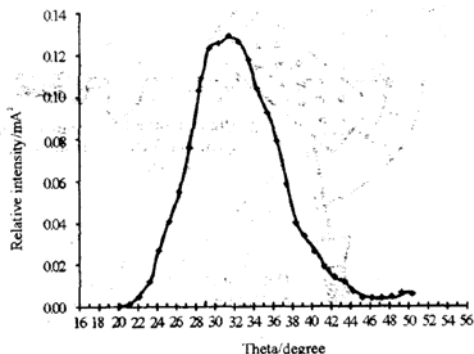


图 4-4 实验结果

任务 2(d)

由图得  $\theta_{\max} = 31^\circ$  (理论值  $\theta_{\max} = 32^\circ$ )

$$2d \sin \theta_{\max} = \lambda \quad (4)$$

$$a = \sqrt{2} d \quad (5)$$

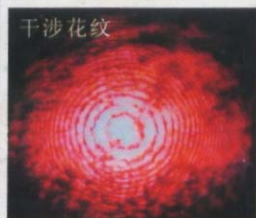
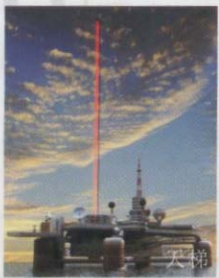
$$a = \frac{\lambda}{\sqrt{2} \sin \theta_{\max}} = \frac{2.85 \text{ cm}}{\sqrt{2} \sin 31^\circ} = 3.913 \text{ cm}$$

全国中学生物理竞赛办公室注：

《第 37 届国际物理奥林匹克竞赛试题与解答》由南京大学王思慧、周进、秦亦强编译，读者若对此文细节想做详细了解，建议自行上网查阅原文。

# 普通物理奥林匹克工作室

责任编辑：王绍符  
封面设计：丁丽珍



ISBN 7-5303-1445-9



ISBN 7-5303-1445-9/G·1420

定价：8.00元