

# 全国中学生物理竞赛 1~10届 试题 解答 剖析

全国中学生物理竞赛委员会命题组 编

高之江  
李超逸

人民教育出版社  
·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

全国中学生物理竞赛 1~10 届试题解答剖析/全国中学生物理竞赛委员会命题组编.  
—北京:人民教育出版社,1998  
ISBN 7-107-12624-5

I. 全…

II. 全…

III. 物理课-中学-竞赛题

IV. G633.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 16455 号

人民教育出版社 出版发行

(北京沙滩后街55号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京市联华印刷厂印装 全国新华书店经销

2000年9月第1版 2000年9月第1次印刷

开本: 787毫米×1092毫米 1/16 印张: 26

字数: 550千字 印数: 0 001~3 100册

定价: 33.10元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换。

(联系地址:北京市方庄小区芳城园三区13号楼 100078)

# 目 录

前言	(1)
全国中学生物理竞赛十年(1984~1993)总结	(3)
第一届竞赛试题	(1)
第二届竞赛试题	(13)
第三届竞赛试题	(23)
第四届竞赛试题	(33)
第五届竞赛试题	(40)
第六届竞赛试题	(48)
第七届竞赛试题	(55)
第八届竞赛试题	(63)
第九届竞赛试题	(70)
第十届竞赛试题	(77)
第一届竞赛试题解答与剖析	(84)
第二届竞赛试题解答与剖析	(103)
第三届竞赛试题解答与剖析	(118)
第四届竞赛试题解答与剖析	(143)
第五届竞赛试题解答与剖析	(164)
第六届竞赛试题解答与剖析	(190)
第七届竞赛试题解答与剖析	(214)
第八届竞赛试题解答与剖析	(236)
第九届竞赛试题解答与剖析	(257)
第十届竞赛试题解答与剖析	(279)
全国中学生物理竞赛内容提要	(298)
附录:1992~1996 国际物理奥林匹克(IPhO)试题及解答	(304)
第 23 届试题及解答(1992,芬兰)	(304)
第 24 届试题及解答(1993,美国)	(327)
第 25 届试题及解答(1994,中国)	(349)
第 26 届试题及解答(1995,澳大利亚)	(366)
第 27 届试题及解答(1996,挪威)	(381)

# 前 言

全国中学生物理竞赛是从1984年开始的.到去年为止已举行12届,共有60多万高中学生参加,在社会上赢得良好的声誉.此项活动是在中国科协和中国物理学会领导下进行的,国家教委基础教育司一贯给予关心、指导和支持.12年来物理竞赛活动发展健康,达到了原定目的,即:激发了优秀学生学习物理学的兴趣和积极性,开发了他们潜在的智力,提高了他们的能力和创造精神,使他们的科学素质得到较大的提高,同时对中学物理教学的改进和教学质量的提高也发挥了一定的作用.

物理竞赛过去的发展过程和对物理竞赛的作用及性质应如何认识的问题,全国中学生物理竞赛委员会在1993年曾通过调查、研究和分析就此进行了较全面的阐述、论证和总结.由于这一总结中的主要内容对于全国参与物理竞赛活动的师生具有重要的参考价值,我们将它收入本书,但根据变化了的情况和本书的需要有所增删.

物理竞赛能否取得良好的效果,命题质量高低确为关键.竞赛题对中学生的学习和努力方向起着引导的作用,也就是俗话说的指挥棒作用.十多年来命题组的老师们煞费心血出了许多高质量的试题.这些题目对于提高学生学习物理的兴趣,鼓励学生在学好课内知识的基础上深入学习、独立思考,促使学生扩大视野和改进学习方法,启迪和开发他们的智力,特别是锻炼培养他们灵活地、创造性地进行科学思维和解决问题的能力等发挥了较好的作用.为了适应广大中学师生的需要,我们编辑了本书,汇集了第1~10届全国竞赛试题及解答,并由命题组部分教师对大部分题目加以剖析.同时将体现竞赛要求的《全国中学生物理竞赛内容提要》一并收入.在附录中我们还收入了1992~1996共5届国际物理奥林匹克竞赛题及其解答.这些试题由主办国命题,内容深浅不一,风格迥异,对于我们了解世界会有所帮助.由于国际物理竞赛的大纲的深度超过我国教学大纲很多,所以题目与我国中学生的水平相去甚远,不应以此要求我国的高中生.最优秀的学生有余力和能力时不妨一试,从中取得某种启发.教师也可以从这些题目得到一些启示:我们在培养学生中应该注意哪些能力的培养?在讲授知识时应该给学生什么样的基础和什么样的引导,以利于学生在有条件时进一步向前发展?

对于如何利用本书我提出以下几点建议:

1. 要以正确的教育思想指导使用.教育必须贯彻因材施教的原则,要按教育和教学的规律办事.要从学生的实际出发,以扎扎实实打好知识、能力、非智力因素等各方面的基础为前提,启发引导,充分调动学生的主观能动作用,使学生得以充分发挥潜力,达到与其智力发展水平相适应的高水平.不要揠苗助长,不要采取灌输式的教学方法,必须十分重视能力和非智力因素的培养与提高,以达到全面提高学生科学素质的要求.

2. 物理竞赛是物理成绩优秀的学生参加的一项课外活动,竞赛题是为这些学生设计的,因此不能要求多数学生都来做这些题目。

3. 由于在竞赛中要求将学习特别优秀的学生选拔出来,部分题目难度较大,对能力的要求较高,即使是班上的优秀学生也不一定都能做出来,有时需要用很多的时间才能解出一个题目。这是正常的情况。正是在这种尝试、失败、再尝试……反复思考、探索的过程中,学生才能发现自己对物理概念、物理原理的理解和灵活运用等方面存在的问题,才能在分析问题和解决问题的能力上获得突破和提高。久思不得其解,一旦迎刃而解,就会有豁然顿悟之感,将一辈子铭记不忘,这种不懈地追求真知的精神更将永久受用。因此,千万不要盲目追求做题的数量,而要讲究质量,要努力做到做一个题就有一个题的收获。

4. 为了达到第3点的要求,应该让学生在完成课内学习任务后自由选择做题,并力求独立完成。必要时教师可以从旁指点引导,不要越俎代庖,以“教”代“学”,不要把本应发挥学生主观能动性的课外学习活动又变为学生被动接受知识的过程。学生在做题遇到困难时,不要急于翻阅后面的解答,也不要急于请教老师,可以停下来,反复审题,或翻阅有关物理教材,对题中涉及的物理现象进行认真的分析,弄清楚:这些现象遵循什么规律?各个现象之间有何联系?各个物理量之间有什么关系?直至找出正确的解题途径。只有这样,你才能从解题过程获得最大收获,才不辜负这个题目和你付出劳动。

5. 在个人认真钻研的基础上同学间进行相互讨论或争辩对提高水平十分有益,应予提倡。同学们处在平等的地位上,讨论时没有顾虑,发表意见能比较充分,要想说服对方就必须把问题真正搞清楚。别人的质疑和诘难常常揭露出在你理解中存在的片面或含混不清的地方,促使你更为深入、全面地思考有关问题。所以在讨论或争辩过程中双方都将受益,而且这有助于培养与他人互相尊重、平等相处的作风和习惯。

6. 竞赛题中有些题类似于大学普通物理习题,不要因此花费大量时间去系统学习普通物理。如果在不多的时间中仓促灌输,食而不化,这对提高水平有害无益。这些题目涉及的内容在竞赛内容提要范围之内,只要能真正掌握这些内容,并且具有较强的能力,这些题都是能够做出来的。当然,需要的时间对每位同学来说可能有很大的差别。如果学过普通物理和微积分,而且能达到融会贯通,他的物理学水平达到一个更高的层次,他在做竞赛题时当然会更有办法。但为此要花费的时间是一个高中学生难以承受的,所以这不应该是引导的方向。如果勉强地去做,急匆匆地进行填鸭式的灌输,时间花了不少,表面上学了不少东西,实际上可能是夹生饭。结果,不仅没有打好基础,还会给今后进一步学习造成一些困难。

我衷心希望中学物理的教和学能跳出应试教育的框框,在全面培养学生的科学素质上做出应有贡献。对于优秀学生,我也希望他们能早日脱颖而出,成为一个能生动活泼地进行学习,善于主动地获取新知识并能评价新知识,具有较强的科学思维能力和创造精神的科学技术后备人才!希望物理竞赛活动能有助于他们成为这样的人才!值得注意的是,千万不要搞“应赛教育”,那将与举办物理竞赛的目的背道而驰。

沈克琦

1996年8月于北大朗润园

# 全国中学生物理竞赛十年总结\*

自1984年以来,全国中学生物理竞赛已举行了10届.回顾这十年的历程,可以看到,在中国物理学会的领导下,此项活动的发展是健康的,成绩是巨大的.这是一项很有意义和发展前途的活动.这些成绩的取得是与中国科协、国家教委的指导与支持分不开的,是全国竞赛委员会、地方竞赛委员会、地方物理学会、高等院校和广大中学老师们共同努力的结果.十年来共有五十多万中学生参加了物理竞赛.物理竞赛在社会上具有良好的声誉和影响.物理竞赛对于激发优秀学生学习物理的兴趣和积极性,开发他们的智力,提高他们的能力、独创精神和科学素质等方面都起着不小的作用;对于中学物理教学的改革和教学质量的提高也有一定的促进作用.物理竞赛受到教育界的关注和中学老师以及优秀学生较普遍的欢迎.最近我们就物理竞赛进行了问卷调查.据收回的一千多份问卷统计,认为全国中学生物理竞赛很有必要和应该组织的占96.2%;认为现在的组织形式和具体办法基本上可以、较好或很好的占90.6%;认为重点中学的学生普遍欢迎或优秀生对物理竞赛感兴趣的占91%;认为重点中学学生的家长普遍欢迎或优秀生家长欢迎的占83.3%;认为省、市、县各级教育行政部门或重点中学领导支持或大力支持的占89%;认为物理竞赛在社会上信誉较高或非常高的占84.4%;认为物理竞赛对培养优秀学生学习物理的兴趣和提高学习物理的积极性有很好的作用或一定作用的占90%;认为物理竞赛对提高优秀学生学习物理的能力和改进学习方法有很好的作用或一定作用的占92%.

十年来我们在取得成绩的同时,也不断地发现缺点,不断地出现新问题,竞赛会对此进行了必要的调整与改变.这次总结肯定了行之有效的经验与做法,并提高到理性认识的高度;找出了存在的问题,提出了改进意见,以求使竞赛活动继续健康地发展,为培养优秀人才作出应有的贡献.

## 一、十年发展过程

### 1.《第一届中学生物理竞赛》的诞生

1978年我国部分地区物理学会开始组织物理竞赛.1979年教育部、团中央和全国科协联合发起组织全国中学生数理化竞赛.当年有23个省、自治区、直辖市〔以下简称为省(市、区)〕各自举办了物理竞赛.1983年中国物理学会教学研究委员会和普及工作委员会一起对组织竞赛问题进行了酝酿,并于1983年11月13日在北京召开了预备会议.会议就中学生物理竞赛的指导思想、报名方式、命题原则、竞赛程序、组织领导、奖励办法、日期安排、决赛

\* 全国中学生物理竞赛委员会于1993年10月10日通过此总结.本文对原总结有增有略,也有少量修改.统计表格中增加了第11、12、13、14届全国竞赛和第25、26、27届国际物理奥林匹克的数据.

地点和经费等一系列问题进行了讨论,并形成《中国物理学会关于举办第一届中学生物理竞赛的计划》(征求意见稿).在此基础上召开了第一届中学生物理竞赛委员会第一次会议,4月21日通过了修改的竞赛计划.中国物理学会常务理事会于6月7日批准了这个计划.计划中提出的指导思想和命题原则一直在贯彻执行,实践证明它们是正确的和切实可行的.

第一届竞赛的预赛第一试于1984年11月18日举行,全国28个省(市、区)的43079人参加.原计划是各地自愿参加,因而未冠以“全国”字样.结果除西藏、台湾以外各省(市、区)都参加了,从第二届起即采用全国中学生物理竞赛的名称,西藏、台湾由于具体困难,没有参加.海南建省后,参加的省(市、区)数增为29个\*.

第一届竞赛的决赛于1985年2月26日至3月2日在北京大学举行.3月2日在全国政协礼堂举行隆重的授奖大会.全国政协副主席、中国科协主席、中国物理学会名誉理事长、著名物理学家、北京大学教授周培源先生到会讲话.他认为这是物理学界和教育界的一件大事,很有意义.周老说,物理竞赛有利于培养具有创造精神的人才和探讨教学改革的方向.他还对青年学生提出了希望,语重心长地说:“我希望获奖的同学一定要戒骄戒躁,谦虚谨慎,刻苦努力,在学习上更上一层楼.我们这一代已经老了,头发都白了,未来是属于你们的,中国的未来是属于你们的,世界的未来也是属于你们的.希望你们勇敢地肩负起自己光荣而又艰巨的历史使命,勤于思考,勇于探索,开辟前人所没有走过的道路,成为创造型、开拓型的优秀人才.”中国物理学会副理事长周光召教授受钱三强理事长的委托,代表中国物理学会讲话,希望青年学生能经受成功与挫折两方面的考验,立志使我国的科学技术走在世界的前列,使我国能在世界上真正站立起来.这些话对所有参加竞赛的学生都有指导意义.

## 2.《全国中学生物理竞赛章程》和《全国中学生物理竞赛内容提要》的制订

在第一届竞赛期间,竞委会建议今后每年举行一次竞赛,并立即草拟有关物理竞赛的章程.常务理事会同意竞委会的建议,并原则通过所拟章程草案,决定改用《全国中学生物理竞赛暂行办法》的名称,俟条件成熟时再称章程.1985年10月第二届竞委会在上海正式通过了《暂行办法》,报中国物理学会常务理事会批准后付诸实施,从此竞赛即按此进行.

1990年12月在福建召开的第七届竞委会会议,根据已有经验和实际情况,对《暂行办法》进行修改,并建议更名为《全国中学生物理竞赛章程》.1991年2月12日中国物理学会常务理事会讨论通过了这个章程.

第七届竞委会还建议制订《全国中学生物理竞赛内容提要》,作为今后命题的依据.1991年2月全国竞委会常委扩大会议通过了《内容提要》并公布试行.1991年9月第八届竞委会在南宁通过了《全国中学生物理竞赛内容提要》.

## 3. 历届竞赛的时间、地点、参赛人数和决赛承办单位见表一.说明:

(1)预赛分第一试(笔试)和第二试(实验).第二试日期由各省(市、区)自定\*\*.

\* 自第十四届开始,增加了重庆市.另外,国家教委理科试验班(物理)也作为一个省组队,参加的省(市、区)总数共31个.

\*\* 自1996年起,竞赛程序分为预赛(笔试)、复赛(笔试和实验)和决赛(笔试和实验).

(2)参加决赛人数的规定如下:第一届根据预赛成绩及参赛人数分配名额,每省2—3名,四川省特别批准为4名,北京市由于承办决赛,参赛名额除原分配的3名外,允许增加3名,但参与评奖名额仍为3名;从第二届开始,按《暂行办法》各省(市、区)选派3名,在上届决赛中成绩较好的省(市、区)可增加1—2名,承办决赛的省(市、区)仍仿照第一届的办法,参赛名额为应派名额的两倍,最后获奖名额仍限原应派名额;从第八届开始,按《章程》规定,在上届决赛中成绩较好者可增派1名,在IPhO中获奖者所在省(市、区)可再增派1名\*,承办决赛者可再增派3名,全部参赛者都参与评奖。

表一 第一至十四届全国中学生物理竞赛基本情况\*\*

届次	预 赛			决 赛			
	一 试 日 期	参 赛 人 数	二 试 人 数	日 期	地 点	参 赛 人 数	承 办 单 位
一	84.11.18	43 079	2 000	85.2.26~3.2	北京	76	北京物理学会 北京大学
二	86.1.26	52 925	1 308	86.4.1~5	上海	104	上海物理学会 复旦大学
三	86.11.16	58 766	1 198	87.2.22~25	天津	105	天津物理学会 南开大学 河北物理学会
四	87.10.25	57 523	1 114	88.1.6~10	兰州	101	甘肃物理学会 兰州大学
五	88.10.23	55 855	1 236	89.1.6~10	广州	106	广东物理学会 中山大学 华南师范大学
六	89.10.8	53 096	1 167	89.12.10~14	长春	127	吉林物理学会 吉林大学 《中学生数理化》编辑部
七	90.10.21	54 393	1 057	90.12.23~27	福州	105	福建物理学会 福州大学
八	91.6.30	73 806	1 192	91.9.8~13	桂林 南宁	104	广西物理学会 广西大学 广西师范大学
九	92.9.6	60 617	1 180	92.10.12~15	合肥	101	安徽物理学会 中国科学技术大学
十	93.9.5	46 843	1 199	93.10.8~11	长沙	105	湖南物理学会 湖南师范大学
十一	94.9.4	65 146	1 362	94.10.9~12	西安	109	陕西物理学会 西北大学
十二	95.9.3	55 867	1 368	95.10.8~11	太原	112	山西物理学会 山西大学
十三	96.9.8	86 173	复赛理论人数 约 3 000	96.10.19~22	杭州	114	浙江省科协 浙江省物理学会 浙江大学 杭州大学
十四	97.9.8	90 067	4 797	97.10.18~22	南昌	118	江西省物理学会 江西师范大学

\* 自1995年起增派名额改为如下规定:凡有1名学生获一等奖,就奖励1名.在国际物理竞赛中凡有1名学生获奖,也奖励1名.一省所得奖励名额以4名为限.

\*\* 原总结中只有十届的数据.



#### 4. 授奖情况

参加决赛的 1034 名学生中,73 名获一等奖,224 名获二等奖,518 名获三等奖,191 名获四等奖.需要说明的是:

(1)从第一至七届,由于承办决赛而增加的名额不参与评奖,因而参赛人数与获奖人数不相等.

(2)仅第二至七届设四等奖.

(3)从第四届开始颁发理论成绩最佳奖、实验成绩最佳奖、女同学成绩最佳奖等三种单项特别奖,每届每项奖励 1 人.历届评奖详情见表二.

表二 第一至十四届全国中学生物理竞赛授奖统计\*

届次	参加决赛人数	获奖人数					
		一等	二等	三等	四等	单项特别奖	合计
一	76	3	18	52	—		73
二	104	4	16	43	38		101
三	105	5	16	52	25		98
四	101	5	18	45	30	3	98
五	106	5	21	46	30	3	102
六	127	9	18	60	36	3	123
七	105	5	17	47	32	3	101
八	104	9	31	64	—	3	104
九	101	13	35	53	—	3	101
十	105	15	34	56	—	3	105
十一	109	14	35	60	—	5	109
十二	112	17	39	56	—	6	112
十三	114	16	39	59	—	5	114
十四	118	20	41	57	—	4	118

由于参加决赛人数受到诸如实验仪器设备、交通、经费等方面的限制,许多物理学习优秀的学生没有机会参加全国决赛,由各省(市、区)竞委会评选优胜者,授予省级奖励.根据湖北、江苏、云南等 22 个省(市、区)的统计,第一至九届参赛总人数为 367818 人,获省级奖励者 14648 人,约占参赛人数的 4%.这些优秀中学生几乎全部进入高校深造.据 14 个省(市、区)统计,入重点大学者占 75%,平均每省(市、区)每年因物理竞赛成绩优异而被保送入学者有 6 人.

\* 原总结中只有十届的统计数字.第十一届开始增设总成绩最佳奖 1 名,少数民族学生成绩最佳奖 1 名.第十三届开始不设少数民族学生成绩最佳奖.

参加决赛的学生大多数来自省市重点中学.但值得一提的是,也有相当数量的学生来自普通中学甚至乡镇中学.例如福建、陕西、浙江、内蒙、宁夏、黑龙江等6省(区)参加第一至九届决赛的178名学生中就有16人来自乡镇中学,他们中间有的成绩很好,曾获一等奖和理论成绩最佳奖.

### 5. 物理竞赛与国际物理奥林匹克竞赛(IPhO)

1985年10月全国竞委会会议决定,向国家教委和中国科协建议,由物理竞赛优胜者中选拨代表队参加1986年7月在伦敦举行的第17届IPhO.教委和科协研究决定,选派3名学生试参加.从第18届起我国即正式参加,每年选派5名学生参赛.至今共派出38人,全部获奖,共获金牌15块、银牌12块、铜牌9块、表扬奖2名,位居参赛各国前列.详情见表三.

表三 我国参加国际物理奥林匹克竞赛的情况

时间地点	学生姓名	学生所在学校	获奖等级	成绩名次
1986年 第17届 英国伦敦	林晨	北京师范大学二附中	Ⅱ	9
	卫星	四川绵阳核工业部九院子弟中学	Ⅲ	21
	张明	安徽滁州全椒中学	表扬	33
1987年 第18届 东德 耶拿	陈恂	湖北武汉一中	Ⅱ	4
	黎锦晖	山东济南实验中学	Ⅱ	并列11
	唐鹏飞	四川简阳中学	Ⅲ	并列29
	吴爱华	湖北荆州中学	Ⅲ	并列37
	张燕平	北京四中	Ⅲ	并列37
1988年 第19届 奥地利 伊施尔	陈岩松	福建师大附中	I	4
	徐剑波	浙江鄞县中学	Ⅱ	15
	陈丰	江苏江阴南菁中学	Ⅱ	23
	丁爱东	北京清华大学附中	Ⅲ	54
	陈建	北京中国人民大学附中	表扬	67
1989年 第20届 波兰 华沙	燕京	北京四中	Ⅱ	13
	毛甬	浙江杭州四中,理科班	Ⅱ	16
	邱东昱	湖南长沙一中	Ⅱ	22
	葛宁	陕西西安电讯工程学院附中,理科班	Ⅱ	23
	林晓帆	陕西西安交大附中,理科班	Ⅲ	56
1990年 第21届 荷兰 格罗宁根	吴明扬	陕西西安交大附中	I	并列4
	周纲	浙江慈溪中学,理科班	I	6
	杨巍	甘肃西北师大附中,理科班	I	9
	陈伯友	湖南长沙一中	Ⅱ	22
	段志勇	湖北武汉六中,理科班	Ⅲ	并列33
1991年 第22届 古巴 哈瓦那	王泰然	上海华东师范大学二附中,理科班	I	4
	任宇翔	上海华东师范大学二附中,理科班	I	5
	宣佩琦	浙江绍兴一中,理科班	I	9
	夏磊	北京四中,理科班	I	11
	吕强	天津耀华中学,理科班	I	12
1992年 第23届 芬兰 赫尔辛基	陈涵	广东江门一中,理科班	I	1
	李翌	湖南师范大学附中,理科班	I	3
	石长春	河南开封高中,理科班	I	4
	张霖涛	湖北江汉油田广华中学,理科班	I	7
	罗卫东	湖南沅江一中,理科班	I	并列11

续表

时间地点	学生姓名	学生所在学校	获奖等级	成绩名次
1993年 第24届 美国 威廉斯堡	张俊安	湖北沙市三中,理科班	I	并列1
	李林波	河南郑州一中,理科班	I	3
	贾占峰	北京清华大学附中,理科班	II	并列19
	韦韬	江苏南京师范大学附中,理科班	II	29
	黄稚宁	湖南长沙一中,理科班	III	49
1994年 第25届 中国 北京	杨亮	上海华东师范大学二附中,理科班	I	1
	韩岩	河南郑州一中,理科班	I	2
	田涛	四川重庆巴蜀中学,理科班	I	4
	饶京翔	北京四中,理科班	I	6
	黄英	湖南长沙一中,理科班	II	7
1995年 第26届 澳大利亚 坎培拉	淤海涛	陕西西北工大附中,理科班	I	1
	毛蔚(女)	江苏启东中学,理科班	I	并列2
	谢小林	上海华东师大二附中,理科班	I	并列5
	倪征	湖南师大附中,理科班	I	并列5
	蒋志	四川潼南中学,理科班	I	并列12
1996年 第27届 挪威 奥斯陆	刘雨润	北京师大实验中学,理科班	I	1
	张蕊(女)	吉林市一中	I	2
	徐开闻	南京外语学校	I	4
	陈汇钢	华东师大二附中	I	8
	倪征	湖南长沙一中	I	9

## 二、对竞赛的作用和性质的认识

连续几年来,采取对每年决赛后成绩在前30名的学生进行了座谈和单独谈话,要求他们写总结和心得体会等方式,进行了较深入的调查研究;同他们进入理科试验班后的任课老师进行了座谈;又对各地方竞赛委员会的论文和总结进行了分析,从而使我们对物理竞赛的作用和性质有以下的认识.

### 1. 物理竞赛的作用

(1)有效地调动和提高了广大优秀学生学习物理的兴趣和积极性、主动性 从调查的结果来看,很多参赛学生在初中阶段对理科的课程学得就比较好,他们后来开始参与物理竞赛时,动机是多方面的,有的是教师或家长的促进,有的希望自己学习上不落在人后,有的是希望将来高考能加分或能得到保送而摆脱高考,还有的是看到前几届同学得奖的光荣而受到吸引等等.但当他们参与到竞赛的学习和活动中后,特别是当他们经过努力,深入学习有了心得之后,尤其是当他们的潜力和特长得到发挥,在学习上见到成效时,他们就得到一种内在的鼓舞,逐步地对物理产生了浓厚的兴趣和爱好.这时他们学习物理的积极性和主动性大大地加强,这是他们在课内学习时很难达到和体验到的.因为这些优秀生对于统一的(一刀切)封闭式的课内教学要求一般都能达到,他们的余力常常都花在重复地做他们已会做的大量类同习题,或者反复地熟悉课内的内容以防止高考时偶然出现的疏漏.这样的学习很难调动起他们的兴趣和积极性、主动性.而在物理竞赛的学习和活动中,要求是开放式的,大有

用武之地,他们可以自由地充分发挥他们的潜在能力和特长.一个湖南学生写道:“物理竞赛对中学物理教育有很大的推动作用.我们经常聚在一起讨论物理问题,讨论物理学家,对我们各自都很有启迪,不少同学因此对物理非常喜欢.”1994年在北京举办的第25届国际物理奥林匹克竞赛中获金牌的一位上海学生这样写道:“初中时只想试一试,说不定能拿个奖.到了高中听到了在国际物理竞赛中得金牌的两同学的事迹,心里感到要以他们俩为榜样,学出个名堂,渐渐地我被物理吸引住,对物理本身比对竞赛更感兴趣……”“我的动力是什么呢?我想还是对物理的兴趣.有了兴趣再苦也不觉得累,有了兴趣再难的题也有信心攻克,有了兴趣再厚的书也有胆啃完……但是兴趣不是天生的,一事物从外看你未必感兴趣,只有你深入其中经过体会才有可能感受到真正的兴趣……”他的这段话,表达了很多参加物理竞赛优秀学生的体验.前面的问卷统计中,关于物理竞赛对调动和提高优秀学生学习物理的兴趣和积极性的作用方面,回答能起很好作用和起一定作用的占90%以上.这种追求真知的强烈愿望和在获得真知后感到的极大乐趣,是持久不衰的东西,虽然对这些学生来说还只是初步的,但是却是科学家特别是大科学家共有的素质.

(2)培养了学习中的独立思考和创造性 高中的课内教学有统一的教学计划和课时,统一的教学大纲和教学要求,并有统一的教材.大纲、教材和教学要求都是面向绝大多数学生,这对保证教学质量和学习水平大面积达到基本要求是有其必要性的.但这种学习环境对优秀学生来说却有其不足的一面,弄得不好时,甚至会发生限制的作用.因为教学大纲为了面向全国一般的学生,对教学内容的要求做了很多限制性规定,而教学大纲又规定为高考的考纲,这样对一些优秀学生,超纲的疑问、思考和研究就得不到有效的支持,其余力多用在纲内内容的反复熟悉上,而十五至十七岁正是青少年思维发展最活跃时期的开始,是求知欲和创造性开始发展的时期.对一些优秀学生来说,就需要在课外有促进他发展的环境和条件.通过物理竞赛可以发展学生多方面的能力,但我们认为最重要的是学生学习中的独立思考(而不是依赖性)和创造性(而不是模仿性).

10年来全国中学生物理竞赛的命题,一直是朝着这个方向去引导学生,即要求学生能在比较扎实的基础知识上,独立思考和分析问题,能创造性地处理一些新的问题.在参加竞赛活动的过程中,学生必须主动地多方位地进行自学,独立思考,培养了学生的自学能力.在竞赛活动中,优秀学生之间的学术讨论,观点的交流,特别是对一些较难问题的争论,这些都促进了学生思维能力的发展和新思想的产生.另外,物理竞赛促使指导老师必须在更高的水平上对学生发挥指导作用.所有这些,都为学生思维的活跃特别是独立创造性的发展提供了较为有利的环境和条件.从问卷调查中看,物理竞赛对提高优秀学生学习物理的能力和改进学习方法的回答中,有很好作用和有一定作用的占91%.1992年第23届国际物理奥林匹克竞赛中获金牌的一位广东学生说道:“别人说我接受得快,聪明,可是在竞赛活动中我觉得主要是靠我自学的多,不管什么书,拿来就看,看了就有收获,所以思路很广.和一般同学相比,我自学的书比他们多得多,这一点我很突出.”他又说:“碰到问题,我很少马上就问老师,一般来说,我总是继续看下去,有时看到后来,我经过反复思考自己就想出办法把问题解决

了。”他又说：“我很少有什么心理负担，有时考试时考得差些，我也不太在意，包括出国参赛，自己想得了金牌更好，不得也锻炼一下，我总想自己要见见世面，开阔思路。”他在学习中这种独立思考和创造性在后来的理科试验班中表现得尤为突出。例如，做某些实验时，教师本来就准备了一些深入一步的内容，想在某些学生提前做完实验后，再提出来让他们进一步做下去。可是他经常是自己在做实验时，就独立地想到需要或者可能更深入一步，于是他就创造性地自己动手干起来。1991年第22届国际物理奥林匹克中得金牌的两位上海学生也说过，他们在学习中不急于问别人答案，而是锻炼自己独立思考的能力，他们说：“有些问题可能是几年内才彻底解决，有的问题，每次再去研究它，都能解决一部分问题，每次都有所提高。”他们在独立思考的同时，又坚持彼此间的讨论和争论，他们说这种激烈争论的气氛很重要，对发展自己的思维起很大的作用。1993年在全国中学生物理竞赛决赛中获一等奖的一位北京学生说：“我一直认为，对于具体的某一个物理公式，某一条定律，即使现在不学，上大学以后也会学到，但一个人的竞争意识和更加灵活多变的思维方式，却是在常规学习中不很容易得到的。在这一方面，物理竞赛确实为我们开辟了一条路，使我们有机会在竞争意识和思维能力方面得到了更好的锻炼。”“中学生的物理竞赛，无论对于培养一个学生的素质还是提高学生对物理的认识，都是大有好处的，它使我们从课内教学的课本中走出来，使得学生从单纯的受教、模仿、重复，变为在老师指导下有意识进行一些物理问题的研究，进而能在比赛中独立地处理一些物理问题，把单纯的学习部分地变为研究，这对于培养我们的探索精神以及能力的训练确实是大有好处的。”

学习中这种独立思考和创新精神是非常重要的，是将来科学研究的最重要的素质，因此，在国际物理奥林匹克竞赛中，有些主办国家组织委员会设立了每道题的最佳解答奖，鼓励那些用最佳的方法解答问题的学生。

(3)发现了一批优秀人才，有利于对他们进一步培养 通过物理竞赛发现了一批优秀学生。根据湖北、江苏、云南等22省(市、区)统计，第1到第9届参赛总人数为367818人，获省级奖励者14648人，约占参赛总人数的4%，这些学生几乎全部进入高校深造。另外，平均每省(市、区)每年因物理竞赛成绩优异而被保送入大学者有6人，根据前面的问卷统计也可看出，关于物理竞赛在发现和培养优秀学生中的作用，答有很好的作用为61.2%，有一定作用为35.8%。特别是有的学生来自乡镇或农村，由于物理竞赛他们逐步脱颖而出。有一个湖南学生，家在农村，学习条件很差，到小城市上中学，课外也没有看书阅读的气氛和习惯，寒暑假中也都是玩过去或帮家里做点事。可是他的老师发现他比较聪明，就引导他走上了参加物理竞赛的道路，并且为他创造了多方面的条件，包括暑假中将此生留在老师自己家中休息和自学，大大激发了这个学生学习的积极性和主动性。经过努力他最后在第23届国际物理奥林匹克竞赛中获得金牌，到大学物理系学习后，表现也很突出。

从1986年我国首次参加国际物理奥林匹克，到1994年，参加的人数共43人，获得金牌19人，银牌13人，铜牌8人，获表扬奖2人，是自那时以来获金牌最多的国家。我们要特别提出的是，我国每年参赛人数只限5名，实际上如果我们另换5名成绩较好的其他学生去，

我们仍有可能拿到金牌和银牌。现在这些学生,有的在念大学,有的在读研究生,也有一部分人在国外学习。由于各种原因,我们尚未对他们做大规模的跟踪调查。

(4)较大面积地提高了中学老师的科学业务水平,更好地发挥了他们对优秀学生的指导作用。物理竞赛的预赛第一试试题和决赛的理论题、实验题以及部分预赛第二试的实验题,还有决赛情况及获奖名单,每年都公布,并编辑成资料在全国发行,广大的中学老师都阅读研究和评论;我们也在杂志上登文征题。这些活动促进了中学物理老师业务水平的提高。当然,更重要的是那些要指导学生参加物理竞赛的老师,他们不仅对物理竞赛所涉及的内容要花一定的力量进行分析研究,而且要花很大的力量去研究怎样正确地指导学生。物理竞赛为这些老师提供了课外更高水平地发挥指导作用的场所。在各地方有关的会议上,都有这方面的发言和文章。从前面问卷调查统计来看,关于竞赛对促进物理老师业务水平的提高方面,答有很好作用和有一定作用的占 87%,这是一个很大的比例。

(5)在面上促进和带动了物理教学水平的提高。从问卷调查的统计来看,物理竞赛对培养一般学生学习物理的兴趣和积极性,答普遍有促进作用的为 11%,有一定作用的为 45%,有作用但不明显的 41%,有负作用的 2.2%;对提高一般学生学习物理的能力和改进学习方法,答普遍有促进作用的为 5.6%,有一定作用的为 35.4%,作用不明显的有 54%,有负作用的为 2.2%。

从以上的统计数字来看,物理竞赛不仅对优秀学生能起很好的作用,就是对一般学生来说,也有一部分能起到培养积极性和提高学习能力的作。

从座谈和学生所写的一些资料来说,几乎所有的学生也谈到了这方面的情况。第 25 届国际物理奥林匹克金牌获得者、一名河南省学生写道:“由于一部分学得好的学生参与了竞赛,自然地就在班上带起一股学习某一学科的浪潮;另一方面,也是由于竞赛提高了老师的水平,使一般学生更容易学好某一学科的课程。”

物理竞赛对加强中学物理实验教学也起了一定的促进作用。在问卷调查中,答有很好作用的为 14.2%,有一定作用的为 46%,两项合计为 60.2%。

另外物理竞赛对优秀学生的影响不仅是智力方面,还有一些非智力因素通过物理竞赛得到了培养。这方面我们曾见到过一些专门的文章,本文不做详细的分析。

## 2. 对竞赛性质的认识

通过十多年的竞赛活动和调查研究,我们对竞赛的性质以下的认识:

竞赛属于课外活动,它和课内教学有很大的区别。课内教学有统一的教学计划、课时和进度,并有统一的教学大纲和实际上是统一的教材。教学要求要面向全体学生,课上多以教师系统地讲授为主。这对于大规模地进行教学和保证教学质量大面积达到基本要求,都是必需的。但是它对于充分发挥学生的潜力,发展不同学生的不同兴趣和不同特长,充分调动学生学习上的主动性,使他们生动活泼地发展,培养和锻炼学生的独立思考、探索和创造精神,却有其先天的不足和缺陷,而这些,正是要靠学生的课外活动来弥补。学科竞赛活动正是这种课外活动的一种方式。课外的竞赛活动可以发挥以下的优点:

(1)课外活动中没有统一的具体要求,学生可以根据自己的基础和潜力、兴趣和特长,选择不同的活动内容,因而有利于学生兴趣、个性和特长的发展.

(2)课外活动的内容一定会突破课堂教学的范围.学生在课外活动中要自己去安排学习活动,寻找和阅读学习材料,自己去与同学进行讨论等等,从而使学生的学习脱离被动地接受老师传授知识的状态,而进入自己自主地主动地学习状态的较高境界.

(3)课外活动中教师只起引导和指导作用,整个学习都要学生自己来完成,以学生自学为主,自己去获得科学知识和评价知识,从而培养了学生独立思考,独立实践,相互争辩、探索和创造的习惯和能力,这对培养高质量的人才十分重要.

课外活动上述优点的发挥有赖于:(1)良好的课内学习基础,课外活动不能代替课内教学;(2)学生自觉地要求,可以设法引起学生的兴趣,但不能强加于学生;(3)符合课外活动特点和规律的正确指导.

在物理竞赛活动的各个环节都应该根据物理竞赛的性质,充分发挥上述课外活动的优点与作用,才能使它在整个教育过程中发挥其应有的作用,才能使物理竞赛保持其生命力,健康地发展.

### 三、竞赛的指导思想

中国物理学会举办全国中学生物理竞赛的指导思想,概括起来,有以下几点.

1. 这是物理学习表现优秀的学生自愿参加的一项课外活动.它有特定的对象和活动形式.

2. 竞赛活动是根据“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的精神来考虑问题的.

3. 竞赛的目的是:为优秀中学生创造一种条件,以利于提高其学习兴趣和积极性,发挥主动性,发展其潜力和特长,培养锻炼独立思考和创造精神;促使学生跳出应试教育的框框,改进学习方法,着力于提高自己各方面的能力和科学素质;促进学校物理课外活动的开展,活跃学习空气;发现具有突出才能的青少年,以便更好地对他们进行培养.

4. 学生参加竞赛主要靠学生本人平时主动的自学活动和同学间的讨论争辩.老师的引导和指导是必要的,但不要把准备参赛变成高一层次内容的灌输或变成另一个课内教学.学生的竞赛成绩反映本人的天资与基础,偶然因素也有一定的影响.因而不应该强求高分,不要采取揠苗助长的做法.

5. 所有参加竞赛的学生,应当无一例外地坚持全面发展,在此基础上发展其特长.这是因为,一个优秀的科学家在知识领域中必须有宽广的视野,开阔的思路和多种思维方式.否则,即使目前对某学科有所专长,其今后的发展会受到很大的限制,因而不能成长为一个真正优秀的科学家.

实践表明,这些指导思想是正确的.它能保证物理竞赛的健康发展.

## 四、关于命题工作

### 1. 竞赛题是物理竞赛活动的核心,它与物理竞赛的成败密切相关.

从第一届开始就根据竞赛指导思想对命题原则作出了规定.以后根据这些原则制定了《内容提要》.这些是十年来命题的依据.实践表明,它们都是符合竞赛的目的和客观实际的.

十年来,全国统一命题的预赛第一试、决赛笔试、实验和口试等共命题 274 道,其中笔试题 236 道,实验题 20 道,口试题 18 道.各省(市、区)所命预赛第二试(实验)题约 572 道(按每省每次 2 题计算,海南省从第 5 届开始计算).各届命题情况见表四.

表四 全国中学生物理竞赛命题情况

题数 考试	届次										合计
	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	
预赛一試	36	26	25	15	15	15	11	10	9	9	171
预赛二試	56	56	56	56	58	58	58	58	58	58	572
决赛理论	6	5	6	5	6	6	9	8	6	8	65
决赛实验	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
决赛口試	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	18

这些题目的绝大多数质量是高的,有一部分题目质量很高.调查表明,这些题目对于调动学生学习物理的兴趣,扩大视野,改进学习方法,启迪和开发他们的智力,特别是培养他们独立地、灵活地、创造性地思考和分析问题的能力起了很大的作用.有的已上大学的学生说:“竞赛题的风格无疑地对全国各地优秀学生物理学习起了一定的导向作用.”十年来的竞赛试题对选拔人才是有效的,对中学物理教师业务水平的提高也起了一定的促进作用.

### 2. 经过十年的实践,对如何命好竞赛题有以下几点认识.

#### (1) 要坚持竞赛题应有的性质和风格

竞赛是优秀学生参加的课外科学活动,当然要求学生具有扎实的课内学习的基础.但不止于此,还要求学生对本学科具有浓厚的兴趣和潜在的能力特长.希望竞赛活动能促使学生突破封闭的教学方式,充分发挥在学习上的主体作用,充分地发展其个性和特长,主动地多方位地吸取新的知识,扩大视野,独立思考,使学生的创造性、分析能力和想象力能得到有效的培养和提高.竞赛试题应向这方面引导学生.过去十年的试题中,一些扩大科学视野的题目,解释现象和事实的题目,在科学技术中有实际意义的题目,从科研中提取并予以简化加工后形成的题目,对培养严密的理论思维有意义的题目,对实验能力的培养很有意义的题目,都发挥了很好的作用,今后仍应坚持和加强.

遗憾的是,仍有一些题目由于这样或那样的原因不能令人满意.例如,不少人认为有些



## 四、关于命题工作

### 1. 竞赛题是物理竞赛活动的核心,它与物理竞赛的成败密切相关.

从第一届开始就根据竞赛指导思想对命题原则作出了规定,以后根据这些原则制定了《内容提要》.这些是十年来命题的依据.实践表明,它们都是符合竞赛的目的和客观实际的.

十年来,全国统一命题的预赛第一试、决赛笔试、实验和口试等共命题 274 道,其中笔试题 236 道,实验题 20 道,口试题 18 道.各省(市、区)所命预赛第二试(实验)题约 572 道(按每省每次 2 题计算,海南省从第 5 届开始计算).各届命题情况见表四.

表四 全国中学生物理竞赛命题情况

题数 \ 届次	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	合计
预赛一試	36	26	25	15	15	15	11	10	9	9	171
预赛二試	56	56	56	56	58	58	58	58	58	58	572
决赛理论	6	5	6	5	6	6	9	8	6	8	65
决赛实验	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
决赛口試	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	18

这些题目的绝大多数质量是高的,有一部分题目质量很高.调查表明,这些题目对于调动学生学习物理的兴趣,扩大视野,改进学习方法,启迪和开发他们的智力,特别是培养他们独立地、灵活地、创造性地思考和分析问题的能力起了很大的作用.有的已上大学的学生说:“竞赛题的风格无疑地对全国各地优秀学生学习物理起了一定的导向作用.”十年来的竞赛试题对选拔人才是有效的,对中学物理教师业务水平的提高也起了一定的促进作用.

### 2. 经过十年的实践,对如何命好竞赛题有以下几点认识.

#### (1) 要坚持竞赛题应有的性质和风格

竞赛是优秀学生参加的课外科学活动,当然要求学生具有扎实的课内学习的基础.但不止于此,还要求学生对本学科具有浓厚的兴趣和潜在的能力特长.希望竞赛活动能促使学生突破封闭的教学方式,充分发挥在学习上的主体作用,充分地发展其个性和特长,主动地多方位地吸取新的知识,扩大视野,独立思考,使学生的创造性、分析能力和想象力能得到有效的培养和提高.竞赛试题应向这方面引导学生.过去十年的试题中,一些扩大科学视野的题目,解释现象和事实的题目,在科学技术中有实际意义的题目,从科研中提取并予以简化加工后形成的题目,对培养严密的理论思维有意义的题目,对实验能力的培养很有意义的题目,都发挥了很好的作用,今后仍应坚持和加强.

遗憾的是,仍有一些题目由于这样或那样的原因不能令人满意.例如,不少人认为有些

题是所谓的“普物题”，或是不用微积分的“普物题”。这话的意思是说，有的题对没学过大学普通物理的学生来说，可能很难，而对学过普通物理的学生来说，就是一道很容易的题目。这种题目有可能起误导作用。我们一贯认为不要把学生引入另一课堂去系统地学习普通物理，大量灌输，生吞活剥，从而把本应是主动的生动活泼的课外活动变成系统的课堂教学。

### (2) 要开发题源

十年来竞赛题来自两方面。一方面是命题组成员自己编制的题。命题组由两部分人组成：一部分是竞委会直接聘请的，另一部分是由当年承办决赛的组委会推荐，再由竞委会聘请的，这一部分人员每年不同。另一方面来源是征题。征来的题主要是中学老师提供的，也有少数大学老师提供的，这些题经命题组挑选、加工或改编形成竞赛题。

今后需要加强征题工作。不仅要继续向中学和大学从事教学的老师征题，还应向科研人员（大学，科学院和企业单位的科研人员）征题。当然，可能会发生这样的情况，他们命的题确实具有新意，但由于他们不熟悉中学教学和物理竞赛，寄来的题可能因离《内容提要》范围太远而无法采用。这个问题要设法解决。另外，要扩大征题还必须解决经费问题。

### (3) 要恰当地处理好试题难度问题

根据调查了解，不少人反映竞赛题偏难。这里有两种情况。一种是竞赛试卷中较容易的题目数量偏少，造成很多考生总分偏低，这不利于调动更多学生来参加竞赛。针对这一问题，今后预赛一试试题应有一部分题比较接近高考中较难的题，使许多优秀学生都不感到太困难。另一种情况是某些题目得分率很低，因而认为题目太难了。对此要进行分析，为什么得分率低？有一部分题实质上并非很难，优秀学生是可以解的。但由于学生平时没有见过类似的题，因而要求他能灵活地、创造性地运用所学知识解决问题。这就要求学生平时学习时在这方面下工夫。这正是我们竞赛要引导的方向。因此这类题目不应削弱，反应加强。另一部分题涉及的原理和方法过深，距优秀学生实际水平太远。这种题不适合于做竞赛题，今后应该避免或对它们进行研究改造，使之适合于竞赛的性质和参赛学生的水平。

## 五、要搞好竞赛必须依靠广大忠诚于人民教育事业的老师们(略)

## 六、对今后工作的几点设想(略)

# 第一届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

### 第一部分

1. 火车以速率  $v_1$  向前行驶. 司机忽然发现, 在前方同一轨道上距车为  $s$  处有另一辆火车, 它正沿相同的方向以较小的速率  $v_2$  作匀速运动. 于是他立即使车作匀减速运动, 加速度的大小为  $a$ . 要使两车不致相撞, 则  $a$  应满足关系式\_\_\_\_\_.

2. 如图 1-1 所示, 物体  $Q$  与一质量可以忽略的弹簧相连接, 静止在光滑水平面上. 物体  $P$  以某一速度  $v$  与弹簧和物体  $Q$  发生正碰. 已知碰撞是完全弹性的, 而且两物体的质量相等. 碰撞过程中, 在下列哪种情况下弹簧刚好处于最大压缩状态?

(A) 当  $P$  的速度恰好等于零时; (B) 当  $P$  与  $Q$  的速度相等时; (C) 当  $Q$  恰好开始运动时; (D) 当  $Q$  的速度等于  $v$  时; (E) 当  $P$  刚好把它的动能全部传递给弹簧时.

答案: [ ]

3. 在图 1-2 中,  $A$ 、 $B$  是两个带柄( $a$  和  $b$ ) 的完全相同的长方形物体,  $C$  是另一长方体,  $C$  的质量为  $m$ ,  $A$ 、 $B$  与斜面间以及与  $C$  之间皆有摩擦,  $C$  与  $A$  或  $B$  间的静摩擦因数均为  $\mu$ . 设它们原来都处于静止状态.



图 1-1

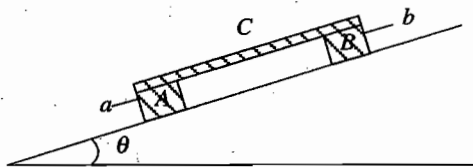


图 1-2

(1) 若一手握住  $a$ , 使  $A$  不动, 另一手握住  $b$ , 逐渐用力将  $B$  沿倾角为  $\theta$  的斜面向上拉. 当力增大到能使  $B$  刚刚开始向上移动时,  $C$  动不动? 若动, 如何动?

答案: [ ]

(2) 此时  $A$  与  $C$  之间的摩擦力为多大?

答案: [ ]

(3) 若握住  $b$  使  $B$  不动, 握住  $a$  逐渐用力将  $A$  沿倾角为  $\theta$  的斜面向下拉, 当  $A$  开始移动时,  $C$  动不动? 若动, 如何动?

答案: [ ]

4. 在图 1-3 中,  $A$  是一质量为  $M$  的木块,  $B$  是一质量为  $m$  的小铁块, 共浮在水面上. 若将铁块取下, 直接放在水内, 最后杯中水面的高度\_\_\_\_\_.

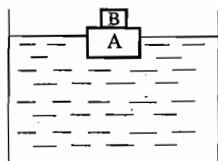


图 1-3

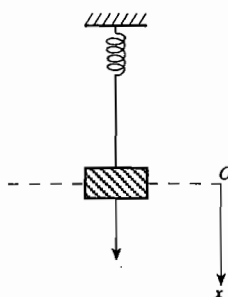


图 1-4

5. 如图 1-4 所示, 质量可以忽略的弹簧上端固定, 下端悬挂一质量为  $m$  的物体, 物体沿竖直方向做振幅较小的简谐振动. 取平衡位置  $O$  处为原点, 位移  $x$  向下为正, 则在图 1-5 的  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  和  $e$  五个图中:

(1) 图 \_\_\_ 是描述物体的速度随  $x$  的变化关系.

(2) 图 \_\_\_ 是描述加速度随  $x$  的变化关系.

(3) 图 \_\_\_ 是描述弹簧的弹性势能随  $x$  的变化关系.

(4) 图 \_\_\_ 是描述总势能(重力势能与弹性势能)随  $x$  的变化关系(重力势能取原点处为零).

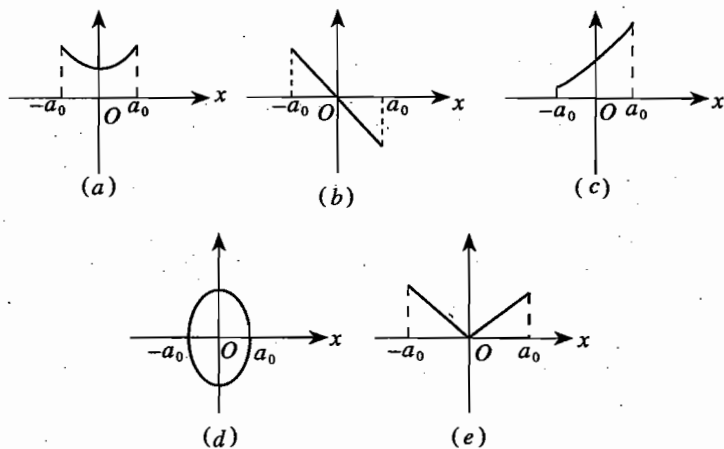


图 1-5

6. 夏天, 在运输大量冰块的卡车上, 有时看到冰面上有淡乳白色的气体飘动, 出现这种现象是由于 \_\_\_\_\_.

7. 钢尺 A、钢尺 B 和一段角钢是用同样的材料制成的. 钢尺 A 在  $+20\text{ }^\circ\text{C}$  使用时是准确的, 钢尺 B 在  $-30\text{ }^\circ\text{C}$  使用时是准确的.

(1) 用这两把尺子在  $-30\text{ }^\circ\text{C}$  的野外去测量上述角钢的长度, 其读数分别为  $l_A$  及  $l_B$ . 则

(A)  $l_A > l_B$ ;      (B)  $l_A = l_B$ ;      (C)  $l_A < l_B$ .

(2) 在  $+20\text{ }^\circ\text{C}$  温度下, 用这两把尺子分别去测量角钢的长度, 其读数为  $l'_A$  及  $l'_B$ . 则

(A)  $l_A' > l_B'$ ;      (B)  $l_A' = l_B'$ ;      (C)  $l_A' < l_B'$ .

答案: (1) [    ]; (2) [    ]

8. 用连线连结起左边列出的科学家和右边列出的他所测定过的物理量或证实其物理事实.

- |         |             |
|---------|-------------|
| A. 布朗   | a. 热功当量     |
| B. 卡文迪许 | b. 电磁波存在    |
| C. 焦耳   | c. 引力常量     |
| D. 赫兹   | d. 分子不断做热运动 |
| E. 法拉第  | e. 原子的有核结构  |
| F. 牛顿   | f. 电子电量     |

9. 如图 1-6 所示, 一根被弯成半径为  $R = 10 \text{ cm}$  的半圆形导线, 在磁感应强度  $B = 1.5 \text{ T}$  的均匀磁场中以速度  $v = 6 \text{ m/s}$  沿  $ac$  方向向右运动, 磁场的方向垂直图面向里.

(1) 求导线上  $a, b$  两点的电势差, 指出哪一点电势高.

答案: [    ]

(2) 求导线上  $a, c$  两点的电势差.

答案: [    ]

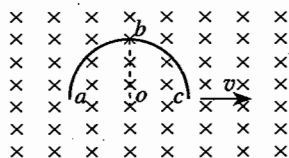


图 1-6

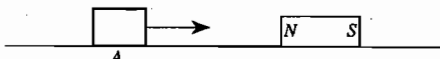


图 1-7

10. 在水平放置的光滑导轨上, 沿着导轨方向固定一条形磁铁, 如图 1-7 所示. 现有四个滑块, 分别由铜、铁、铝和有机玻璃制成. 使它们从导轨上  $A$  点以一定的初速度向磁铁滑去. 则做加速运动的是 \_\_\_\_\_; 做匀速运动的是 \_\_\_\_\_; 做减速运动的是 \_\_\_\_\_.

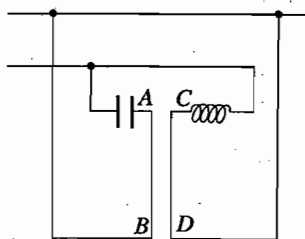


图 1-8

11. 从同一交流电路上接出两个支路, 如图 1-8 所示. 一支路连接一个无泄漏电阻的电容器; 另一支路连接一个无电阻的电感线圈. 则导线  $AB$  和  $CD$  的相互作用是: (A) 相吸; (B) 相斥; (C) 吸、斥不定; (D) 无相互作用.

答案: [    ]

12. 画一个楼梯照明电路图. 要求让使用者不论在楼上或楼下都可以开灯或关灯.

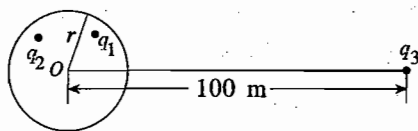


图 1-9

13. 如图 1-9 所示, 在半径  $r$  是  $0.1 \text{ m}$  的原来不

带电的金属球壳内放两个点电荷,电量分别是  $q_1 = -3 \times 10^{-9} \text{ C}$  和  $q_2 = 9 \times 10^{-9} \text{ C}$ . 它们与金属球内壁不接触. 在距球壳中心  $O$  点  $100 \text{ m}$  处放一个点电荷  $q_3$ , 它的电量是  $6 \times 10^{-14} \text{ C}$ .  $q_3$  所受的静电力是 \_\_\_\_\_  $\text{N}$ .

14. 在如图 1-10 所示的电路中,  $R_1 = 40 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 60 \Omega$ ,  $E_1 = 5 \text{ V}$ ,  $E_2 = 2 \text{ V}$ . 电源内阻忽略不计. 当  $K$  接通后, 电源  $E_2$  的输出功率是 \_\_\_\_\_.

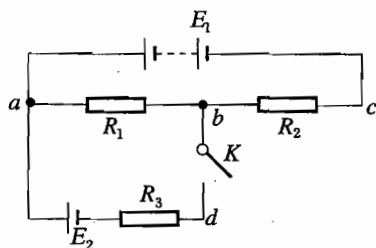


图 1-10

15. 如图 1-11 所示,  $R_1 = R_3 = R_5 = \dots = R_{99} = 5 \Omega$ ,  $R_2 = R_4 = R_6 = \dots = R_{98} = 10 \Omega$ ,  $R_{100} = 5 \Omega$ ,  $E = 10 \text{ V}$ . 则电阻  $R_2$  上的电功率应等于 \_\_\_\_\_.

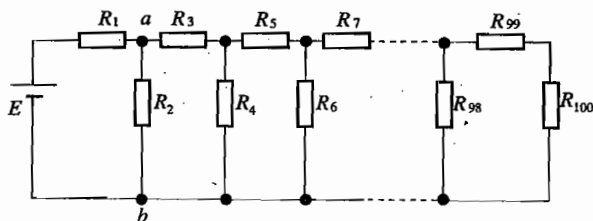


图 1-11

16. 把两个相同的电容器  $A$  和  $B$  如图 1-12 所示连接起来. 当它们都带有一定电量时, 电容器  $A$  中的带电微粒  $M$  恰好静止, 现在使电容器  $B$  两板错开, 而距离不变, 使它们对着的面积成为原来的  $1/2$ , 这时  $M$  的加速度的大小是 \_\_\_\_\_.



图 1-12

17. 用多用电表中欧姆表的不同量程去测量一个晶体二极管的正向电阻. 例如, 用  $\times 10$  及  $\times 100$  两档(内附电池相同)的测量结果分别为  $R_{10}$  及  $R_{100}$ , 则有

- (A)  $R_{10} = R_{100}$ ;      (B)  $R_{10} < R_{100}$ ;
- (C)  $R_{10} > R_{100}$ ;
- (D)  $R_{10} < R_{100}$  或  $R_{10} > R_{100}$  不定.

答案: [     ]

18. 有一装置如图 1-13 所示, 整个装置处于真空中, 从阴极  $K$  发射出的电子通过第 I 区域, 从阳极小孔  $B$  射出进入由金属管构成的第 II 区域, 离开金属管后进入有一均匀磁场的第 III 区域, 磁场方向垂直于纸面向里, 电子在哪些区域内会发射电磁波? (A) 只在第 I 区域; (B) 只在第 II 区域; (C) 只在第 III 区域; (D) 只在第 I、III 区域; (E) 只在第 I、II 区域.

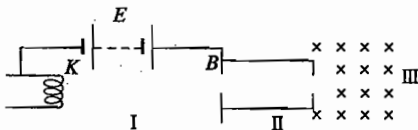


图 1-13

答案: [     ]

19. 光导纤维能够长距离地传输光信号是利用 \_\_\_\_\_ 现象. 每根光导纤维的折射率沿

半径方向的分布是\_\_\_\_\_。

20. 全息照相底片和普通照相底片在摄影冲洗后其底片上图像的不同点是\_\_\_\_\_。

21. 列举激光的两个特性:

(1) \_\_\_\_\_;

(2) \_\_\_\_\_。

举出激光的两种用途:

(1) \_\_\_\_\_;

(2) \_\_\_\_\_。

22. 有一物  $AB$  (如图 1-14 所示) 从远处移向凹面镜到

$2f$  处过程中, 问下列情况哪些是正确的?

(1) 像的大小总是不断增大;

(2) 像的大小总是大于物;

(3) 像的大小总是小于物;

(4) 像总是正立;

(5) 像总是倒立。

(A) 只有(3)正确;

(B) 只有(1)、(2)正确;

(C) 只有(2)、(4)正确;

(D) 只有(3)、(4)正确;

(E) 只有(1)、(5)正确。

答案: [ ]

23. 有些照相机和测量仪的镜头看上去是紫红(或蓝紫)色的, 这是因为镜头表面镀有一层透明物质的薄膜, 它的作用是\_\_\_\_\_。

24. 晴朗的天空呈蔚蓝色的原因是\_\_\_\_\_。

25. 如图 1-15, 在一凸透镜左侧放一块厚的矩形玻璃砖, 当平行光从透镜右边射来时, 其聚焦位置较无此玻璃砖时,

(A) 向左移; (B) 向右移; (C) 不变。

答案: [ ]

26. 第一个在理论上预言电磁波存在并指出光是一种电磁波的科学家是\_\_\_\_\_; 提出物质波假说的科学家是\_\_\_\_\_; 第一个提出量子概念的科学家是\_\_\_\_\_。

27. 爱因斯坦有哪些科学成就? 试举出其中两项:\_\_\_\_\_。

28. 物质的四种相互作用是\_\_\_\_\_。

29. 月亮为什么永远以一面朝着地球?\_\_\_\_\_。

30. 超导现象指的是\_\_\_\_\_。

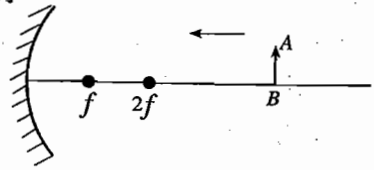


图 1-14

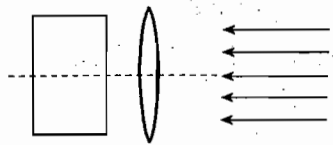


图 1-15

## 第二部分

一、如图 1-16, 一根长为  $L$  的均匀细杆可以绕通过其一端的水平轴  $O$  在竖直平面内转动. 杆最初处在水平位置. 杆上距  $O$  为  $a$  处放有一小物体(可视为质点), 杆与其上小物体最初均处于静止状态. 若此杆突然以匀角速  $\omega$  绕  $O$  轴转动, 问当  $\omega$  取什么值时小物体与杆可能相碰?

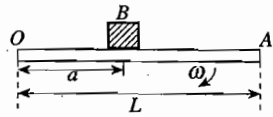


图 1-16

二、用一根细线竖直悬挂一根长为  $l$  的均匀细木杆, 置于水桶内水平面上方, 如图 1-17 所示. 当水桶缓慢上提时, 细木杆逐渐浸入水中, 当木杆浸入水中超过一定深度  $l'$  时, 木杆开始出现倾斜现象. 求  $l'$ . 已知木杆的密度为  $\rho$ , 水的密度为  $\rho_0$ .

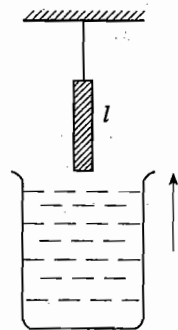


图 1-17

三、有一条长 350 km 的海底电缆  $AB$ , 现发现由于其绝缘外皮在某处受到外来损伤导致绝缘性能变坏. 为探查其受损地点, 现作如下测量:

1. 使  $B$  端开路, 在  $A$  端与地之间接入电动势为 200 V 的电池(电池内阻和接地电阻均不计), 测得  $B$  端对地的电压为 40 V.
2. 使  $A$  端开路, 在  $B$  端与地之间接入电动势为 200 V 的电池, 测得  $A$  端对地的电压为 50 V.

你能根据以上测量结果计算出破损地点距  $A$  端的距离吗?

四、如图 1-18 所示, 凸透镜  $L$  的主轴与  $x$  轴重合, 光心  $O$  就是坐标原点. 凸透镜的焦距为 10 cm. 有一平面镜  $M$  放在  $y = -2$  cm,  $x > 0$  的位置, 眼睛从平面镜反射的光中看到光点  $A$  的像位于  $A_2$  处,  $A_2$  的坐标见图.

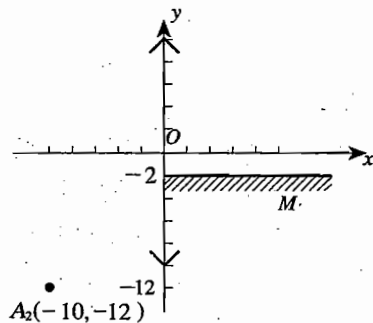


图 1-18

1. 求出此发光点  $A$  的位置.
2. 写出用作图法确定  $A$  的位置的步骤并作图.

五、一个粗细均匀的 U 形的玻璃管在竖直平面内放置, 如图 1-19 所示. U 形管左端封闭, 右端通大气, 大气压为  $p_0$ . 管内装入水银, 两边水银面的高度差为  $h$ . 左管内空气柱的长度为  $L$ . 如果让该管在原来的竖直平面内自由下落, 求两边水银面的高度差.

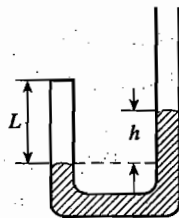


图 1-19

六、用伏安法测定一个阻值约为 25 k $\Omega$ , 额定功率为 1/20 W 的电阻的阻值. 备用仪器及元件有:

1. 待测电阻, 如图 1-20a, 阻值约 25 k $\Omega$ , 功率为 1/20 W.



2. 直流电流表两个,如图 1-20b.
- (A<sub>1</sub>) 量程 0 ~ 100 μA,内阻约为 2 kΩ.
- (A<sub>2</sub>) 量程 0 ~ 500 μA,内阻约为 300 Ω.
3. 直流电压表三个,如图 1-20c.
- (V<sub>1</sub>) 量程 0 ~ 1 V,内阻约为 10 kΩ.
- (V<sub>2</sub>) 量程 0 ~ 10 V,内阻约为 100 kΩ.
- (V<sub>3</sub>) 量程 0 ~ 50 V,内阻约为 500 kΩ.
4. 电源三种,如图 1-20d.

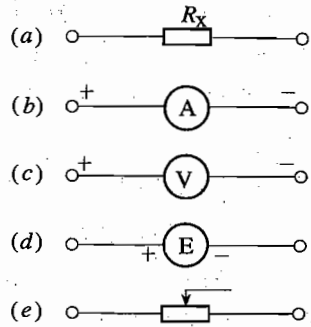


图 1-20

- (E<sub>1</sub>) 两节干电池,每节 1.5 V.
- (E<sub>2</sub>) 直流稳压电源,输出电压 15 V,额定电流 1 A.
- (E<sub>3</sub>) 直流稳压电源,输出电压 50 V,额定电流 0.5 A.
5. 电位器,如图 1-20e. 电阻值 1 kΩ,额定功率 1 W.
6. 电键、导线.

试从以上所提供的仪器和元件中选择合适的规格及适宜的线路,使得被测电阻的测量结果达到尽可能高的精确度. 绘出电路图并标明所选仪器与元件的规格.

## 决赛试题

### 笔试试题

一、有一长为  $l$ , 重为  $W$  的均匀杆  $AB$ ,  $A$  端顶在竖直的粗糙墙壁上, 杆端与墙面间的静摩擦因数为  $\mu$ ;  $B$  端用一强度足够而不可伸长的绳悬挂, 绳的另一端固定在墙壁  $C$  点, 木杆呈水平状态, 绳与杆的夹角为  $\theta$ , 如图 1-21.

1. 求杆能保持平衡时  $\mu$  与  $\theta$  应满足的条件;

$$\mu \geq \tan \theta$$

2. 杆保持平衡时, 杆上有一点  $P$  存在, 若在  $A$  点与  $P$  点间任一点悬挂一重物, 则当重物的重量  $W$  足够大时总可以使平衡破坏; 而在  $P$  点与  $B$  点之间任一点悬挂任意重量的重物, 都不能使平衡破坏. 求出这一  $P$  点与  $A$  点的距离.

$$\frac{l \sin \theta}{\mu + \tan \theta}$$

啥啥大解  
用阿拉伯  
数字方便

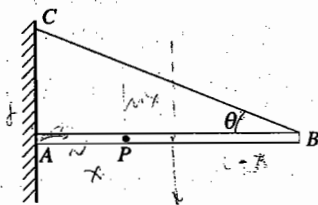


图 1-21



图 1-22

$$\frac{vR(BQ + m\omega)}{2\pi}$$

二、如图 1-22 所示，一质量均匀分布的细圆环，其半径为  $R$ ，质量为  $m$ 。令此环均匀带正电，总电量为  $Q$ 。现将此环平放在绝缘的光滑水平桌面上，并处于磁感应强度为  $B$  的均匀磁场中，磁场方向竖直向下。当此环绕通过其中心的竖直轴以匀角速度  $\omega$  沿图示方向旋转时，环中的张力等于多少？

三、试就你所知，回答下列关于温度的问题。

1. 从宏观角度看，什么是温度？从微观角度看，什么是温度？

2. 一个水银温度计，一个酒精温度计，两者都在冰点校准了 0 度，在水的沸点校准了 100 度，然后在 0 度与 100 度之间等分成 100 份。现在分别用这两个温度计测量两个物体的温度，结果两个温度计都指示 30 度处。问这两个物体的温度是否相同？为什么？

3. 玻璃熔点以上的高温和水银凝固点以下的低温怎样测量？这样的高温和低温是否仍能用摄氏度表示？为什么？

4. 太阳表面的温度大约是 6 000 K，这是怎样测量出来的？

四、显微镜物镜组中常配有一如图 1-23 所示的透镜，它的表面是球面，左表面  $S_1$  的球心为  $C_1$ 、半径为  $R_1$ ，右表面  $S_2$  的球心为  $C_2$ 、半径为  $R_2$ ，透镜玻璃对于

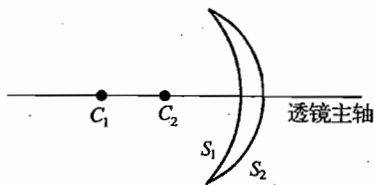


图 1-23

空气的折射率为  $n$ ，两球心间的距离  $\overline{C_1C_2} = \frac{R_2}{n}$ 。

在使用时被观察的物体位于  $C_1$  处，试证明：

1. 从物体射向此透镜的光线，经透镜折射后，所有出射光线均相交于一点  $Q$ 。

2.  $\overline{QC_2} = nR_2$ 。

五、两个带正电的点电荷，带电量都是  $Q$ ，固定放置在图 1-24 中  $x$  轴上  $A$ 、 $B$  两点处， $A$ 、 $B$  距原点的距离都是  $r$ 。若在原点处放置另一点电荷  $P$ ，其带电量大小是  $q$ ，质量为  $m$ 。

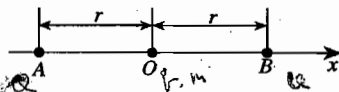


图 1-24

1. 当限制点电荷  $P$  只能在哪些方向上运动时，它在  $O$  处才是稳定的？

2. 讨论在这些方向上受扰动后，它的运动情况。

六、图 1-25 是一用两个按钮控制四个灯的电路。  $D_1 \sim D_4$  是四个电子装置，分别控制 1、2、3、4 四个灯（四个灯图中未画出），若  $D_1$  中有电流流过，则它所控制的灯 1 亮，等等。线路中  $B$  为直流电源， $R_1 \sim R_4$  为四个相同的电阻， $K_1$  与  $K_2$  是两个双刀双掷按钮开关， $K_1$  中有两组接点  $a_1b_1c_1$  和  $a_2b_2c_2$ 。平时（不按时） $a$  与  $b$  接通，按下时  $a$  点改与  $c$  点接通， $K_2$  的情况与此相同。线路中交叉处凡是无黑点者均不通。

线路中有 16 对接线点  $m_1n_1, m_2n_2, \dots, m_{16}n_{16}$ （用黑点表示）。每对接线点  $m, n$  之间可以接入一个二极管，也可以不接入。由  $K_1, K_2$  引出的四条竖线用  $x, y, z, t$  表示。

1. 请你用一些二极管接入某些成对的  $m, n$  接线点之间，按照下页表要求设计出两种不

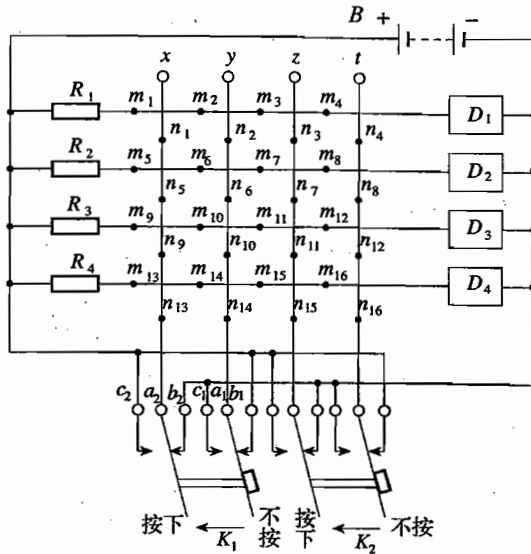


图 1-25

同的控制电路。

请你把所设计的方案 1、2 画入图 1-26 和图 1-27 中，为简单起见，图 1-26 和图 1-27 只画出了二极管阵列部分，略去了其他部分。

	$K_1$ 不按 $K_2$ 不按	$K_1$ 不按 $K_2$ 按下	$K_1$ 按下 $K_2$ 不按	$K_1$ 按下 $K_2$ 按下
设计方案 1	灯 1 亮	灯 2 亮	灯 3 亮	灯 4 亮
设计方案 2	灯 1 亮	1、2 两灯亮	灯 3 亮	2、4 两灯亮

方案 1

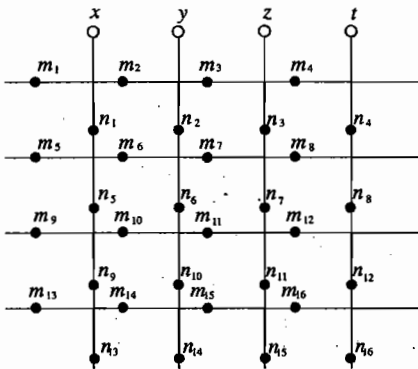


图 1-26

方案 2

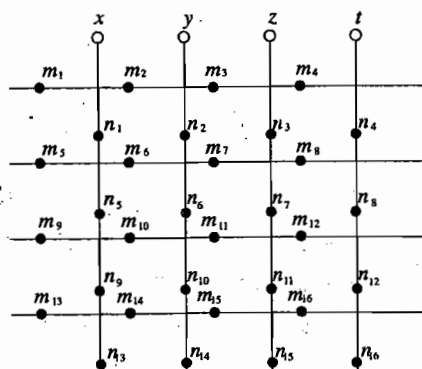


图 1-27

2. 简要地写出设计的依据。

## 实验试题

### 一、多用密度秤

#### [仪器介绍]

这是一台“多用密度秤”。用它测定不同性质、不同形状物体的密度。用多用密度秤测定密度的全部仪器附件都按图1-28和图1-29放置在两个木盒内。图1-30是把它装配起来以后的一种工作状态。

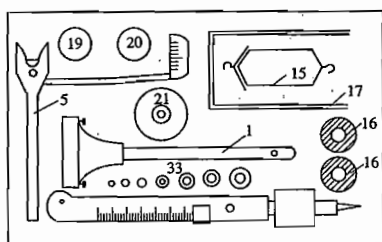


图 1-28

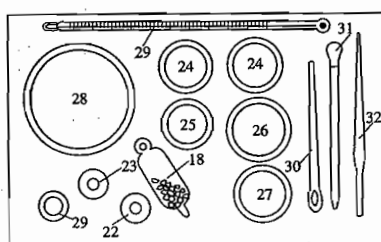


图 1-29

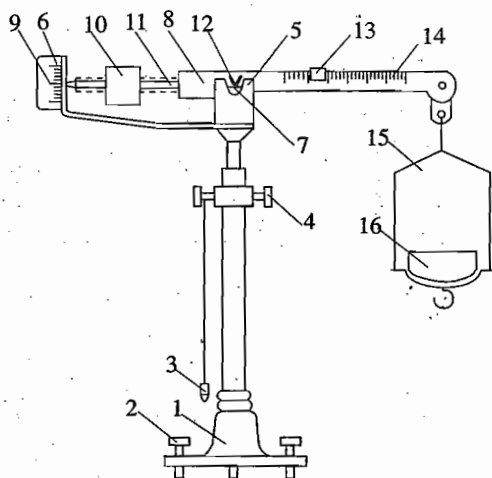


图 1-30

1. 底座及柱形支柱
2. 水平调整螺丝
3. 铅锤
4. 固定螺丝
5. 带指示标尺的刀垫架
6. 指示标尺
7. 与支柱垂直的刀垫
8. 秤梁
9. 指针
10. 平衡锤
11. 丝杠
12. 刀口
13. 游码
14. 刻度尺
15. 秤盘架
16. 秤盘两个,供选用
17. 玻璃杯
18. 标准浮子
- 19~21. 附件(本实验不用)
22. 铝柱
23. 塑料柱
- 24~27. 样品(本实验不用)
28. 玻璃皿
29. 温度计
30. 小匙
31. 移液管
32. 镊子
33. 标准砝码

本仪器也可以作为一架不等臂天平使用,用它来称衡物体的质量,其称量是 50 g,感量约为:  $n = 0.05 \text{ g/div}$ .

本仪器中有两种标准件:一件是标准砝码(33),我们暂把它的误差略去不计;一种是标准浮子(18),它的体积是  $10.00 \text{ cm}^3$ ,误差不超过千分之一.

[实验内容]

1. 按图 1-30 装好多用密度秤并调整好. 检查其空载时的灵敏度  $S_0$  ( $S_0 = 1/n$ ) 是否与仪器给定的规格相符.

2. 测定铅柱(22) 的质量,并估计其误差.

3. 测定杯中液体的密度. 写出测量公式,估计测量结果的误差.

[回答问题]

1. 用本仪器及其附件可以测定什么性质的液体的密度?待测液体的最大密度有没有限制?请予说明.

2. 上述测定物体质量的实验中,除了标准砝码的误差暂不计以外,根据你实验中的情况,举出可能的测量误差来源,并对其大小进行估算.

3. 如果在使用这台仪器的过程中,不慎把游码丢失了,要用铜片补上一个. 现有  $1.00 \text{ mm}$  厚的铜片,问需用多大面积的一块?(估两位)

二、黑盒子

给你一个黑盒子,盒子上面有四个接线柱,编号标明在盒面上. 盒内装有三个元件,按一定方式连接. 每两个接线柱之间最多只连有一个元件,可能没有,可能短路. 盒内的三个元件,可能是电池、电阻、电容、电感或半导体二极管. 请你利用所给仪器完成以下实验要求:

1. 确定黑盒子内三个元件的名称,绘出它们的连接图. 要求说明所确定的电路图及元件名称是唯一可能的理由.

2. 确定各元件的数值. 写出计算公式,简要说明测试方法和条件.

[仪器和用具]

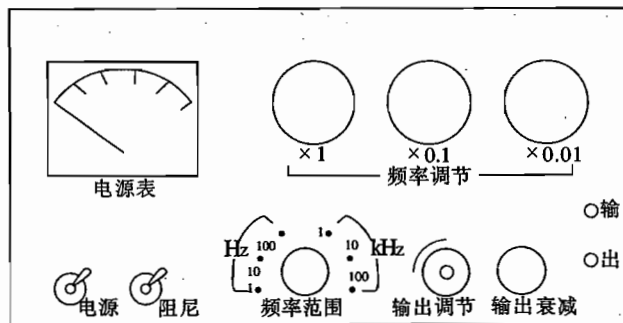


图 1-31

1. 信号发生器:这是一台能提供正弦波形电压的交流电源,其输出信号的频率和电压都可以改变(面板如图 1-31).

使用时,首先打开电源开关(指示灯亮),调节信号输出,输出电压值可由面板上电压表读出.调节“频率范围”及“频率调节”旋钮,频率读数为:“频率范围”旋钮所指处乘“频率调节”指示数.如“频率范围”指1 kHz与10 kHz之间,“频率调节”指3.21,则频率为 $1\text{ kHz} \times 3.21 = 3.21\text{ kHz}$ .仪器使用完毕,应将“输出调节”减小至零,而后切断电源.

2. MF-20型万用电表.使用时注意以下几点:

(1) 测直流量时,把测试笔接在“直流”接线柱上;测交流量时,把测试笔接在“交流”接线柱上.

(2) 面板上有两个旋钮转换开关.其中一个旋钮开关指示被测量的种类,如直流电压V,直流电阻 $\Omega$ ,直流电流mA,交流电压V等;而另一个旋钮开关,则是根据被测物理量的大小选择不同的量程.

(3) 用完本表,应将电表的旋钮开关拨至直流电压最高档.

3. 导线若干根.

## □ 试 试 题

一、就以下几种情况简述二球碰撞问题:

1. 二球弹性碰撞的正碰.
2. 二球非弹性碰撞的正碰.
3. 二球弹性碰撞的斜碰.
4. 举出两个根据上述碰撞的原理所讨论的物理实例.

二、电容器

1. 一平行板电容器充电后,证明其电势能等于 $\frac{1}{2}QU$ ,  $U$ 为电势差,  $Q$ 为一个板上的电量.

2. 一个可变电容器与电动势为  $E$  的电池相联,如图 1-32. 设开始时电容器的电容为  $C$ , 现将其电容调为原来的一半, 试分析在此过程中能量的转化过程.

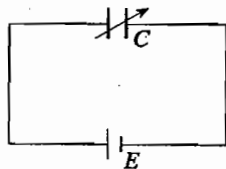


图 1-32

# 第二届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

### 第一部分

#### 注意事项

(1) 凡是题目的下面标有“答案: \_\_\_\_\_”者, 请把答案填写在其中横线上空白处, 不要求写出演算过程.

(2) 以下一些物理常量的数据, 解题时如需要可选用.

引力常量  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

地球半径  $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

静电力常量  $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

基本电荷  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

电子质量  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

质子质量  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

真空中光速  $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

普朗克常量  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

气体常量  $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

阿伏加德罗常数  $N = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

1. 最近时期, 天空中可观察到一颗著名的彗星, 它叫什么名字? 它的周期约为多少年?

答案: \_\_\_\_\_.

2. 至少要几颗同步卫星才能“覆盖”整个地球赤道?

答案: \_\_\_\_\_.

3. 一般人能听到的声音的频率大致在什么范围内? 视觉暂留约为多长时间?

答案: \_\_\_\_\_.

4. 200度远视眼镜片的焦距是多少?

答案: \_\_\_\_\_.

5. 1985年, 我国物理学界隆重集会, 纪念一位世界著名的物理学家诞辰一百周年. 他叫什么名字? 他因什么成就而获得了诺贝尔奖金?

答案: \_\_\_\_\_.

6. 电子显微镜比普通显微镜更能分辨物体的细节, 这是由于什么原因?

答案: \_\_\_\_\_.

7. 正电子与负电子相碰湮没时,放出的能量约为多少?

答案: \_\_\_\_\_.

8. 220 V 40 W 的白炽灯泡灯丝在不点亮时用电桥测出的电阻值与按公式  $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{40 \text{ W}}$  算出的值相比,其大小如何?为什么?

答案: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.

9. 房中间有一台电冰箱,夏天时把这台正在工作的电冰箱的门打开,想用此法来降低室内的平均温度,这是否可能?为什么?

答案: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.

10. 为什么落日是红色的?

答案: \_\_\_\_\_.

11. 在平缓的海滩上会看到,不论海中的波向什么方向传播,当到达岸边时总是大约沿着垂直于岸的方向传来. 这怎样解释?(提示:水波在浅水中传播时,水越浅,波速越小.)

答案: \_\_\_\_\_.

12. 一束在空气中波长为  $0.65 \mu\text{m}$  的光,人眼看是红色的. 当它射入折射率为 1.33 的水中,人眼在水中看时,看到的颜色有无变化?为什么?

答案: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.

13. 给你一把很轻的有刻度的直尺,一个已知重量的可悬挂的物体,怎样才能粗略地测出一根棉线所能承受的最大拉力?要求说明理由并画出装置图.

答案: \_\_\_\_\_.

14. 估算在室温下,真空度达到  $1 \times 10^{-8} \text{ mm 汞高}$  时,容器内空气分子间的平均距离(取一位有效数字即可).

答案: \_\_\_\_\_.

15. 在图 2-1 所示电路中,三个电容器的电容相同,电源的电动势  $E_1 = 3.0 \text{ V}$ ,  $E_2 = 4.5 \text{ V}$ . 设开关  $K_1$ 、 $K_2$  接通前三个电容器都不带电,求  $K_1$ 、 $K_2$  接通后三个电容器的电压  $U_{ao} = U_a - U_o$ ,  $U_{bo} = U_b - U_o$ ,  $U_{co} = U_c - U_o$  各等于多少.

答案:  $U_{ao} =$  \_\_\_\_\_;  $U_{bo} =$  \_\_\_\_\_;  $U_{co} =$  \_\_\_\_\_.

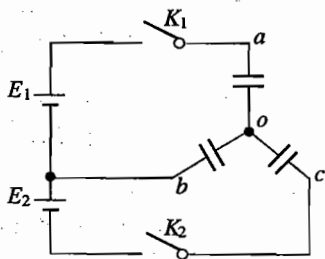


图 2-1

16. 一个盛满水的圆柱形水桶,桶底和壁都很轻很薄,桶的半径为  $R$ ,高为  $h$ ,桶的上缘处在湖面下深度为  $H$  处,如果用轻绳将它缓慢地上提,直到桶的底面刚离开水面,若不计水的阻力,求上提过程中拉力所做的功.

答案: \_\_\_\_\_.



17. 如图 2-2 所示, 要想在 A、B、C 三个地方的每一处都能控制同一盏灯的亮、灭, 所用材料除导线外, 还有单刀双掷开关(如图 2-3) 两个和双刀双掷开关(如图 2-4) 一个, 试在图 2-2 中画出电路图。

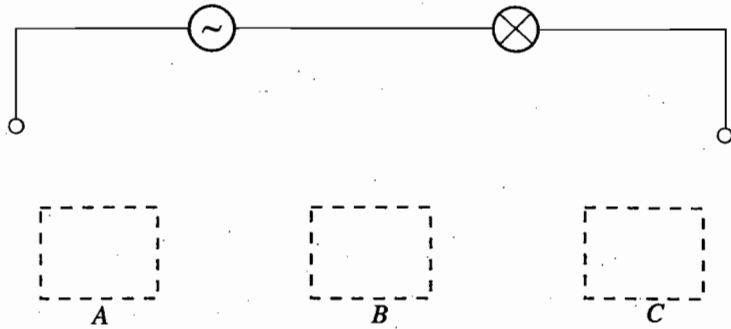


图 2-2

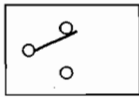


图 2-3

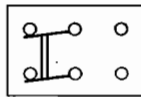


图 2-4

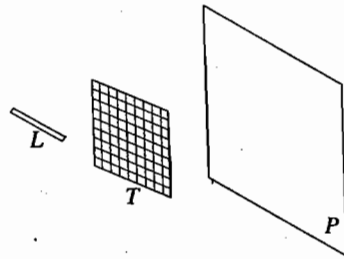


图 2-5

18. 图 2-5 中  $L$  是一水平放置的点亮的 8 W 日光灯管,  $T$  是一藤椅的竖直靠背, 横的藤条与日光灯管平行, 竖的与日光灯管垂直, 横竖藤条间都是透空方格.  $P$  是与藤椅背平行放置的很大的白屏. 现将白屏从紧贴椅背的地方慢慢向远处(图中右方)平移, 在屏上会陆续看到什么图像?

答案: \_\_\_\_\_.

19. 一密闭气缸内有空气, 平衡状态下缸底还有极少量的水, 如图 2-6. 缸内气体温度为  $T$ , 气体体积为  $V_1$ , 压强  $p_1 = 2.00 \text{ atm}$ .

现将活塞缓慢下压, 并保持缸内温度不变, 当气体体积减少到  $V_2 = \frac{1}{2}V_1$  时, 压强变为  $p_2 = 3.00 \text{ atm}$ . 求温度  $T$  的值.

答案: \_\_\_\_\_.

20. 在大气和有生命的植物中, 大约每  $10^{12}$  个碳原子中有一个  $C_{14}$  原子, 其半衰期为  $\tau = 5700$  年, 其余的均为稳定的  $C_{12}$  原子. 在考古工作中, 常常通过测定古物中  $C_{14}$  的含量来推算这一古物年代. 如果在实验室中测出: 有一古炭样品, 在  $m$  克的碳

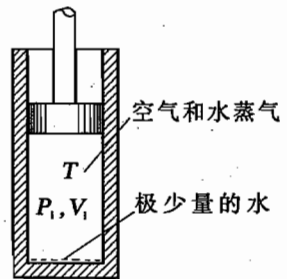


图 2-6

原子中,在  $\Delta t$ (年) 时间内有  $\Delta n$  个  $C_{14}$  原子发生衰变. 设烧成木炭的树是在  $T$  年前死亡的, 试列出能求出  $T$  的有关方程式(不要求解方程).

## 第二部分

**注意:** 答题时要求写出必要的文字说明、方程式和重要演算步骤.

一、一密闭容器中, 盛有温度均匀的热热水, 在室温始终保持为  $20^\circ\text{C}$  的环境中慢慢冷却. 测出各时刻  $t$  时热水与室温的温度差  $\Delta T$ , 结果如下表所示:

$t(\text{min})$	0	30	60	90	120	150
$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	64	16	16	8	4	2

试根据以上的数据, 找出温度差随时间变化的规律的公式, 求出  $t = 45\text{min}$  时水的温度.

二、如图 2-7 所示, 一根细棒, 上端  $A$  处用铰链与天花板相连, 下端用铰链与另一细棒相连, 两棒的长度相等. 两棒限于图示的竖直面内运动, 且不计铰链处的摩擦. 当在  $C$  端加一个适当的外力(在纸面内), 可使两棒平衡在图示的位置处, 即两棒间夹角为  $90^\circ$ , 且  $C$  端正处在  $A$  端的正下方.

1. 不管两棒质量如何, 此外力只可能在哪个方向范围内? 试说明道理(不要求推算).

2. 如果  $AB$  棒的质量  $m_1 = 1.0\text{ kg}$ ,  $BC$  棒的质量  $m_2 = 2.0\text{ kg}$ , 求此外力的大小和方向.

∠ 答: 外力  
应在  $CB$  范围内.

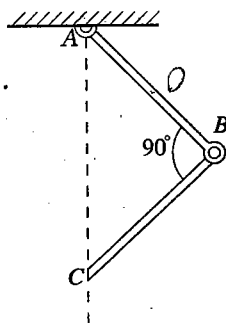


图 2-7

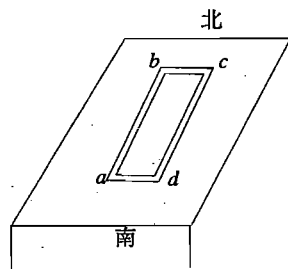


图 2-8

三、如图 2-8 所示, 一个电阻为  $R$  的长方形线圈  $abcd$  沿着磁针所指的南北方向平放在北半球的一个水平桌面上.  $ab$  边长为  $l_1$ ,  $bc$  边长为  $l_2$ . 现突然将线圈翻转  $180^\circ$ , 使  $ab$  与  $dc$  互换位置, 可设法测得导线中流过的电量为  $Q_1$ . 然后维持  $ad$  边不移动, 将线圈绕  $ad$  边转动, 使之突然竖直, 这次测得导线中流过的电量为  $Q_2$ . 试求该处地磁场的磁感应强度的大小.

四、有一台内阻及损耗均不计的直流发电机, 其定子的磁场恒定, 先把它的电枢(转子)线圈与一个电阻  $R$  连接, 再在电枢的转轴上缠绕足够长的轻绳, 绳下端悬挂一质量为  $m$  的重物(如图 2-9 所示), 重物最后以速率  $v_1$  匀速下落. 现将一电动势为  $E$ , 内阻不计的电源如图 2-10 所示接入电路中, 使发电机作电动机用, 悬挂的重物不变, 最后重物匀速上升, 求重物

上升的速率  $v_2$ .

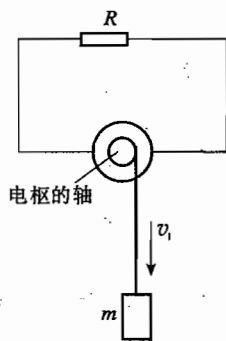


图 2-9

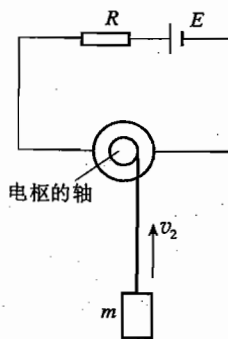


图 2-10

五、焦距都为  $f$  的两个凸透镜  $L_1$ 、 $L_2$  与两个圆形平面反射镜  $M_1$ 、 $M_2$  放置如图 2-11. 两透镜共轴, 透镜的主轴与两平面镜垂直, 并通过两平面镜的中心, 四镜的直径相同. 在主轴上有一点光源  $O$ .

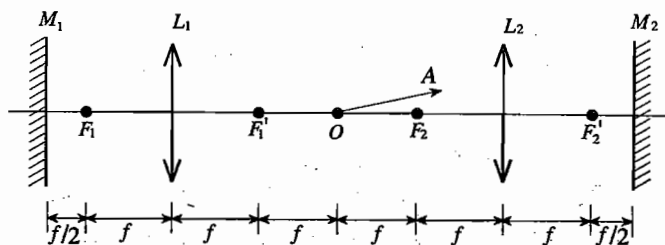


图 2-11

1. 画出由光源向右的一条光线  $OA$  (如图 2-11 所示) 在此光学系统中的光路.
2. 分别说出由光源向右发出的光线和向左发出的光线各在哪些位置 ( $O$  点除外) 形成光源  $O$  的能看到的像. 哪些是实像? 哪些是虚像?
3. 现在用不透明板把  $L_1$  和  $L_2$  的下半部 (包括透镜中心) 都遮住, 说出这时像有什么变化.

六、一个质量  $m = 20 \text{ kg}$  的钢件, 架在两根完全相同的、平行的长直圆柱上 (如图 2-12 所示). 钢件的重心与两柱等距. 两柱的轴线在同一水平面内. 圆柱的半径  $r = 0.025 \text{ m}$ , 钢件与圆柱间的动摩擦因数  $\mu = 0.20$ . 两圆柱各绕自己的轴线做转向相反的转动, 角速度  $\omega = 40 \text{ rad/s}$ . 若沿平行于柱轴的方向施力推着钢件做速度为  $v_0 = 0.050 \text{ m/s}$  的匀速运动, 推力是多大? 设钢件左右受光滑导槽限制 (图中未画出), 不发生横向运动.

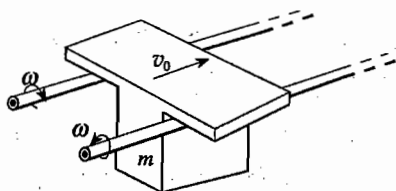


图 2-12

## 决赛试题

1.  $0 < L \cos \beta - r \cos \alpha < \frac{3}{2}(L-r)$  笔试试题

2.  $\cos \theta \sim \frac{\sqrt{3}}{3}$

一、质量为  $m$  的小球与一长为  $l$  的细绳组成一单摆。现将此单摆从与竖直线成  $\alpha$  角的位置静止释放。在摆动的途中，摆绳为一小木桩所阻。木桩与摆的悬挂点相距  $r$ ，两者的连线与竖直线成  $\beta$  角，如图 2-13 所示。

1. 若摆绳为小木桩所阻后，小球在继续上升过程中摆绳发生弯曲。试求出出现此情况时  $r$ 、 $L$ 、 $\beta$  与  $\alpha$  之间应满足的关系式。
2. 若将单摆从适当的  $\alpha$  角位置处静止释放，摆绳为小木桩所阻后小球能击中小木桩，试求此  $\alpha$  值(将结果以  $\cos \alpha$  的形式表示)。

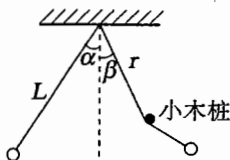


图 2-13

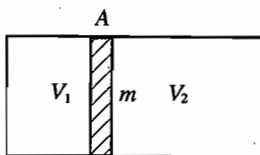


图 2-14

二、在一个横截面面积为  $S$  的密闭容器中，有一个质量为  $m$  的活塞把容器中的气体分成两部分。活塞可在容器中无摩擦地滑动，当活塞处于平衡时，活塞两边气体的温度相同，压强都是  $p$ ，体积分别是  $V_1$  和  $V_2$ ，如图 2-14。现用某种方法使活塞稍微偏离平衡位置，然后放开，活塞将在两边气体压力的作用下来回运动。整个系统可看做是恒温的。

1. 求活塞运动的周期，将结果用  $p$ 、 $V_1$ 、 $V_2$ 、 $m$  和  $S$  表示。
2. 求气体温度  $t = 0^\circ\text{C}$  时的周期  $\tau$  与气体温度  $t' = 30^\circ\text{C}$  时的周期  $\tau'$  之比。

$2\pi \sqrt{\frac{mV_1V_2}{pS^2(V_1+V_2)}}$  0.85

三、1. 一导线围成半径为  $D$  的圆环  $adbc$ ，在圆环所围的区域内有一半径为  $D/2$  的圆形区域，其周界与圆环内切于  $c$  点。此区域内有均匀磁场，磁感应强度  $B$  垂直于圆面，其指向如图 2-15 所示。磁场的磁感应强度随时间增大，其变化率  $\Delta B/\Delta t = k = \text{常量}$ 。导线  $ab$  是圆环的一条直径，与有磁场分布的圆形区域的周界相切。设导线  $ab$  以及被其所分割成的两个半圆环的电阻都是  $r$ ，今用一电流计  $G$  接在  $a$ 、 $b$  两点之间，电流计位于纸面内，电流计的内阻亦为  $r$  (连接电流计的导线的电阻忽略不计)。设圆形区域外的磁场可忽略不计，试问在下列情况下，通过电流计的电流  $I_G$  为多少？

- (1) 半圆环  $acb$  与  $adb$  都位于纸面内，并分别位于直径  $ab$  的两侧。
- (2) 半圆环  $adb$  绕直径  $ab$  转过  $90^\circ$ ，折成与纸面垂直。
- (3) 半圆环再绕直径转  $90^\circ$ ，折成与  $acb$  重合。

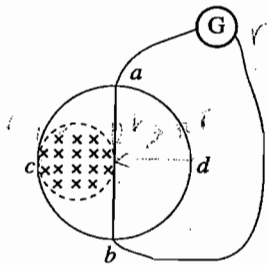


图 2-15

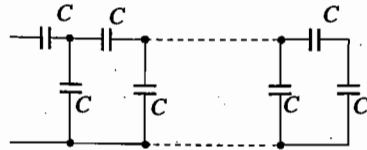


图 2-16

2. 由许多电容量都为  $C$  的电容器组成一个多级网路, 如图 2-16 所示.

(1) 问在最后一级右边的电容器上并联一个多大的电容  $C'$ , 可使整个网路的总电容也等于  $C'$ ?

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} C$$

(2) 如不加  $C'$ , 但无限增加级数, 问整个网路的总电容是多少?

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} C$$

(3) 当电路中的级数足够多时, 如果在最后一级右边的电容器上并联一个任意大小的电容  $C_x$ , 问整个网路的总电容是多少?

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} C$$

四、1. 凸透镜  $L_1$  与凹透镜  $L_2$  同轴放置,  $L_1$  左侧媒质的折射率为  $n$ ,  $L_2$  右侧媒质的折射率也是  $n$ , 两透镜之间媒质的折射率为  $n_0$ , 且  $n < n_0$ .  $F_1$  是  $L_1$  的物方焦点,  $F_2$  是  $L_2$  的物方焦点,  $F_2'$  是  $L_2$  的像方焦点. 有一物点  $s$  位于  $L_1$  的物方焦平面上, 如图 2-17 所示.

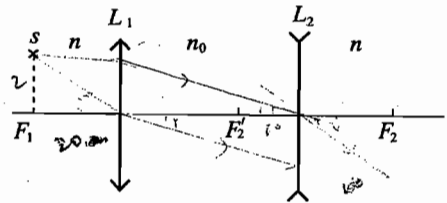


图 2-17

(1) 画出成像光路图, 求出像点  $s'$  的位置. 简述作图的依据.

(2) 若  $L_1$  的物方焦距  $f_1 = 20$  cm,  $L_2$  的像方焦距  $f_2' = 10$  cm, 物点  $s$  离光轴的距离为 2 cm, 问像点  $s'$  离光轴的距离为多少?

key: ② 由阴极  $K$  发射的电子(质量为  $m$ , 电量为  $e$ , 设其初速度为零)经加速极  $A$  加速后垂直射向一开有两条平行狭缝的屏, 电子自狭缝出射后打到一荧光屏上, 如图 2-18 所示. 由于电子具有波动性, 荧光屏将出现明暗相间的条纹. 设加速极  $A$  与阴极  $K$  之间的电压为  $U$ , 两平行狭缝间的距离为  $d$ , 试问:

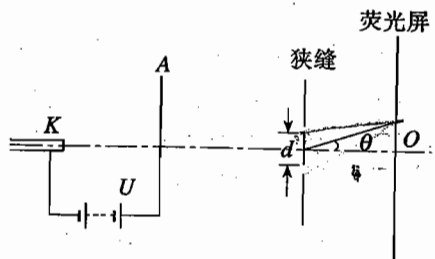


图 2-18

(1) 在整个装置的轴线与荧光屏的交点  $O$  处, 将出现暗条纹还是亮条纹?

(2) 设位于轴线外侧的第一条亮条纹出现在  $\theta$  角处, 写出  $\theta$  的表示式(以  $m, e, d, U$  及其他有关恒量表示).

$$\theta = \arcsin \frac{h}{d \sqrt{2meU}} \quad \text{or} \quad \arcsin \frac{h}{d \sqrt{2meU}}$$

五、1. 三个质量皆为  $m$  的质点  $A, B, C$  组成一边长为  $a$  的等边三角形, 如图 2-19. 质点之

$$\omega = \sqrt{\frac{3Gm}{a^3}}$$

间有万有引力作用. 为使此三角形保持不变, 三个质点应皆以角速度  $\omega$  绕通过它们的质心  $O$  并垂直于三角形平面的轴旋转. 试求此角速度的大小(将结果用  $m, a$  以及引力常量  $G$  表示).

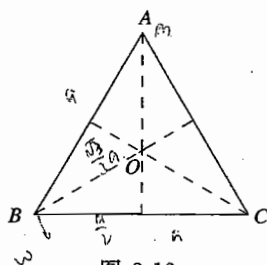


图 2-19

2. 现将上述三个质量相同的质点换成质量分别为  $m_A, m_B, m_C$  ( $m_A \neq m_B \neq m_C$ ) 的质点. 如仍欲保持上述等边三角形不变, 此时三质点应皆以角速度  $\omega'$  绕通过新的质心  $O'$  并垂直于三角形平面的轴旋转. 试求此角速度的大小.

### 实验试题

一、半径为  $r$  的小球在广阔的流体中以速度  $v$  缓慢运动时, 它所受到的阻力(称为粘滞阻力)  $f$  的表示式为

$$f = 6\pi\eta r v \quad (1)$$

式中  $\eta$  为表示流体粘滞性(流体的内摩擦)大小的系数, 其值与流体的性质及温度有关. 在国际单位制中,  $\eta$  的单位为  $\text{Pa} \cdot \text{s}$  ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ). 式 (1) 称为斯托克斯定律, 利用此定律可以测定流体的粘滞系数.

令小球在流体中下落, 随着下落速度  $v$  的增大, 它所受到的粘滞阻力也增大. 当作用于小球的重力与浮力和粘滞阻力相平衡时, 小球以匀速下落, 此时有

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g + 6\pi\eta r v \quad (2)$$

式中  $\rho$  和  $\rho'$  分别为小球和流体的密度,  $g$  为重力加速度. 由式 (2) 可得

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9v} \quad (3)$$

如果  $\rho, \rho'$  和  $g$  已知, 则只要测出小球的半径  $r$  和匀速下落的速度  $v$ , 就可由式 (3) 算出流体的粘滞系数.

现要求用此法测定蓖麻油的粘滞系数, 但实验不是在广阔的流体中进行, 而是在一内径较小的、盛满油的圆柱形长管中进行, 为此特提供四种不同半径的小球, 以便通过对四种小球测得的结果进行数据处理后, 求得更准确的  $\eta$  值.

可供利用的设备有:

四种不同半径的小圆球(每种二粒, 共八粒); 另备有半径较大的小球三粒, 供试验用, 不用于正式测量.

满盛蓖麻油的柱形玻璃管, 管上有二刻线, 二刻线间距离  $l = \underline{\hspace{2cm}}$ . (在此段距离内, 小球做匀速运动.)

秒表, 千分尺.

附有底脚螺旋的三足支架, 重垂线, 夹具等.

可供利用的数据:

小球的密度  $\rho = 7.90 \text{ g/cm}^3$

蓖麻油的密度  $\rho' = 0.950 \text{ g/cm}^3$

重力加速度  $g = 979.4 \text{ cm/s}^2$

室温  $T = \underline{\hspace{2cm}} \text{ }^\circ\text{C}$

二、有一已知电阻  $R_1$ , 阻值为  $100.00 \Omega$  (误差  $\Delta R_1 = 1 \times 10^{-2} \Omega$ ). 现欲使流过该电阻的电流  $I_1$  达到  $15.000 \text{ mA}$ , 最大允许误差为  $0.008 \text{ mA}$ . 请利用下述提供的仪器设计电路, 并进行测量.

给定的仪器有:

a) 电阻一只(模拟标准电阻), 阻值为  $R_1 = 100.00 \Omega$  (误差  $\Delta R_1 = 1 \times 10^{-2} \Omega$ ).

b) 检流计 G 一只:  $-5 \mu\text{A} - 0 - 5 \mu\text{A}$ , 内阻  $R_g = 3 \text{ k}\Omega$ , 可指示  $0.1 \mu\text{A}$  的变化, 相当于指针移动  $\frac{1}{10}$  小格.

c) 电池一只(模拟标准电池): 电动势  $E_1 = 1.5000 \text{ V}$  (误差  $\Delta E_1 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ V}$ ), 内阻  $r_1 = 1 \Omega$ .

d) 电阻板一块:  $100 \text{ k}\Omega$  电阻与  $10 \text{ k}\Omega$  电阻串联.

可供领用的仪器等物品(各若干)有:

a) 干电池: 电动势  $E \sim 1.5 \text{ V}$ .

b) 电阻箱:  $0 \sim 9999 \Omega$ .

c) 单刀开关及导线.

1. 设计所需的实验电路.

2. 按所设计的电路进行实验, 将流过  $R_1$  的电流  $I_1$  调节到  $15.000 \text{ mA}$  (最大允许误差  $0.008 \text{ mA}$ ).

3. 论证该电路能满足试题所提出的要求.

## □ 试 试 题

一、一直立的气缸中装有  $\nu \text{ mol}$  单原子理想气体, 气缸为一质量为  $M$ , 面积为  $A$  的活塞所密封. 整个气缸和活塞都是绝热的, 且位于真空室内. 起初活塞被销钉夹持在某个位置, 使气缸中气体的体积为  $V_0$ , 绝对温度为  $T_0$ . 拔去销钉后, 活塞下落, 最终活塞停止在某平衡位置. 这时气缸中气体的体积为  $V$ , 温度为  $T$ . 已知单原子理想气体的定容摩尔热容量(使  $1 \text{ mol}$  气体在体积不变情况下温度升高  $1 \text{ K}$  所吸收的热量)为  $\frac{3R}{2}$  ( $R$  为气体常量). 忽略活塞和气缸热容量以及它们之间的摩擦. 试计算气体的最终温度  $T$  和体积  $V$ , 将结果用  $T_0$ 、 $V_0$ 、 $M$ 、 $A$ 、 $\nu$ 、 $R$  和重力加速度  $g$  表示.

二、两条平行的长直导轨位于同一水平面, 导轨上平行地横放着两导体杆  $ab$  和  $cd$ , 整个

导轨和导体杆都处于均匀的恒定磁场中,磁场的方向竖直向上,磁感应强度为  $B$ . 开始时,两杆都处在静止状态. 今突然给杆  $ab$  一冲击,使之获得水平速度  $v_0$ ,速度的方向与杆  $ab$  垂直,与导轨平行(图 2-20). 设杆  $ab$  与  $cd$  的长度都是  $l$ ,质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ,电阻分别为  $R_1$  和  $R_2$ ,忽略导轨的电阻以及导体杆和导轨间的摩擦. 试问这一系统中可能产生的最大焦耳热是多少?

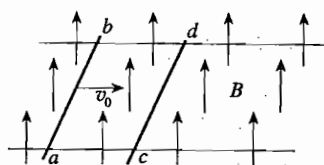


图 2-20



# 第三届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

### 注意事项

以下是一些物理常量的数据,解题时如有需要可选用.

引力常量	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
地球半径	$r = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
静电力常量	$k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
基本电荷	$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
电子质量	$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
质子质量	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
真空中光速	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
普朗克常量	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
气体常量	$R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
阿伏加德罗常数	$N = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

### 第一部分

把答案填写在题中横线上空白处,不要求写出演算过程.

1. 木星的公转周期约为12年,设地球至太阳的距离为1单位(称为1天文单位),则木星至太阳的距离约为\_\_\_\_\_天文单位.

2. 把托在手掌中的物体沿竖直方向向上抛出,在物体脱离手掌的瞬间,手掌的运动方向应是\_\_\_\_\_;手掌的加速度的方向应是\_\_\_\_\_,大小应是\_\_\_\_\_.

3. 如图3-1所示,一质量为 $m$ 的物块位于一质量可忽略的直立弹簧上方 $h$ 高度处,该物块从静止开始落向弹簧.设弹簧的劲度系数为 $k$ ,则物块可能获得的最大动能为\_\_\_\_\_.

4. 网球拍以速率 $v_1$ 击中以速率 $v_0$ 飞来的网球.被击回的网球的最大速率为\_\_\_\_\_ (以上所有的速率都是指相对于地面).

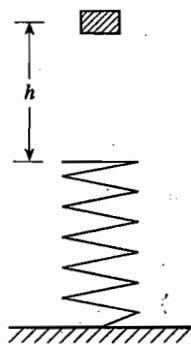


图 3-1

5. 质量为  $m$  的小木块, 停放在水平地面上, 它与地面间的静摩擦因数为  $\mu$ . 一人想用最小的作用力  $F$  使木块移动, 则此最小作用力  $F$  的大小为\_\_\_\_\_.

6. 一火车沿直线轨道从静止出发由  $A$  地驶向  $B$  地, 并停止在  $B$  地.  $A$ 、 $B$  两地相距  $s$ . 火车做加速运动时, 其加速度最大为  $a_1$ ; 做减速运动时, 其加速度的绝对值最大为  $a_2$ . 由此可以判断出该火车由  $A$  到  $B$  所需要的最短时间为\_\_\_\_\_.

7. 已知氢原子  $n = 1$  能级的能量为  $-13.6 \text{ eV}$ . 氢原子从  $n = 3$  的能级跃迁到  $n = 2$  的能级时所发射的光为\_\_\_\_\_色.

8. 一物体沿  $x$  轴在  $x_1 = -A$  和  $x_2 = A$  的区间内作简谐振动. 某人对此物体作随机观察, 则该物体出现在微小间隔  $0 \leq x \leq a$  中的几率是\_\_\_\_\_.

9. 图 3-2 中所示为一两臂内径相同的 U 形管, 其中盛有乙醚. 两臂中各有一活塞与液面紧密接触. 起始时两活塞在同一水平面上. 现将两活塞同时十分缓慢地上提, 左右臂活塞提高的距离分别为  $h$  和  $2h$ , 然后将两活塞固定. 两臂中液面的高度差应为\_\_\_\_\_.

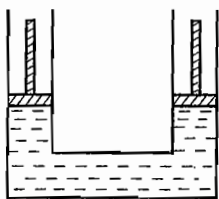


图 3-2

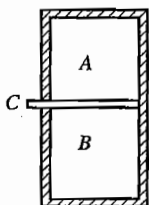


图 3-3

10. 设一氢气球可自由膨胀以保持球内外的压强相等. 则随着气球的不断升高, 因大气压强随高度而减小, 气球将不断膨胀. 如果氢气和大气皆可视为理想气体, 大气的温度、平均摩尔质量以及重力加速度随高度的变化皆可忽略, 则气球在上升过程中所受的浮力将如何变化? 答:\_\_\_\_\_.

11. 一直立的不传热的刚性封闭圆筒, 高度为  $2h$ , 被一水平透热隔板  $C$  分成体积皆为  $V$  的  $A$ 、 $B$  两部分, 如图 3-3 所示.  $A$  中充有一摩尔较轻的理想气体, 其密度为  $\rho_A$ ;  $B$  中充有一摩尔较重的理想气体, 其密度为  $\rho_B$ . 现将隔板抽开, 使  $A$ 、 $B$  两部分的气体在短时间内均匀混合. 若  $A$ 、 $B$  中气体的定容摩尔热容量 (一摩尔的气体在体积不变的条件下温度升高  $1 \text{ K}$  所吸收的热量) 皆为  $\frac{3}{2}R$  ( $R$  为气体常量), 则两部分气体完全混合后的温度  $T_2$  与混合前的温度  $T_1$  之差  $T_2 - T_1 =$ \_\_\_\_\_.

12. 两个形状相同、相距很远的金属小球  $A$  和  $B$ , 带有等量同号电荷, 它们之间的库仑作用力为  $F$ . 现在用一带有绝缘手柄的不带电的金属小球  $C$  与小球  $A$  相触, 小球  $C$  的大小与小球  $A$ 、 $B$  完全相同.  $C$  和  $A$  接触后再去和  $B$  接触, 最后将  $C$  移去. 此时  $A$ 、 $B$  之间的库仑作用力为\_\_\_\_\_.

13. 图 3-4 所示为一具有金属罩壳的金箔验电器.  $A$  为金属小球,  $B$  为金属杆,  $C$  为金箔,

$D$  为金属罩壳. 验电器放在绝缘板  $S$  上. 现将一定量的正电荷移至小球  $A$  上, 于是两金箔将\_\_\_\_\_. 然后用一具有绝缘柄的金属叉  $K$  将小球  $A$  与金属罩壳  $D$  相连, 则两金箔将\_\_\_\_\_. 最后移去金属叉, 再用手指触及小球  $A$ , 则两金箔将\_\_\_\_\_.

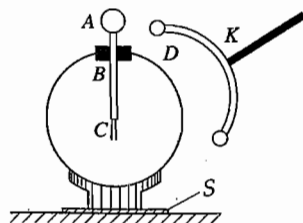


图 3-4

14. 德国物理学家冯·克利青因发现\_\_\_\_\_而荣获 1985 年诺贝尔物理学奖.

15. 用  $N$  个相同的电池串联成的电池组对一电容器充电. 第一种充电方式是: 将此电容器与一电阻串联后, 接在  $N$  个串联电池的两端. 第二种充电方式是: 将此电容器与同一电阻串联后, 先用一个电池充电, 接着改为用两个串联电池继续充电, 再改为用三个串联电池继续充电……最后改为用  $N$  个串联电池继续充电. 这两种充电方式的电能损失是否相同? 若不同, 则哪种方式损耗的电能多? 答:\_\_\_\_\_.

16. 太阳光通过一个三角形的小孔射在观察屏上. 在改变屏到小孔的距离的过程中:

(1) 屏上能否出现三角形的光斑? 若能, 出现这种光斑的条件是什么? 若不能, 其理由是什么?

答:\_\_\_\_\_.

(2) 在屏上能否出现圆形的光斑? 若能, 出现这种形状光斑的条件是什么? 若不能, 理由是什么? 答:\_\_\_\_\_.

17. 物体沿主轴向凹透镜移近, 当移至焦点以内时, 无论把屏放在什么位置, 屏上都得不到物体的像. 但是镜前的观察者可以看到镜后有正立的像, 像的尺度比物体大. 物体越靠近凹透镜, 像比物体大得越\_\_\_\_\_.

18. 虹和霓是太阳光射入大气中的水珠时经折射、反射和色散产生的光学现象. 虹的外圈是红色的, 内圈是紫色的, 霓的外圈是紫色的, 内圈是红色的. 虹是太阳光在水珠中经过\_\_\_\_\_次折射和\_\_\_\_\_次反射形成的. 霓是太阳光在水珠中经过\_\_\_\_\_次折射和\_\_\_\_\_次反射形成的.

19. 1961 年有人从高度  $H = 22.5 \text{ m}$  的大楼上向地面发射频率为  $\nu_0$  的  $\gamma$  光子, 并在地面测量接收到的  $\gamma$  光子的频率  $\nu$ , 测得的  $\nu$  与  $\nu_0$  不同, 与理论预计一致. 试从理论上求出  $\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}$  的值. 答:  $\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} =$ \_\_\_\_\_.

20. 如图 3-5 所示, 一束平行白光沿  $x$  方向穿过屏  $P$  上小孔  $C$  后, 射向玻璃立方体  $A$ . 设  $A$  的折射率在  $y$  方向上随着  $y$  值的增加而线性增大, 但在与  $y$  轴垂直的平面内是均匀的. 从  $A$  射出的光线经过折射率均匀的玻璃三棱镜  $B$  后, 照到与  $x$  轴垂直的观察屏 (毛玻璃)  $E$  上. 试在图 3-6 中定性地画出所看到的  $E$  上的图像.

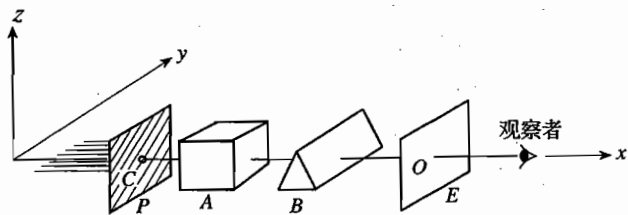


图 3-5

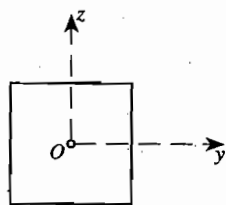


图 3-6

## 第二部分

**注意:**除第一题外,其他各题答题时要求写出必要的文字说明、方程式和重要演算步骤.

一、两滑块  $A_1$  和  $A_2$  叠放在水平的桌面上,如图 3-7 所示. 已知  $A_1$  的质量为  $m_1$ ,  $A_2$  的质量为  $m_2$ ,  $A_2$  与桌面间的静摩擦因数为  $\mu_2$ . 设用  $\mu_1$  表示  $A_1$  与  $A_2$  间的静摩擦因数,  $F$  表示作用于滑块  $A_1$  上的水平拉力, 则当  $\mu_1$  和  $F$  取各种不同值时,  $A_1$  和  $A_2$  可能发生的运动情况有下列四种:

- $A_2$  相对于桌面滑动, 但  $A_1$  与  $A_2$  相对静止;
- $A_2$  相对于桌面滑动,  $A_1$  与  $A_2$  间存在相对运动;
- $A_2$  相对于桌面静止,  $A_1$  相对桌面滑动;
- 相对于桌面,  $A_1$  和  $A_2$  都静止.

1. 分别写出上述每种运动情况中  $\mu_1$  和  $F$  所满足的条件(不要求写出运算过程):

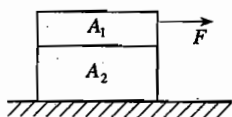


图 3-7

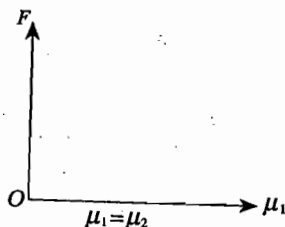


图 3-8

- \_\_\_\_\_;
- \_\_\_\_\_;
- \_\_\_\_\_;
- \_\_\_\_\_.

2. 以横坐标表示  $\mu_1$ , 纵坐标表示  $F$ , 试在  $F-\mu_1$  图(图 3-8)上标出与上述每种运动情况相应的  $\mu_1$  和  $F$  的取值范围.

二、如图 3-9 所示, 质量为  $m$  的长方形箱子, 放在光滑的水平地面上. 箱内有一质量也为  $m$  的小滑块, 滑块与箱底间无摩擦. 开始时箱子静止不动, 滑块以恒定的速度  $v_0$  从箱子的  $A$

壁处向  $B$  壁处运动, 后与  $B$  壁碰撞. 假定滑块与箱壁每碰撞一次, 两者相对速度的大小变为该次碰撞前相对速度的  $e$  倍,  $e = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ .

1. 要使滑块与箱子这一系统损耗的总动能不超过其初始动能的 40%, 滑块与箱壁最多可碰撞几次?

2. 从滑块开始运动到刚完成上述次数的碰撞期间, 箱子的平均速度是多少?

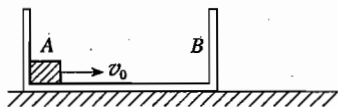


图 3-9

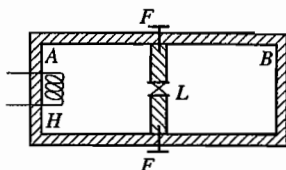


图 3-10

三、在一具有绝热壁的刚性圆柱形封闭气缸内, 有一装有小阀门  $L$  的绝热活塞. 在气缸的  $A$  端装有电热器  $H$ , 可用于加热气体.

起初, 活塞紧贴气缸  $B$  端的内壁, 小阀门  $L$  关闭; 整个气缸内盛有一定质量的某种理想气体. 其温度为  $T_0$  (K). 活塞与气缸壁之间的摩擦可以忽略. 现设法把活塞压至气缸中央, 并用销钉  $F$  把活塞固定, 从而把气缸分成体积相等的左右两室 (如图 3-10). 在上述压缩气体的过程中, 设对气体做功  $W$ , 气体的温度上升到  $T$  (K).

现开启小阀门, 经过足够长的时间, 将它关闭. 然后拔除销钉 (让活塞可自由移动), 并用电热器加热气体. 加热完毕并经过一定时间后, 得知左室内气体的压强变为加热前的 1.5 倍, 右室的体积变为原来的 0.75 倍. 求电热器传给气体的热量.

四、如图 3-11 所示, 转轮 1 和 2 的轮缘都是很薄的良导体, 每个转轮都有四根轮辐, 每条轮辐的长度为  $l$ , 电阻为  $r$ . 两轮都可绕各自的轮轴转动 (在图中轮轴与纸面垂直). 两轮的边缘通过电刷用导线连接. 两轮轴亦通过电刷用导线连接. 整个装置放在磁感应强度为  $B$  的匀强磁场中, 磁场方向垂直于纸面向里. 转轮 2 的边缘与一阻力闸  $A$  接触. 今设法使转轮 1 以恒定的角速度  $\omega_1$  旋转, 假定电刷的阻力和导线的电阻都可忽略不计, 而阻力闸与轮 2 之间的阻力恒为  $F$ , 则在转轮 2 转动起来并达到稳定时, 求

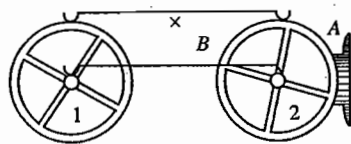


图 3-11

1. 转轮 2 的角速度  $\omega_2$ ;

2. 使转轮 1 做恒定角速度  $\omega_1$  旋转所需的功率.

五、空间某一体积为  $V$  的区域内的平均电场强度  $\langle \vec{E} \rangle$  定义为

$$\langle \vec{E} \rangle = \frac{\vec{E}_1 \Delta V_1 + \vec{E}_2 \Delta V_2 + \vec{E}_3 \Delta V_3 + \dots}{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \dots} = \frac{\sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta V_i}{\sum_i \Delta V_i}$$

式中  $\Delta V_i$  为体积  $V$  内第  $i$  个非常小的体积(称为体积元),  $\vec{E}_i$  为第  $i$  个体积元内的场强(只要体积元足够小,可以认为其中各点场强的大小和方向都相同).  $\sum_i$  为累加号,例如

$$\sum_i \Delta V_i = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \dots = V$$

今有一半径为  $a$  原来不带电的金属球,现使它处于电量为  $q$  的点电荷的电场中.点电荷位于金属球外,与球心的距离为  $R$ . 试计算金属球表面的感应电荷所产生的电场在此球内的平均电场强度.

## 决赛试题

### 笔试试题

一. 1. 一容积为  $\frac{1}{4} L$  的抽气筒,每分钟可完成 8 次抽气动作. 一容积为  $1 L$  的容器与此抽气筒相连通,求抽气筒工作多少时间才能使容器内气体的压强由  $760 \text{ mm}$  水银柱高降为  $1.9 \text{ mm}$  水银柱高(在抽气过程中容器内的温度保持不变).  $3.4 \text{ min}$

2. 原子核俘获一个  $\mu^-$  子( $\mu^-$  子质量是电子质量的 207 倍,电荷与电子相同)形成  $\mu$  原子,假设原子核静止,试求:

(1)  $\mu^-$  子的第一轨道半径. 已知原子核的质量数为  $A$ , 且中子数  $N$  等于质子数  $Z$ , 氢原子的第一玻尔轨道半径  $a_0 = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m}$ .  $\frac{5.1 \times 10^{-3}}{10} \text{ m}$

(2) 当  $A$  大于什么值时,  $\mu^-$  子轨道将进入原子核内. 已知原子核半径的公式为  $R = 1.2 \times 10^{-16} A^{\frac{1}{3}} \text{ m}$ .  $94$

二. 如图 3-12 所示,长为  $L$  的光滑平台固定在地面上,平台中央放有小物体  $A$  和  $B$ ,两者彼此接触. 物体  $A$  的上表面是半径  $R$  ( $R \ll L$ ) 的半圆形轨道,轨道顶端距台面的高度为  $h$  处,有一小物体  $C$ ,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的质量均为  $m$ . 现物体  $C$  从静止状态沿轨道下滑. 已知在运动过程中,  $A$ 、 $C$  始终保持接触,试求:

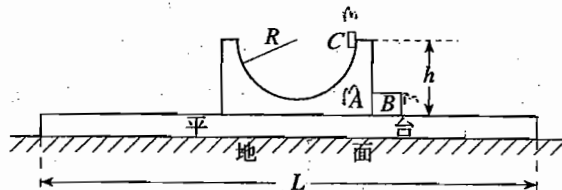


图 3-12

1. 物体  $A$  和  $B$  刚分离时,物体  $B$  的速度;  $v_B = \frac{2}{3} \sqrt{2gh}$
2. 物体  $A$  和  $B$  分离后,物体  $C$  所能达到距台面的最大高度;  $h_C = \frac{1}{3} R$
3. 判断物体  $A$  从平台的左边还是右边落地,并粗略估算物体  $A$  从与  $B$  分离后到离开台

$t_1$

$t_2 = \sqrt{\frac{3}{5g}}$

面所经历的时间.

三、如图 3-13 所示电路,各电阻的阻值都是  $1\ \Omega$ ,安培计和电源的内阻皆可忽略,电源端电压为  $10\ \text{V}$ ,试求:

1. 通过安培计的电流强度;  $6.0\ \text{A}$
2. 若两个  $r$  是好电阻,而  $r_1, r_2, r_3$  是坏电阻,它们互不相关地时通时断,  $r_1, r_2, r_3$  各自通电的几率都是  $\frac{1}{2}$ ,求电源的平均输出功率 ( $r_1, r_2, r_3$  通电时阻值仍为  $1\ \Omega$ ).

$5.25\ \text{W}$

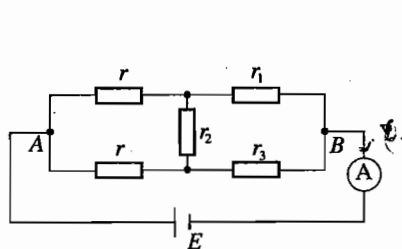


图 3-13

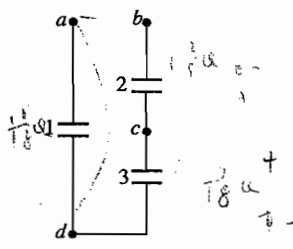


图 3-14

四、三个完全相同的电容器连接如图 3-14. 已知电容器 1 上带电量为  $Q$ , 上板带正电; 电容器 2、3 原不带电.

1. 用导线将  $a, b$  相连, 求电容器 2 的上、下板所带电量及其符号;  $+\frac{1}{3}Q, -\frac{1}{3}Q$
2. 然后断开  $a, b$ , 将  $a, c$  相连; 再断开  $a, c$ , 将  $a, b$  相连. 求这时电容器 2 的上、下板所带电量及其符号;  $+\frac{2}{3}Q$
3. 在 2 的情形下, 将  $a, d$  相连, 再求电容器 2 的上、下板所带电量及其符号.  $+\frac{1}{3}Q, -\frac{1}{3}Q$

五、有一半径为  $R$  的圆柱体水平地横架在空中. 有质量为  $m_1$  与  $m_2$  ( $m_1 = 2m_2$ ) 的两个小木块, 用长为  $\frac{\pi}{2}R$  的细线相连, 成为一个系统. 木块的大小可以忽略, 它与圆柱表面的静摩擦因数  $\mu < 1$ . 细线无质量、柔软且不可伸长, 系统横跨在圆柱上,  $m_1$  在右边, 细线贴在圆柱面上, 与圆柱表面无摩擦, 横截面如图 3-15 所示.

现在使圆柱绕轴线沿顺时针方向极缓慢地旋转, 直至某一位置时, 柱上系统将要开始滑落. 由此位置开始, 再极缓慢地沿逆时针方向转动圆柱体. 问转过多大角度后, 系统开始从左边滑落? (角度可用反三角函数表示.)

六、将焦距  $f = 20\ \text{cm}$  的薄凸透镜从正中切去宽度为  $a$  的小部分, 见图 3-16(a). 再将剩下两半粘接在一起, 构成一个“粘合透镜”, 见图 3-16(b), 图中  $D = 2\ \text{cm}$ . 在粘合透镜一侧的中心轴线上距镜  $20\ \text{cm}$  处, 置一波长  $\lambda = 5000\ \text{\AA}$  的单色点光源  $S$ , 另一侧, 垂直于中心轴线放置屏幕, 见图 3-16(c). 屏幕上出现干涉条纹, 条纹间距  $\Delta x = 0.2\ \text{mm}$ . 试问:

1. 切去部分的宽度  $a$  是多少?  $a = 0.5\ \text{mm}$
2. 为获得最多的干涉条纹, 屏幕应离透镜多远?  $4\ \text{m}$

$4\ \text{m}$   
 屏幕应离透镜多远

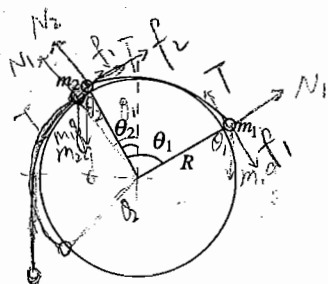


图 3-15

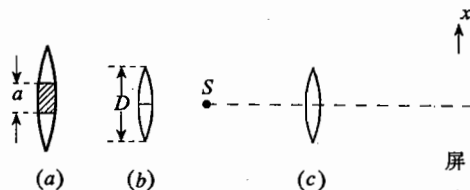


图 3-16

## 实验试题

### 一、用电热法测定热功当量.

#### 1. [目的要求]

用图 3-17 所示装置实现电热法测定热功当量.

#### 2. [仪器用具]

除物理天平、停表、小量筒、室温温度计外,其他仪器如图所示.其中:①量热器;②搅拌器;③带玻璃套管的电热丝;④ $0^{\circ}\text{C} \sim 50.00^{\circ}\text{C}$ 水银温度计;⑤直流电压表;⑥直流电流表;⑦ $0 \sim 30\text{ V}/1\text{ A}$ 晶体管直流稳压电源( $K$ —电源开关, $R$ —输出电压调节旋钮).

#### 3. [实验原理]

由于加热方式是内热式,则加给电热丝的电能可近似全部转化为系统的热能,将使盛水的量热器系统的温度由 $\theta_1$ 升高至 $\theta_2$ .

若已知:水的比热容为 $c = 1.000\text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$ ;量热器内筒的比热容为 $c_1 = 0.0919\text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$ ;搅拌器的比热容为 $c_2 = 0.092\text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$ ,搅拌器质量 $m_2 = 20\text{ g}$ ;玻璃管电热丝的比热容为 $c_3 = 0.19\text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$ ,玻璃管电热丝质量 $m_3 = 16\text{ g}$ ;水银温度计每立方厘米增高温度 $1^{\circ}\text{C}$ 所需热量为 $0.46\text{ cal}$ ,其浸入水中的体积可用小量筒测得(露出水面部分可近似认为不传热).

如果整个过程中系统没有热量散失,则可测得较为准确的热功当量.

#### 4. [注意事项]

- (1) 量热器内加注冷水(约 $\frac{2}{3}$ 内筒)后,方可接通电源.
- (2) 调节电流(约 $0.8\text{ A}$ )、电压稳定后,经过搅拌(使系统温度均匀)再开始计温、计时.

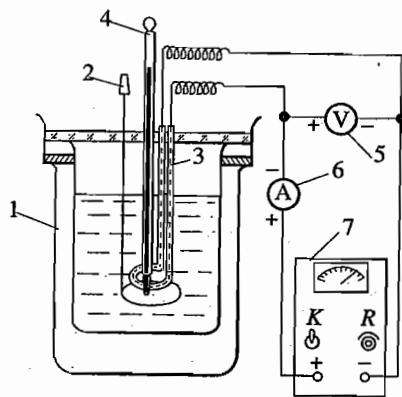


图 3-17

\*  $1\text{ cal} = 4.18\text{ J}$



(3) 适当选择  $\theta_1, \theta_2$  可使系统与外界净交换的热量减至最少。

## 二、用直流电桥测未知电阻的阻值。

### 1. [目的要求]

自己组接成图 3-18 所示电桥, 以适当方法尽可能精确地测出所给未知电阻的阻值。

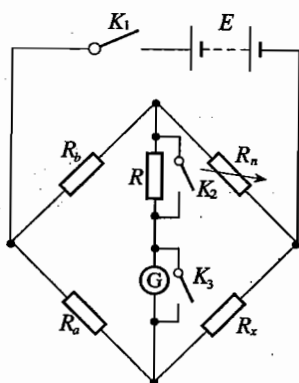


图 3-18

### 2. [仪器用具及电路]

(1) 比例臂电阻  $R_a, R_b$  从电阻板上任意选用. 电阻板上四个电阻分别为  $1\ 000\ \Omega (\pm 1\ \Omega)$ ,  $100.0\ \Omega (\pm 0.1\ \Omega)$ ,  $100\ \Omega (\pm 5\ \Omega)$ ,  $10.00\ \Omega (\pm 0.05\ \Omega)$ . 四个电阻阻值都很稳定. (括号内为电阻的最大绝对误差; 括号外的阻值为标称值; 绝对误差与标称值之比, 称为相对误差.)

(2) 比较臂电阻  $R_x$  为  $0.1\ \Omega \sim 99\ 999.9\ \Omega$  的电阻箱. 所用阻值的相对误差均按  $0.1\%$  计.

(3) 待测电阻  $R_x$ , 阻值在  $1\ 100\ \Omega \sim 1\ 300\ \Omega$  之间.

(4) 检流计 G.

(5) 保护电阻 R 及开关  $K_2$ .

(6) 压触开关  $K_3$  (适当触合它, 可使 G 的指针尽快停止摆动).

(7) 电源 E, 由两节  $1.5\ \text{V}$  的甲电池串联组成.

(8) 电源开关  $K_1$  (瞬触  $K_1$  易由 G 判断平衡).

### 3. [注意事项]

(1) 在记录纸上要写出必要的公式.

(2) 所选的方法要简述理由.

## □ 试试题

一、试评论图 3-19 中的静电场图是否正确.

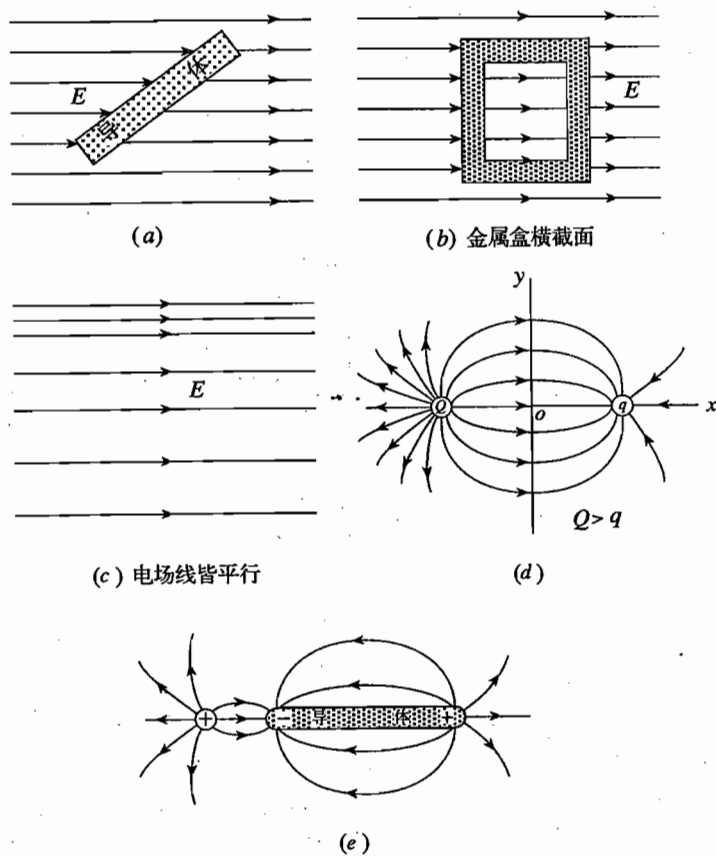


图 3-19

二、 $N$  个相同的、质量皆为  $m$  的小滑块排成一行，静止在光滑的水平面上，各滑块间有间距。现有一质量为  $M(M > m)$  的小滑块以速度  $v$  从左方沿  $N$  个滑块的联线射向滑块，并与之正碰。假设滑块间的碰撞皆为完全弹性碰撞，试求所有滑块的最终速度。

# 第四届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

### 注意事项

以下是一些物理常量的数据,解题时如有需要可选用.

引力常量  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

地球半径  $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

静电力常量  $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

基本电荷  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

电子质量  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

真空中光速  $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

普朗克常量  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

气体常量  $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

阿伏加德罗常数  $N = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

全卷共十五题,总分为 140 分.

第一到第八题只要求写出答案或作出图,不要求说明理由或写出演算过程.其中,填空题,要把答案填写在题中横线上空白处;选择题,要把正确说法前的字母填写在题后括号内.

第九到第十五题要求写出必要的文字说明、方程式和重要演算步骤或作出图.只写出最后答案的,一般不能得分.

一、将下列各量用国际单位制的主单位表示(取 3 位有效数字,第一横线填数字,第二横线填单位).

1. 1 光年 = \_\_\_\_\_

2. 1 标准大气压 = \_\_\_\_\_

3. 1 电子伏特 = \_\_\_\_\_

4. 1 原子质量单位 = \_\_\_\_\_

二、在地球赤道上的 A 处静止放置一个小物体.现在设想地球对小物体的万有引力突然消失,则在数小时内,小物体相对于 A 点处的地面来说,将:

- A. 水平向东飞去;
- B. 原地不动,物体对地面的压力消失;
- C. 向上并渐偏向西方飞去;
- D. 向上并渐偏向东方飞去;

E. 一直垂直向上飞去.

三、根据现代天文知识, 恒星演化到最后可成为 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_.

四、某地大气中的水汽没有达到饱和状态, 若无其他水汽来源, 则当气温升高后, 以下各物理量将有何种改变?

1. 饱和水汽压 \_\_\_\_\_.
2. 相对湿度 \_\_\_\_\_.
3. 绝对湿度 \_\_\_\_\_.
4. 露 点 \_\_\_\_\_.

五、近年来, 人们制成了高转变温度的超导体材料, 其中一种成份是钇、钡、\_\_\_\_、\_\_\_\_四种元素. 据报导, 我国研制的这类超导材料的零电阻温度已达到 \_\_\_\_\_ K 左右. 在这类超导材料出现以前, 超导材料的零电阻温度只达到 \_\_\_\_\_ K 左右.

六、如图 4-1 所示,  $P$  为一块均匀的半圆形薄电阻合金片. 先将它按图  $a$  的方式接在电极  $A$ 、 $B$  之间, 测得它的电阻为  $R$ . 然后再将它按图  $b$  的方式接在电极  $C$ 、 $D$  之间, 这时,  $P$  的电阻值为 \_\_\_\_\_.

七、在航天飞机中原来有两个圆柱形洁净玻璃容器, 其中分别封装有水和汞(如图 4-2a、b). 当航天飞机处于失重状态时, 试把水和汞的表面的形状分别画在图 4-2c、d 两空框内.

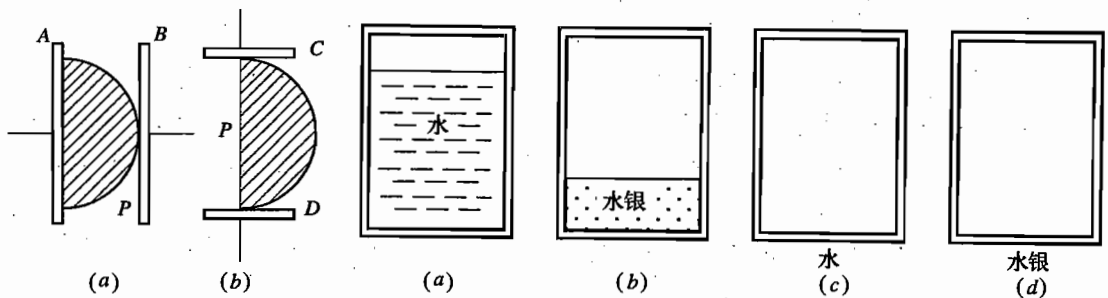


图 4-1

图 4-2

八、将 200 个电阻连成如图 4-3 所示的电路, 图中各  $P$  点是各支路中连接两个电阻的导线上的点. 所有导线的电阻都可忽略. 现将一电动势为  $E$ , 内阻为  $r_0$  的电源接到任意两个  $P$

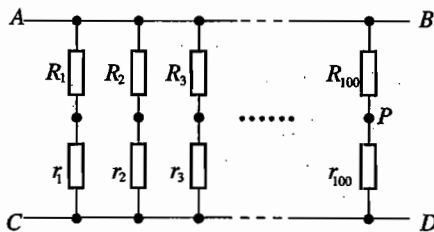


图 4-3

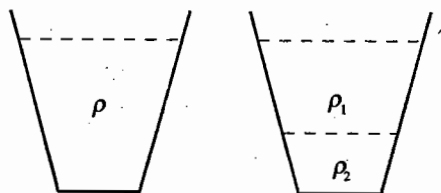


图 4-4

点处,然后将任一没接电源的支路在  $P$  点处切断,发现流过电源的电流与没切断前一样. 则这 200 个电阻  $R_1, R_2 \dots R_{100}, r_1, r_2 \dots r_{100}$  应有下列的普遍关系: \_\_\_\_\_. 这时图中  $AB$  导线与  $CD$  导线之间的电压等于\_\_\_\_\_.

九、图 4-4 中所示的杯中盛有密度均匀的混合液体,其密度为  $\rho$ . 经过一段时间后变为密度分别是  $\rho_1$  和  $\rho_2$  ( $\rho_2 > \rho_1$ ) 的两层均匀液体. 设其总体积不变,则杯内底面所受的液体的压强是否有变化?若有变化,如何变化?试证明你的结论.

十、在一个密闭的容器中装有放射性同位素氙 ( ${}_{36}\text{Kr}^{85}$ ) 气,在温度为  $20^\circ\text{C}$  时,其压强为  $1\text{ atm}$ . 将容器埋入地下深处,经过 22 年后取出. 在此期间有些氙经  $\beta$  衰变成为铷 ( ${}_{37}\text{Rb}^{85}$ ),铷最后是固体状态. 现在,在温度仍是  $20^\circ\text{C}$  时测得容器中的压强为  $0.25\text{ atm}$ ,并测得容器中有固体铷  $0.75 \times 10^{-3}\text{ mol}$ ,铷的体积与容器体积比较可以忽略不计. 试计算埋入时氙的质量以及氙的半衰期.

十一、如图 4-5 所示,某人的眼睛在  $E$  处通过放大镜  $L$  观察标尺  $M$ ,  $F_1$  和  $F_2$  为  $L$  的焦点. 他既能通过  $L$  看到  $M$  上的一部分刻度,又能直接从镜外看到一部分刻度. 试在题图上用作图法求出他看不到的  $M$  上的刻度值的范围. 在作图时用 ①、②... 标明你画的光线,并写出作图步骤. 看不到的  $M$  上的刻度值范围为\_\_\_\_\_.

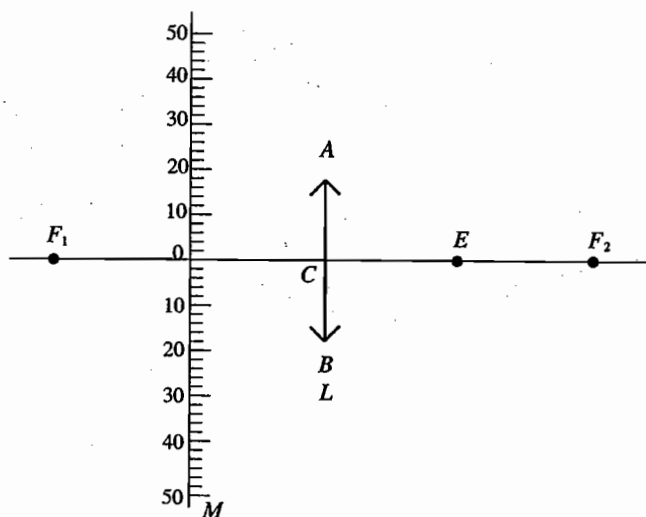


图 4-5

十二、底边长为  $a$ 、高度为  $b$  的长方形匀质物块置于斜面上. 斜面和物块之间的静摩擦因数为  $\mu$ ,斜面的倾角为  $\theta$ . 当  $\theta$  足够小时,物块静止于斜面上(如图 4-6),如逐渐将倾角增大,当  $\theta$  取某个临界值  $\theta_0$  时,物块或将开始滑动,或将翻倒. 试分别求出发生滑动和翻倒时的  $\theta_0$ ,并说明在什么条件下出现的是滑动,在什么条件下出现的是翻倒.

十三、图 4-7 中  $S$  为一离子源,它能机会均等地向各方向持续地大量发射正离子. 离子

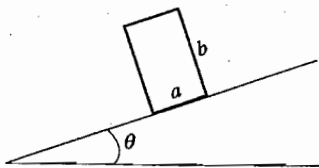


图 4-6

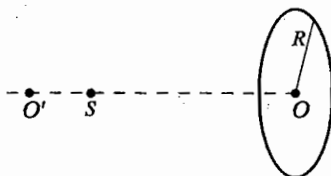


图 4-7

的质量皆为  $m$ , 电量皆为  $q$ , 速率皆为  $v_0$ . 在离子源的右侧有一半径为  $R$  的圆屏, 图中  $O'O$  是通过圆屏的圆心并垂直于屏面的轴线,  $S$  位于轴线上. 离子源和圆屏所在的空间有一范围足够大的匀强磁场, 磁感应强度的大小为  $B$ , 方向垂直于圆屏向右. 在发射的离子中, 有的离子不管  $SO$  的距离如何变化, 总能打到圆屏面上. 求这类离子的数目与总发射离子数之比. 不考虑离子间的碰撞.

十四、广而深的静水池中竖立一固定细杆, 其露出水面部分套着一个长度为  $L$ 、密度为  $\rho$ 、截面均匀的匀质细管. 细管可沿杆无摩擦地、竖直上下滑动, 因套在杆上, 不会倾倒. 现在用手持管, 使管的下端刚刚与水面接触. 放手后管竖直下沉. 设水的密度为  $\rho_{\text{水}}$ , 不计水的阻力和表面张力.

1. 当管的密度  $\rho$  等于某一值  $\rho_0$  时, 管能下沉到刚好全部没入水中. 求  $\rho_0$ .
2. 在  $\rho = \rho_0$  的情形下, 管下沉所经历的时间等于什么?
3. 设管的密度  $\rho = \frac{2}{3}\rho_{\text{水}}$ , 求管下沉到最后位置所需的时间.

十五、有一半径为  $R = 0.128 \text{ m}$  的玻璃半球. 过球心  $O$  并与其平面部分相垂直的直线为其主轴, 在主轴上沿主轴放置一细条形发光体  $A_1A_2$  ( $A_2$  离球心  $O$  较近), 其长度为  $l = 0.020 \text{ m}$ . 若人眼在主轴附近对着平面部分向半球望去 (如图 4-8 所示), 可以看到条形发光

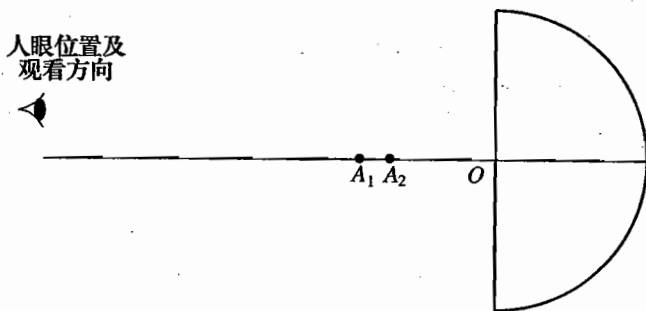


图 4-8

体的两个不很亮的像 (此外可能还有亮度更弱的像, 不必考虑), 当条形发光体在主轴上前后移动时, 这两个像也在主轴上随着移动. 现在调整条形发光体的位置, 使得它的两个像恰好头尾相接, 连在一起, 此时条形发光体的近端  $A_2$  距球心  $O$  的距离为  $a_2 = 0.020 \text{ m}$ .

试利用以上数据求出构成此半球的玻璃的折射率  $n$  (计算时只考虑近轴光线).

# 决赛试题

## 笔试试题

一、图 4-9 中  $da$ 、 $cb$  为相距  $l$  米的平行导轨(电阻很小,可以忽略)。 $a$ 、 $b$  间连接一个固定电阻,阻值为  $R$ 。长直细杆  $MN$  可以按任意角  $\theta$  架在平行导轨上,并以匀速  $v$  滑动(平移), $v$  的方向和  $da$  平行。杆  $MN$  有电阻,每米长的电阻值为  $R$ 。整个空间充满匀强磁场,磁感应强度的大小为  $B$ ,方向垂直纸面( $dabc$  平面)向里。

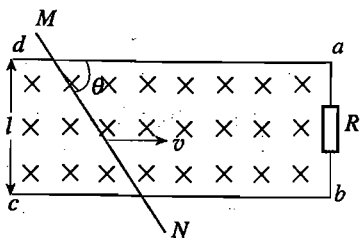


图 4-9

1. 求固定电阻  $R$  上消耗的电功率为最大时角  $\theta$  的值。
2. 求杆  $MN$  上消耗的电功率为最大时角  $\theta$  的值。

二、1. 质量为  $M$  的静止原子,由于内部能级变化( $E_2 \rightarrow E_1$ )而发射出一个光子。已知  $Mc^2 \gg (E_2 - E_1)$ ,求原子的反冲(后退)动能  $T$  与光子能量  $E$  的比值。(注意,能量为  $E$  的光子,其动量为  $E/c$ , $c$  为光速。)

2. 在绝对温度  $T$  时,电磁场的光子平均能量约为  $3RT/N_0$ , $R$  为气体常量, $N_0$  为阿伏加德罗常数。假设在宇宙发展的初期,光子间的碰撞能够产生质子、反质子(即一对光子经过碰撞而转变成一个质子和一个反质子)。试估算当时温度的数量级(二位有效数字)。

3. 气体分子的直径约为  $2 \times 10^{-10}$  m,试估算标准状况下近邻气体分子间的平均距离  $l$  与分子直径  $d$  的比值(二位有效数字)。

附: $c = 3.0 \times 10^8$  m/s, 质子质量  $m_p = 1.7 \times 10^{-27}$  kg  
 $R = 8.3$  J/(mol · K),  $N_0 = 6.0 \times 10^{23}$  mol $^{-1}$

三、对于太阳系中的行星运动,天文观测发现了如下的事实(称为开普勒三定律):

1. 各个行星分别在大小不同的椭圆轨道上围绕太阳运动,太阳的位置是椭圆的一个焦点。(第一定律)
2. 对于每个行星来说,太阳至行星的连线(图 4-10 中  $FP$  线)在每一个单位时间内扫过的面积(称为面积速度)相等。(第二定律)
3. 行星椭圆轨道的半长轴的三次方与公转周期的平方的比值,对于各个行星来说是相同的。(第三定律)

行星轨道如图 4-10 所示, $P$  为行星, $F$  为焦点(太阳), $a$ 、 $b$ 、 $2c$  分别为半长轴,半短轴和焦距, $O$  为椭圆中心。

根据万有引力定律,行星和太阳间的引力势能(作为已知公式)为  $V = -GMm/r$ ,其中  $G$  为引力常量, $M$  为太阳质量, $m$  为行星质量, $r$  为太阳至行星的距离。

试根据机械能守恒定律,开普勒第一、第二定律,分别导出行星运动的总机械能  $E$ ,面积

速度  $S$ , 公转周期  $T$  的公式(用  $G, M, m, a, b$  表示), 并证明开普勒第三定律.

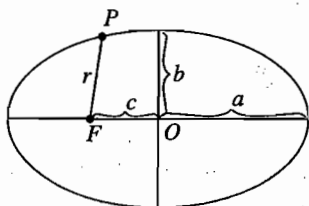


图 4-10

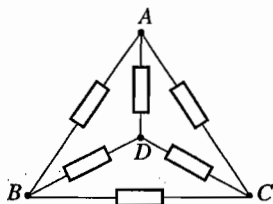


图 4-11

四、六个外形相同的电阻, 用导线连接如图 4-11, 已知其中五个电阻的值均精确地等于  $2\Omega$ , 另一个的阻值则与  $2\Omega$  有明显差异. 用欧姆表对图示电路测量三次, 就可以找出这个与众不同的电阻. 试扼要说明测量方法和论据. (必要时列出计算公式.)

五、半径为  $R$  的刚性球固定在水平桌面上. 有一个质量为  $M$  的圆环状均匀弹性细绳圈, 原长  $2\pi a, a = R/2$ . 绳圈的劲度系数为  $k$  (绳伸长  $s$  时, 绳中弹性张力为  $ks$ ). 将绳圈从球的正上方轻放到球上, 并用手扶着绳圈使其保持水平并最后停留在某个静力平衡位置. 考虑重力, 忽略摩擦.

1. 设平衡时绳圈长  $2\pi b, b = \sqrt{2}a$ , 求劲度系数  $k$  (用  $M, R, g$  表示,  $g$  为重力加速度).
2. 设  $k = Mg/2\pi^2 R$ , 求绳圈的最后平衡位置及长度.

~~绳圈长~~

实验试题

已解

$$\frac{Mg}{2(\sqrt{2}-1)\pi R}$$

第一部分:

给你一个黑匣子, 黑匣内有变压器、二极管、电容器各一个, 其中变压器输入端两个头均未与任何元件相连. 这三种元件分别连接于黑匣面上的  $A, B, C, D, E$  五个接线柱上.

试判断并画出由这三种元件组成的线路图. 注明接线柱标号.

[仪器用具] 黑匣子、万用电表及一根导线.

[说明] 本题是由两部分组成, 你答对这部分后, 再发给你第二部分题目.

第二部分:

对你画出的线路, 说明和验证它的功能. 要求写出有关数据.

桌上两个接线柱是交流电源的接头. 接线时, 要经教师检查后再接电源.

二、

[说明]

实验室中用 5 分币的全息像底片, 提供了一个 5 分币的虚像, 5 分币的平面基本上与导轨垂直, 并且在导轨横向的中间部位. 考生进入考场后, 先让每位学生看到虚像. 然后, 发给如下试题:



1. 请采取使用透镜和不用透镜两种方法测出五分币的虚像距玻璃片(全息底片)的距离.

2. 测出 5 分币虚像的直径  $d$ .

[可选用装置及元件]

光具座导轨, 导轨上有五个滑座, 滑座上分别插有白屏、物标屏、坐标纸屏、照明灯及夹有正透镜的透镜夹.

[要求]

对于每种方法写出需要测哪几个量和用什么公式计算  $D$  及  $d$ .

[注意事项]

1. 虚像的来源不必考虑.
2. 全息底片和激光光源的位置不能移动.

### 口 试 试 题

一、质量为  $m$  的小珠, 可以而且只能沿半径为  $r$  的圆环形轨道运动, 轨道平面为水平面. 小珠带有固定正电荷  $q$ . 设有空间分布均匀但随时间  $t$  变化的磁场, 磁感应强度  $B(t)$ , 方向垂直环面向上(图 4-12).

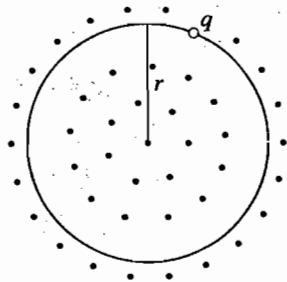


图 4-12

$t = 0$  时,  $B = 0$ , 小珠静止于环上;

$0 < t < T$  时,  $B(t)$  随时间  $t$  均匀增长;

$t = T$  时,  $B = B_0$ ;

$t \geq T$  时, 磁场稳定不变.

试定量地讨论  $t > 0$  时小珠的运动状况以及小珠对轨道的作用力.

重力和摩擦力忽略不计.

提示: 在磁场随  $t$  增长的过程中, 由于电磁感应, 空间将感生出电场  $E$ , 其方向在水平面内, 在环上  $E$  指向环的切线方向. (正因如此, 环路中产生感应电动势.)

二、有一个半径为  $R$ 、质量为  $M$  的刚性均匀细圆环, 开始时静止在水平光滑桌面上. 环上有一小孔  $P_0$ , 桌面上另有一个质量为  $m$  的质点, 可以自由穿过小孔. 开始时质点以初速度  $v$  从小孔  $P_0$  射入, 与圆环内壁发生  $N$  次弹性碰撞后, 又从小孔  $P_0$  穿出(图 4-13). 设圆环内壁光滑. 从质点射入小孔到又从小孔穿出, 圆环中心  $O$  到质点的连线相对于圆环刚好转过  $360^\circ$ . 求质点穿出小孔后圆环中心相对于桌面的速度.

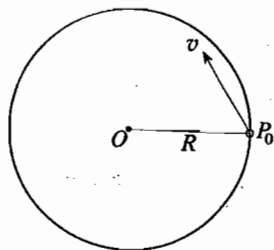


图 4-13

提示: 在碰撞过程中圆环不发生转动.

# 第五届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

一、在月球上能看到地球的地方,以月球为参照系观察时,

1. 地球有无绕月球的公转?若有公转,周期大约是多少?
2. 地球有无自转?若有自转,周期大约是多少?
3. 地球有无圆缺变化?若有圆缺变化,周期大约是多少?

二、把本题中所有正确说法前的字母填写在题后括号内.

有三个点电荷甲、乙、丙,甲带电  $+Q$ ,乙带电  $-q$ ,且  $Q > q$ . 每一个电荷受其他两个电荷的电场作用力的合力都是零. 则

- A. 丙的位置一定在甲和乙的连线的延长线上,且距乙较近;
- B. 丙一定是正电荷;
- C. 丙所带的电量一定大于  $q$ ;
- D. 丙所带的电量一定小于  $Q$ ;
- E. 若将甲、丙固定,且限定乙只能在与甲连线方向上运动,则乙是处于不稳定平衡状态;
- F. 若将甲、乙固定,且限定丙只能在与甲连线方向上运动,则丙是处于不稳定平衡状态.

答案: [      ]

三、用单色光作如图 5-1 所示的双缝干涉实验时,位置的调节很难作得完全精确.

1. 如果光源前狭缝  $S$ (看作线光源)的位置向中线  $OO'$  的一侧偏离了一个小距离,则与调节精确时相比,观察屏  $E$  上条纹间距\_\_\_\_\_。(回答变大、变小或不变.)

2. 如果观察屏  $E$ (垂直于图面)与它的正确位置成一个小角度,则与调节精确时相比,屏上条纹间距\_\_\_\_\_。(回答变大、变小或不变.)

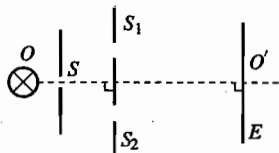


图 5-1

四、220 V、100 W 的白炽灯泡  $A$  和 220 V、60 W 的白炽灯泡  $B$  的伏安特性如图 5-2 所示.

1. 若将两灯泡并联接在 110 V 的电源上时,两灯泡实际消耗的电功率分别为

$$P_A = \underline{\hspace{2cm}}, P_B = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 若将两灯泡串联接在 220 V 的电源上时,两灯泡实际消耗的电功率分别为

$$P_A = \underline{\hspace{2cm}}, P_B = \underline{\hspace{2cm}}.$$

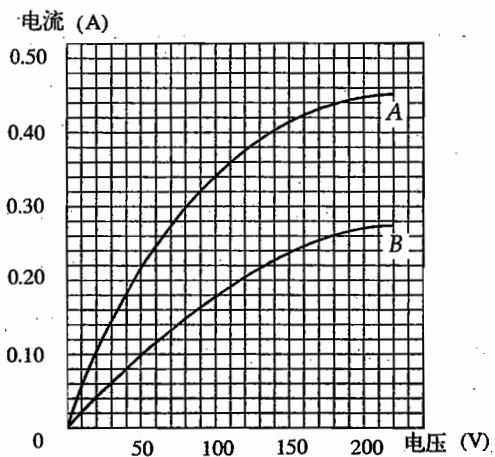


图 5-2

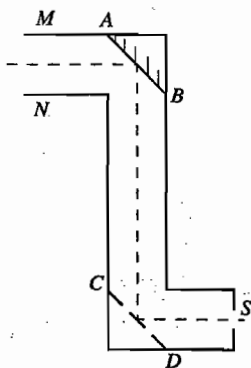


图 5-3

五、图 5-3 中所示是一潜望镜壳体的侧视图。MN 为光线的入口。在上方 AB 处已放置一块与纸面垂直的平面镜，它和与纸面垂直的竖直面之间的夹角为  $45^\circ$ 。眼睛在观察孔 S 处观察，在 CD（与竖直面的夹角也是  $45^\circ$ ）处放置一块平面镜。今要使观察到的视场不受 CD 处的平面镜的限制，则平面镜 CD 至少要有多大的线度才行？要求直接在图上用作图法画出即可，但要说明作图的步骤。

六、给你一把杆秤（带有它自己的秤砣），一个玻璃瓶（瓶的质量比秤砣的质量小），一些细沙，一根细绳。要求只用这些器材测出上述杆秤的秤砣的质量，试简要写出测量步骤。

七、已知太阳光从太阳射到地球需要  $8 \text{ min } 20 \text{ s}$ ，地球公转轨道可近似看成圆轨道，地球半径约为  $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ 。试估算太阳质量  $M$  与地球质量  $m$  之比  $M/m$  为多少？（取 1 位有效数字即可。）

八、一无限长均匀带电细线弯成如图 5-4 所示的平面图形，其中  $\widehat{AB}$  是半径为  $R$  的半圆弧， $AA'$  平行于  $BB'$ ，试求圆心  $O$  处的电场强度。

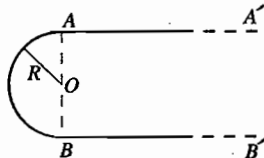


图 5-4

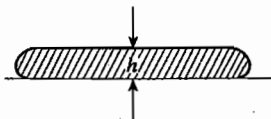


图 5-5

九、在水平放置的洁净的平玻璃板上倒一些水银，由于重力和表面张力的影响，水银近似呈圆饼形状（侧面向外凸出），过圆饼轴线的竖直截面如图 5-5 所示。为了计算方便，水银和玻璃的接触角可按  $180^\circ$  计算。已知水银的密度  $\rho = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，水银的表面张力系数  $\sigma = 0.49 \text{ N/m}$ 。当圆饼的半径很大时，试估算其厚度  $h$  的数值大约是多少？（取 1 位有效数字）

字即可.)

十、一个密闭容器内盛有水(未滿),处于热平衡状态.已知水在  $14^\circ\text{C}$  时的饱和蒸气压为  $12.0\text{ mm}$  汞高.设水蒸气分子碰到水面时都变成水,气体分子的平均速率与气体的热力学温度  $T$  的平方根成正比,试近似计算在  $100^\circ\text{C}$  和  $14^\circ\text{C}$  时,单位时间内通过单位面积水面的蒸发变为水蒸气的分子数之比  $n_{100}/n_{14}$  等于多少?(取 1 位有效数字即可.)

十一、欲测电阻  $R$  的阻值,现有几个标准电阻、一个电池和一只未经标定的电流计,联成如图 5-6 所示的电路.第一次与电流计并联的电阻  $r$  为  $50.00\ \Omega$ ,电流计的示度为 3.9 格;第二次  $r$  改用  $100.00\ \Omega$ ,电流计的示度为 5.2 格;第三次  $r$  改用  $10.00\ \Omega$ ,同时将待测电阻  $R$  换成一个  $20.00\ \text{k}\Omega$  的标准电阻,结果电流计的示度为 7.8 格.已知电流计的示度与所通过的电流成正比,求电阻  $R$  的阻值.

十二、想用两个薄凸透镜,最后在物体所在处形成一个与物体大小相等的倒立的虚像.已知靠近物体的那个透镜的焦距为  $f_1$ ,物体与此透镜的距离为  $u_1$ .试求第二个透镜的焦距  $f_2$  及它与第一个透镜间的距离  $L$ .

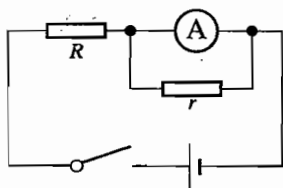


图 5-6

十三、1979年,7颗人造卫星同时接收到来自远方的中子星发射出的  $\gamma$  射线,经分析确认,这些  $\gamma$  光子是电子-正电子湮灭时放出的,即  $e + e^+ \rightarrow n\gamma$ ,其中  $n$  表示光子数目.已知电子、正电子的静止质量  $m_0 = 8.2 \times 10^{-14}\text{ J}/c^2$ .静止质量为  $m_0$  的粒子,其能量  $E$  和动量  $P$  满足  $E^2 = c^2P^2 + m_0^2c^4$ ,式中  $c$  表示光速.普朗克常量  $h = 6.63 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$ .

1. 试证明  $n \neq 1$ .

2. 若电子、正电子的动量为零,  $n = 2$ ,求  $\gamma$  光子的频率.

十四、劲度系数为  $k$  的水平轻质弹簧,左端固定,右端系一质量为  $m$  的物体.物体可在有摩擦的水平桌面上滑动(如图 5-7).弹簧为原长时物体位于  $O$  点.现在把物体沿弹簧长度方向向右拉到距离  $O$  点为  $A_0$  的  $P$  点按住,放手后弹簧把物体拉动.设物体在第二次经过  $O$  点前,在  $O$  点左方停住.计算中可以认为动摩擦因数与静摩擦因数相等.

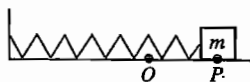


图 5-7

1. 讨论物体与桌面间的摩擦因数  $\mu$  的大小应在什么范围内.

2. 求出物体停住点离  $O$  点的距离的最大值.并回答:这是不是物体在运动过程中所能达到的左方距离最远值?为什么?

十五、有一个质量及线度足够大的水平板,它绕垂直于水平板的竖直轴以匀角速度  $\omega$  旋转.在板的上方  $h$  处有一群相同的小球(可视为质点),它们以板的转轴为中心、 $R$  为半径均匀地在水平面内排成一个圆周(以单位长度内小球的个数表示其数线密度).现让这些小球同时从静止状态开始自由落下,设每个球与平板发生碰撞的时间非常短,而且碰撞前后小球在竖直方向上速度的大小不变,仅是方向反向;而在水平方向上则会发生滑动摩擦,动摩擦

因数为  $\mu$ .

1. 试求这群小球第二次和第一次与平板碰撞时小球数线密度之比值  $\nu_1$ .

2. 如果  $R < \mu g / \omega^2$  ( $g$  为重力加速度), 且  $\nu_1 = 1 / \sqrt{2}$ , 试求这群小球第三次和第一次与平板碰撞时的小球数线密度之比值  $\nu_2$ .

## 决赛试题

### 笔试试题

#### 注意事项

以下是一些物理常量的数据, 解题时如有需要可选用.

引力常量	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;
地球半径	$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ;
太阳质量	$M_s = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ ;
静电力常量	$k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;
基本电荷	$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;
电子质量	$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ;
真空中光速	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;
普朗克常量	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ;
气体常量	$R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ;
阿伏加德罗常数	$N = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

一、两质量同为  $m$  的薄木块, 用一条质量可以忽略, 劲度系数为  $k$  的弹簧相连, 置于靠墙的光滑水平地面上(如图 5-8 所示). 若先把弹簧压缩  $d_0$ , 然后突然释放.

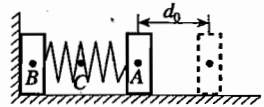


图 5-8

1. 试论述木块  $B$  离墙后, 两木块相对于它们的中点  $C$  将做什么运动?

2. 试求出反映此运动特征的主要物理量.

(提示: 相对地面做匀速直线运动的参照系, 牛顿定律和机械能守恒定律仍然成立.)

二、1. 有一空气平行板电容器, 极板面积为  $S$ , 用电池连接, 极板上充有电荷  $+Q_0$ ,  $-Q_0$ , 如图 5-9 所示. 断开电源后, 保持板间距离不变, 在极板中部占极板间一半体积的空间填满(相对)介电常数为  $\epsilon$  的电介质, 如图 5-10 所示.

试用已知量  $Q_0$ ,  $S$  和  $\epsilon$  在下列横线上空白处写出待求量表示式, 不要求写出演算过程.

图 5-9 中极板间  $O$  点电场强度  $E_o = \frac{Q_0}{S}; \epsilon_0$

图 5-10 中极板间  $a$  点电场强度  $E_a = \frac{Q_0}{(1+\epsilon)S}; \frac{\epsilon}{1+\epsilon} \epsilon_0$

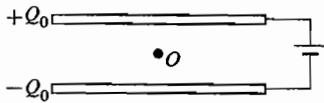


图 5-9

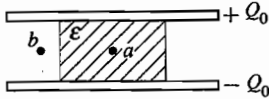


图 5-10

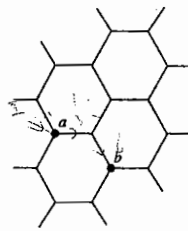


图 5-11

图 5-10 中极板间  $b$  点电场强度  $E_b = E_0$ ;

图 5-10 中与电介质接触那部分正极板上的电荷  $Q_1 = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} Q_0$ ;

图 5-10 中与空气接触那部分正极板上的电荷  $Q_2 = \frac{2\epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} Q_0$ ;

图 5-10 中与正极板相接触的那部分电介质界面上的极化电荷  $Q' = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} Q_0$ ;

2. 有一无限大平面导体网络, 它由大小相同的正六角形网眼组成, 如图 5-11 所示. 所有六边形每边的电阻均为  $R_0$ , 求网络结点  $a, b$  间的等效电阻.  $R_0$

三. 已知每摩尔单原子分子理想气体温度升高 1 K 时, 内能增加  $1.50R$  ( $R$  为气体常量). 现有  $\left(\frac{2.00}{8.31}\right)$  mol 的单原子分子理想气体, 经历 ABCDA 循环过程, 在  $p-V$  图上是一个圆, 如图 5-12 所示. 图中横坐标表示气体容积  $V$ , 纵坐标表示气体压强  $p$ .

(1) 试分析该循环过程中哪一点  $H$  气体温度最高, 并求出该温度  $T_H$ .  $687K$

(2) 气体从状态 C 到状态 D 过程中, 内能增量、外界对气体做功、气体吸热各为多少?

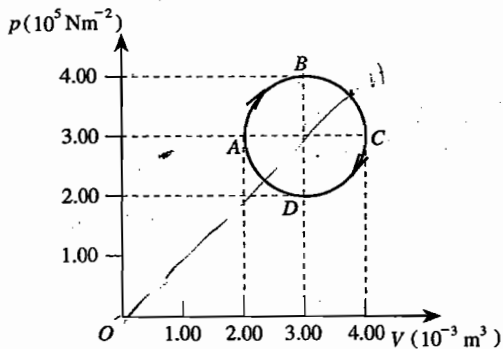


图 5-12

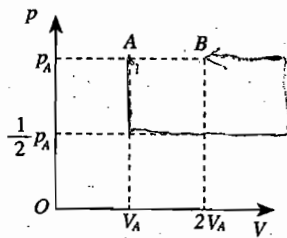


图 5-13

2. 是否可能设计一个过程, 使  $n$  mol 的单原子分子理想气体, 从图 5-13 所示的初态  $A(p_A, V_A, T_A)$  到终态  $B(p_B = p_A, V_B = 2V_A, T_B)$ , 气体净吸热刚好等于内能增量?

四. 1. 图 5-14 所示为一凹球面镜, 球心为  $C$ , 内盛透明液体. 已知  $C$  离液面高度  $CE$  为 40.0 cm, 主轴  $CO$  上有一物  $A$ , 物离液面高度  $AE$  恰好为 30.0 cm 时, 物  $A$  的实像和物重合. 实验时光阑直径很小, 可以保证近轴光线成像. 试求该透明液体的折射率  $n$ .

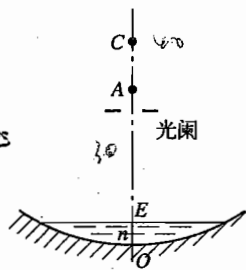


图 5-14

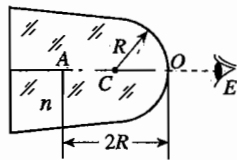


图 5-15

2. 体温计横截面如图 5-15 所示, 已知细水银柱 A 离圆柱面顶点 O 的距离为  $2R$ ,  $R$  为该圆柱面半径.  $C$  为圆柱面中心轴位置. 玻璃的折射率  $n = 3/2$ ,  $E$  代表人眼. 求图示横截面上人眼所见水银柱像的位置、虚实、正倒和放大倍数.

五、1884 年巴耳末研究了基本位于可见光区的氢原子光谱线系(后来称为巴耳末系), 该线系从长波端开始的四条谱线波长  $\lambda$  和谱线系短波极限波长  $\lambda_0$  的实验值如下:

6 562.10 Å, 4 860.74 Å, 4 340.10 Å, 4 101.20 Å... 3 645.61 Å.

巴耳末发现该线系波长  $\lambda$  若用线系极限波长  $\lambda_0$  去除, 至少可在五位有效数字准确度内写成下列有理数:

$$\frac{6562.10}{3645.61} = \frac{9}{5}, \quad \frac{4860.74}{3645.61} = \frac{4}{3}, \quad \frac{4340.10}{3645.61} = \frac{25}{21}, \quad \frac{4101.20}{3645.61} = \frac{9}{8} \dots$$

试据此引出反映此实验结果的经验公式, 即线系波长的巴耳末公式, 并求出里德伯恒量的实验值.

2. 已知质量为  $m$  的质点和质量为  $M$ 、半径为  $R$  的星体中心相距为  $r$  ( $r \geq R$ ) 时, 引力势能  $E_p = -G \frac{Mm}{r}$ . 有一些超高密度的星体, 其巨大引力使得光子也无法逃逸出来, 即它所发出的任何电磁波都无法向外传播, 这类星体叫黑洞. 若某黑洞的质量等于太阳质量  $M_s$ , 试估算该黑洞半径最多是多大?

六、A、B 两滑块限在一光滑的水平直轨道上发生对心碰撞, 用频闪照相在  $t_0 = 0, t_1 = \Delta t, t_2 = 2\Delta t, t_3 = 3\Delta t$  各时刻闪光四次, 摄得如图 5-16 所示照片. 照片中形体较小的四个是滑块 A 的像, 形体较大的两个是滑块 B 的像. 已知在这四次闪光的瞬间, A、B 均在 0~80 刻度范围内, 试根据照片中的坐标判断出两滑块发生碰撞的位置及时刻, 并说明判断的依据.

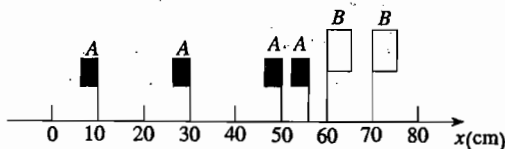


图 5-16

## 实验试题

### 一、用振动法测量弹簧的劲度系数和有效质量

#### [仪器用具]

三脚支架, 弹簧, 钩码(20 克), 砝码(一组), 秒表, 作图纸.

#### [说明]

如图 5-17 所示, 将弹簧的上端挂在三脚支架上, 在下端挂上一质量为  $m$  的物体. 沿着铅直方向将物体向下拉离平衡位置后放手. 在弹簧的弹性回复力作用下, 如略去阻力影响, 则物体做简谐振动. 当略去弹簧本身质量的影响时, 其振动周期

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

当考虑弹簧本身质量的影响, 并用有效质量  $m_0$  来表征时, 则周期

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_0}{k}}$$

式中  $k$  为弹簧的劲度系数.

#### [实验要求]

1. 测量 4 个数据点, 用作图法求出弹簧的劲度系数  $k$  和有效质量  $m_0$ ;
  2. 导出计算  $k$  和  $m_0$  值的公式, 利用上述测量数据, 计算出  $k$  和  $m_0$  值.
- 上面两项结果,  $k$  值要有 3 位有效数字,  $m_0$  值要有 2 位有效数字.

#### [回答问题]

若所用的秒表不准确(快或慢), 那么对测量结果的  $k$  值和  $m_0$  值, 是否会有系统误差? 为什么?

### 二、按给定的条件测量高内阻电源的电动势和内阻

#### [仪器用具]

待测的高内阻直流电源、低压直流电源、标准电池(电动势  $E_{\text{标}} = 1.0186 \text{ V}$ )、检流计(作指零用)、电阻箱 3 个、限流电阻板一块(三档)、开关 3 个、导线若干.

#### [说明]

按照上述提供的仪器用具设计电路, 较精确地测定待测电源的电动势和内阻. 有效数字要求达到 4 位. 限流电阻板三档的阻值, 请看实物. 电阻箱作可变电阻用, 电阻值由自己合理选择.

#### [实验要求]

设计测量电路, 画出电路图(测量电动势的电路和测量内阻的电路可画为一个总图, 也可以分别画图), 并列有关计算公式. 通电测量前需经教师检查同意, 方可进行测量. 测量

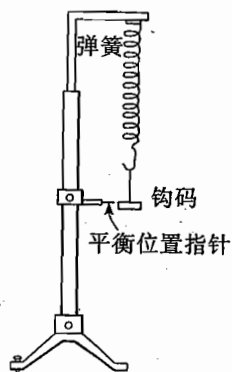


图 5-17



电动势只要求做一次,正确表示出有效数字;测内阻时,要求改变实验条件测 4~5 次,并估算出随机误差.

[回答问题]

1. 指出测电动势时误差的主要来源;
2. 指出用现有仪器提高测内阻准确度的方法.

### 口试试题

一、如图 5-18 所示:一个半径为  $a$  (很大) 的均匀细圆环,其电阻为  $r$ ,放在匀强磁场中,磁感应强度  $B$  的方向与圆面垂直(指向纸面内),大小随时间均匀增大,即  $\frac{\Delta B}{\Delta t} = b$  (常量). 图中  $P$ 、 $Q$  是环上两点,对圆环中心的张角为  $\pi/2$ . 现将一非常小的电压表用导线跨接在  $P$ 、 $Q$  两点,电压表的内阻为  $R$ ,连接电压表的导线电阻忽略不计. 并设上述匀强磁场在电压表内部产生的电磁感应及磁力作用皆忽略不计.

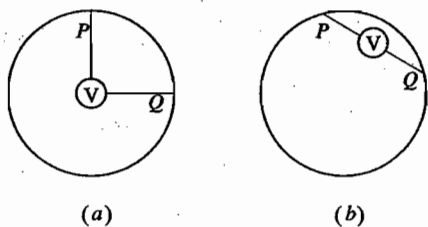


图 5-18

1. 若把电压表放在圆环中心处,连接用的导线沿环的半径,如图 5-18(a) 所示,这时电压表的读数是多少?

2. 若把电压表放在  $PQ$  弦的中点处,连接用的导线沿着此弦,如图 5-18(b) 所示,此时电压表的读数是多少?

二、如图 5-19,厚度不计的圆环套在粗细均匀,长度为  $L$  的棒上端,两者质量相等,均为  $m$ ,圆环与棒的最大静摩擦力等于滑动摩擦力,大小为一常数,等于  $mg$  的  $k$  倍 ( $k > 1$ ). 棒能沿光滑的竖直细杆  $AB$  ( $B$  端固定在地面上) 上下滑动. 棒与地碰撞时,触地时间极短,且无动能消耗. 设棒从其下端距地高度为  $H$  处(由静止)自由下落,与地经过  $n$  次碰撞后,圆环从棒上滑脱.

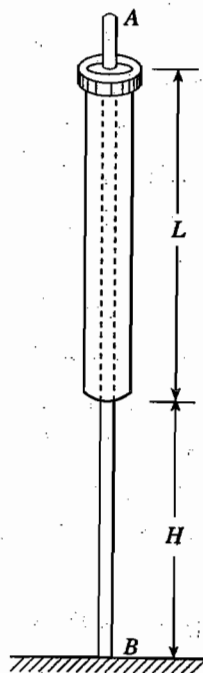


图 5-19

1. 分析说明在第二次碰地以前的过程中,环与棒的运动情况,并求出棒与环刚达到相对静止时,棒下端距地的高度  $H'$ .

2. 求出  $n, H, L, k$  四量应满足的关系.

## 第六届竞赛试题

### 预赛(第一试)试题

一、1988年10月,我国基本建成了对撞机.在此机中发生对撞的粒子是\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_.

二、提出原子的核式结构模型的物理学家是\_\_\_\_\_;发现中子的物理学家是\_\_\_\_\_;发现电子的物理学家是\_\_\_\_\_;指出弱相互作用下宇称不守恒的物理学家是\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_;在实验上证实此结论的物理学家是\_\_\_\_\_.

三、一个焦距为 $f$ 的会聚透镜,在其左侧的主光轴上离透镜 $2f$ 处有一小光源,在右侧屏上观察到此光源的清晰的像.现在光源与透镜的位置保持不变而在光路中插入一厚度为 $d(d < f)$ 的玻璃平板(平板与光轴垂直),若还要在屏上得到光源清晰的像,则当玻璃板放在光源与透镜之间时,屏应向\_\_\_\_\_移动;当玻璃板放在透镜与屏之间时,屏应向\_\_\_\_\_移动.

四、试由欧姆定律推导出两个电阻 $R_1$ 和 $R_2$ 串联时的等效电阻和并联时的等效电阻.推导过程中要说明每一步的根据.

五、图6-1中 $oc$ 为一绝缘杆, $c$ 端固定着一金属细杆 $ab$ .

已知 $ac = cb, ab = oc = R, \angle aco = 60^\circ$ .此结构整体可绕 $o$ 点在纸面内沿顺时针方向以匀角速度 $\omega$ 转动.设有磁感应强度为 $B$ 、方向垂直于纸面向里的匀强磁场存在,则 $a, b$ 间的电势差 $U_{ab} = U_a - U_b =$ \_\_\_\_\_.

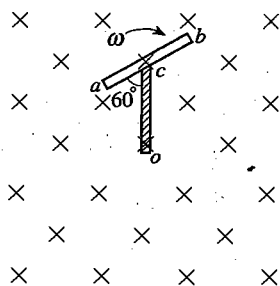


图 6-1

六、画出日光灯的电路图,并回答问题:如果起动机丢失,而手头只有一段两端裸露的、有绝缘外皮的导线,用什么办法能将日光灯点亮?试就你所用的办法说明道理.

七、有一只狐狸以不变速度 $v_1$ 沿着直线 $AB$ 逃跑,一猎犬以不变的速率 $v_2$ 紧追,其运动方向始终对准狐狸.某时刻狐狸在 $F$ 处,猎犬在 $D$ 处, $FD \perp AB$ ,且 $FD = L$ (如图6-2),试求此时猎犬的加速度的大小.

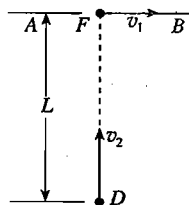


图 6-2

八、有一两端封闭的、横截面均匀的U形玻璃管,两臂管内分别贮有适量的氢气1与氦气2,一段水银柱把两种气体隔开,如图6-3所示.将此U形管两端朝上竖立起时,两臂中气柱的长度分别为 $L_1 = 12 \text{ cm}, L_2 = 18 \text{ cm}$ ;两端朝下竖立起时,气柱的长度分别为

$L_1' = 6 \text{ cm}$ ,  $L_2' = 24 \text{ cm}$ . 问将此U形管平放在水平桌面上时, 两臂中气柱的长度  $L_{10}$  与  $L_{20}$  各是多少? 设U形管两臂的长度相等, 水银柱不断裂, 没有发生气体从一臂通过水银逸入另一臂中的情况.

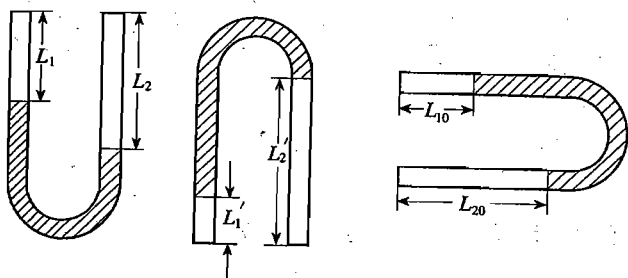


图 6-3

九、已知: 使一原来不带电的导体小球与一带电量为  $Q$  的导体大球接触, 分开之后, 小球获得电量  $q$ . 今让小球与大球反复接触, 在每次分开后, 都给大球补充电荷, 使其带电量恢复到原来的值  $Q$ . 求小球可能获得的最大电量.

十、有6个完全相同的刚性长条薄片  $A_i B_i$  ( $i = 1, 2 \dots 6$ ), 其两端下方各有一个小突起, 薄片及突起的重量均可以不计. 现将此6个薄片架在一只水平的碗口上, 使每个薄片一端的小突起  $B_i$  恰在碗口上, 另一端小突起  $A_i$  位于其下方薄片的正中, 由正上方俯视如图6-4所示. 若将一质量为  $m$  的质点放在薄片  $A_6 B_6$  上一点, 这一点与此薄片中心的距离等于它与小突起  $A_6$  的距离(如图6-4), 求薄片  $A_6 B_6$  中点所受的(由另一薄片的小突起  $A_1$  所施的)压力.

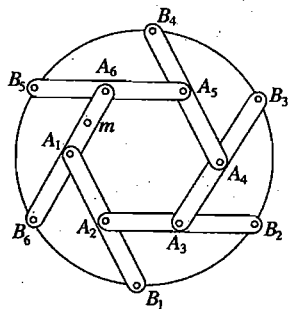


图 6-4

十一、已知冰、水和水蒸气在一密闭容器内(容器内没有任何其他物质) 如能三态平衡共存, 则系统的温度和压强必定分别是  $t_s = 0.01 \text{ }^\circ\text{C}$  和  $p_s = 4.58 \text{ mmHg}$ . 现在有冰、水和水蒸气质量均为  $m_0 = 1 \text{ g}$  处于上述平衡状态. 若保持总体积不变而对此系统缓缓加热, 输入的热量  $Q = 0.255 \text{ kJ}$ , 试估算系统再达到平衡后冰、水和水蒸气的质量. 已知在此条件下冰的升华热  $L_{\text{升}} = 2.83 \text{ kJ/g}$ , 水的汽化热  $L_{\text{汽}} = 2.49 \text{ kJ/g}$ .

十二、在图6-5所示的电路中, 两电容器的电容相等, 即  $C_1 = C_2 = C$ . 两个二极管  $D_1, D_2$  皆为理想二极管(正向电阻为零, 反向电阻为无限大). 当电源输入电压为图6-6所示的稳定方波时, 试在图6-7和图6-8中分别画出达到稳定状态后  $L$  点的电压  $U_L$  和  $M$  点的电压  $U_M$  随时间变化的图象. 图中  $t = 0$  表示达到稳定状态后的某一时刻.

十三、在焦距为  $f$  的会聚薄透镜  $L$  的主光轴上放置一发光圆锥面(如图6-9), 圆锥的中心轴线与主光轴重合, 锥的顶点位于焦点  $F$ , 锥高等于  $2f$ , 锥的母线与其中心轴线的夹角等

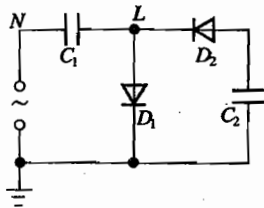


图 6-5

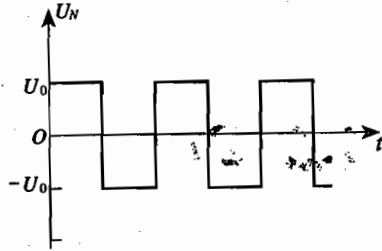


图 6-6

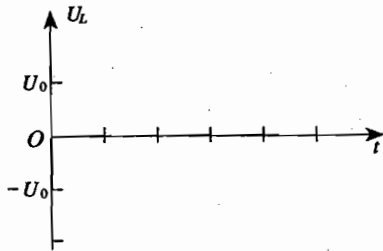


图 6-7

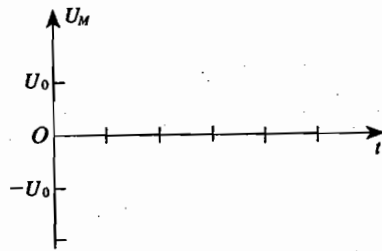


图 6-8

于  $\alpha$ . 求圆锥面的像.

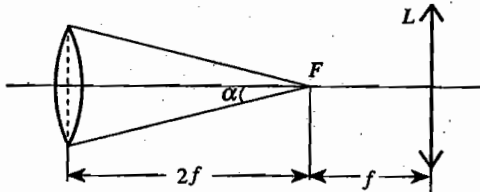


图 6-9

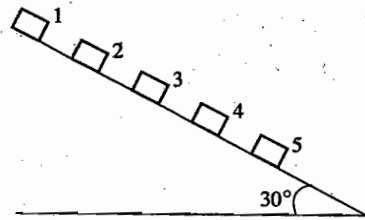


图 6-10

十四、有 5 个质量相同、其大小可不计的小木块 1、2、3、4、5 等距离地依次放在倾角  $\theta = 30^\circ$  的斜面上(如图 6-10). 斜面在木块 2 以上的部分是光滑的, 以下部分是粗糙的, 5 个木块与斜面粗糙部分之间的静摩擦因数和动摩擦因数都是  $\mu$ . 开始时用手扶着木块 1, 其余各木块都静止在斜面上. 现在放手, 使木块 1 自然下滑并与木块 2 发生碰撞, 接着陆续发生其他碰撞. 假设各木块间的碰撞都是完全非弹性的. 求  $\mu$  取何值时木块 4 能被撞而 5 不能被撞.

十五、长为  $2b$  的轻绳, 两端各系一质量为  $m$  的小球, 中央系一质量为  $M$  的小球, 三球均静止于光滑的水平桌面上, 绳处于拉直状态. 今给小球  $M$  以一冲击, 使它获得水平速度  $v$ ,  $v$  的方向与绳垂直(如图 6-11 所示). 求在两端的小球发生互碰前的瞬间绳中的张力.

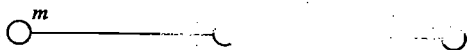


图 6-1

# 第六届全国 决赛 试题

## 笔试试题

一、如图 6-12 所示,在水平光滑桌面的中心有一光滑小孔  $O$ . 一条劲度系数为  $k$  的轻而细的弹性绳穿过小孔  $O$ . 绳的一端固定于  $A$  点 ( $A$  点位于小孔正下方), 另一端系一质量为  $m$  的质点. 弹性绳自然长度等于  $OA$ . 现将质点沿桌面拉至  $B$  处 (设  $OB = l$ ), 并将质点沿垂直于  $OB$  的方向以速度  $v_0$  沿桌面抛出. 试求:

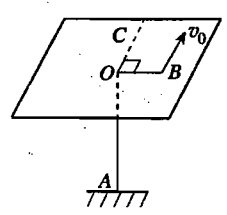


图 6-12

1. 质点绕  $O$  点转过  $90^\circ$  至  $C$  点所需的时间.
2. 质点到达  $C$  点时的速度及  $C$  点至  $O$  点的距离.

二、如图 6-13 所示,  $C$  为圆筒形容器,  $P$  为活塞.  $P$  的两边充有理想气体,  $P$  与圆筒间无摩擦, 不漏气.  $L$  为固定在活塞上的细长直杆, 细杆与圆筒间无摩擦且密封很好, 不漏气.  $l$  为跨过无摩擦的定滑轮并与悬盘相连的轻绳, 两悬盘的质量相等. 整个系统放在恒温室中.

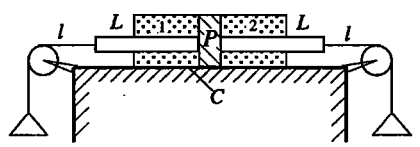


图 6-13

当温度为  $T = 300 \text{ K}$ , 左盘上放置砝码  $m_1 = 1.2 \text{ kg}$  且活塞平衡时, 两部分气体体积相等, 即  $V_1 : V_2 = 1 : 1$ .

当温度为  $T' = 400 \text{ K}$ , 右盘上放置砝码  $m_2 = 0.5 \text{ kg}$  且活塞平衡时, 两部分气体体积之比为  $V_1' : V_2' = 4 : 1$ .

现在欲使活塞不因温度的变化而左右移动, 问:

1. 应如何在盘内放置砝码?
2. 此时左右两部分的体积比是多少?

三、图 6-14 所示为一很大的接地导体板, 在与导体板相距为  $d$  的  $A$  处放一带电量为  $-q$  的点电荷.

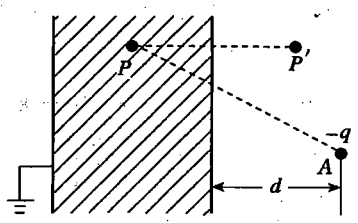


图 6-14

1. 试求板上感应电荷在导体内  $P$  点产生的电场强度.  $P$  与  $A$  点的距离为  $r$ .
2. 试求感应电荷在导体外  $P'$  点产生的电场强度.  $P'$  与  $P$  对导体板右表面是对称的.

3. 在本题情形,根据场强分析证明导体表面附近的电场强度的方向与导体表面垂直.
4. 试求导体板上的感应电荷对点电荷  $-q$  的作用力.
5. 若在切断导体板与地的连接线后,再将  $+Q$  电荷置于导体板上,试说明这部分电荷在导体板上如何分布可达到静电平衡(略去边缘效应).

四、用均匀电阻线作成的正方形网络(如图 6-15 所示),由 9 个相同的小正方形组成,小正方形每边的电阻均为  $r = 8 \Omega$ .

1. 在  $A, B$  两点间接入电池,其电动势  $E = 5.7 \text{ V}$ ,内阻可以忽略.求流过电池的电流强度.
2. 若用导线连结  $C, D$  两点,求通过此导线的电流(略去导线的电阻).

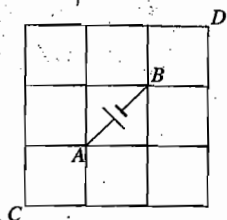


图 6-15

五、如图 6-16 所示,薄透镜的焦距  $f = 10 \text{ cm}$ ,其光心为  $O$ ,主轴为  $MN$ .现将透镜对半切开,剖面通过主轴并与纸面垂直.

1. 将切开的两半透镜各沿垂直于剖面的方向拉开,使剖面与  $MN$  的距离均为  $0.1 \text{ mm}$ ,移开后的空隙用不透光的物质填充组成干涉装置,如图 6-17 所示,其中  $P$  为单色点光源( $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ ), $PO = 20 \text{ cm}$ , $B$  为垂直于  $MN$  的屏, $OB = 40 \text{ cm}$ .

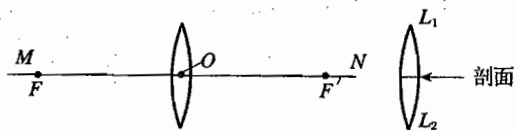


图 6-16

其中  $P$  为单色点光源( $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ ), $PO = 20 \text{ cm}$ , $B$  为垂直于  $MN$  的屏, $OB = 40 \text{ cm}$ .

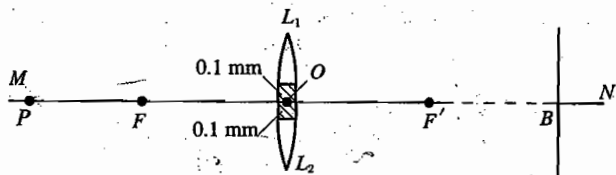


图 6-17

- (1) 用作图法画出干涉光路图.
- (2) 算出屏  $B$  上呈现的干涉条纹的间距.
- (3) 如屏  $B$  向右移动,干涉条纹的间距将怎样变化?

2. 将切开的两半透镜沿主轴  $MN$  方向移开一小段距离,构成干涉装置,如图 6-18 所示. $P$  为单色光源,位于半透镜  $L_1$  的焦点  $F_1$  外.

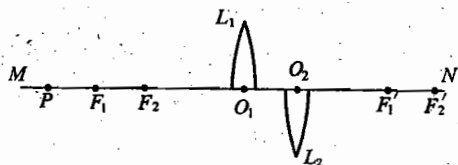


图 6-18

- (1) 用作图法画出干涉光路图.
- (2) 用斜线标出相干光束交叠区.

(3) 在交叠区放一观察屏, 该屏与  $MN$  垂直, 画出屏上呈现出的干涉条纹的形状.

3. 在本题第 2 问中的情况下, 使点光源  $P$  沿主轴移到半透镜  $L_1$  的焦点  $F_1$  处, 如图 6-19 所示, 试回答第 2 问中各问.

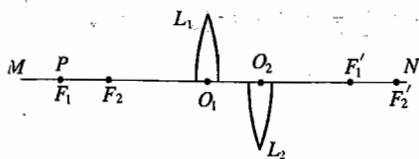


图 6-19

六、如图 6-20 所示, 有两个质量相同的小

球 1、2 (视为质点), 在一光滑的水平直线滑槽  $AB$  内运动, 滑槽两端有固定的墙壁. 二球相遇时发生的碰撞及小球与墙壁之间的碰撞都是完全弹性的. 开始时, 1、2 两球分别位于将滑槽三等分的两分点处, 两者运动方向相同, 但速度的大小不一定相同.

1. 如果两球之间的第 2 次碰撞是在滑槽中点迎面相碰, 求两球初速的比值.

2. 如果两球之间的第 5 次碰撞是在滑槽中点迎面相碰, 求两球初速的比值. 能满足要求的解共有几种?

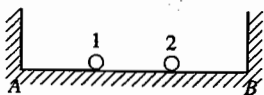


图 6-20

提示: 可以先求出满足要求的一种解 (即初速比值), 再求出满足要求的所有的可能解.

## 实验试题

### 一、测量铜丝的电阻

[实验目的] 测量低阻值的铜丝的电阻.

[仪器用具] 灵敏电流计 (电流常数  $C_I$  见电流计标牌)、电阻箱  $R$  (0.1 级,  $0 \sim 99\,999.9 \Omega$ )、标准电阻  $R_N$  ( $0.1 \Omega$  或  $0.001 \Omega$ )、阻值已知的电阻  $R_0$ 、干电池 2 节、单刀开关、导线及待测铜丝  $R_x$  ( $10^{-2} \Omega$  数量级).

[实验要求] 设计测量线路图; 简述实验方法并导出测量公式; 通电前估算出电阻箱应放置的电阻值以保证灵敏电流计的安全; 尽可能准确地测出铜丝的电阻值.

[说明]

1. 标准电阻用图 6-21 所示的符号表示. 为消除接线电阻与接触电阻引起的误差, 标准电阻有 4 个接线端钮, “ $J, J$ ” 为两个电流端钮, 通常串联在电路中; “ $P, P$ ” 为两个电压端钮, 通常接在电压表上.  $P-P$  间的电阻值是标准电阻的标称值, 其误差在本次实验中可不考虑.

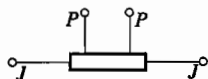


图 6-21

2. 0.1 级电阻箱所示电阻值的最大相对误差为  $\Delta R/R = 0.1\%$ . 式中  $R$  为电阻箱的指示值,  $\Delta R$  为此指示值的绝对误差.

3. 若设计不出测量线路图, 可向主考教师索取, 但要扣去相应的分数.

### 二、测双薄凹透镜的折射率

[实验目的] 测双薄凹透镜的折射率

[原理] 当双薄凹透镜两个折射面的曲率半径相同时, 该透镜的焦距  $f$ 、曲率半径  $R$  和材料的折射率  $n$  有如下关系

$$|f| = \frac{|R|}{2(n-1)}$$

[仪器用具] 光导轨与光具座、光源、物屏、小孔屏、凸透镜、圆形透光屏、观测屏、参照物、平面反射镜、尺子、手电筒及待测的两侧表面曲率半径相同的双薄凹透镜。

[实验要求] 用所提供的仪器、用具, 采用两种比较准确的方法测量双薄凹透镜的焦距  $f$  和曲率半径  $R$ , 并由此计算出折射率  $n$ 。要求画出光路图、写出测量公式和测量步骤, 求出  $f$ 、 $R$  及  $n$  的值。

### □ 试 试 题

一、如图 6-22 所示, 质量为  $m$  的物体可沿竖直轨道  $A$ 、 $B$  上下运动, 物体正下方置一轻弹簧。物体与轨道间的最大静摩擦力与滑动摩擦力都是  $f = mg/2$ 。现在, 物体在距弹簧为  $d$  的高处由静止开始下落。设弹簧不致被完全压扁, 试求:

1. 物体下落达到的最低位置与弹簧劲度系数  $k$  的关系。
2. 物体由最低位置第 1 次弹回的高度与  $k$  的关系。

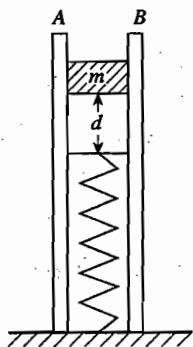


图 6-22

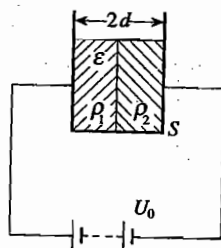


图 6-23

二、有一平行板电容器, 两极板间距离为  $2d$ 、面积为  $S$ , 中间充满厚度相同、介电常数都是  $\epsilon$ 、电阻率分别为  $\rho_1$  和  $\rho_2$  的两层漏电介质。两极板与电压为  $U_0$  的直流电源相接(如图 6-23 所示), 电源内阻可以忽略。试求: 稳定后,

1. 流过两层介质的电流强度。
2. 两介质交界面堆积的自由电荷。
3. 两介质内的电场强度。



# 第七届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

一、1990年3月,紫金山天文台将1965年9月20日发现的第2752号小行星命名为吴健雄星,其直径为32 km. 如果该小行星的密度和地球相同,则对该小行星来说,其上物体的第一宇宙速度约为\_\_\_\_\_ m/s. 吴健雄对物理学已经做出的最大贡献是\_\_\_\_\_.

二、帆船在逆风的情况下仍能只依靠风力破浪航行. 设风向从S向A,如图7-1. 位于A点处的帆船要想在静水中最后驶达目标S点,应如何操纵帆船?要说明风对船帆的作用力是如何使船逆风前进达到目标的.

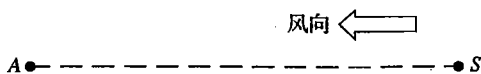


图 7-1

三、有一壶水,水温是 $10^{\circ}\text{C}$ ,把它放到火力恒定的炉火上烧. 当气压为一大气压时,经20 min 即沸腾. 若继续放在火上,试估算再经过约多少分钟后,这壶水将被烧干(结果取两位有效数字即可).

四、光导纤维是利用全反射传导光信号的装置,图7-2所示为一光导纤维,AB为其端面,纤维内芯材料的折射率 $n_1 = 1.3$ ,外层材料的折射率 $n_2 = 1.2$ . 在如图所示的情况下,试求入射角 $i$ 在什么范围内的光线都可在此纤维内传递.

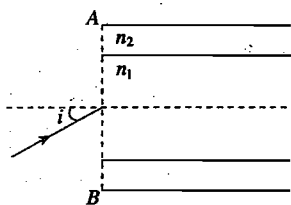


图 7-2

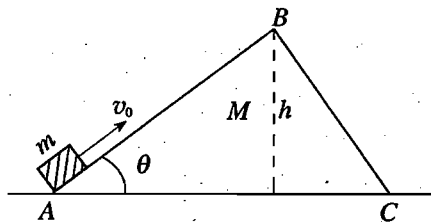


图 7-3

五、如图7-3所示,在水平桌面上放一质量为 $M$ ,截面为直角三角形的物体 $ABC$ .  $AB$ 与 $AC$ 间的夹角为 $\theta$ , $B$ 点到桌面的高度为 $h$ . 在斜面 $AB$ 上的底部 $A$ 处放一质量为 $m$ 的小物体. 开始时两者皆静止. 现给小物体一沿斜面 $AB$ 方向的初速度 $v_0$ ,如果小物体与斜面间以及 $ABC$ 与水平桌面间的摩擦都不考虑,则 $v_0$ 至少要大于何值才能使小物体经 $B$ 点滑出.

六、在如图7-4所示的直角坐标中,有一塑料制成的半锥角为 $\theta$ 的圆锥体 $Oab$ . 圆锥体的顶点在原点 $O$ 处. 其轴线沿 $Z$ 轴方向. 有一条长为 $l$ 的细金属丝 $OP$ 固定在圆锥体的侧面上,

金属丝与圆锥体的一条母线重合. 整个空间中存在磁感应强度为  $B$  的均匀磁场, 磁场方向沿  $X$  轴正方向. 当圆锥体绕其轴沿图示方向做角速度为  $\omega$  的匀角速转动时:

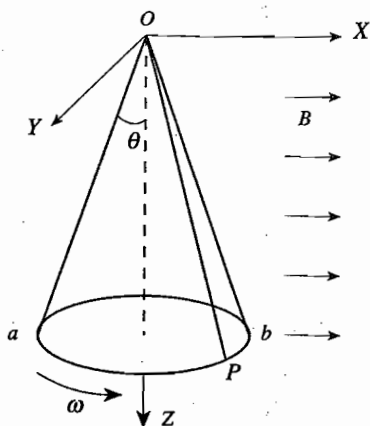


图 7-4

1.  $OP$  经过何处时两端的电势相等?
2.  $OP$  在何处时  $P$  端的电势高于  $O$  端?
3. 电势差  $U_P - U_O$  的最大值是多少?

七、实验室有一个破损的多量程动圈式直流电流计, 有  $1\text{ mA}$ 、 $10\text{ mA}$  和  $100\text{ mA}$  三挡, 由一个单刀三掷开关转换, 其内部电路如图 7-5 所示. 电流计的表头已烧坏, 无法知道其电特性, 但三个精密分流电阻完好, 测得  $R_1 = 144\ \Omega$ . 现有两个表头  $A$  和  $B$ , 外形都与原表头相同, 表头  $A$  的满刻度电流为  $0.2\text{ mA}$ , 内阻为  $660\ \Omega$ ; 表头  $B$  的满刻度电流为  $0.5\text{ mA}$ , 内阻为  $120\ \Omega$ . 问在保留分流电阻  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_3$  的情况下, 应该用哪个表头修复此电流计? 怎样修复?

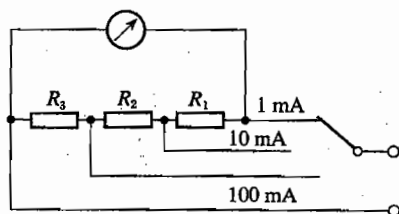


图 7-5

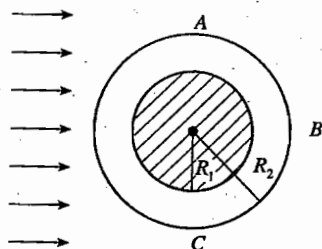


图 7-6

八、如图 7-6 所示, 一半径为  $R_1$  的不透明黑球外面包着一半径为  $R_2$  的同心透明介质球层,  $R_1/R_2 = 2/3$ , 球层介质的材料折射率  $n = 1.35$ . 球层外表面的右半部分 (图中  $ABC$  球面) 为磨砂面. 现用平行光从左向右沿图中所示的方向照到球层上. (已知, 在题给条件下, 随着入射角的增大, 在图面内能达到  $ABC$  面上的各光线的折射线与  $ABC$  面的交点是朝一个方向变动的, 即没有往返的变动.)

1. 试求  $ABC$  球面上被照到的范围是什么图形 (准确的结果用反三角函数表示即可).
2. 若其他条件仍如题述, 但介质球层的折射率依次取从  $n = 1.35$  逐渐增到  $n \geq 3/2$  的各值, 试定性地说出  $ABC$  球面上被照到的范围是如何变化的. (已知  $\sin 40^\circ = 0.64$ ,  $\sin 45^\circ = 0.71$ ,  $\sin 50^\circ = 0.77$ ,  $\sin 55^\circ = 0.82$ ,  $\sin 60^\circ = 0.87$ ,  $\sin 65^\circ = 0.91$ ,  $\sin 70^\circ = 0.94$ ,  $\sin 75^\circ = 0.97$ ,  $\sin 80^\circ = 0.98$ .)

九、一平行板电容器, 电容  $C_0 = 300\text{ pF}$ , 极板  $A_1$  接在一电源的正极,  $A_2$  接在另一电源的负极, 两电源的电动势均为  $150\text{ V}$ , 另外一极均接地. 取一厚金属板  $B$ , 其面积与  $A_1$  及  $A_2$  相

同,厚度为电容器两极板间距离的  $1/3$ ,插入电容器两极板的正中央,如图 7-7 所示.

1. 取一电动势为  $50\text{ V}$  的电源  $E$ , 负极接地, 将其正极与金属板  $B$  相连. 问此时由电源  $E$  输送到金属板  $B$  的总电量是多少?

2. 在上述情况下, 左右平移金属板  $B$ , 改变它在电容器两极板间的位置, 使  $B$  板上的电量向电源  $E$  回输, 直到电源  $E$  原来输给金属板  $B$  的电量全部送回电源时, 固定  $B$  板的位置. 然后切断所有三个电源, 并将  $B$  板从电容器中抽出. 求这时电容器两极板  $A_1$ 、 $A_2$  之间的电压.

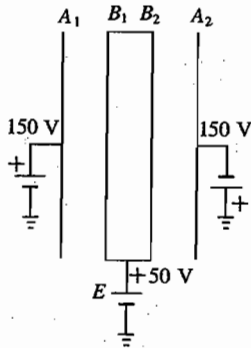


图 7-7

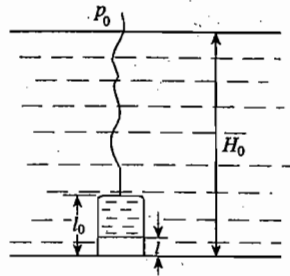


图 7-8

十、一个质量  $m = 200.0\text{ kg}$ , 长  $l_0 = 2.00\text{ m}$  的薄底大金属桶倒扣在宽阔的水池底部(如图 7-8). 桶内的横截面积  $S = 0.500\text{ m}^2$  (桶的容积为  $l_0 S$ ), 桶本身(桶壁与桶底)的体积  $V_0 = 2.50 \times 10^{-2}\text{ m}^3$ . 桶内封有高度  $l = 0.200\text{ m}$  的空气. 池深  $H_0 = 20.00\text{ m}$ , 大气压强  $p_0 = 10.00\text{ m}$  水柱高, 水的密度  $\rho = 1.000 \times 10^3\text{ kg/m}^3$ , 重力加速度  $g$  取  $10.00\text{ m/s}^2$ . 若用图中所示的吊绳将桶上提, 使桶底能到达水面处, 则绳拉力所需做的功有一最小值. 试求从开始到绳拉力刚完成此功的过程中, 桶和水(包括池水及桶内水) 的机械能改变了多少(结果要保留三位有效数字). 不计水的阻力, 设水温很低, 不计其饱和蒸汽压的影响, 并设水温上下均匀且保持不变.

十一、质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$  和  $m_3$  的三个质点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  位于光滑的水平桌面上, 用已拉直的不可伸长的柔软的轻绳  $AB$  和  $BC$  连结, 角  $ABC$  为  $\pi - \alpha$ ,  $\alpha$  为一锐角, 如图 7-9 所示. 今有一冲量为  $J$  的冲击力沿  $BC$  方向作用于质点  $C$ , 求质点  $A$  开始运动时的速度.

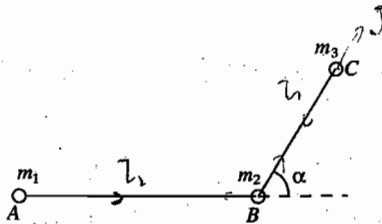


图 7-9

# 决赛试题

## 笔试试题

一、试求如图 7-10 所示电路中  $AB$  间的等效电容  $C_{AB}$ , 已知  $C_1 = C_2 = C_3 = C_9 = 1 \mu\text{F}$ ,  $C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = 2 \mu\text{F}$ ,  $C_8 = C_{10} = 3 \mu\text{F}$ .

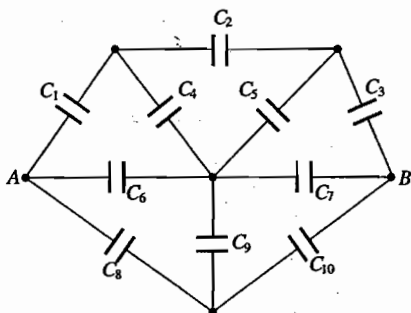


图 7-10

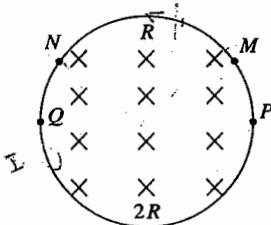


图 7-11

二、两根长度相等、材料相同、电阻分别为  $R$  和  $2R$  的细导线, 围成一直径为  $D$  的圆环,  $P, Q$  为其两个接点, 如图 7-11 所示. 在圆环所围成的区域内, 存在垂直于圆面, 指向纸里的匀强磁场. 磁场的磁感应强度的大小随时间增大, 变化率为恒定值  $b$ . 已知圆环中的感应电动势是均匀分布的.

设  $M, N$  为圆环上的两点,  $MN$  间的弧长为半圆弧  $PMNQ$  的一半, 试求这两点间的电压  $U_M - U_N$ .

三、一薄壁圆柱形烧杯, 半径为  $r$ , 质量为  $m$ , 重心位于中心线上, 离杯底的距离为  $H$ . 今将水慢慢注入杯中, 问烧杯连同杯内的水共同重心最低时水面离杯底的距离等于多少? 为什么? (设水的密度为  $\rho$ .)

四、如图 7-12 所示, 在  $ox$  轴的坐标原点  $o$  处, 有一固定的电量为  $Q (Q > 0)$  的点电荷, 在  $x = -l$  处, 有一固定的、电量为  $-2Q$  的点电荷, 今有一正试验电荷  $q$  放在  $x$  轴上  $x > 0$  的位置, 并设斥力为正, 引力为负.

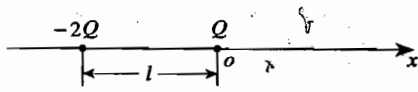


图 7-12

1. 当  $q$  的位置限制在  $ox$  轴上变化时, 求  $q$  的受力平衡位置, 并讨论平衡的稳定性.

2. 试定性地画出试验电荷  $q$  所受的合力  $F$  与  $q$  在  $ox$  轴上的位置  $x$  的关系图线.

五、在光滑的水平面上, 放置一个质量为  $M$ , 截面是  $\frac{1}{4}$  圆 (圆的半径为  $R$ ) 的柱体  $A$  (如图 7-13). 柱面光滑, 顶端放一质量为  $m$  的小滑块  $B$ . 初始时刻  $A, B$  都处于静止状态, 在固定坐标系  $xoy$  中的位置如图所示,

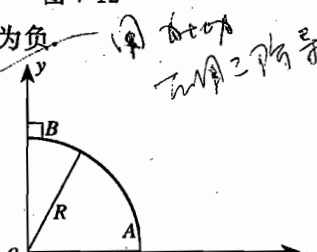


图 7-13

设小滑块从圆柱顶端沿圆弧滑下,试求小滑块脱离圆弧以前在固定坐标系中的轨迹方程.

六、一根截面均匀、不变形的 U 型细塑料管,两臂长分别为  $l_0 = 20.0 \text{ cm}$  和  $h_0 = 180.0 \text{ cm}$ , 竖直放置,如图 7-14 所示. 管内灌有水银,长管上端开口;短管上端封闭,管内封着长  $l = 10.0 \text{ cm}$  的空气柱. 已知长管及横管中的水银柱长度分别为  $h = 60.0 \text{ cm}$  和  $x = 10.0 \text{ cm}$ , 大气压强  $p_0 = 76.0 \text{ cm Hg}$ . 现将此管绕通过长管拐角点 A 且与塑料管所在平面相垂直的轴线沿逆时针方向缓慢地转过  $180^\circ$ , 然后将长管的开口端迅速截去  $50.0 \text{ cm}$ , 求与管内封闭的空气相接触的水银面的最后位置.

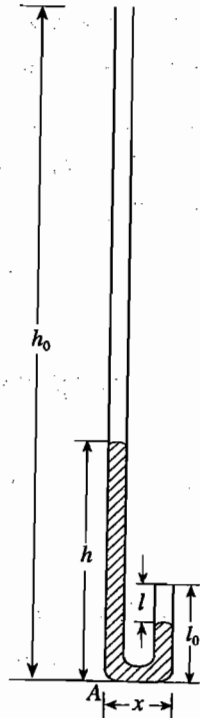


图 7-14

七、在一光滑水平的长直轨道上,等距离地放着足够多的完全相同的质量为  $m$  的长方形木块,依次编号为木块 1, 木块 2... 如图 7-15 所示.

在木块 1 之前放一质量为  $M = 4m$  的大木块,大木块与木块 1 间的距离与相邻各木块间的距离相同,均为  $l$ . 现在,在所有木块都静止的情况下,以一沿轨道方向的恒力一直作用在大木块上,使其先与木块 1 发生碰撞,设碰后与木块 1 结为一体再与木块 2 发生碰撞,碰后又结为一体,再与木块 3 发生碰撞,碰后又结为一体,如此继续下去. 今问大木块(以及与之结为一体的各小木块)与第几个小木块碰撞之前的一瞬间,会达到它在整个过程中最大速度?此速度等于多少?

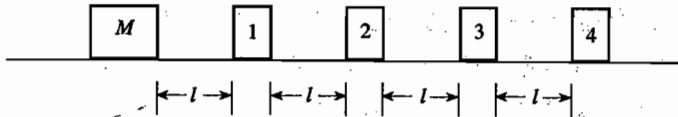


图 7-15

八、半径为  $R$  的水平圆台,可绕通过圆心  $O$  的竖直光滑细轴  $CC'$  转动(如图 7-16). 圆台上沿相互垂直的两个半径方向刻有槽,质量为  $m_A$  的物体 A 放在一个槽内, A 与槽底间的静摩擦因数为  $\mu_0$ , 质量为  $m_B$  的物体 B 放在另一槽内,此槽是光滑的. AB 间用一长为  $l (l < R)$  且不可伸长的轻绳绕过细轴相连. 试求当圆台做匀角速转动且 A、B 两物体相对圆台不动时,转动角速度  $\omega$  和 A 到圆心的距离  $x$  所应满足的条件(设此时 A 与槽的侧面之间没有作用力).

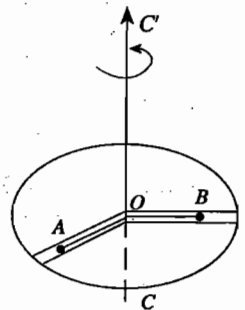


图 7-16

九、在如图 7-17 所示的光学系统中,会聚透镜  $L_1$  和  $L_2$  共轴,其焦距分别为  $f_1$  和  $f_2$ , 直径分别为  $D$  和  $D/2$ , 彼此相距  $2(f_1 + f_2)$ . 物  $AA'$

与主轴垂直,长度为  $D$ , 其中心  $O_A$  位于主轴上,离  $L_1$  的距离为  $2f_1$ , 屏  $P$  垂直于主轴,置于  $L_2$

右侧,  $O_P$  是  $O_A$  经  $L_1$  和  $L_2$  所成的像点. 这时在屏上只出现物  $AA'$  中央部分的像.

1. 画出此情况的光路图, 用它来解释此现象.

2. 如果不改变  $AA'$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  和屏  $P$  的位置, 能否在此光学系统中加一个会聚透镜  $L$ , 使得  $AA'$  全物都在  $P$  上成像? 如不能, 请说明理由; 如能, 请说明  $L$  应放在何处, 直径至少要有多大? 焦距  $f$  应如何选定.

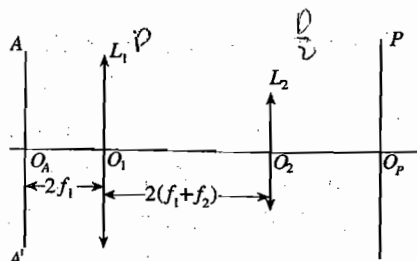


图 7-17

### 实验试题

一、用二个凸透镜组成一个望远镜, 并测量该望远镜对 1 m 左右距离处的物的放大率.

[仪器和用具]

2 m 长光具座一个, 凸透镜二个, 有罩白炽灯一个, 有透光缝的物屏一个(附有方格纸), 像屏一个(上有可移动的方格纸), 平面镜一个.

[说明]

望远镜的放大率  $m = \text{tg } \phi / \text{tg } \psi$ ,  $2\phi$  是用望远镜观察物体时, 物体所成的像对人眼所张视角,  $2\psi$  为人在同一地点直接观察该物体时物体对人眼所张的视角.

[要求]

1. 在光具座上用给定的二个凸透镜组成望远镜, 观察物屏上的透光缝, 并使物镜到缝的距离在 70 cm ~ 80 cm 之间, 调整到从目镜处可以看到清晰的缝的放大像.

2. 保持物屏、物镜位置不变, 利用供给的仪器和用具, 调节目镜的位置, 使物镜成的实像经过目镜后成像在无穷远处, 并画出调到这种状态时的光路图.

3. 求出处在上述状态时的望远镜的放大率  $m$ , 要求达到三位有效数字(设人眼放在目镜处). 测量并记录应该测量的数据, 进行放大率的计算.

本实验要求先调出 2 中要求的状态后再进行测量.

二、用箱式电位差计校准量程为 3 V 的伏特计.

[用具]

箱式电位差计一台, 待校准的 3 V 的伏特计一个, 检流计 ( $10^{-7}$  A/格) 一台, 保护电阻一个, 标准电阻一个, 滑线变阻器一个, 电阻箱三个, 甲电池四个, 开关四个, 导线若干.

[原理]

图 7-18 为实用的电位差计原理电路: 电源  $E$ , 限流电阻  $R_P$ , 标准电阻  $R_{MN}$  (一条均匀的电阻丝), 串联成一闭合回路, 称为工作回路. 另一回路是  $C$ 、 $E_s$  (或  $E_x$ )、 $G$ 、 $R_s$ 、 $D$ 、 $C$ , 称为校准回路(测量回路).

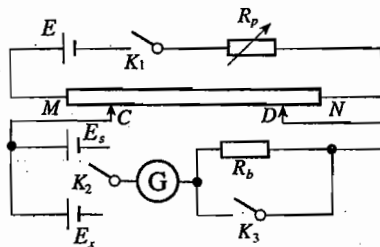


图 7-18

电位差计校准后,测量时,在补偿的条件下, $U_{CD}$ 已知,故 $E_x$ 可以求得.

箱式电位差计是把 $M$ 、 $N$ 间的电阻装在箱中,箱上留出工作回路端钮,相当于图中 $M$ 、 $N$ 两端.测量回路端钮,相当于图中 $C$ 、 $D$ 两端.若工作回路的电流达到规定值,则 $C$ 、 $D$ 间电阻上的电压降为已知值,这些值均标在箱式电位差计的读数盘 $A$ (粗调), $B$ (细调)上.

[要求]

1. 若每个甲电池的电动势为 $1.5\text{ V}$ ,试估算限流电阻 $R_P$ 的阻值范围.
2. 用此电位差计校准量程为 $3.0\text{ V}$ 的伏特计. $a$ . 画出校准伏特计的电路图; $b$ . 每隔 $0.5\text{ V}$ 校准一次; $c$ . 以伏特表的读数 $U$ 为横坐标,伏特表读数与电位差计读数之差 $\Delta U$ 为纵坐标,画出校准曲线图(逐点联接).
3. 若在实验过程中,检流计始终向一个方向偏转,可能有哪些原因?

### □ 试 试 题

一、 $0.1\text{ mol}$ 的理想气体,历经如图7-19所示的循环过程,由初态 $A$ 等容升压到 $B$ 态,再沿 $BC$ 直线膨胀到 $C$ 态,最后等压压缩到 $A$ 态.

1. 问此循环过程中,气体所能达到的最高温度状态在何处.
2. 求从 $B$ 态至 $C$ 态过程中,气体从外界吸收的热量是多少(不包括放出的).

$1\text{ mol}$ 这种理想气体的内能 $U = \frac{3}{2}RT$ .

$T$ 为温度(K).

$R = 8.31\text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,为气体常量.

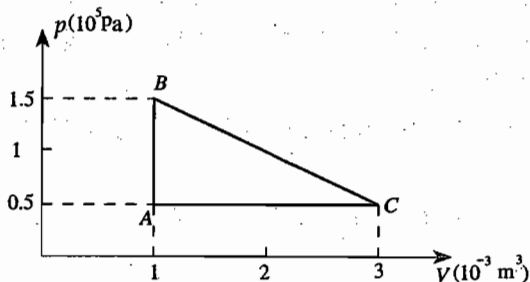


图 7-19

二、人们普遍认为下列结论已为实验所证实:

- (1) 质子和电子的带电量相等、符号相反.
- (2) 中子的带电量为零.
- (3) 在任何变化过程中,总电荷量是守恒的.

实际上,由于任何实验的精确度都有一个限度,因而只能说:“在过去所有已做过的实验所能达到的精确度范围内没有违反上述结论的现象.”这意味着,如果这些结论与客观实际之间存在差异的话,这种差异一定小于过去实验所检测出来的数值,这个数值被称为用该实

验得出的这种差异的上限. 本题所述的实验就是这样的实验中的一个例子.

设电子的电量为  $q_e = -e$ . 如果质子的电量不是  $+e$ , 而是  $(1+y)e$ ,  $y$  是一个很小的正数; 如果中子的电量不是零, 而是  $q_n$  ( $q_n > 0$ ). 人们用图 7-20 所示的实验装置可以求得在此实验中  $y$  和  $q_n$  的上限  $y_m$  和  $q_{nm}$ , 即从此实验可得结论: 如果  $y$  和  $q_n$  不等于零的话, 其数值一定分别小于  $y_m$  和  $q_{nm}$ .

已知中子可衰变成一个质子、一个电子和一个反中微子(反中微子是一种中性的、静止质量极小的粒子). 如果在中子衰变过程中总电荷量是守恒的, 则由  $q_n = y$  就可求得  $q_{nm}$ ; 如果总电荷不是守恒的,  $q_n$  和  $y$  之间没有上述关系, 必须分别求出  $y_m$  和  $q_{nm}$ .

实验装置说明:

右图中的  $A$ 、 $B$  是两个相互绝缘的同心金属球壳, 它们中间是真空,  $B$  接地,  $A$  壳内部充有高压气体.  $A$ 、 $B$  间的电容为  $C$ ,  $A$ 、 $B$  与一静电计  $\text{V}$  相连接. 静电计是一种灵敏度极高、内阻无限大的测量微小电势差的仪器, 可用它测量  $A$ 、 $B$  间的电势差  $\Delta U$ . 已知静电计的灵敏度为  $\delta$ , 即: 当被测的电势差或其改变达到或超过  $\delta$  时, 静电计上的指示就会有反应.  $D$  为与  $A$  球壳内部相连通的带减压阀门的圆柱形绝缘管.  $G$  为绝缘管内的金属栅网. 在  $G$  与  $A$  之间连有电池,  $A$  与正极相连. 这部分的作用是: 由于宇宙射线的作用或其他原因, 气体中可能存在正、负离子或自由电子, 这些离子或电子在电场力的作用下将被引向球壳  $A$  或  $G$ , 从而保证从栅网空隙处逸出的都是没有电离的气体分子.

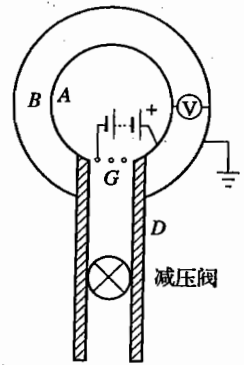


图 7-20

实验是这样进行的: 先用导线连接  $A$ 、 $B$ , 然后断开; 断开后, 通过  $D$  放出部分气体, 同时观察静电计的指示. 如果在整个过程中静电计的指示没有变化, 请回答:

1. 说明此实验的原理.
2. 假设电荷守恒定律是严格正确的, 已知  $A$  内所充气体为  $\text{CO}_2$ , 放气前后  $A$  球壳内  $\text{CO}_2$  气体的质量差为  $m$  克, 求  $y_m$ .
3. 如果总电荷不一定守恒, 请利用上述实验装置 ( $A$  内气体的品种可以改变) 设计出可以测  $y_m$  和  $q_{nm}$  的实验.

注: 已知碳和氧的原子序数分别为 6 和 8, 原子量分别为 12 和 16.



## 第八届竞赛试题

### 预赛(第一试) 试题

一、1. 到目前为止,人们发现物质运动的最大速度不能超过\_\_\_\_\_ m/s.

2. 1990年诺贝尔物理奖的授予项目是关于

- A. 热核反应的控制;
- B. 夸克存在的实验证据;
- C. 高温超导方面的成就;
- D. 宇宙膨胀的理论.

二、如图 8-1 所示的有铁芯的变压器中,原线圈匝数为副线圈的 2 倍. 原线圈的电阻为  $R_1$ , 副线圈的电阻为  $R_2$ , 电源的电动势为  $E = E_0 \sin \omega t$ , 电源内阻可忽略. 设磁感线都集中在铁芯内, 并且铁芯不损耗电能. 当副线圈开路时, 用  $I_1$  表示原线圈中的电流,  $U_2$  表示副线圈两端的电压, 则有

- 1. A.  $I_1 = 0$ ;
- B.  $I_1 = \frac{E_0}{R_1} \sin \omega t$ ;
- C.  $I_1 = \frac{1}{4} \frac{E_0}{R_2} \sin \omega t$ ;
- D.  $I_1$  无法根据题文所给的数据确定.

- 2. A.  $U_2 = 0$ ;
- B.  $U_2 = \frac{1}{2} E_0 \sin \omega t$ ;
- C.  $U_2 = \frac{1}{2} (E_0 \sin \omega t - I_1 R_1)$ ;
- D.  $U_2$  无法根据题文所给的数据确定.

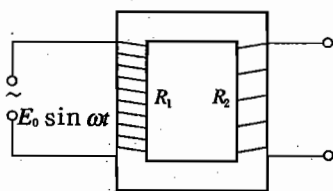


图 8-1

三、足球比赛中发角球时,有经验的足球队员可发出所谓“香蕉球”,即球飞到球门前方时会拐弯进入球门. 试简要地说明其道理.

四、电荷  $q$  均匀分布在半球面  $ACB$  上,球面的半径为  $R$ ,  $CD$  为通过半球顶点  $C$  与球心  $O$  的轴线,如图 8-2.  $P$ 、 $Q$  为  $CD$  轴线上在  $O$  点两侧、离  $O$  点距离相等的两点. 已知  $P$  点的电势为  $U_P$ , 试求  $Q$  点的电势  $U_Q$ .

五、如图 8-3 所示,一水平放置的圆环形刚性窄槽固定在桌面上,槽内嵌着三个大小相同的小球,它们的质量分别是  $m_1$ 、 $m_2$  和  $m_3$ ,  $m_2 = m_3 = 2m_1$ . 小球与槽的两壁刚好接触而它们之间的摩擦可忽略不计. 开始时,三球处在槽中 I、II、III 的位置,彼此间距离相等; $m_2$  和  $m_3$

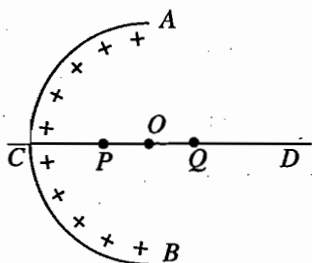


图 8-2

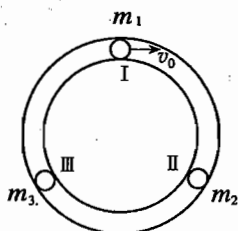


图 8-3

静止,  $m_1$  以初速度  $v_0 = \pi R/2 (= \omega_0 R$ , 其中  $\omega_0 = \pi/2 \text{ s}^{-1}$ ) 沿槽运动,  $R$  为圆环的内半径和小球半径之和. 设各球之间的碰撞皆为弹性碰撞, 求此系统的运动周期  $T$ .

六、有人曾用图 8-4 所示的装置测量液体的体膨胀系数.  $A$ 、 $B$  为粗细均匀的 U 形细玻璃管, 竖直放置. 两臂分别插在恒温容器  $C$  (较热的) 和  $D$  (较冷的) 内. U 形管内盛有适量的待测液体. 通过测量  $C$ 、 $D$  内的温度和 U 形管两臂内液面的高度, 就可计算出待测液体的体膨胀系数. 试导出计算公式. 不计玻璃管的热膨胀.

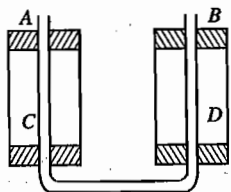


图 8-4

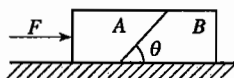


图 8-5

七、如图 8-5 所示, 两个木块  $A$  和  $B$ , 质量分别为  $m_A$  和  $m_B$ , 紧挨着并排放在水平桌面上,  $A$ 、 $B$  间的接触面垂直于图中纸面且与水平成  $\theta$  角.  $A$ 、 $B$  间的接触面是光滑的, 但它们与水平桌面间有摩擦, 静摩擦因数和动摩擦因数均为  $\mu$ . 开始时  $A$ 、 $B$  都静止, 现施一水平推力  $F$  于  $A$ , 要使  $A$ 、 $B$  向右加速运动且  $A$ 、 $B$  之间不发生相对滑动, 则

1.  $\mu$  的数值应满足什么条件?

2. 推力  $F$  的最大值不能超过多少? (只考虑平动, 不考虑转动问题.)

八、有一内径均匀、两支管等长且大于 78 cm 的、一端开口的 U 形管  $ACDB$ . 用水银将一定质量的理想气体封闭在  $A$  端后, 将管竖直倒立. 平衡时两支管中液面高度差为 2 cm, 此时闭端气柱的长度  $L_0 = 38$  cm (如图 8-6 所示). 已知大气压强相当于  $h_0 = 76$  cm 水银柱高. 若保持温度不变, 不考虑水银与管壁的摩擦, 当轻轻晃动一下 U 形管, 使左端液面上升  $\Delta h$  ( $\Delta h$  小于 2 cm) 时, 将出现什么现象? 试加以讨论并说明理由.

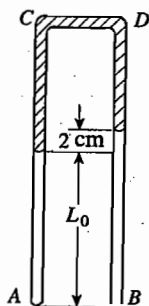


图 8-6

九、如图 8-7, 半径为  $R$  的圆筒形真空管中有两个隔板把管内分为三个区域, 隔板上分别有位于中心的小孔  $A$  与  $A'$ , 其间距离为  $L$ . 区域 I

中有电场,区域 II 有沿管轴方向的匀强磁场,区域 III 中既无电场也无磁场.由阴极 K 连续发出的电子在区域 I 中由电场加速,穿过小孔 A 成发散电子束进入区域 II.设各个电子穿过小孔 A 时沿管轴方向的分速度都为  $v$ .调节区域 II 中的磁感应强度使它等于为使在区域 III 中有穿过小孔 A' 的发散电子束所必需的最低值,从这时开始计时且保持此最低值不变,但使磁场方向做周期为  $T$  的周期性正、反变化,如图 8-8 所示.设真空管中凡碰到管壁的电子均不弹回.

1. 求在区域 III 中有穿过 A' 的发散电子束时  $T$  的最小值  $T_0$ .
2. 设  $T = 2T_0$ ,在图 8-8 的时间轴上标出区域 III 中有发散电子束的时间区间.
3. 进入区域 III 内的电子束中,电子运动方向与管轴间的夹角最大可能值为多大?

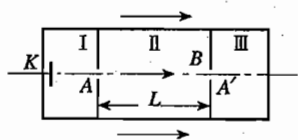


图 8-7

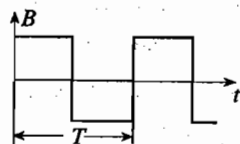


图 8-8

十、半径为  $r$ 、质量为  $m$  的三个相同的刚性球放在光滑的水平桌面上,两两互相接触.用一个高为  $1.5r$  的圆柱形刚性圆筒(上下均无底)将此三球套在筒内,圆筒的内半径取适当值,使得各球间以及球与筒壁之间均保持接触,但相互间无作用力.现取一质量亦为  $m$ 、半径为  $R$  的第四个球,放在三球的上方正中.设四个球的表面、圆筒的内壁表面均由相同物质构成,其相互之间的静摩擦因数均为  $\mu = 3/\sqrt{15}$ (约等于 0.775),问  $R$  取何值时,用手轻轻竖直向上提起圆筒即能将四个球一起提起来?

## 决赛试题

### 笔试试题

一、滚筒式静电分选器由料斗 A、导板 B、导体滚筒 C、刮板 D、斜槽 E、F 和放电针 G 等部件组成. C 及 G 分别接于直流高压电源的正、负极,并令 C 接地,如图 8-9 所示. 电源电压很高,足以使放电针 G 附近的空气发生电离而产生大量离子. 现有导电性能不同的两种物质粉粒  $a$ 、 $b$  的混合物从料斗 A 下落,沿导板 B 到达转动着的滚筒 C,粉粒  $a$  具有良好的导电性,粉粒  $b$  具有良好的绝缘性.

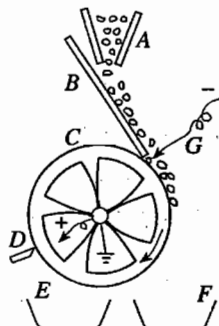


图 8-9

1. 试说明分选器的主要工作原理,即它是如何实现对不同粉粒  $a$ 、 $b$  进行分选的.
2. 粉粒  $a$ 、 $b$  经分选后分别掉落在哪个料槽中?
3. 刮板 D 的作用是什么?

4. 若让放电针  $G$  接地而滚筒  $C$  不接地, 再在  $C$  与  $G$  间加上高压电, 这么连接是否允许? 为什么?

二、如图 8-10 所示,  $A$ 、 $B$  是两块水平放置的互相平行的带电金属板, 其间的电场可视为匀强电场. 假设有一带负电的微粒在  $a$  点处沿与水平成  $\theta = 45^\circ$  角的方向射出, 并从此时刻开始计时. 已知在  $t = 0.10$  s 时, 微粒到达其轨迹最高点; 在  $t = 0.30$  s 时, 微粒的动能为  $750$  eV. 在以上运动过程中微粒一直处在均匀电场内, 且未与  $A$ 、 $B$  相碰. 试求微粒的初动能.

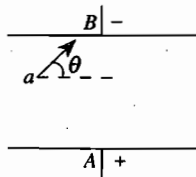


图 8-10

三、图 8-11 中  $A$ 、 $B$  是两个圆筒形绝热容器, 中间用一非常细的短管相通, 短管中有导热性能良好的阀门  $K$ , 短管及阀门对外界也是绝热的.  $F$  为一带柄的绝热的活塞, 它与容器  $A$  的内表面紧密接触 (不漏气), 但摩擦可忽略不计.

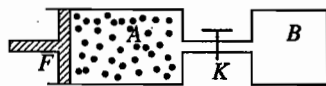


图 8-11

开始时  $K$  关闭,  $F$  处于  $A$  的左端.  $A$  中有  $n$  mol 理想气体, 温度是  $T_0$ ,  $B$  中为真空. 现在向右推动  $F$ , 直到  $A$  中气体的体积和  $B$  的容积相等. 在此过程中, 已知对气体做功为  $W$ , 气体温度变为  $T_1$ . 这时将  $K$  稍打开一点点, 使  $A$  中的气体缓慢地向  $B$  中扩散; 同时让活塞  $F$  缓慢地前进, 并保持  $A$  中活塞附近气体的压强近似于不变. 在此过程中, 气体最后的温度是多少? 设活塞、阀门、容器的热容量皆可不计.

四、试设计一个由电阻元件组成且能满足下列要求的直流电路.

1. 有四个端点  $A$ 、 $B$ 、 $A'$ 、 $B'$ , 其中  $B$  与  $B'$  是直接相连的.  $A'$ 、 $B'$  开路时,  $A$ 、 $B$  间的电阻为  $8.0 \Omega$ ;  $A$ 、 $B$  开路时,  $A'$ 、 $B'$  间的电阻为  $8.0 \Omega$ .
2. 在  $A$ 、 $B$  两端加上  $1.0$  V 电压时 ( $A$  接正、 $B$  接负), 测得  $A'$ 、 $B'$  两端的电压为  $0.1$  V ( $A'$  为正、 $B'$  为负). 在  $A'$ 、 $B'$  两端加上  $1.0$  V 电压时, 测得  $A$ 、 $B$  间的电压为  $0.1$  V.
3. 所用电阻元件的个数要尽可能地少.
4. 要求设计两种电路.

五、如图 8-12 所示,  $A$  是放置在光滑水平面上的滑块, 其质量为  $M$ , 滑块的上端面是一水平台面, 台面的长度和高度均为  $h$ , 滑块的侧面有一条长度为  $1/8$  圆周的圆弧形光滑槽, 槽底跟水平面相切. 另有一条高为  $H$  的固定光滑导轨, 导轨的底端正好对准  $A$  的滑槽.  $B$  是一个质量为  $m$  的小球,  $m = 0.4 M$ , 它由导轨的顶端滑下, 初速为零. 试问, 欲使小球撞击中  $A$  的平台, 高度比  $H/h$  的数值范围是多少?

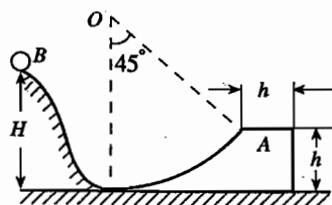


图 8-12

六、质量为  $2.0$  kg、温度为  $-13^\circ\text{C}$ 、体积为  $0.19$  m<sup>3</sup> 的氟利昂 (其分子量为  $121$ ), 在保持温度不变的条件下被压缩, 其体积变为  $0.10$  m<sup>3</sup>. 试问在此过程中有多少千克的氟利昂被液化? (已知在  $-13^\circ\text{C}$  时, 液态氟利昂的密度  $\rho_l =$

$121 \text{ g/mol}$  液化到  $121 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$

1. 44 × 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>, 其饱和蒸汽压 p<sub>s</sub> = 2.08 × 10<sup>5</sup> Pa. 氟利昂的饱和蒸汽可近似地看作理想气体.)

可能假设初始为饱和蒸汽! 可做近似如为  
气态 (非饱和)

0.84

七、如图 8-13 所示, C 为一放在固定的粗糙水平桌面上的双斜面, 其质量  $m_C = 6.5 \text{ kg}$ , 顶端有一定滑轮, 滑轮的质量及轴处的摩擦皆可不计. A 和 B 是两个滑块, 质量分别为  $m_A = 3.0 \text{ kg}$ ,  $m_B = 0.50 \text{ kg}$ , 由跨过定滑轮的不可伸长的轻绳相连.

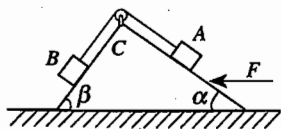


图 8-13

开始时, 设法抓住 A、B 和 C, 使它们都处在静止状态, 且滑轮两边的轻绳恰好伸直. 今用一大小等于 26.5 N 的水平推力 F 作用于 C, 并同时释放 A、B 和 C. 若 C 沿桌面向左滑行, 其加速度  $a = 3.0 \text{ m/s}^2$ , B 相对于桌面无水平方向的位移 (绳子一直是绷紧的). 试求 C 与桌面间的摩擦因数  $\mu$ . (图中  $\alpha = 37^\circ$ ,  $\beta = 53^\circ$ , 已知  $\sin 37^\circ = 0.6$ , 重力加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .)

八、有一长为  $l$  的木块 A, 放在足够长的水平地面上. 取一无盖的长方形木盒 B 将 A 罩住. B 的左右内壁间的距离为  $L$  ( $L > l$ ). B 的质量与 A 相同. A 与地面间的动摩擦因数为  $\mu_A$ , B 与地面间的动摩擦因数为  $\mu_B$ , 且  $\mu_B > \mu_A$ . 开始时, A 的左端与 B 的左内壁相接触 (如图 8-14 所示), 两者以相同的初速度  $v_0$  向右运动. 已知 A 与 B 左右内壁发生的碰撞都是完全弹性的, 且碰撞时间都极短. A 与 B 的其他侧面之间均无接触.

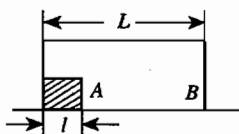


图 8-14

1. 要使最后 A、B 同时停止, 而且 A 与 B 间轻轻接触 (即无作用力), 初速  $v_0$  应取何值?
2. 要使 B 首先停下, 而且最后全部停下时 A 与 B 轻轻接触, 初速  $v_0'$  应取何值?
3. 有无  $v_0$  值使 B 停下后又由于被碰再次运动, 最后 A、B 二者停在一起? 为什么?

## 实验试题

### 一、测定液体的密度

[器材]

1. 密度已知的液体两种, 其密度  $\rho_1$ 、 $\rho_2$  由实验室给出.
2. 玻璃管一支 (形状如图 8-15 所示), 其带刻度部分直径均匀.
3. 小重物 (保险丝) 若干, 细铜丝少许.
4. 待测液体, 其密度介于  $\rho_1$  和  $\rho_2$  之间.
5. 用具: 清水一杯、毛巾一块、剪刀一把、坐标纸一张.

[要求]

1. 用上述器材制作一只测定液体密度的仪器.
2. 用已知密度的液体给该仪器定标, 在直角坐标纸上做出其呈线性关系的定标曲线.
3. 测出待测液体的密度  $\rho_x$ .



图 8-15

### [说明]

所谓定标曲线,在本题是指,利用这条曲线,由仪器的刻度值,可求出相应的密度值.

## 二、测量电池的电动势

### [器材]

1. 电动势已知的干电池一只,其电动势  $E_x$  (约 1.5 V) 已由实验室给出 ( $\Delta E_x = 0.0001$  V).
2. 待测干电池 (其电动势  $E_x$  约 1.5V) 一只.
3. 作为工作电源用的干电池一只.
4. 电阻箱 (100 k $\Omega$ , 最小调节量 0.1 $\Omega$ ) 一只. (电阻箱未经校准, 仅能作为一只可变电阻使用.)
5. 阻值已知的电阻一只,其阻值  $R_x$  (约 3  $\Omega$ ) 已由实验室给出 ( $\Delta R_x = 0.001$   $\Omega$ ).
6. 多量程电流表一只 (0.5 级).
7. 单刀开关一只.
8. 检流计一只.
9. 变阻器一只 (0 ~ 10 k $\Omega$ ).
10. 导线若干.

### [要求]

1. 设计一种方法测出待测干电池的电动势  $E_x$ , 测量结果要有 5 位有效数字. 而且所用的方法误差最小.

2. 证明所测得的结果有 5 位有效数字.

说明: 1.  $R_x$  的结构如图 8-16. 电流从  $A$ 、 $A'$  端钮引入,  $R_x$  指的是  $B$ 、 $B'$  端钮间的电阻.

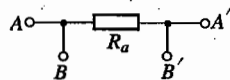


图 8-16

2. 检流计上标有“电计”的按钮作开关用. 按下这个按钮, 检流计与外电路接通.

3. 电流表的级别为 0.5 级, 其含意为电流表任一档任何读数的误差  $\Delta I \leq (\text{该档量程} \times 0.5\%)$ .

4. 本题分两段进行: 开考后 50 分钟内须交出实验方案 (包括原理图及其说明), 并向监考教师领取一份提示, 然后继续完成实验, 交出实验报告 (包括数据记录, 结果计算和分析等, 不必再写原理).

5. 电路连接完毕, 先举手示意, 请监考教师检查同意后才能接通电源.

## □ 试 试 题

一、由  $n$  个单元组成的电容器网络, 每一个单元由三个电容器连接而成, 其中两个电容器的电容都是  $3C$ , 另一电容器的电容为  $2C$ , 如图 8-17 所示, 图中  $a$ 、 $b$  为网络的输入端,  $a'$ 、 $b'$  为其输出端. 今在网络的输入端  $a$ 、 $b$  间加一恒定的电压  $U$ , 在其输出端  $a'$ 、 $b'$  间接入一电

容为  $C$  的电容器.

1. 求从第  $k$  ( $k < n$ ) 个单元输入端起, 后面所有电容器贮存的总电能.

2. 先把第一个单元输出端与后面的网络断开, 再除去电源, 并把它的输入端短路, 求这时构成第一单元的三个电容器贮存的总电能.

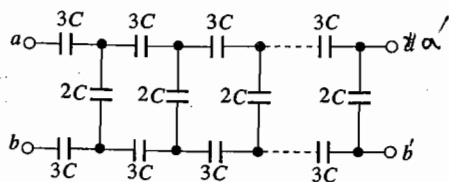


图 8-17

二、有一在竖直平面内固定不动的、半径为  $R$  的刚性圆环, 在其最高点  $A$  处系一原长为  $R$  的弹性软绳, 绳的另一端与一套在此圆环上的小圆珠相连. 弹性绳的劲度系数为  $k$ , 其质量可忽略不计. 圆珠的质量为  $m$ . 圆珠与圆环之间完全光滑. 圆珠在环上滑动时受到空气阻力的作用. 开始时令圆珠从  $A$  处向右自由下滑. 试分析圆珠可能的运动过程及其最后状态, 并叙述通过分析后得出的结论. 已知在角度  $\theta$  (以弧度为单位) 的数值  $\ll 1$  时, 如果忽略  $\theta^2$  及  $\theta$  的更高次项,  $\sin \theta$  和  $\cos \theta$  可作下述近似:

$$\sin \theta \approx \theta, \quad \cos \theta \approx 1$$

# 第九届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

一、1. 相对湿度是\_\_\_\_\_。

水的比热容是\_\_\_\_\_ J/(kg · K)。

纯水在\_\_\_\_\_ °C 时密度最大。

100 °C 的纯水的饱和蒸汽压是\_\_\_\_\_ Pa。

2. 氢原子基态电子云分布的正确图形是图 9-1 中四个图中的\_\_\_\_\_图。

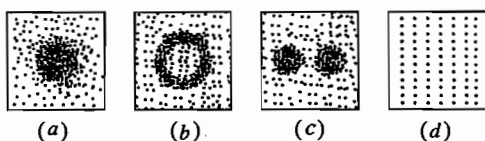


图 9-1

3. 1991年11月9日在欧洲14国的欧洲联合环形装置上,成功地实现了一项有重大意义的试验,它是关于\_\_\_\_\_的试验。

4. 某地有一大型摆钟,其走时由钟摆的摆动来控制.若将钟摆看做单摆,当摆长为  $l_1$  时,摆钟指示经过时间为 24 h 的时候,比标准钟指示快 12 min 0 s. 要使摆钟走时正确,其摆长应调到多大?

二、用密度为  $D$ 、电阻率为  $\rho$  的导线做成正方形线框,线框平面在竖直平面内,从高处自由落下,初速度为零.有一沿水平方向的匀强磁场区域,在竖直方向其线度与线框边长相等(见图 9-2),磁感应强度的大小为  $B$ ,方向与线框平面垂直.若要线框通过磁场区域时的速度恒定,试求线框开始下落时的高度  $h$ (不计空气阻力).

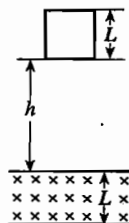


图 9-2

三、如图 9-3 所示,在一内径均匀的绝热的环形管内,有三个薄金属片制成的活塞将管隔成三部分.活塞的导热性和封闭性良好,且可无摩擦地在圆环内运动.三部分中盛有同一种理想气体.容器平放在水平桌面上.起始时, I、II、III 三部分气体的压强都是  $p_0$ , 温度分别是  $t_1 = -3\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 47\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_3 = 27\text{ }^\circ\text{C}$ . 三个活塞到圆环中心连线之间的夹角分别是  $\alpha_1 = 90^\circ$ ,  $\alpha_2 = 120^\circ$ ,  $\alpha_3 = 150^\circ$ .

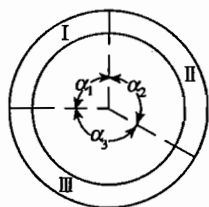


图 9-3

1. 试求最后达到平衡时,三个活塞到圆环中心的连线之间的夹角各是多少.



2. 已知一定质量的理想气体的内能的变化量与其温度的变化量成正比(与压强、体积的变化无关),试求达到平衡时气体的温度和压强.

四、有一水果店,所用的秤是吊盘式杆秤,量程为 10 kg. 现有一较大的西瓜,超过此秤的量程. 店员甲找到另一秤砣,与此秤砣完全相同,把它与原秤砣结在一起作为秤砣进行称量. 平衡时,双砣位于 6.5 kg 刻度处. 他将此读数乘以 2 得 13 kg,作为此西瓜的质量,卖给顾客. 店员乙对这种称量结果表示怀疑. 为了检验,他取另一西瓜,用单秤砣正常称量得 8 kg,用店员甲的双秤砣法称量,得读数为 3 kg,乘以 2 后得 6 kg. 这证明了店员甲的办法是不可靠的. 试问,店员甲卖给顾客的那个西瓜的实际质量是多大?

五、有些仪器,如静电加速器,其高压电极外面都有一接地的金属罩,罩内充有一定压强的气体. 假定电极是一金属球,接地金属罩是一同心金属薄球壳(如图 9-4),仪器工作时要求电极与金属罩之间的电势差为  $U_0$ . 选择适当的电极半径  $R_1$  和球壳半径  $R_2$ ,有可能使靠近电极表面处的场强低于气体的击穿场强,从而使气体不被击穿.

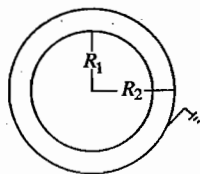


图 9-4

1. 若  $R_1$  已给定,则在理想情况下, $R_2$  取何值,电极处的场强有最小值?

2. 在实际情况中往往适当选择  $R_1/R_2$  之值,使电极处的场强为上述最小值的若干倍,但仍低于击穿场强. 求当电极处的场强为上述最小值的 4 倍时, $R_1/R_2$  应选的值.

六、图 9-5 为地球绕日运行的示意图. 地球运行轨道在  $xy$  平面内, $c$  为此椭圆的中心,太阳中心位于坐标系原点处,地球的自转轴与  $x$  轴垂直,与  $z$  轴的夹角为  $\theta$ . 图 9-6 所示为  $xy$  平面上地球运行的椭圆轨道. 图 9-7 是地球和月球运行的示意图,地球自转的方向已在图中标出. 试回答以下问题:

1.  $\theta$  的值等于多少?答:\_\_\_\_\_.

2. 在图 9-6 上用 Ch、Q、X、D 分别标出春分(Ch)、秋分(Q)、夏至(X)、冬至(D)时地球所在的位置.

3. 根据人们对月球绕地球运动的观察结果可以判定月球绕地球运行的方向. 在图 9-7 中用箭头画出月球运行的方向,并说明你作出此判断的理由.

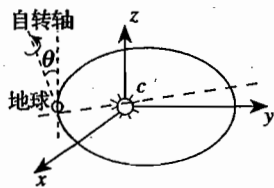


图 9-5

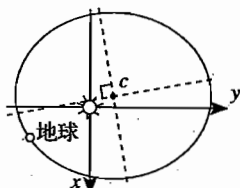


图 9-6

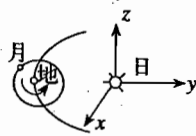


图 9-7

七、设有一块透明光学材料,由折射率略有不同的许多相互平行、厚度为  $d = 0.1 \text{ mm}$  的

薄层密接构成. 图 9-8 表示与各薄层垂直的一个截面,  $AB$  为此材料的端面, 与薄层界面垂直.  $OO'$  表示截面的中心线. 各薄层的折射率  $n_k$  的数值为  $n_k = n_0 - k\nu$ , 其中  $n_0 = 1.4142$ ,  $\nu = 0.0025$ . 今有一光线  $PO$  以入射角  $\theta_0 = 30^\circ$  射向  $O$  点. 求此光线在材料内能够到达的离  $OO'$  最远的距离.

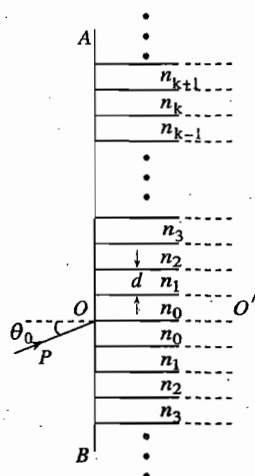


图 9-8

八、图 9-9 中  $A$  是某种材料制成的小球,  $B$  为某种材料制成的均匀刚性薄球壳. 假设  $A$  与  $B$  的碰撞是完全弹性的,  $B$  与桌面的碰撞是完全非弹性的. 已知球壳  $B$  的质量为  $m$ , 内半径为  $a$ , 放置在水平的、无弹性的桌面上. 小球  $A$  的质量亦为  $m$ , 通过一自然长度为  $a$  的柔软的弹性轻绳悬挂在球壳内壁的最高处, 如图所示. 弹性轻绳被拉长时相当于劲度系数为  $k$  的弹簧, 且  $ka = 9mg/2$ . 起初将小球  $A$  拉到球壳内的最低点处, 然后轻轻释放. 试详细地、定量地讨论小球以后的运动.

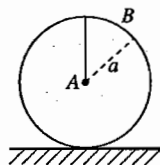


图 9-9

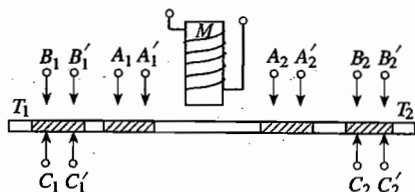


图 9-10

九、远距离启动与停止电动机, 通常用电磁开关(交流接触器), 其构造示意图如图 9-10 所示.  $T_1T_2$  为由电磁铁驱动的电路板, 上面画斜线部分为导体. 电磁铁  $M$  不通电时,  $T_1T_2$  处于图示位置, 主接点  $A_1$  与  $A_1'$ 、 $A_2$  与  $A_2'$  均不接通; 电磁铁  $M$  通电时,  $T_1T_2$  被吸引向上移动, 使主接点  $A_1$  与  $A_1'$  接通,  $A_2$  与  $A_2'$  接通. 电磁开关通常还附有四对接点  $B_1$ 、 $B_1'$ 、 $B_2$ 、 $B_2'$ ;  $C_1$ 、 $C_1'$  和  $C_2$ 、 $C_2'$ , 都称为辅助接点. 电磁铁不通电时, 接点  $B_1$  与  $B_1'$ 、 $B_2$  与  $B_2'$  均不接通, 而接点  $C_1$  与  $C_1'$  接通,  $C_2$  与  $C_2'$  接通. 电磁铁通电时, 情况正好相反.

控制用的按钮开关的构造如图 9-11 所示.  $D$ 、 $D'$  为一对接点, 按钮下装有弹簧, 不按按钮或按后手又松开时, 按钮都处在图中所示位置,  $D$ 、 $D'$  接通; 按下按钮时,  $D$ 、 $D'$  切断.  $E$ 、 $E'$  为另一对接点, 按下按钮时接通, 不按按钮或按后手又松开时切断.

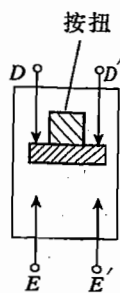


图 9-11

现在, 电机的主电路(主接点与电源、电机的连线) 已经接好如图 9-12, 请在图上画连线, 连接控制电路以满足下述要求: 在离电机较远的甲、乙两处地方, 均设开机按钮和停机按钮, 当电机停止时, 按下任何一个开机按钮(随即松开), 电机即开始运转; 当电机运转时, 按下任何一个停机按钮(随即松开), 电机即可停机(辅助接点限定只利用  $B_2$ 、 $B_2'$ ).

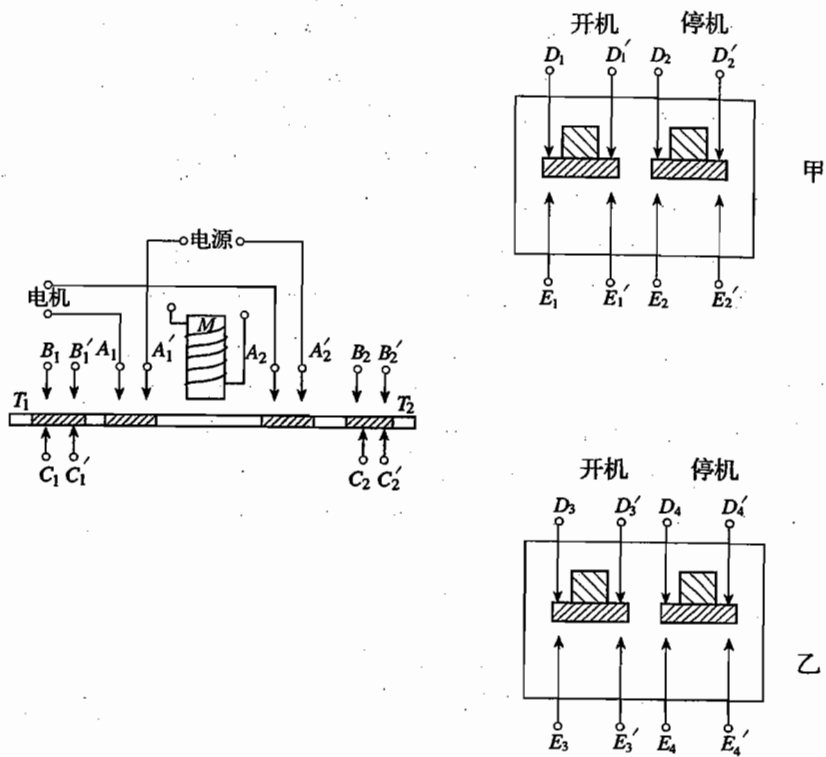


图 9-12

## 决赛试题

### 笔试试题

一、在仰角  $\alpha = \pi/6$  的雪坡上举行跳台滑雪比赛(图 9-13)。运动员从坡上方 A 点开始下滑,到起跳点 O 时借助设备和技巧,保持在该点的速率而以与水平成  $\theta$  角的方向起跳,最后落在坡上 B 点,坡上 OB 两点距离 L 为此项运动的记录。已知 A 点高于 O 点  $h = 50$  m。忽略各种阻力、摩擦,求最远可跳多少米,此时起跳角为多大?

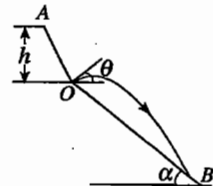


图 9-13

二、球形热气球,其隔热很好的球皮连同吊篮等装载的总质量为 300 kg,经加热后,气球膨胀到最大体积,此时它的直径为 18 m,球内外气体成份相同,而球内气体压强则稍稍高过大气压。

试求出刚好能使热气球上升时球内空气的温度。已知此时大气温度为  $27^\circ\text{C}$ ,压强为 1 标准大气压,在标准状态下空气的密度为  $1.3 \text{ kg/m}^3$ 。

常压空气  $17^\circ\text{C}$  下

热气球非密闭。

平衡力的时候

$T \uparrow$   $n \downarrow$

三、一个边长为  $L$  的方形平板电容器，板面竖直地串联在线路中。如图 9-14 所示。电池保证电压稳定为  $U_0$ 。G 为一电流计。今有一块矩形金属板，长度也为  $L$ ，宽为  $L'$  ( $L \gg L'$ )，厚为电容器板间距离  $D$  的  $1/p$ ，( $p \gg 1$ )。开始时金属板竖直地放在电容器正中线上上方，下端与电容器板上端对齐，然后自由下落。求  $t$  时刻电容器板上的电量。忽略所有边缘效应以及电磁力对金属板下落的影响。

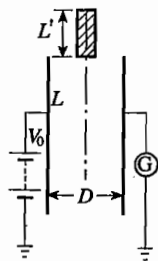


图 9-14

四、在很高的圆柱形容器的上口平放一个焦距为 90 mm 的凸透镜。在透镜下方中轴线上距透镜 100 mm 处平放一个圆面形光源 (如图 9-15)。

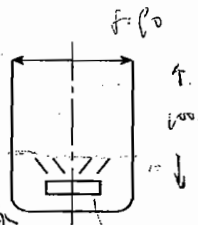


图 9-15

1. 光源产生一个半径为 45 mm 的实像，求此实像的位置。
2. 若往容器中注水，水面高于光源 10 mm，求此时像的位置。
3. 继续注水，注满容器但又恰好不碰上透镜，求此时像的大小。

五、有若干电阻组成如图 9-16 所示的电路，其中 A、B 两点的接地电阻是固定不动的，输入电压  $V_1, V_2, \dots, V_n$  仅取 1 V 或者 0 V 两个值，0 V 表示接地。

1. 当  $n = 3$  时，B 点的输出电压有几个可能的值？
2. 当  $n \rightarrow \infty$  时，B 点的最大输出电压为多少？

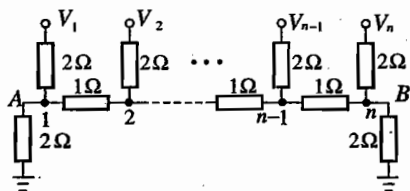


图 9-16

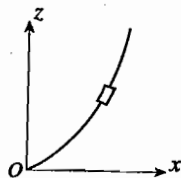


图 9-17

六、在  $xz$  竖直平面内，支在原点  $O$  的一根弯杆，其形状可以用函数  $z = x^2/k$  来描写， $k$  为有长度量纲的非零正常数。在杆上穿有一个滑块，杆与滑块间的静摩擦因数为  $\mu$  (图 9-17)。

1. 不考虑摩擦，求滑块的高度为  $z$  时，它在沿杆方向的加速度的大小。下列 5 种答案中有一个是正确的，试作出判断并说明理由：

0;  $g$ ;  $2g\sqrt{z/(4z+k)}$ ;  $gz\sqrt{4z^2+k^2}$ ;  $gz/k$ 。

2. 考虑摩擦，但杆不动，在什么情况下滑块可以在杆上静止 (用  $z, \mu, g, k$  等表达)？

3. 现在设杆以角速度  $\omega$  绕  $z$  轴匀速转动，且有关系  $\omega = \sqrt{2g/k}$ ，这时滑块可以在何处相对于杆静止？

4. 若  $\mu = 0.5, \omega = \sqrt{6g/k}$ ，则滑块不滑动的条件又如何？

## 实验试题

### 一、电学测量实验

一个暗盒,内装三种元件:330  $\mu\text{F}$  电解电容一只;初级为220 V、次级为7.5 V 小型变压器一只; $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$ 、 $D_4$  整流二极管 4 只,每两个二极管已分别串联焊接好.盒子表面共有 10 个接线柱,分别和变压器次级绕组和各上述元件的两端及焊接点相连接.请用万用表来判别出它们,并用导线连接成一全波整流滤波电源,作为已焊接好的电路 a 的工作电源,在工作电源与电路始终连接和通电的情况下,测出电阻  $R_A$  和  $R_B$  的电阻值.电路 a 如图 9-18 所示.

[可选用的器材]

电阻箱  $R_0$ 、 $R_1$ 、 $R_2$  (阻值皆为  $0 \sim 9\,999.9 \Omega$ , 0.2 级) 共三个,检流计一只,低压稳压电源一台,单刀单掷开关  $K_1$ 、 $K_3$  二只.单刀双掷开关  $K_4$  一只,带保护电阻  $R_4$  单刀开关  $K_2$  一只,导线若干,万用表一块(只在判别元件时用).

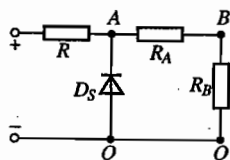


图 9-18 电路 a

[要求]

1. 在图 9-19 上画出盒内元件与接线柱的连接示意图,画好后,交监考老师并领取正确连接图,交还万用表.

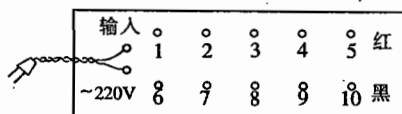


图 9-19

2. 画出用上述元件组成的全波整流滤波电路图.

3. 画出测量  $R_A$  和  $R_B$  的连线图,说明测量原理和方法,并导出计算公式.

4. 改变测量条件,重复测量三次,取平均值作为测量结果,结果应有合理的有效数字.

[思考题]

假若低压稳压电源和工作电源电压都是绝对稳定,如何提高测量结果的精确度?

[说明]

1. 检流计标有“电计”的按钮,当按下时,检流计与外电路接通.

2.  $D_s$  是一只稳压二极管,当整流滤波电路接到电路“+”、“-”两端时,它与  $R$  和整流滤波电路组成一简易稳压电源,在负载电流(即流过  $R_A$  和  $R_B$  的电流)不大的情况下,  $AO$  两点间电压保持基本稳定.

3. 线路连接完毕,举手请监考老师检查,保证检流计安全和全波整流滤波电路正确才能通电.老师不检查测量线路是否合理,或接线是否正确.

### 二、设计一个透射式简易投影仪

(一) 设计任务:在光具座上设计一个投影系统,把面积为  $2.2 \times 3.3 \text{ cm}^2$  的幻灯片放大约 10 倍,并清晰地投到离幻灯片 1.6 m 处的屏幕上.

(二) 对成像质量的要求:

1. 图像完整,轮廓清晰,像的相似性比较好.
2. 视场清晰明亮.
3. 选择合理的光源电源.

(三) 可提供的设备:一米长的光具座;光源(12 V, 50 W 的卤钨灯);不同规格的透镜若干;支架;屏幕;小变压器(输入为交流 220 V, 50 Hz, 输出为 3 V, 4.5 V, 6 V, 9 V, 12 V 五档, 最大输出电流 400 mA);2 kVA 调压变压器(输入为  $\sim$  220 V, 50 Hz, 输出为 0 ~ 250 V 连续可调, 最大电流 8 A);滑线电阻(200  $\Omega$ , 2 A);卷尺;万用表.

(四) 请根据实际给定的透镜,测出焦距后再做实验,允许放大率略有改变.

(五) 思考题:若物为非透明图片,光路应作何改变?画出光路示意图(不必给出具体数字).

几点说明:

1. 方案(设计方案包括光路图,对电源的选择以及关键透镜的焦距)设计好后举手,经老师检查认可后再排光路.
2. 搭好光路后再举手,经同意后方可接通电源.
3. 经过 20 min 后若提不出方案或方案有错,可给参考方案,但要扣设计分.
4. 注意灯泡规格,不能直接接交流 220 V.

## □ 试试题

一、空间分区均匀的强磁场其方向均沿着  $z$  轴.  $y = 0$  处有一个磁场分界面,在  $y > 0$  的区域内,磁感应强度大小为  $B_1$ ,在  $y < 0$  的区域内,磁感应强度大小为  $B_2$ (图 9-20),  $B_2/B_1 = 4/3$ . 在  $t = 0$  时刻,处于磁场分界面上的一个静止中性粒子裂变为两个带电粒子  $a$  和  $b$ ,质量分别为  $m$  和  $m'$ . 已知粒子  $a$  开始沿  $y$  轴方向飞去. 试问在什么条件下两个粒子以后又在分界面上相遇. 完全忽略粒子间的静电相互作用.

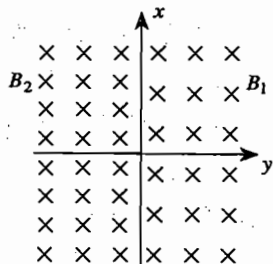


图 9-20

二、考虑一个原子序数为  $Z$  的经典原子模型,忽略电子间的相互作用. 设原子中某一个电子  $e_1$  在离核  $r_0$  处做平面匀速圆周运动. 突然,由于某个过程,外面的另一个电子被俘获进原子核. 假定这俘获过程进行得如此之快以至电子  $e_1$  的速度未受任何影响,而仍然留在原子系统中. 试把描述电子  $e_1$  在这种情况下运动的量(能量、轨道参数、周期)都用  $r_0$ 、电子质量  $m$ 、电子电荷绝对值  $e$ 、原子序数  $Z$  表达出来,并与原来的运动作比较.

# 第十届竞赛试题

## 预赛(第一试)试题

一、将正确答案前面的字母填在题中横线上方。

1. 由于大气中  $\text{CO}_2$  含量增多,导致全球气温增高,这被称为温室效应,是环境保护面临的一个重大问题.  $\text{CO}_2$  对地面附近气温产生影响,主要是因为  $\text{CO}_2$  气\_\_\_\_\_.

A. 对射来的太阳光中的红外线有强烈的吸收作用,这就足以使全球气温增高.

B. 在一昼夜中对射来的太阳光中吸收的热大于它向地球外四周辐射的热,这就使  $\text{CO}_2$  的温度升高,导致全球气温增高.

C. 对由地面向外辐射的红外线有强烈的吸收作用,是这些被吸收的热使大气温度升高.

D. 强烈吸收由地面向外辐射的红外线,又向各方向辐射红外线,其中约一半向地面辐射,从而地面附近气温增高.

E. 对由地面向外辐射的红外线有强烈的反射作用,使这些能量返回地面,从而地面附近气温增高.

2. 十九世纪末到二十世纪初,标志近代物理学诞生的两项最重要的科学成就是下列诸项中的\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_.

A. 晶体管的发明

B. 麦克斯韦电磁场理论的建立

C. 狭义相对论的建立

D. 原子的核式结构的确定

E. 赫兹实验证实电磁波的存在

F. 世界上第一台激光器研制成功

G. 电子的发现

H. 量子论的提出

I. 放射性元素的发现

J. 超导电性的发现

二、1. 图 10-1 中纵坐标为光电效应实验中所加电压( $U$ ),横坐标为光子的频率( $\nu$ ). 若某金属的极限频率为  $\nu_0$ , 普朗克常量为  $h$ , 电子电量为  $e$ , 试在图中画出能产生光电流的区域(用斜线表示).

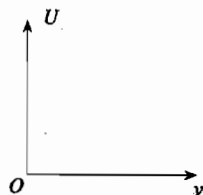


图 10-1

2. 一光学系统如图 10-2 所示.  $A$  为物平面, 垂直于光轴,  $L$  为会聚透镜,  $M$  为与光轴成  $45^\circ$  角的平面镜.  $P$  为像面, 垂直于经平面镜反射后的光轴. 图 10-3 为同一光学系统的透视图. 设物为  $A$  面上的一个“上”字, 试在图 10-3 中实像面  $P$  上面出像的形状.

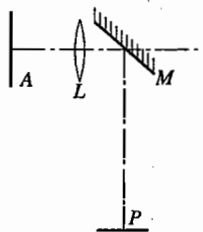


图 10-2

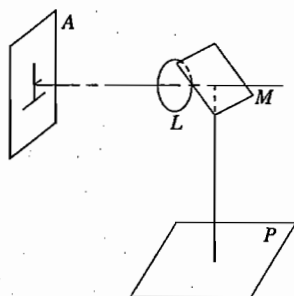


图 10-3

三、半径为  $R$ 、质量为  $M_1$  的均匀圆球与一质量为  $M_2$  的重物分别用细绳  $AD$  和  $ACE$  悬挂于同一点  $A$ , 并处于平衡, 如图 10-4 所示. 已知悬点  $A$  到球心  $O$  的距离为  $L$ , 不考虑绳的质量和绳与球的摩擦, 试求悬挂圆球的绳  $AD$  与竖直方向  $AB$  的夹角  $\theta$ .

四、磁流体发电机的示意图如图 10-5 所示. 横截面为矩形的管道, 长为  $l$ , 宽为  $a$ , 高为  $b$ , 上下两个侧面是绝缘体, 相距为  $a$  的两个侧面是电阻可忽略的导体, 此两导体侧面与一负载电阻  $R_L$  相联. 整个管道放在一匀强磁场中, 磁感应强度的大小为  $B$ , 方向垂直于上下侧面向上. 现有电离气体(正、负带电粒子) 持续稳定地流经管道, 为了使问题简化, 设横截面上各点流速相同. 已知流速与电离气体所受的摩擦阻力成正比, 且无论有无磁场存在时, 都维持管两端电离气体的压强差皆为  $P$ . 设无磁场存在时电离气体的流速为  $v_0$ , 求有磁场存在时磁流体发电机的电动势的大小  $E$ . 已知电离气体的平均电阻率为  $\rho$ .

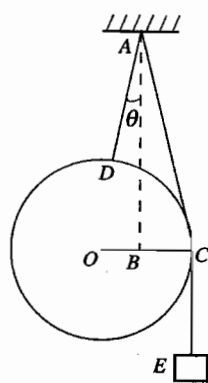


图 10-4

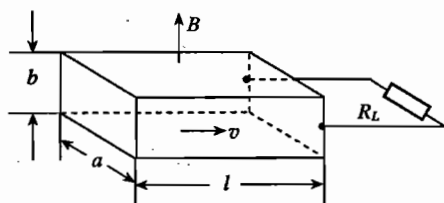


图 10-5

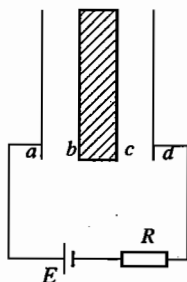


图 10-6

五、图 10-6 中所示  $ad$  为一平行板电容器的两个极板,  $bc$  是一块长宽都与  $a$  板相同的厚导体板, 平行地插在  $a$ 、 $d$  之间, 导体板的厚度  $bc = ab = cd$ . 极板  $a$ 、 $d$  与内阻可忽略的电动势为  $E$  的蓄电池以及电阻  $R$  相联如图, 已知在没有导体板  $bc$  时电容器  $a$ 、 $d$  的电容为  $C$ . 现将导



别忘了给电源耗电消耗的电能!

体板  $bc$  抽走, 设已知抽走过程中所做的功为  $A$ , 求这过程中电阻  $R$  上消耗的电能.

六、晶体三极管的基极  $B$ 、发射极  $E$  和集电极  $C$  的电势分别用  $U_B$ 、 $U_E$  和  $U_C$  表示. 理想的硅 NPN 开关三极管的性能如下:

当  $U_B$  较  $U_E$  高  $0.6\text{ V}$  或更高, 即  $U_B - U_E \geq 0.6\text{ V}$  时, 三极管完全导通, 即发射极  $E$  与集电极  $C$  之间相当于用导线直接接通.

当  $U_B - U_E < 0.6\text{ V}$  时, 三极管关断, 即发射极  $E$  与集电极  $C$  之间完全不通. 开关三极管只有完全导通与关断两个状态. 图 10-7 所示是一个有实际用途的电路,  $I$  和  $II$  都是理想的硅 NPN 开关三极管. 要求

1. 在图 10-8 中画出输出电压  $U_2$  随输入电压  $U_1$  变化的图线.
2. 举出此电路一个可能的应用.

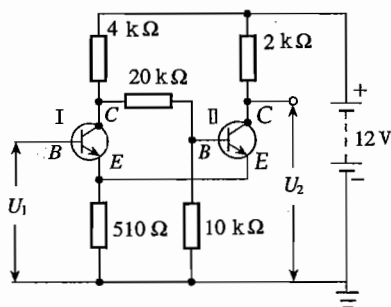


图 10-7

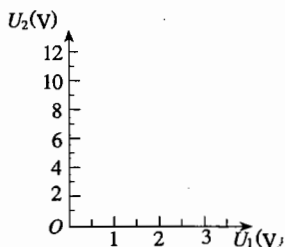


图 10-8

七、一圆锥透镜如图 10-9 所示.  $S$ 、 $S'$  为锥面,  $M$  为底面; 通过锥顶  $A$  垂直于底面的直线为光轴. 平行光垂直于底面入射. 现在把一垂直于光轴的平面屏  $P$  从透镜顶点  $A$  向右方移动. 不计光的干涉与衍射.

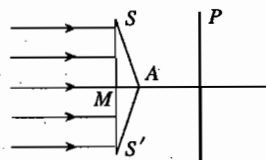


图 10-9

1. 用示意图画出在屏上看到的图像. 当屏远移时图像怎样变化?

2. 设圆锥底面半径为  $R$ , 锥面母线与底面的夹角为  $\beta$  ( $3^\circ \sim 5^\circ$ ), 透镜材料的折射率为  $n$ . 令屏离锥顶  $A$  的距离为  $x$ , 求出为描述图像变化需给出的屏的几个特殊位置.

八、10 个同样的扁长木块一个紧挨一个地放在水平地面上, 如图 10-10 所示. 每个木块的质量  $m = 0.40\text{ kg}$ , 长  $l = 0.50\text{ m}$ . 它们与地面间的静摩擦因数和动摩擦因数均为  $\mu_2 = 0.10$ . 原来木块处于静止状态. 左方第一个木块的左

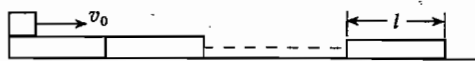


图 10-10

端上方放一质量为  $M = 1.0\text{ kg}$  的小铅块, 它与木块间的静摩擦因数和动摩擦因数均为  $\mu_1 = 0.20$ . 现突然给铅块一向右的初速度  $v_0 = 4.3\text{ m/s}$ , 使其在大木块上滑行. 试确定铅块最后的位置在何处 (落在地上还是停在哪儿块木块上). 取重力加速度  $g = 10\text{ m/s}^2$ . 设铅块的线度

与  $l$  相比可以忽略。

九、图 10-11 所示为一放在支架上的直立气缸，其上部圆筒的体积为  $V_m$ ，内有一质量为  $2m$ 、截面积为  $2S$  的很薄的活塞  $A$ 。下部圆筒足够长，内有一质量为  $m$ 、截面积为  $S$  的活塞  $B$ 。两圆筒由一细而短的管道连通。活塞均可在各自的圆筒内无摩擦地上下滑动。活塞  $A$  的上方盛有  $1 \text{ mol}$  的理想气体，活塞  $A$ 、 $B$  之间盛有  $2 \text{ mol}$  的同种理想气体。达到平衡时， $A$  上方气体的温度为  $T_0$ ， $A$ 、 $B$  之间的气体的体积大于  $V_m$ 。该理想气体每摩尔的内能  $U$  可用  $U = cT$  来表示， $c$  为恒量， $T$  为热力学温度。设活塞、气缸壁、管道都是不导热的，活塞  $B$  处的大气压强为  $P_0$ 。今通过上圆筒顶部的电热丝  $L$  对  $A$  上方气体缓慢加热，若在整个加热过程中传递给  $A$  上方气体的热量为  $Q_0$ ，问

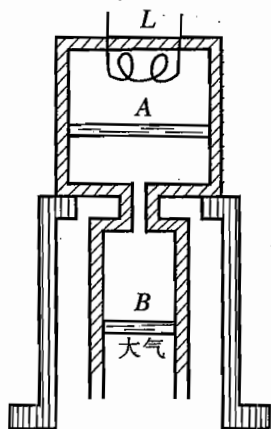


图 10-11

1. 在达到平衡时， $A$  上方气体的温度  $T_1$  等于多少？
2. 在加热过程中，活塞  $B$  对大气所做的功  $W$  等于多少？

## 决赛试题

### 笔试试题

一、用 20 块质量均匀分布的相同光滑积木块，在光滑水平面上一块叠一块地搭成单孔桥。已知每一积木块的长度为  $l$ ，横截面是边长为  $h = l/4$  的正方形。要求此桥具有最大跨度（即桥孔底宽）。试画出该桥的示意图，并计算跨度与桥孔高度的比值。

二、如图 10-12 所示，在竖直放置的两平行光滑长直金属导轨的上端，接有一个电容为  $C$ 、击穿电压为  $U_0$  的电容器，有一匀强磁场与两金属导轨平面垂直，磁感应强度为  $B$ 。现有一质量为  $m$ 、长为  $L$  的金属杆  $ef$ ，在  $t = 0$  时以初速度  $v_0$  沿导轨下滑。试求金属杆  $ef$  下滑多长时间电容器就被击穿。假设图中任何部分的电阻和电感均可忽略不计。

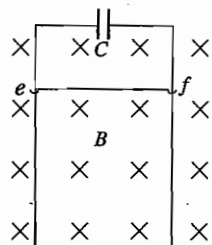


图 10-12

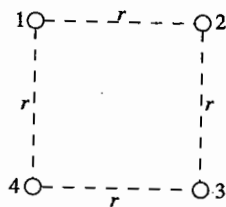


图 10-13

三、如图 10-13 所示，在真空中有 4 个半径为  $a$  的不带电的相同导体球，球心分别位于边

长为  $r$  ( $r \gg a$ ) 的正方形的四个顶点上. 首先, 让球 1 带电荷  $Q$  ( $Q > 0$ ), 然后取一细金属丝, 其一端固定于球 1 上, 另一端分别依次与球 2、3、4、大地接触, 每次接触时间都足以使它们达到静电平衡. 设分布在细金属丝上的电荷可忽略不计. 试求流入大地的电量的表达式.

四、有一薄平凸透镜, 凸面曲率半径  $R = 30$  cm. 已知在利用近轴光线成像时: (A) 若将此透镜的平面镀银, 其作用等同于一个焦距是 30 cm 的凹面镜; (B) 若将此透镜的凸面镀银, 其作用也等同于一个凹面镜. 求在 (B) 情况下的等效凹面镜的焦距.

五、在光滑平面上自由放置一轻弹簧, 其左端固定, 右端系着物块  $P$ . 另一物块  $Q$  在  $P$  的右边与它紧靠,  $Q$  的质量是  $P$  的 2.5 倍.  $P$  与  $Q$  的右边有一壁与弹簧垂直, 物块与此壁相距  $L = (14\pi/13)$  cm. 今使  $P$ 、 $Q$  从原来位置向左移一段距离, 并令其处于静止状态后予以释放. 已知  $P$  在第一次通过平衡位置后完成一次完全振动时, 与  $Q$  恰好发生第一次碰撞. 假设所有碰撞均为完全弹性碰撞, 且两物块的大小均可忽略不计. 试求:

1. 开始时弹簧的压缩量  $L_0 = ?$
2. 在  $P$ 、 $Q$  第一次分离与第一次碰撞的时间内,  $P$  至两物块第一次分离点的最远距离是多少?

3. 在  $P$ 、 $Q$  第一次碰撞与第二次碰撞的时间内,  $P$  至两物块第一次分离点的最远距离是多少?

4. 图 10-14 给出了一条余弦曲线. 试以物块第一次相碰时刻为计时起点, 在图中画出  $P$  和  $Q$  的位移 - 时间图线, 并标出  $P$ 、 $Q$  第二次相碰的时刻.

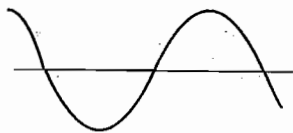


图 10-14

六、有两个相同的摆, 把一个拴在另一个的下面, 使它们各在一个平面内作匀速圆周运动. 设两条摆线与竖直线所成的夹角都很小. 已知在运动过程中两条摆线一直保持在同一个竖直平面内, 求此平面移动的角速度, 以及两质点轨道半径之比.

七、空气是混合气体, 其质量的百分比是: 氮气约 76.9%、氧气约 23.1%, 其他组分可忽略不计.

现有一气缸, 缸内充有空气, 并装有一些由极细钢丝组成的钢丝棉; 气缸内的活塞能无摩擦地活动, 使缸内气压恒定为 1 atm; 缸内有非常缓慢的化学反应, 假定反应生成 1 mol 的  $Fe_2O_3$  后, 氧气耗尽. 已知这个过程是在 1 atm、300 K 的条件下进行, 系统放出热量  $8.24 \times 10^5$  J. 试求在此过程中:

1. 整个系统内能的改变量;
2. 缸内气体内能的改变量;
3. 缸内氮气密度的改变量.

计算时, 缸内气体作理想气体处理; 1 mol 氧气和 1 mol 氮气的内能均认为是  $5RT/2$ ,  $R$  是气体常量,  $T$  是热力学温度; 缸内钢丝棉等固态物质与缸内气体相比, 所占体积很小, 可忽略不计.

八、如图 10-15 所示, 在光滑的水平面上, 有边长  $l = 0.8$  m 的正方形导线框  $abcd$ , 其质

01/18

量  $m = 100 \text{ g}$ , 自感  $L = 10^{-3} \text{ V}/(\text{s} \cdot \text{A})$ , 电阻可忽略不计. 该导线框的  $bc$  边在  $t = 0$  时, 从  $x = 0$  处以初速度  $v_0 = 4 \text{ m/s}$  进入磁感应强度为  $B$  的有界匀强磁场区域. 磁场区域宽度为  $s = 0.2 \text{ m}$ ,  $B$  的方向与导线框平面垂直(图中指向纸内),  $B$  的大小为  $0.5 \text{ T}$ . 忽略空气阻力. 试求:

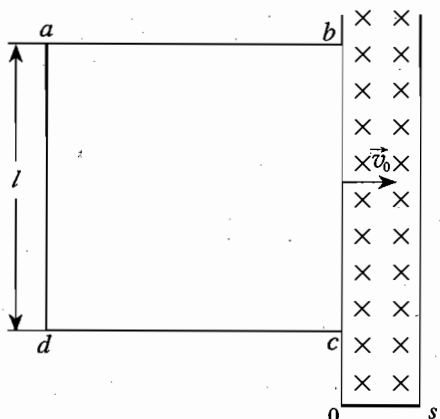


图 10-15

1.  $t = \pi/36 \text{ s}$  时刻导线框  $bc$  边的位置;
2. 若初速度为  $4v_0/\sqrt{3}$ , 求  $t = \pi/36 \text{ s}$  时刻  $bc$  边的位置.

### 实验试题

#### 一、用下列器材测定大米的密度

##### [器材]

1. 物理天平;
2. 读数显微镜(附有使用说明材料);
3. U 型压强计(左管固定不动, 其水平段上设有阀门  $K$ ; 右管可升降);
4. 小玻璃管一段(由 U 型压强计右管上裁下的);
5. 玻璃泡一个(可插接至 U 型压强计的左管上);
6. 气压计( $H = \quad \text{cm}$  汞柱);
7. 凡士林若干(用于玻璃管插口防漏);
8. 镜头纸若干(用于擦凡士林);
9. 放大镜一个;
10. 橡皮圈;
11. 小三角板一块;
12. 待测大米若干.

##### [要求]

1. 导出测量大米密度的公式;
2. 实验只要求进行一次即可;
3. 利用所给仪器尽可能提高测量精度;
4. 使用 U 型压强计, 要小心操作, 不可将玻璃管弄破, 不可将水银压出管外.

#### 二、

##### [预备知识] 热电偶说明材料

用  $A$ 、 $B$  两种不同金属材料构成一闭合电路, 并使两接点处于不同的温度, 则电路中产生一种电动势, 有电流通过(如图 10-16 所示), 这种回路叫热电偶, 这种电动势叫温差电动势. 一般情况下, 温差电动势与两接点的温度有较复杂的关系. 但在温差不大时, 可取一级近似关系式  $E = c(t - t_0)$ . 通常保持低温接点的温度  $t_0$  为冰点, 故上式成为  $E = ct$ , 式中  $c$  称为一级近似的电偶常数, 由组成热电偶的材料性质决定.

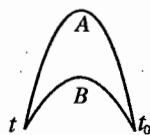


图 10-16

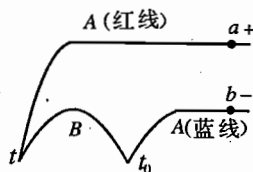


图 10-17

本实验所使用的热电偶,  $A$  为铜,  $B$  为康铜. 断开铜线, 如图 10-17 所示, 断开的两端  $a$ 、 $b$  用同一种材料的导线接入测量电路. 理论与实践都证明, 只要  $a$ 、

*b* 两个接头的温度相同,这时的温差电动势与图 10-16 中所产生的温差电动势相同.

[试题]

设计一个用补偿法测电势差的电路,量程为  $0 \sim 5 \text{ mV}$ . 然后连接线路,用它测定一热电偶一个接点维持在冰点、另一个接点在温度  $t$  时的电动势  $E$  与温度  $t$  的关系. 温度变化范围在  $90^\circ\text{C} \sim 50^\circ\text{C}$  之间,至少测 7 个不同温度时的  $E, t$  数据. 最后作出  $E-t$  图线,由  $E-t$  图线求出热电偶的电偶常数和高温接点在  $100^\circ\text{C}$  时的温差电动势.

[器材]

1. 热电偶; 2. 甲电池  $E$ ; 3.  $50 \mu\text{A}$  表头  $A$ ; 4. 灵敏检流计  $G$ ; 5. 六转盘变阻箱  $R_1$ ; 6. 四转盘变阻箱  $R_2$ ; 7. 滑线变阻器  $R$ ; 8. 开关  $K$ ; 9. 接线若干; 10. 温度计一支; 11. 冷水半杯,冰块若干; 12. 热水一瓶; 13. 空杯一只; 14. 坐标纸一张.

[说明]

设计的线路需报经教师审查后才可进行电路的连接. 连接完电路,报经教师检查允许后方可通电.

# 第一届竞赛试题解答与剖析

## 预赛(第一试)

### 第一部分

1.  $a > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2s}$ .

2. B.

3. (1) C 不动;

(2)  $\frac{1}{2} \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta$ ;

(3) C 与 A 共同沿斜面向下移动.

C 原来不动,说明  $mg \sin \theta$  小于 A、B 对 C 的最大静摩擦力  $\mu mg \cos \theta$ . 当 B 刚能向上移动时,不等式  $mg \sin \theta < \mu mg \cos \theta$  仍成立,所以 C 不可能向下移动. 另外, C 也不可能向上移动,因为要向上移动,则 B 对 C 的摩擦力(其可能的最大值为  $\mu mg \cos \theta / 2$ ) 必须大于或等于 C 所受重力沿斜面方向的分力与 A 对 C 的最大静摩擦力之和,即

$$\mu mg \cos \theta / 2 \geq mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta / 2$$

这是不可能的. 所以结论是 C 不动.

因为 B 刚开始向上移动而 C 不动,所以 A 对 C 的摩擦力的大小是

$$f = |\mu mg \cos \theta / 2 - mg \sin \theta|$$

方向是沿斜面向上还是向下视两者大小而定,若  $\mu mg \cos \theta / 2 > mg \sin \theta$ , 摩擦力方向是向下的;反之,则向上.

C 不能向上移动. 另外,当 A 刚开始向下移动时, C 不可能不动,因为这时 C 受到 B 对它的向上的摩擦力(其可能的最大值为  $\mu mg \cos \theta / 2$ ), 不可能抵消重力沿斜面方向的分力与 A 对 C 的摩擦力的合力(即  $mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta / 2$ ). 由以上分析可得出结论: C 必向下移动.

本题主要考查学生根据给定的条件确定静摩擦力的大小和方向的能力.

4. 下降.

从浮力来看,取走 B 后, A 将再上浮. 再上浮的体积等于和 B 同质量的水的体积(大于 B 本身的体积). 这时四周的水位将下降去填充这部分体积. 另一方面,当再把 B 放入水中时,它只排开和 B 本身大小一样的体积的水,它造成的水位的上升小于上述水位的下降. 所以总的结果是水位下降.

本题也可从容器底部所受的压力来分析. 水和 A、B 的总质量是不变的,因而容器底部所受的总压力是不变的. 当 B 取下放在水内后,它将沉到器底. 若水位不变,则器底受的总压力必增大,而这是不可能的. 所以水位必然下降.

学生容易发生的错误之一是认为水位不变,这是由于没有搞清楚密度比水大的被载浮

的物体排开水的体积,是大于被载物体本身的体积的.

5. (1)d; (2)b; (3)c; (4)a.

6. 靠近冰面处空气的温度低于当时的露点,使空气中的水汽凝结为小水滴.

当时大气中的水蒸气未达到饱和,不能凝结成水.但是,靠近冰面处的空气温度低于当时的露点(使空气里水的未饱和汽变成饱和汽的温度),使空气中的水汽凝结成为小水滴.我们看到淡乳白色的气体就是由大量的小水滴形成的.

有的学生答:乳白色气体是冰升华成的,这是错误的.因为冰升华成为水蒸气,而水蒸气是无色透明的.

本题和后面第24题、29题等这类试题的目的,是希望引导学生肯于和善于观察、思考日常生活中所碰到的许多物理现象.这对培养学生对物理学的兴趣与爱好是相当有效的,同时这种素质的培养对学生能力的提高是很有意义的.

7. (1)A; (2)A.

8. 见图1'-1.

本题和后面第26、27题等这类试题的目的,是希望引起学生对物理学家的贡献及物理学史方面的注意,这有助于提高学生对物理学的爱好.

9. (1)  $-0.9\text{ V}$ ,  $b$  点电势高; (2)0.

10. 铁;有机玻璃;铜和铝.

11. B.

12. 连线如图1'-2所示.

13.  $3.24 \times 10^{-16}$ .

14. 0.

15.  $2.5\text{ W}$ .

16.  $g/3$ .

17. B.

18. D.

19. 光的全反射;中心大边缘小.

20. 普通照相底片上的图像是被照物体的像,而全息照相底片上的图像是被照物体散射的光和参考光束形成的干涉条纹.

21. 极好的方向性,极好的单色性.

激光测距,激光通讯.(列举了激光其他特性和用途的,同样算正确.)

22. E.

23. 增透黄绿色的光.

24. 如果媒质中存在其他物质的微粒,或媒质本身有密度起伏,当光在这些媒质中传播时,就会发生散射.纯净大气散射强度与光的波长有关,波长越短,散射强度越大.因此,太阳光进入大气层后,其中波长较短的紫光、蓝光的散射比波长较长的黄光和红光强得多.我们看到

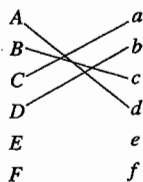


图 1'-1

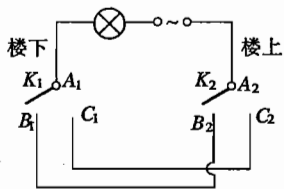


图 1'-2

的从天空来的光就是这种散射光,所以天空呈现蔚蓝色.

25. A.

26. 麦克斯韦;德布罗意;普朗克.

27. 光电效应中爱因斯坦方程,狭义和广义相对论.

列举了爱因斯坦其他成就的,同样算正确.

28. 电磁作用,引力作用,强相互作用,弱相互作用.

29. 月亮自转的周期和它绕地球公转的周期相同.

如果月亮在绕地球公转时,它不自转,地球上的人在月亮绕地球公转一周的过程中,将分别看到月亮的各个部分.如图 1'-3(a) 所示.

然而,月亮在绕地球公转的同时还有自转,而且自转周期和方向与公转相同.这样,地球上的人只能永远看到月亮的 DAB 面,如图 1'-3(b) 所示.

30. 某些金属或合金,当温度降到很低时失去电阻的现象.

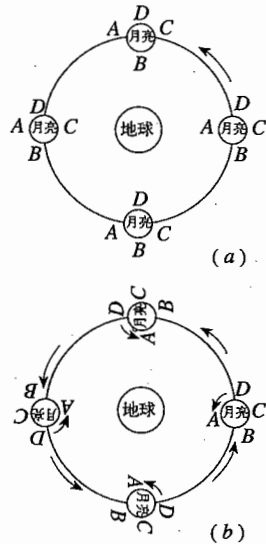


图 1'-3

## 第二部分

一、对这一问题首先作如下分析:

1. 当细杆开始以角速度  $\omega$  绕  $O$  轴转动时,  $B$  的速度为零,杆上与  $B$  接触处则有线速度  $\omega a$ ,因而  $B$  与杆分离,  $B$  做自由落体运动,由于  $B$  的速度不断增大,有可能追上细杆而与之碰撞. 设碰撞时细杆与水平夹角为  $\theta$ ,则  $\theta$  随  $\omega$  的增大而增大. 当  $\omega$  超过某一数值时,  $B$  就可能碰不上细杆而一直坠落;如果  $\omega$  很大,细杆可能在转过一圈从后面追上  $B$  而与之碰撞. 所以本题要按这两种情况进行讨论.

2. 求  $B$  追上细杆时  $\theta$  与  $\omega$  的关系

设  $B$  经过时间  $t$  后与细杆在  $D$  处相碰(见图 1'-4), 则有

$$BD = atg \theta = gt^2/2 \quad \text{①}$$

$$\theta = \omega t \quad \text{②}$$

如给定  $\omega$  的值,由此二式可求出相应的  $\theta$  的值.

由于杆长  $L$  的限制,要发生碰撞,  $\theta$  值必须满足一定条件. 由图 1'-4 可知,此条件为

$$\theta \leq \theta_m = \arccos(a/L) \quad \text{③}$$

根据这一条件和  $\omega$ - $\theta$  曲线,可以求出相应的  $\omega$  的取值应符合的条件.

由式 ①, ② 消去  $t$  得

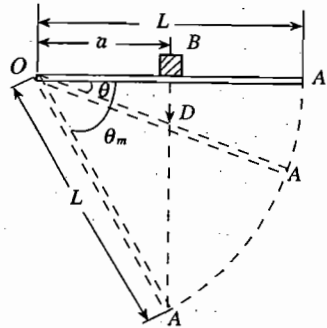


图 1'-4



$$\omega^2 = \frac{g}{2a} \frac{\theta^2}{\text{tg } \theta} \quad \text{或} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{2a}} \frac{\theta}{\sqrt{\text{tg } \theta}} \quad (4)$$

从此方程可以看出

(1)  $\theta = 0$  时,  $\omega = 0$ ;

(2)  $\theta$  很小时:  $\text{tg } \theta \approx \theta$ ,  $\omega = \sqrt{\frac{g}{2a}} \sqrt{\theta}$ ,  $\omega$  随  $\theta$  的增加而增加;

(3) 当  $\theta$  值很大时, 由于  $\text{tg } \theta$  增长极快, 此时  $\omega$  即随  $\theta$  的增加而减少, 所以  $\omega$  有一极大值;

(4) 当  $\theta \rightarrow \pi/2$  时,  $\text{tg } \theta \rightarrow \infty$ ,  $\omega \rightarrow 0$ .

下表是  $\theta$  为特殊角时  $\omega$  的值, 由此可作出如图 1'-5 所示的  $\omega-\theta$  曲线.

$\theta$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\omega$	0	$\frac{\sqrt{3}\pi}{6} \sqrt{\frac{g}{2a}} = 0.69 \sqrt{\frac{g}{2a}}$	$\frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{g}{2a}} = 0.785 \sqrt{\frac{g}{2a}}$	$\frac{\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{g}{2a}} = 0.796 \sqrt{\frac{g}{2a}}$	0

从此曲线可以看出,  $\omega$  达极大值 ( $\omega_M$ ) 时,  $\theta$  的值 ( $\theta_0$ ) 约在  $\pi/3$  和  $\pi/4$  之间,  $\omega_M$  约为  $0.8\sqrt{g/2a}$ .

从图 1'-5 可以看出:  $\omega < \omega_M$  时, 对每一个  $\omega$  值有两个  $\theta$  值与之相应, 即式 (4) 有两个解,  $\theta_1$  和  $\theta_2$ ,  $\theta_1 < \theta_2$ ;  $\omega = \omega_M$  时,  $\theta$  只有一个解, 即  $\theta_0$ ;  $\omega > \omega_M$  时,  $\theta$  没有解. 这些结果的物理意义是什么, 我们可作如下分析 (参阅图 1'-6).

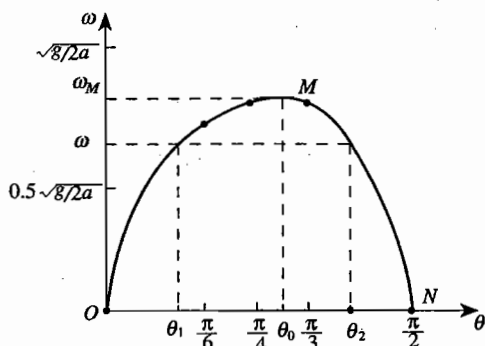


图 1'-5

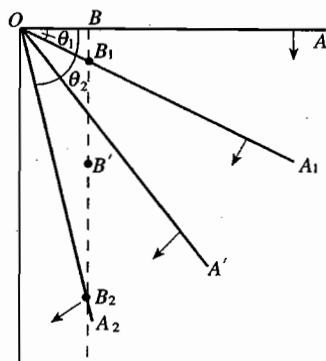


图 1'-6

(1)  $B$  做自由落体运动, 何时到达何处是完全确定的, 所以能否发生碰撞主要决定于细杆的角速度  $\omega$  和  $B$  放在细杆的什么位置上.

(2) 开始时  $B$  落后于细杆, 如果  $\omega$  不是太大,  $B$  可能赶上, 当  $\theta = \theta_1$  时  $B$  与细杆相遇.

(3) 假设  $B$  能无阻拦地穿过细杆, 只要细杆很长, 它一定会从后面追上  $B$  而与之相碰, 此时的  $\theta$  即为  $\theta_2$ . 实际上  $B$  与细杆在  $\theta = \theta_1$  处相碰后, 它们的运动状态都发生了变化,  $\theta_2$  这个

解没有实际意义,要回答本题只要考虑  $\theta_1$  就可以了,但式④确有这个解.

(4) 如果  $\omega$  的值增大,  $B$  追上  $OA$  所需时间就增大,即图 1'-6 中的  $B_1$  点下移,  $\theta_1$  增大; 细杆从后面追上  $B$  所需时间则减少,即  $B_2$  点上移,  $\theta_2$  减小. 所以  $\theta_1$  和  $\theta_2$  随  $\omega$  的增大而靠拢, 最后当  $\omega$  等于某一值  $\omega_M$  时,  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_0$ . 这就是图 1'-5 所表示的物理过程.

至于  $\theta_0$  的值可以通过微积分求极大值的方法求出,也可以通过下面的分析求出.

如果  $B_1$  能穿过细杆,则  $B_1$  与细杆相遇时,它的速度 ( $gt$ ) 在垂直于细杆方向的分速度 ( $v' = gt \cos \theta$ ) 必须大于此时接触点的切向速度 ( $v_t = \omega r$ ),参阅图 1'-7. 当  $\theta = \theta_0$  时  $B$  刚好能与细杆相遇而不穿过,此时  $v'$  应等于  $v_t$ , 即

$$gt \cos \theta_0 = \omega r = \omega a / \cos \theta_0 \quad (5)$$

因此时  $B$  与细杆相遇,  $\theta_0$  符合式①和式②,故有

$$atg \theta_0 = gt^2/2 \quad (6)$$

$$\omega t = \theta_0 \quad (7)$$

将此三式相乘,再加以简化,得

$$\sin 2\theta_0 = \theta_0 \quad (8)$$

由式⑧可求得  $\theta_0$  的数值(用作图法或三角函数

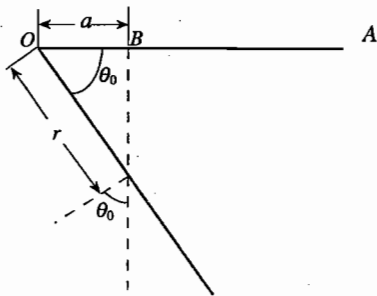


图 1'-7

表可求出  $\theta_0 \approx 54.3^\circ$ ), 相应的  $\omega_M$  的值为  $\sqrt{\frac{g}{2a}} \frac{\theta_0}{\sqrt{\operatorname{tg} \theta_0}}$ .

如果  $\omega$  再增大一点,  $\omega r$  就大于  $gt \cos \theta_0$ ,  $B$  就碰不上  $OA$ .

3. 在以上关于  $\omega-\theta$  曲线的讨论中我们没有考虑杆的长度. 如果考虑到杆长的限制,  $\omega$  取何值时  $B$  方能追上细杆?

如前所述,  $\theta = \theta_1$  时,  $B$  追上细杆, 由于杆长的限制,  $\theta_1$  必须满足下式

$$\theta_1 \leq \theta_m = \arccos(a/L)$$

下面分两种情况讨论.

(1)  $\theta_m = \arccos(a/L) > \theta_0$ , 即  $\cos \theta_m < \cos \theta_0$  或  $a < L \cos \theta_0$ , 参阅图 1'-8(a).

在此情形下, 从图可知, 只要  $\omega$  满足

$$\omega \leq \omega_M = \sqrt{\frac{g}{2a}} \frac{\theta_0}{\sqrt{\operatorname{tg} \theta_0}}$$

在  $OM$  曲线段上都找到与之相应的  $\theta_1$ , 其数值小于  $\theta_m$ , 所以能发生碰撞.

(2)  $\theta_m \leq \theta_0$ , 即  $a \geq L \cos \theta_0$ , 此时在  $OM$  曲线段上有一与  $\theta = \theta_m = \arccos(a/L)$  相应的  $P$  点, 见图 1'-8(b). 与之相应的  $\omega$  为

$$\omega_{\theta_m} = \sqrt{\frac{g}{2a}} \frac{\theta_m}{\sqrt{\operatorname{tg} \theta_m}}$$

因为  $\cos \theta_m = a/L$ ,  $\sin \theta_m = \sqrt{L^2 - a^2}/L$ , 上式变为

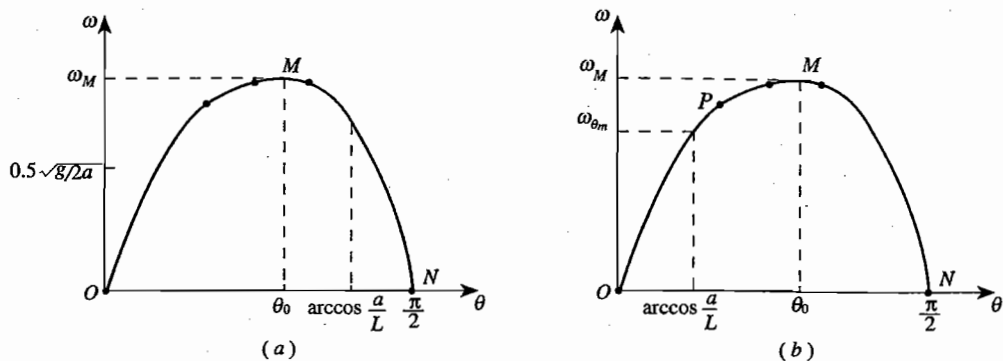


图 1'-8

$$\omega_{\theta_m} = \sqrt{\frac{g}{2}} \frac{1}{\sqrt{L^2 - a^2}} \arccos \frac{a}{L}$$

只要  $\omega$  满足  $\omega \leq \omega_{\theta_m}$  在  $OP$  曲线段上就能找到相应的  $\theta_A \leq \theta_m$ , 表示  $B$  与细杆能发生碰撞.

综上所述,  $B$  追上细杆的条件是:

$$(1) a < L \cos \theta_0 \text{ 时, } \omega < \omega_M = \sqrt{\frac{g}{2a}} \frac{\theta_0}{\sqrt{\tan \theta_0}};$$

$$(2) a > L \cos \theta_0 \text{ 时, } \omega \leq \sqrt{\frac{g}{2}} (L^2 - a^2)^{-\frac{1}{4}} \arccos \frac{a}{L}.$$

$\theta_0$  为  $\omega-\theta$  曲线上  $\omega$  达最大值时  $\theta$  的值.

4.  $\omega$  取何值时细杆转过一圈后追上  $B$ ?

此时相应的公式为

$$a \tan \theta = \frac{1}{2} g t^2$$

$$2\pi + \theta = \omega t$$

消去  $t$ , 得

$$\omega^2 = \frac{g}{2a} \frac{(2\pi + \theta)^2}{\tan \theta}, \text{ 或 } \omega = \sqrt{\frac{g}{2a}} \frac{2\pi + \theta}{\sqrt{\tan \theta}}$$

在此式中, 在  $\theta$  从  $0 \rightarrow \pi/2$  的变化过程中  $\tan \theta$  从  $0 \rightarrow \infty$ , 而  $2\pi + \theta$  仅从  $2\pi$  变到  $2.5\pi$ . 所以,  $\tan \theta$  对  $\omega$  值的影响远大于  $2\pi + \theta$  的影响,  $\omega$  值随  $\tan \theta$  的增加 (相应于  $\theta$  的增加) 而减少. 反之给定一  $\omega$  值, 与之相应的  $\theta$  值随  $\omega$  的增大而减小.

当  $\theta = \theta_m = \arccos \frac{a}{L}$  时,

$$\omega_m = \sqrt{\frac{g}{2a}} \frac{2\pi + \theta_m}{\sqrt{\tan \theta_m}} = \sqrt{\frac{g}{2}} (L^2 - a^2)^{-\frac{1}{4}} \left( 2\pi + \arccos \frac{a}{L} \right)$$

此时细杆与  $B$  刚能碰上. 如果  $\omega > \omega_m$ , 与之相对应  $\theta < \theta_m$ , 细杆能追上  $B$ ;  $\omega < \omega_m$  时, 与之相对应  $\theta > \theta_m$ , 细杆不能追上  $B$ . 所以细杆追上  $B$  的条件是

$$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{2}} (L^2 - a^2)^{-\frac{1}{4}} \left( 2\pi + \arccos \frac{a}{L} \right)$$

此题的目的主要是考查学生能否全面地分析问题. 学生最易发生的错误有两个, 一是没分析  $a < L \cos \theta_0$  时的解; 另一个是没考虑细杆追上  $B$  的解.

二、当木杆浸入水中后, 除了受到重力  $G$  和绳的拉力  $T$  外, 还受到浮力  $F$  的作用. 三者的方向都是沿竖直方向的. 当木杆很细, 且无任何扰动时, 上述三力是在同一直线上的. 随着木杆浸入水中的深度的增加, 浮力将逐渐增大, 绳的拉力将随之减小. 在任一位置都满足  $G = F + T$ . 直到浮力增大到等于木杆的重量时,  $G = F$ , 此时  $T = 0$ , 木杆将竖直地悬浮在水面上 (一部分浸在水中).

然而实际上微小的扰动随时都会发生, 所以实际上我们会观察到, 在木杆尚未达到悬浮状态 (即浮力等于重力时) 之前, 就已开始发生倾斜现象, 这是由于当有微小的扰动使杆发生微小的倾斜时, 即由图 1'-9 中虚线所示的位置变为实线所示的位置时, 对悬点  $A$  来说, 将出现重力和浮力的力矩, 而且两者的方向是相反的. 设杆长为  $l$ , 截面积为  $S$ , 密度为  $\rho$ , 则重力对  $A$  端的力矩为

$$M_G = lS\rho g(l/2)\sin\theta$$

浮力的大小等于排开水的重量, 浮力的作用点在排开水的重心处, 即图中  $C'$  处 ( $DB$  的中点). 设水的密度为  $\rho_0$ , 杆没在水中的长度为  $l'$ , 则浮力对  $A$  端的力矩为

$$M_F = l'S\rho_0 g[l - (l'/2)]\sin\theta$$

当没入较浅,  $M_F < M_G$  时, 杆将重又回到平衡位置. 当  $M_F > M_G$  时, 杆将继续倾斜. 因此, 存在一个临界值, 当没入深度大于此临界值时, 杆将开始发生倾斜现象. 此临界值可令  $M_G = M_F$  而解得如下:

$$lS\rho g(l/2)\sin\theta = l'S\rho_0 g[l - (l'/2)]\sin\theta$$

解此方程得

$$l' = l[1 \pm \sqrt{(\rho_0 - \rho)/\rho_0}]$$

取合理值得

$$l' = l[1 - \sqrt{(\rho_0 - \rho)/\rho_0}]$$

浮体的稳定性问题是一个重要的问题, 本题的目的就是通过一最简单的实例, 让学生弄清浮体稳定性中最重要的两个因素即重力矩和浮力矩的作用, 特别是如何计算浮力矩等问题. 还可进一步引导学生去分析比重计的结构和船体结构的特点.

三、电缆的绝缘性能变坏意味着某处有漏电, 即与地之间的电阻不是无限大. 其等效电

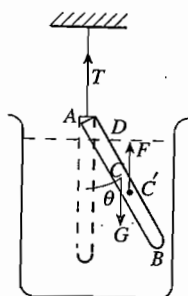


图 1'-9

路如图 1'-10 所示,图中(a)、(b) 分别是(1)和(2)两次测量线路的示意图.已知  $E = 200 \text{ V}$ ,  $U_1 = 40 \text{ V}$ ,  $U_2 = 50 \text{ V}$ ,  $AB = L = 3.50 \times 10^5 \text{ m}$ . 设受损地点在  $C$  处,距  $A$  端为  $l$ . 由于受损,该处与地之间的漏电阻设为  $R$ ,电缆的线电阻率设为  $\rho$ ,在不计电池内阻、接地电阻以及测量用的导线电阻时,根据欧姆定律,对(1)、(2)两次测量分别有

$$E = \rho l \frac{U_1}{R} + U_1$$

$$E = \rho(L - l) \frac{U_2}{R} + U_2$$

由此两式中消去  $R$ ,可得

$$l = \frac{LU_2(E - U_1)}{E(U_1 + U_2) - 2U_1U_2}$$

代入数值,得  $l = 200 \text{ km}$ .

学生在解答本题时的主要障碍是不理解题文所述“绝缘性能变坏”的含义,因而列不出欧姆定律的关系式.

四、1. 已知  $A_2$  是经过平面镜  $M$  反射后所成的像,根据平面镜成像规律可知,与  $A_2$  相应的物点  $A_1$  应在点  $(-10, 8)$  处(图 1'-11). 同时  $A_1$  应是所求发光点  $A$  发的光经凸透镜  $L$  折射后所成的像点,所以进一步由成像公式可求出  $A$  点坐标.

设  $u$  为物距,  $v$  为像距,  $f$  为焦距,则  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ . 由  $A_1$  的位置可以推知,入射到透镜的光是由图 1'-11 中左方来的,所以  $A_1$  应是透镜所成的虚像,因此  $v = -10 \text{ cm}$ ,代入上式可得  $u = \frac{vf}{v-f} = \frac{-10 \times 10}{-10-10} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$ ,即发光点  $A$  的横坐标在  $x = -5 \text{ cm}$  处.

因为  $A_1$  点的纵坐标为  $y_1 = 8 \text{ cm}$ ,设  $A$  点的纵坐标为  $y$ ,则由横向放大率公式可知

$$\left| \frac{y_1}{y} \right| = \left| \frac{v}{u} \right| = \left| \frac{-10}{5} \right| = 2$$

即  $|y| = 4 \text{ cm}$ ,因为已知  $A_1$  是  $A$  的虚像,  $A$  的纵坐标与  $A_1$  同号,即得  $y = 4 \text{ cm}$ ,所以  $A$  点坐标为  $(-5, 4)$ .

2. 作图步骤如图 1'-12: 利用  $A_2$  与  $A_1$  的对称关系画出  $A_1$  点;连  $A_1O$ ;连  $A_1F$ ,与透镜相交于  $C$  点;过  $C$  点作  $x$  轴的平行线,与  $A_1O$  相交于  $A$  点.  $A$  点即为发光点.

五、设未下落时闭管内空气压强为  $p_1$ ,则有

$$p_1 = p_0 + \rho gh$$

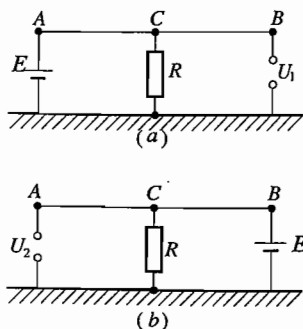


图 1'-10

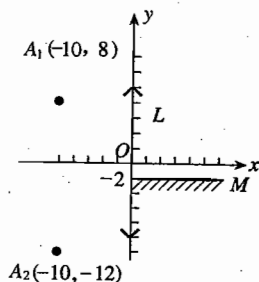


图 1'-11

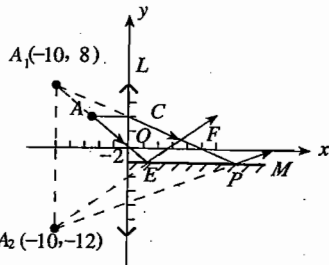


图 1'-12

式中  $\rho$  为水银密度. 当管和其中水银都以重力加速度  $g$  自由下落时, 水银处于失重状态, 此时水银内任何处的压强都为  $p_0$ , 从而可知闭管内空气压强也变为  $p_0$ . 若此时闭管内空气柱长度为  $L'$ , 则在温度不变时由玻意耳定律可知

$$L' p_0 = L p_1 \quad (2)$$

由 ①、② 两式可得

$$L' = L(p_0 + \rho gh) / p_0 \quad (3)$$

即闭管内水银面下降了  $L' - L = \rho gh L / P_0$ , 所以两管内液面差变为  $h' = h + 2(L' - L)$ , 即

$$h' = h + 2\rho gh L / p_0$$

六、电路及仪器、元件规格如图 1'-13 所示.

说明:

1. 不能或不宜直接用电源接上  $R_x$ . 因为: (1) 若用 50 V 电源, 则超过  $R_x$  的额定功率; (2) 若用 15 V 电源, 则流过  $R_x$  的电流约为  $600 \mu\text{A}$ , 超过所给电流表的量程; (3) 若用 3 V 电源, 则流过  $R_x$  的电流约为  $120 \mu\text{A}$ , 超过所给电流表 ( $A_1$ ) 的量程. 若选用电流表 ( $A_2$ ), 虽不超程, 但电流值只有满量程的  $1/4$  左右, 从而降低了精确度.

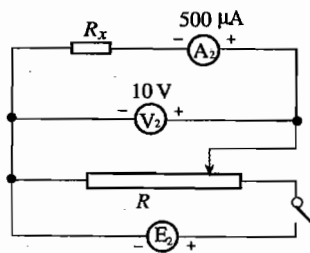


图 1'-13

2. 不能或不宜把电位器用做限流电阻, 将它与电源和  $R_x$  串接使用. 因为: (1) 若用 50 V 电源, 则超过  $R_x$  的额定功率; (2) 若用 15 V 或 3 V 电源, 因为电位器的电阻值 ( $1 \text{ k}\Omega$ ) 比  $R_x$  的电阻值 (约  $25 \text{ k}\Omega$ ) 小得多, 所以由估算可知, 结论与上述 1 中相同.

3. 用电位器  $R$  作分压器, 即采用如答案中所示的分压电路. 这时电源应选 15 V. 因为: 若选用 50 V 电源, 则超过电位器的额定功率; 若选用 3 V 电源, 则不宜用电压表 ( $V_2$ ) 和 ( $V_3$ ), 因为指针偏转过小, 降低了测量的精确度; 若用电压表 ( $V_1$ ), 则经估算可知, 电流表的指针偏转也过小.

在选用电位器  $R$  作分压器并选 15 V 电源后, 电压表应选 ( $V_2$ ). 因为 ( $V_3$ ) 会使电压表指针偏转过小, 而 ( $V_1$ ) 会使电流表指针偏转偏小, 都不利于提高测量的精确度. 当选用 ( $V_2$ ) 时, 可调节分压器的输出电压略小于 10 V, 这时经估算可知, 流过  $R_x$  的电流约为  $400 \mu\text{A}$ . 因此选电流表 ( $A_2$ ) 是适宜的.

4. 由于电压表 ( $V_2$ ) 的内阻约只为待测电阻  $R_x$  的 4 倍, 因此电流表应当“内接” (如解答图 1'-13 所示), 这样可减小因电表内阻对测量结果造成的系统误差.

在已确定了实验的目的和方法后, 根据已有的条件, 如何来选择所用仪器和元件的规格, 使实验既能安全进行又能提高测量结果的精确度, 是设计实验时一个重要的考虑方面. 本题的目的就是要考查学生这方面的水平.

# 决 赛

## 笔 试

一、设绳的张力为  $T$ ，墙对杆的摩擦力为  $F$  (向上)，正压力为  $N$  (向外)， $W$  的悬挂点距  $A$  的距离为  $d$  (如图 1'-14)，则根据刚体平衡的条件可得：

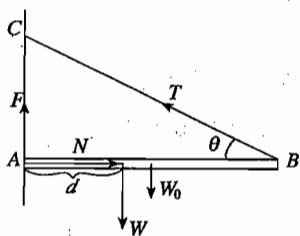


图 1'-14

$$F + T \sin \theta = W_0 + W \quad (1)$$

$$N = T \cos \theta \quad (2)$$

$$Fl = W_0 \frac{l}{2} + W(l - d) \quad (3)$$

$$F \leq \mu N \quad (4)$$

由③式得

$$F = \frac{1}{2}W_0 + \left(1 - \frac{d}{l}\right)W \quad (5)$$

由①式及⑤式得

$$T \sin \theta = W_0 + W - F = \frac{1}{2}W_0 + \frac{d}{l}W \quad (6)$$

由②、⑥式得

$$N = \operatorname{ctg} \theta \left( \frac{1}{2}W_0 + \frac{d}{l}W \right) \quad (7)$$

将⑤、⑦两式代入④式中，得

$$\frac{1}{2}W_0 + \left(1 - \frac{d}{l}\right)W \leq \mu \operatorname{ctg} \theta \left( \frac{1}{2}W_0 + \frac{d}{l}W \right)$$

$$\text{即} \quad \frac{1}{2}(\mu \operatorname{ctg} \theta - 1)W_0 \geq \left[1 - \frac{d}{l}(\mu \operatorname{ctg} \theta + 1)\right]W \quad (8)$$

根据这一结果作如下分析：

1. 当不挂重物时， $W = 0$ ，这时⑧式成为

$$\frac{1}{2}(\mu \operatorname{ctg} \theta - 1)W_0 \geq 0$$

$$\text{即} \quad \mu \geq \operatorname{tg} \theta \quad (9)$$

此即第 1 问的答案。

2. 在⑧式条件下挂上重物  $W$ ，这时⑧式左方  $(\mu \operatorname{ctg} \theta - 1) \geq 0$ ，为了对任意  $W$ ⑧式均能成立，必须要求⑧式右方  $W$  的系数小于或等于零，否则当  $W$  足够大时，⑧式肯定不能成立。

因此，平衡条件为

$$l - \frac{d}{l}(1 + \mu \operatorname{ctg} \theta) \leq 0$$

即

$$d \geq \frac{l}{1 + \mu \operatorname{ctg} \theta}$$

第2问中所求P点与A点的距离为

$$\overline{AP} = d_{\min} = \frac{l}{1 + \mu \operatorname{ctg} \theta}$$

一般说来,在碰到有静摩擦存在的问题时,应当由静摩擦力的特点  $F \leq \mu N$ ,用不等式求解.有些学生只习惯于用等式求解,这样,在解此题时就会遇到困难.在第1问中,有的学生用等式求得  $\mu = \operatorname{tg} \theta$  后,误认为  $\mu < \operatorname{tg} \theta$  是正确答案.在第2问中,若仅由等式进行分析,则较难做出正确的答案.

二、当环旋转时,电荷随环一起运动而形成电流,因此会受到磁场对它的力的作用.根据磁场方向、圆环绕轴转动方向(即电流方向)可以判断圆环上各部分所受磁场力的方向都是沿半径向外的.

由于圆环做匀角速转动,因而环上每一段小圆弧都在做匀速圆周运动.每一小圆弧所受各个力的合力必为向心力.

从以上分析,我们可以看出,解答此题的关键在于分析圆环上每一段小圆弧的受力情况,找出各力之间的关系.

图1'-15所示就是我们研究的小圆弧的受力情况.

在竖直方向上,小圆弧受到重力和桌面对它的支持力,这两个力的合力为零,在本题中可不予考虑.

在水平面上,小圆弧做匀速圆周运动,它所受力的合力一定指向圆心,其大小等于所需的向心力.已知磁场对它的作用力是向外的,从而可知环中一定存在张力.小圆弧所受张力的合力在向心方向的分力除了克服磁场对它的作用力外,还提供它做匀速圆周运动所需的向心力.

设环中的张力为  $T$ ,小圆弧所受张力的合力为  $T'$ ,磁场对它的作用力为  $f$ ,小圆弧的质量为  $\Delta m$ ,长度为  $\Delta l$ ,对应的圆心角为  $\Delta \theta$ .若不计电荷之间的相互作用,当圆弧很小时,由牛顿第二定律可知

$$T' - f = \Delta m \cdot R\omega^2 \quad (1)$$

由几何关系得到

$$T' = 2T \sin(\Delta \theta / 2)$$

当  $\Delta \theta$  很小时,  $\sin(\Delta \theta / 2) \approx \Delta \theta / 2$ , 因此

$$T' = 2T(\Delta \theta / 2) = T\Delta \theta \quad (2)$$

小圆弧所带电量为

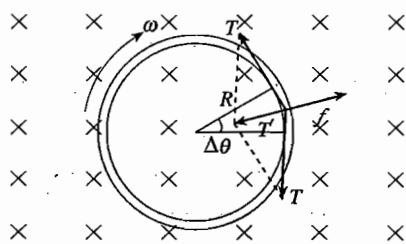


图1'-15



$$q = (Q/2\pi R)\Delta l = (Q/2\pi R)R\Delta\theta = Q\Delta\theta/2\pi$$

其运动速度为  $v = R\omega$ , 因此, 小圆弧所受的磁场力

$$f = qvB = Q\Delta\theta R\omega B/2\pi \quad (3)$$

小圆弧的质量为

$$\Delta m = (m/2\pi R)\Delta l = (m/2\pi R)R\Delta\theta = m\Delta\theta/2\pi \quad (4)$$

将②、③、④式代入①式, 可得到

$$T\Delta\theta - QR\omega B\Delta\theta/2\pi = m\Delta\theta R\omega^2/2\pi$$

最后解出

$$T = (R\omega/2\pi)(QB + m\omega)$$

本题涉及圆周运动、安培力、力的合成和分解等内容. 参赛学生在学校大都学过用隔离法处理动力学问题, 而且反复训练过. 但在连续体上求内应力是平时很少见到的, 因此, 要求学生能针对问题的需要自己想出一个解决的办法, 即在物体中隔离出很小一段圆弧, 分析其受力情况和运动情况. 学生的主要错误是把整个圆环当做一个质点来处理并套用了质点的圆周运动公式. 其次是有的同学没有考虑当圆环转动时, 圆环上各段圆弧都有向心加速度, 错误地套用了载流直导线受到安培力的公式, 认为安培力与环中的张力平衡. 这样做的同学占 43%. 这说明有许多同学, 根本没有把题目所描述的物理过程分析清楚, 就胡乱地套用公式去求解了.

三、1. 宏观: 物体冷热程度的度量. 微观: 物体分子热运动程度的度量, 物体的绝对温度与其分子平均动能成正比.

2. 不一定一样. 用不同测温物质制成的温度计, 尽管在水的冰点和水的沸点校准 0 度和 100 度, 中间等分的刻度是 100 份, 但由于不同测温物质的体积随温度变化的规律不完全相同, 因此, 它们所测出的物体温度并不一定相同.

3. 对玻璃熔点以上和水银凝固点以下的温度, 可以用气体温度计, 电阻温度计, 热电偶温度计等测量.

对这样的高温和低温, 仍可用摄氏度表示, 因为现在摄氏温度  $t$  定义为

$$t = T - 273.15$$

$T$  是热力学温度.

4. 利用黑体热辐射中能量密度最大的波长与其绝对温度成反比的性质, 把太阳近似地看做黑体, 测出太阳光谱中能量密度最大处的波长, 即可定出其表面温度.

四、从位于  $C_1$  处的物发出的光线射向透镜后将遇到两个折射面  $S_1$  和  $S_2$ . 由于  $C_1$  为  $S_1$  的球心, 从  $C_1$  射向  $S_1$  的所有光线将无折射地通过  $S_1$ , 直接射向  $S_2$ . 现在考虑  $S_2$  面上的折射. 任选一条与主轴夹角为  $\theta$  的入射线  $C_1P$ , 设入射角为  $i$ , 折射角为  $r$ , 如图 1'-16 所示, 根据折射定律有

$$n\sin i = \sin r \quad (1)$$

在  $\triangle C_1PC_2$  中应用正弦定律, 可得

即

$$d \geq \frac{l}{1 + \mu \text{ctg } \theta}$$

第2问中所求P点与A点的距离为

$$\overline{AP} = d_{\min} = \frac{l}{1 + \mu \text{ctg } \theta}$$

一般说来,在碰到有静摩擦存在的问题时,应当由静摩擦力的特点  $F \leq \mu N$ ,用不等式求解.有些学生只习惯于用等式求解,这样,在解此题时就会遇到困难.在第1问中,有的学生用等式求得  $\mu = \text{tg } \theta$  后,误认为  $\mu < \text{tg } \theta$  是正确答案.在第2问中,若仅由等式进行分析,则较难做出正确的答案.

二、当环旋转时,电荷随环一起运动而形成电流,因此会受到磁场对它的力的作用.根据磁场方向、圆环绕轴转动方向(即电流方向)可以判断圆环上各部分所受磁场力的方向都是沿半径向外的.

由于圆环做匀角速转动,因而环上每一段小圆弧都在做匀速圆周运动.每一小圆弧所受各个力的合力必为向心力.

从以上分析,我们可以看出,解答此题的关键在于分析圆环上每一段小圆弧的受力情况,找出各力之间的关系.

图 1'-15 所示就是我们研究的小圆弧的受力情况.

在竖直方向上,小圆弧受到重力和桌面对它的支持力,这两个力的合力为零,在本题中可不予考虑.

在水平面上,小圆弧做匀速圆周运动,它所受力的合力一定指向圆心,其大小等于所需的向心力.已知磁场对它的作用力是向外的,从而可知环中一定存在张力.小圆弧所受张力的合力在向心方向的分力除了克服磁场对它的作用力外,还提供它做匀速圆周运动所需的向心力.

设环中的张力为  $T$ ,小圆弧所受张力的合力为  $T'$ ,磁场对它的作用力为  $f$ ,小圆弧的质量为  $\Delta m$ ,长度为  $\Delta l$ ,对应的圆心角为  $\Delta \theta$ .若不计电荷之间的相互作用,当圆弧很小时,由牛顿第二定律可知

$$T' - f = \Delta m \cdot R\omega^2 \quad (1)$$

由几何关系得到

$$T' = 2T \sin(\Delta \theta / 2)$$

当  $\Delta \theta$  很小时,  $\sin(\Delta \theta / 2) \approx \Delta \theta / 2$ , 因此

$$T' = 2T(\Delta \theta / 2) = T\Delta \theta \quad (2)$$

小圆弧所带电量为

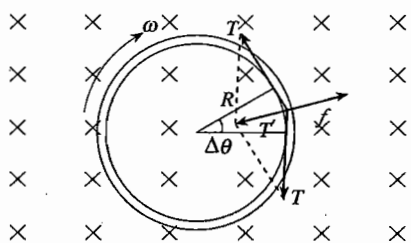


图 1'-15

$$q = (Q/2\pi R)\Delta l = (Q/2\pi R)R\Delta\theta = Q\Delta\theta/2\pi$$

其运动速度为  $v = R\omega$ , 因此, 小圆弧所受的磁场力

$$f = qvB = Q\Delta\theta R\omega B/2\pi \quad (3)$$

小圆弧的质量为

$$\Delta m = (m/2\pi R)\Delta l = (m/2\pi R)R\Delta\theta = m\Delta\theta/2\pi \quad (4)$$

将②、③、④式代入①式, 可得到

$$T\Delta\theta - QR\omega B\Delta\theta/2\pi = m\Delta\theta R\omega^2/2\pi$$

最后解出

$$T = (R\omega/2\pi)(QB + m\omega)$$

本题涉及圆周运动、安培力、力的合成和分解等内容. 参赛学生在学校大都学过用隔离法处理动力学问题, 而且反复训练过. 但在连续体上求内应力是平时很少见到的, 因此, 要求学生能针对问题的需要自己想出一个解决的办法, 即在物体中隔离出很小一段圆弧, 分析其受力情况和运动情况. 学生的主要错误是把整个圆环当做一个质点来处理并套用了质点的圆周运动公式. 其次是有的同学没有考虑当圆环转动时, 圆环上各段圆弧都有向心加速度, 错误地套用了载流直导线受到安培力的公式, 认为安培力与环中的张力平衡. 这样做的同学占 43%. 这说明有许多同学, 根本没有把题目所描述的物理过程分析清楚, 就胡乱地套用公式去求解了.

三、1. 宏观: 物体冷热程度的度量. 微观: 物体分子热运动程度的度量, 物体的绝对温度与其分子平均动能成正比.

2. 不一定一样. 用不同测温物质制成的温度计, 尽管在水的冰点和水的沸点校准 0 度和 100 度, 中间等分的刻度是 100 份, 但由于不同测温物质的体积随温度变化的规律不完全相同, 因此, 它们所测出的物体温度并不一定相同.

3. 对玻璃熔点以上和水银凝固点以下的温度, 可以用气体温度计, 电阻温度计, 热电偶温度计等测量.

对这样的高温和低温, 仍可用摄氏度表示, 因为现在摄氏温度  $t$  定义为

$$t = T - 273.15$$

$T$  是热力学温度.

4. 利用黑体热辐射中能量密度最大的波长与其绝对温度成反比的性质, 把太阳近似地看做黑体, 测出太阳光谱中能量密度最大处的波长, 即可定出其表面温度.

四、从位于  $C_1$  处的物发出的光线射向透镜后将遇到两个折射面  $S_1$  和  $S_2$ . 由于  $C_1$  为  $S_1$  的球心, 从  $C_1$  射向  $S_1$  的所有光线将无折射地通过  $S_1$ , 直接射向  $S_2$ . 现在考虑  $S_2$  面上的折射. 任选一条与主轴夹角为  $\theta$  的入射线  $C_1P$ , 设入射角为  $i$ , 折射角为  $r$ , 如图 1'-16 所示, 根据折射定律有

$$n\sin i = \sin r \quad (1)$$

在  $\triangle C_1PC_2$  中应用正弦定律, 可得

$$C_2P/\sin \theta = C_1C_2/\sin i$$

已知  $C_2P = R_2, C_1C_2 = R_2/n$ , 代入上式, 得

$$R_2/\sin \theta = R_2/n\sin i$$

即  $n\sin i = \sin \theta$  ②

比较式①和式②, 得

$$r = \theta$$

设  $C_2P$  与主轴夹角为  $\varphi$ , 则有

$$\varphi = \theta + i = r + i$$
 ③

由式③可知,  $i \neq 0$  时,  $r < \varphi$ . 所以折射光线的延长线将与主轴相交, 设交点为  $Q$ , 并令  $\angle PQC_2 = \psi$ . 则有

$$\psi = \varphi - \angle QPC_2 = \varphi - r = i$$

在  $\triangle PQC_2$  中应用正弦定律, 可得

$$QC_2/\sin r = C_2P/\sin \psi$$

从而求得

$$QC_2 = C_2P \sin r / \sin \psi = nR_2$$

因为我们所选的入射光线是任意的, 而所求得的  $QC_2$  的值与入射角  $\theta$  无关, 这说明所有入射到  $S_2$  上的光线的折射线都交于一点  $Q$ , 它与  $C_2$  的距离为  $nR_2$ .

本题是关于光的折射的一道证明题. 光的折射定律和三角知识学生都很熟悉, 中学里也学过薄透镜近轴成像的公式, 这方面的训练一般都比较多. 但这道题不能用现成的成像公式去套, 而要根据题目所给的条件自己去想办法解决. 学生的主要问题是企图套用薄透镜近轴成像的公式来处理本题. 几乎所有的参赛同学都没有明确地认识到从物射向透镜的光线经透镜折射后, 所有出射光线的延长线相交的一点就是物体的虚像.

五、1. 先讨论点电荷  $P$  带正电荷的情形. 设限制它在  $S$  轴上运动, 当受扰动发生微小位移  $s$  (图 1'-17 中  $OP$  段)

后, 它所受的电力如图 1'-17 中  $\vec{f}_1$  和  $\vec{f}_2$  所示. 因此  $P$  在  $S$  轴上所受合力为

$$f_s = \frac{qQ}{AP^2} \cos \alpha - \frac{qQ}{BP^2} \cos \beta$$

由余弦定理可知

$$\overline{AP^2} = r^2 + s^2 + 2rs \cos \theta$$

$$\overline{BP^2} = r^2 + s^2 - 2rs \cos \theta$$

$$\cos \alpha = \frac{s + r \cos \theta}{(r^2 + s^2 - 2rs \cos \theta)^{1/2}}$$

$$\cos \beta = \frac{r \cos \theta - s}{(r^2 + s^2 + 2rs \cos \theta)^{1/2}}$$

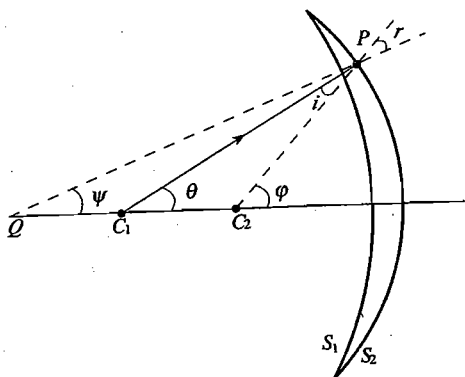


图 1'-16

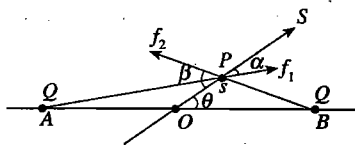


图 1'-17

代入上式,得

$$f_s = \frac{qQ(s + r\cos\theta)}{(r^2 + s^2 + 2rscos\theta)^{3/2}} - \frac{qQ(r\cos\theta - s)}{(r^2 + s^2 - 2rscos\theta)^{3/2}}$$

因为  $s$  很小,略去括号内的  $s^2$  项,得

$$f_s = \frac{qQ}{r^3} \left[ \frac{s + r\cos\theta}{\left(1 + \frac{2s}{r}\cos\theta\right)^{3/2}} - \frac{r\cos\theta - s}{\left(1 - \frac{2s}{r}\cos\theta\right)^{3/2}} \right]$$

展开后取近似可得

$$f_s = \frac{qQ}{r^3} \left[ (s + r\cos\theta) \left(1 - \frac{3s}{r}\cos\theta\right) - (r\cos\theta - s) \left(1 + \frac{3s}{r}\cos\theta\right) \right]$$

$$f_s = \frac{2qQ}{r^3} s (1 - 3\cos^2\theta)$$

由此可见,  $\cos^2\theta > \frac{1}{3}$  时(图 1'-18 中打斜线的锥体区域内),  $f_s < 0$ , 即合力的方向指向原点, 与位移方向相反, 所以在原点处是稳定的. 当  $\cos^2\theta < \frac{1}{3}$  时(图 1'-18 中未打斜线区域),  $f_s > 0$ , 合力方向背离原点, 与位移方向相同, 所以是不稳定的.

同理可知, 当  $P$  是带负电荷时, 结论与上述正好相反.

2. 由以上可知, 在稳定的范围内, 当  $P$  带正电荷时

$$f_s = -\frac{2qQ}{r^3} (3\cos^2\theta - 1)s$$

其中  $(3\cos^2\theta - 1) > 0$ , 可见力与位移成正比而方向相反, 所以  $P$  将做简谐振动. 由牛顿定律可得加速度

$$a = -\frac{2qQ(3\cos^2\theta - 1)}{mr^3} s = -\omega^2 s$$

式中

$$\omega^2 = \frac{2qQ(3\cos^2\theta - 1)}{mr^3}$$

由此可得振动周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mr^3}{2qQ(3\cos^2\theta - 1)}}$$

当  $P$  带负电荷时, 同理可得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mr^3}{2qQ(1 - 3\cos^2\theta)}}$$

六.1. 设计: 如图 1'-19(a) 和 (b) 所示.

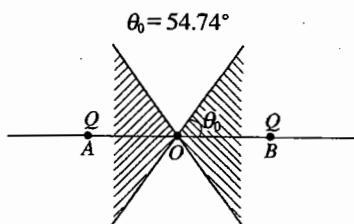
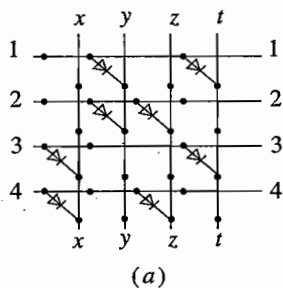


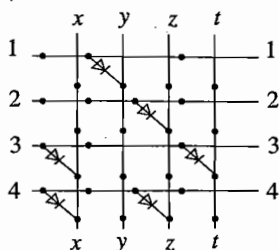
图 1'-18

方案 1:



(a)

方案 2:



(b)

图 1'-19

## 2. 设计依据

(1) 在一条控制线上不接二极管时,这条线所控制的灯亮.

(2) 二极管负极接  $m$ , 正极接  $n$  时, 不论  $n$  点处于高电位还是低电位, 均无任何影响, 这条控制线所控制的灯仍亮, 因此全部接入的二极管都应是正极接  $m$ , 负极接  $n$ .

(3) 按上述接法用二极管将控制线接入高电位, 仍无任何影响, 只有将控制线接入低电位时, 有关的  $D$  失去电流, 控制的灯熄灭. 这种接法相当于用二极管正向将  $D$  旁路.

(4) 设计时, 在按钮的四种情况中, 应当注意  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $t$  四条线中处于低电位的两条. 要求哪个灯亮, 这个灯的控制线就不应通过二极管与低电位相接. 这样就确定了全部不应接入二极管的位置.

(5) 把其余位置接入二极管, 再检查一下如有多余的二极管将其去掉即可.

本题是由二极管译码器简化而成的. 二极管译码器是数字脉冲电路中的一种基本电路, 有着重要的应用, 其原理很简单, 中学生所学的物理知识完全能够解决. 本题旨在检查学生运用所学知识解决实际问题的能力. 由于这一题目中学生一般没有见过, 因此在参加决赛的学生中有 73% 的同学由于提不出一个判据, 而对此题无从下手.

## 实 验

## 一、[实验内容]

1. 测定空载灵敏度  $S_0$ . 方法是将游码在秤梁上移动一定距离, 例如相当于加在秤盘里的砝码变化 0.1 g, 看指针(9)在指示标尺(6)上变化了多少格. 格数的读数估计一位.

2. 测量结果, 铝柱的质量约为 28 g, 有效数字四位, 根据实际情况估计误差.

3. 测量待测液体密度的公式为:

$$\rho = \frac{m}{10.00}$$

上式中  $m$  是前面所述的砝码加游码的读数.

测量结果, 给定的液体的密度  $\rho > 1 \text{ g/cm}^3$ , 结果的有效数字四位. 根据实际情况估计误差.

[回答问题]

1. 本仪器利用玻璃标准浮子,可以测定与玻璃不起化学作用的液体密度.可测的待测液体的最大密度  $\rho_{\max}$  取决于标准浮子的质量  $m_0$ ,即

$$\rho_{\max} = \frac{m_0}{10.00} \text{ g/cm}^3$$

2. 主要的误差来源是以下几项:

(1) 当指针处于平衡位置时读数的视差和估读误差.

(2) 由于刀口和刀垫的选材、加工、配合、磨损、调节以及尘埃等引起的,当刀口处于不同位置时读数的不重复性.

(3) 由于游码质量不准,致使游码在秤梁上移动 100 个小分度不等于在秤盘中改变 1 g 砝码,因此,游码的读数就有系统误差.

3. 用所给的米尺测量秤梁的刀口与秤盘的挂钩之间的长度  $l_1$  和秤梁上 100 个小分度的长度  $l_2$ ,都读出三位数字,于是游码的质量

$$m_1 = \frac{l_1}{l_2} \times 1.00$$

实测  $l_1 \approx 11.2 \text{ cm}$ ,  $l_2 \approx 8.0 \text{ cm}$ ,  $m_1 \approx 1.40 \text{ g}$ .

已知铜的密度约为  $8.9 \text{ g/cm}^3$ ,于是所用的薄铜片的面积

$$A \approx \frac{m_1}{8.9 \text{ g/cm}^3 \times 0.100 \text{ mm}} \approx 1.57 \text{ cm}^2 \approx 1.6 \text{ cm}^2$$

二、本试题考虑到参加竞赛的是中学生,黑盒子里元件不可过多,连接方式不宜过难,因此只放了三个元件.这样,学生在实验中作出判断比较容易一些.

学生在看题以后,应该首先根据题意进行分析.由于盒子内只有三个元件,但可能的元件有“电池、电阻、电容、电感或半导体二极管”等五种.因此,至少有两种元件是不存在的.学生可根据这五种元件的性质,利用所给仪器,确定这些元件是否存在.在定出盒内可能的三种元件后,再仔细确定它们唯一可能的位置和数值.

下面我们提供一种可能的实验步骤及理由,供参考.

1. 首先应当确定有无电池.它不仅容易判断,还因为如果有电池存在而没有找出其确切位置,就不能用万用电表的欧姆档去测各接线柱间电阻,否则就可能烧毁万用电表,这是绝对不允许的.

在万用电表直流电压档测量时,由于不知可能存在的电池的电动势值,因此应选用较高电压档去逐点测量黑盒子上每两个接线柱间的电压,测量结果指针没有偏转.再改用直流电压最低档进行测量,指针仍然没有偏转,说明黑盒子内没有电池.

2. 其次应该判断有无二极管.因为二极管正、反向电阻不同,比较容易判断.所以,应当用万用电表的欧姆档测两个接线柱间电阻,并将测试表笔互换位置,测出所有接线柱间的正、反向电阻值.若两值相差较大,说明有二极管存在.

在用万用电表欧姆档实测每两个接线柱间的正、反向电阻时,测量结果都相同,这说明

黑盒子内没有二极管,因此只剩下有电阻、电容和电感的可能性。

3. 确定黑盒子内有几个电容. 黑盒子上四个接线柱间连有三个元件,如果三个都是电容,则对于直流电来说,任意两个接线柱间都是断路. 用万用电表的欧姆档( $\times 100$ 或 $\times 1\text{ k}$ )检测时,测不出阻值,只可能看见充放电现象,即看见欧姆表的指针有一偏转后又回到 $\infty$ 处,相当于断路. 如果有二个电容,必有一个,而且只有一个电阻(电感),那么除了能观察到充放电现象,还可以测出在某一对接线柱间的电阻值不为 $\infty$ ,而且只有一对. 如果有一个电容,那么一定有二个电阻(电感),就应当能观察到充放电现象并能在两对或两对以上接线柱间测出不为 $\infty$ 的电阻值. 如果没有电容,就观察不到充放电现象。

根据上述分析进行测试. 在测试过程中观察到充放电现象,并且在四个接线柱间测出三个不为 $\infty$ 的电阻值,实测结果如表1所示:

表1 接线柱间直流电阻测试结果

接线柱号码	1,2	1,3	1,4	2,3	2,4	3,4
有无放电现象	无	有	无	有	无	有
接线柱间电阻符号	$R_{12}$	$R_{13}$	$R_{14}$	$R_{23}$	$R_{24}$	$R_{34}$
测出电阻值( $\Omega$ )	183	$\infty$	200	$\infty$	17	$\infty$

表1中黑盒子上接线柱号码排列顺序如图1'-20所示. 由表中测量结果可以确定盒内有一个电容,其余两个元件为电阻或电感。

4. 对以上测量结果进行分析,确定电阻(电感)的确切位置. 根据上表中1,2,1,4和2,4以及测出的接线柱间的电阻值( $R_{12}$ ,  $R_{14}$ 和 $R_{24}$ ),可作如下分析:

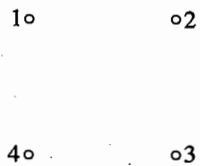


图1'-20

(1) 没有短路,因为没有有一个电阻值为零。

(2) 在1,2,4接线柱间没有观察到充放电现象,说明这三个接线柱间没有电容。

(3) 在这三个接线柱间都能测出不为 $\infty$ 的电阻值,说明上述两个电阻(电感)元件都在它们之间,否则只能在一对(或没有)接线柱间测出不为 $\infty$ 的电阻值。

(4) 再根据 $R_{14} = R_{12} + R_{24}$ 可以看出两个电阻(电感)分别位于1,2间和2,4间,它们的直流阻值分别为 $180\ \Omega$ 和 $20\ \Omega$ ,如图1'-21所示。

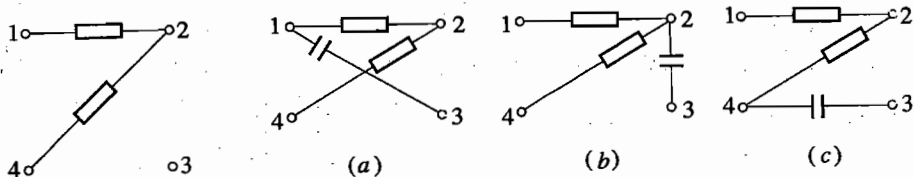


图1'-21

图1'-22

5. 对表1中测量结果进一步分析,以确定电容的确切位置. 根据在三对接线柱间观察到



有充放电现象,它们的位置是 1、3 间,2、3 间和 4、3 间,前面分析已确定只有一个电容,由此可以断定这一个电容的一端连在接线柱“3”上,另一端还不能确定在哪个接线柱上,因此有以下三类(每类图中电阻处都可能认为是电感)连接方式的可能性,如图 1'-22. 为了进一步确定电容的位置,需接入交流电.

将信号发生器输出电压加在 3、4 两端,用万用电表交流电压档检测 1、2 端,只有(a)类电路的 1、2 端间有电压,其余两类的 1、2 端间均无电压. 所以,如果在 1、2 端间测出有电压,即可肯定属于(a)类电路,电容位于 1、3 间. 如果 1、2 端间没有电压,必属于(b),(c)两类电路. 此时用万用电表交流电压档测 2、4 端间的电压,若有则属于(b)类,电容在 2、3 端间;若无则属(c)类,电容在 3、4 端间. 根据以上分析进行实验,测试结果是,在 1、2 端间有电压,因此确定电容位于 1、3 端间.

6. 根据电阻元件和电感元件的性质判断 1、2 间和 2、4 间是电阻还是电感. 电感元件和电阻元件的差别在于通过交流电时,电阻元件的阻值应与交流电频率无关,而电感元件的阻抗随交流电频率改变,据此采取下列办法进行判断:

将信号发生器,万用电表交流电流档和 1、2 端相串联,如图 1'-23 所示. 保持信号发生器输出电压值不变,改变其频率,通过万用电表交流电流档观察此串联电路中电流是否随频率变化. 若随频率变化,则 1、2 端间是电感元件;若不随频率变化,则 1、2 端间是电阻元件. 同理,可以判断 2、4 端间是电阻元件还是电感元件.

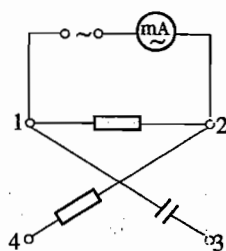


图 1'-23

表 2 观察结果

接入串联电路中接线柱号码	1,2	2,4
电流是否随频率变化	不变	变

由观察结果说明 1、2 端间是电阻元件,2、4 端间是电感元件. 所以黑盒子内三个元件是:一个电阻,一个电感和一个电容,连接如图 1'-24 所示.

### 7. 确定电感及电容的数值.

(1) 电容数值的确定. 将信号发生器输出电压加在图 1'-24 的 2、3 两端,电阻  $R_{1,2}$ 、电容和电源构成一个闭合回路. 用万用电表交流电压档分别测出电阻及电容上的电压  $U_R$  和  $U_C$ ,  $R_{1,2}$  阻值已经测出,所以回路中电流为  $U_R/R_{1,2}$ . 由公式  $U_C/(U_R/R_{1,2}) = Z_C$  可以求出电容元件的阻抗  $Z_C$ ,而  $Z_C = 1/(2\pi fC)$ ,式中  $f$  可由信号发生器面板上读出,所以电容值  $C$  可通过下式求出:

$$C = U_R / (2\pi f U_C R_{1,2})$$

(2) 电感数值的确定. 与测量电容方法类似,所不同的是将信号发生器输出电压加在图 1'-24 的 1、4 两端,使电感  $L$ 、电阻  $R_{1,2}$  和电源构成一闭合回路. 用万用电表交流电压档分别测

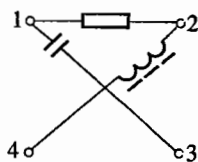


图 1'-24

得电阻及电感上电压  $U_R$  和  $U_L$ , 又因为  $R_{1,2}$  阻值已测得,  $f$  为信号发生器输出频率, 若不计电感的直流电阻的影响, 则可由下式求出电感值, 即

$$L = U_L R_{1,2} / (2\pi f U_R)$$

需要指出, 实验中所用的电感的直流电阻约  $20 \Omega$ , 实际上不能忽略, 但对此项带来的误差不作要求. 其次, 实验中使用的电感含有铁芯, 所以电感值与频率有关, 故本题只要求学生的测量方法及计算公式正确, 对测量结果只需在学生所选用的测量频率下计算正确即可.

下表中给出了一组测量数据, 供参考.

表 3 电容数值测试结果

$f(\text{Hz})$	$R_{1,2}(\Omega)$	$U_R(\text{V})$	$U_C(\text{V})$	$C(\mu\text{F})$
$1.00 \times 10^3$	183	0.750	0.630	1.03

表 4 电感数值测试结果

$f(\text{Hz})$	$R_{1,2}(\Omega)$	$U_R(\text{V})$	$U_L(\text{V})$	$L(\text{mH})$
$1.00 \times 10^4$	183	0.720	0.606	2.45

这是一道实验题. 它能考查学生是否具有较好的理论水平同时又具有较高的实验技能; 是否能理论与实验相结合去分析、判断较复杂的问题; 是否具有较强的独立思考和灵活处理问题的能力.

□ 试(略)

## 第二届竞赛试题解答与剖析

### 预赛(第一试)

#### 第一部分

1. 哈雷彗星;76年.

2. 3颗.

3. 16(或20) Hz  $\sim$   $2 \times 10^4$  Hz;  $\frac{1}{16}$ (或0.1) s.

4. 远视镜和近视镜片的度数  $D$  和焦距  $f$  的关系是这样规定的,即  $D = \frac{1}{f} \times 100$ . 所以200度镜片的焦距

$$f = \frac{100}{200} \text{ m} = 0.50 \text{ m}$$

5. 玻尔;提出了原子结构的量子论.

此题及第4题这类题目,都是一些实际知识,希望引导学生不断地扩大自己这类知识面,同时也可培养自己对物理学的兴趣与爱好.

6. 由于电子的波长比可见光的波长短,而分辨本领是和波长成反比的.

7.  $1.6 \times 10^{-13}$  J.

8. 前者比后者小. 因为灯丝电阻随温度升高而增大,公式算出的是灯丝在额定电压下点亮处于高温时的电阻值.

9. 不可能. 因为电冰箱的作用是把热由箱内转到箱外,因此室内平均温度不会降低.

10. 因为落日的光经过靠近地面的稠密大气层的路程很长,散射作用十分显著,大部分蓝紫光被散射,而红光被散射的比例比蓝紫光小得多,所以透过的光呈红色.

11. 因为水波在浅水中传播时,水越浅,波速越小. 当海中的波传播到近岸处时,同一波前上先靠近海岸部分的波速先慢下来,后靠近岸的部分后慢下来,结果使波前转向与岸边平行方向,即波沿着与岸垂直的方向传播. 这与光向折射率逐渐增大的媒质中传播时,由于波速减小,折射角会逐渐减小,传播方向逐渐靠近法线相似.

12. 没有变化. 因为人眼看到的光的颜色是由光的频率决定的,当光由空气射入水中时,波长变而频率没变,所以看到的颜色没变.

13. 按图 2'-1 装置. 用刻度尺当杠杆,  $A$  端悬挂重物,  $B$  端拴棉线, 线的另一端固定或用右手拉住, 使杠杆平衡. 将支点  $O$  逐渐向  $B$  端移动, 当棉线刚好被拉断时, 从刻度尺上读出  $AO$  和  $OB$  的长度, 设重物的重量为  $G$ , 则棉线能承受的最大拉力是

$$F = \frac{AO}{OB}G$$

以上这类题目的目的,是考查学生运用学过的物理知识去进行一些较简单的设计,用以解决实际问题的能力.这种训练是很重要的.

14. 解答:

由理想气体状态方程  $PV = \frac{n}{N}RT$  可知,平均每个分子所占有的空间为  $\frac{V}{n} = \frac{RT}{PN}$ . 式中  $P$  为压强,  $V$  为气体体积,  $n$  为总分子数,  $N$  为阿伏加德罗常数,  $R$  为气体常量,  $T$  为热力学温度. 这样,可估算分子间平均距离约为

$$d = \sqrt[3]{\frac{V}{n}} = \sqrt[3]{\frac{RT}{PN}}$$

将  $P$ 、 $R$ 、 $N$  的值代入,取  $T = 300 \text{ K}$ ,可得

$$d \approx 1 \times 10^{-5} \text{ m}$$

本题的目的是要求学生能根据已知的宏观量(可用实验测得)对某些微观量的平均值进行估算.

15.  $U_{ao} = 3.5 \text{ V}; U_{bo} = 0.50 \text{ V}; U_{co} = -4.0 \text{ V}.$

16.  $\frac{1}{2}\pi R^2 \rho gh^2.$  ( $\rho$  为水的密度.)

17. 如图 2'-2.

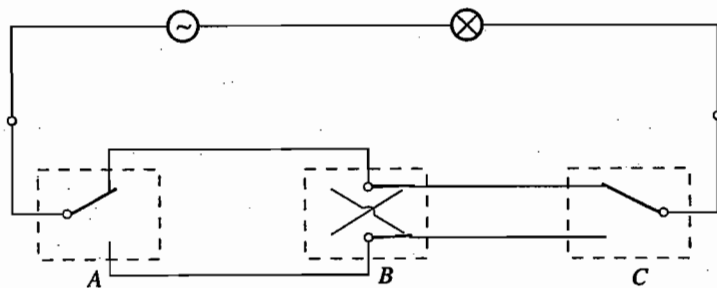


图 2'-2

18. 白屏很靠近椅背时,在屏上看到水平与竖直藤条的暗影,形成方格图像;白屏移远些时,在屏上只看到水平藤条的暗影,形成水平直条图像;白屏移到足够远处后,屏上的光亮接近均匀,看不出暗影.

本题主要是考查学生能否对扩展光源用光的直线传播来判断被照物的影子的情况.

19.  $100 \text{ }^\circ\text{C}.$

20.  $m$  克碳中原有的  $C_{14}$  原子数为  $n_0 = \frac{m}{12} \times N_0 \times \frac{1}{10^{12}}$ , 式中  $N_0$  为阿伏加德罗常数. 经过  $T$  年, 现存  $C_{14}$  原子数为

$$n = n_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{T/\tau} = \frac{mN_0}{12 \times 10^{12}} \left( \frac{1}{2} \right)^{T/\tau} \quad ①$$

在  $\Delta t$  内衰变的  $C_{14}$  原子数为

$$\Delta n = n - n \left( \frac{1}{2} \right)^{\Delta t/\tau} = n \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{\Delta t/\tau} \right] \quad ②$$

在 ①、② 两式中,  $m$ 、 $N_0$ 、 $\tau$ 、 $\Delta n$  和  $\Delta t$  都是已知的, 只有  $n$  和  $T$  为未知的, 因此可由此二式求出  $T$ .

## 第二部分

一、

令  $\Delta t = 30 \text{ min}$ , 由测出的数据可看到每隔  $\Delta t$  时间温度差  $\Delta T$  减半. 设  $t = 0$  时温度差为  $\Delta T_0$ , 则  $t$  时刻时的温度差  $\Delta T$  应满足下式:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \left( \frac{1}{2} \right)^{t/\Delta t}$$

根据此式, 可求得  $t = 45 \text{ min}$  时的温度差为

$$\Delta T = 64 \times \left( \frac{1}{2} \right)^{45/30} = 22.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

所以这时热水温度为  $42.6 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

通过实验, 由实验数据总结经验规律是研究物理学的重要方法之一. 本题的目的就是要引导学生对这种训练的重视.

二、

(1) 以  $C$  为起点画此外力的矢量图, 则此力不可能指向竖直线以左, 因为这样对两棒整体来说, 此外力对  $A$  点的力矩与重力矩同向, 物体不可能平衡. 此外力也不可能指向竖直线以右且在  $BC$  棒以下, 因为这样对  $B$  点来说, 此外力矩与下棒重力矩同向, 也不可能平衡. 只有当此外力指向竖直线以右且在  $BC$  棒以上 (如图 2'-3 所示), 棒才有可能平衡.

(2) 设外力  $F$  的方向与竖直线之间的夹角为  $\theta$ , 每棒长为  $l$ , 根据题意, 可对  $A$  点列出整个物体的转动平衡条件, 即

$$(m_1 + m_2)g \cdot \frac{l}{2} \cos \frac{\pi}{4} = F \sin \theta \cdot \sqrt{2}l \quad ①$$

对  $B$  点列出下棒的转动平衡条件, 即

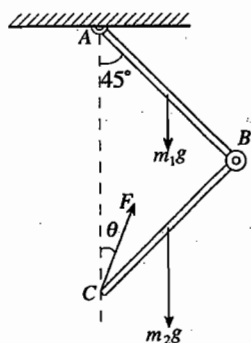


图 2'-3

$$F \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) l = m_2 g \cdot \frac{l}{2} \cos \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

由①、②两式可解得

$$F = \frac{1}{4} g \sqrt{2m_1^2 + 10m_2^2 + 8m_1m_2}$$

$$\sin \theta = \frac{m_1 + m_2}{\sqrt{2m_1^2 + 10m_2^2 + 8m_1m_2}}$$

代入数字, 可得

$$F = 19 \text{ N}, \quad \theta = \arcsin 0.395 = 23.3^\circ$$

本题的目的主要是考查学生是否能运用刚体转动的平衡条件求解问题。

不少考生只考虑了 A 轴(或 B 轴)的平衡条件, 因而得不到最后的答案。也有的考生只习惯于根据已知量通过解方程求答案的确定解, 而缺乏通过定性分析确定解的可能范围这种训练。

### 三、

当翻转线圈时, 穿过线圈的地磁场的磁通量将发生变化, 在线圈中形成感应电动势  $E$  和感应电流  $I$ 。若用  $\Delta\phi$  表示在很短时间  $\Delta t$  内穿过线圈的磁通量的改变量, 用  $\Delta Q$  表示这段时间内流过导线的电量, 则根据法拉第定律和欧姆定律, 可知它们在数值上的关系为

$$E = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = RI = R \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (1)$$

即

$$\Delta\phi = R\Delta Q$$

对每一极短时间都可列此方程, 于是对整个翻转过程来说, 就可写出起始时与终了时磁通量之差  $\phi' - \phi$  与通过导线总电量  $Q$  的关系。

设该处地磁场的磁感应强度的竖直分量为  $B_1$ , 水平分量为  $B_2$ , 根据地磁场的特点可知, 在北半球  $B_1$  的方向向下,  $B_2$  的方向向北, 则第一次翻转时, 可得

$$\phi_1' - \phi_1 = 2B_1 l_1 l_2 = RQ_1 \quad (2)$$

第二次转动时, 可得

$$\phi_2' - \phi_2 = B_2 l_1 l_2 - B_1 l_1 l_2 = RQ \quad (3)$$

设该处的磁感应强度为  $B$ , 则

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad (4)$$

由②、③、④三式, 可解得

$$B = \frac{\sqrt{2} R}{2l_1 l_2} \sqrt{Q_1^2 + 2Q_1 Q_2 + 2Q_2^2} \quad (5)$$

### 四、

在图 2-9 中, 把重物、电机和电路看做一个系统, 由于不计电机内的损耗, 而且当重物匀

速下落时,重物和电机运动的动能都已稳定不变,根据功能原理可知,重力的功率应等于电阻上消耗的功率.设电路中的电流强度为  $I_1$ ,则有

$$mgv_1 = I_1^2 R \quad (1)$$

在图 2-10 中,同样根据功能原理可知,电源供给的功率一部分消耗在电阻上,另一部分用来提升重物,即克服重力做功.因而有

$$EI_2 = I_2^2 R + mgv_2 \quad (2)$$

在图 2-9 和图 2-10 中,由于重物都是匀速运动,所以绳子的张力都与重力相等,因此绳对电机的拉力的力矩也相等.电机是匀速转动,所以电机内的磁力矩也必定相等.题中已知磁场恒定,因而可知电流一定相等,即

$$I_1 = I_2 \quad (3)$$

由①、②、③三式可解得

$$v_2 = E \sqrt{\frac{v_1}{mgR}} - v_1 \quad (4)$$

## 五、

(1) 光线  $OA$  的第一次往返光路如图 2'-4. 当光线由图中左方返回经过  $O$  点后,将继续向右下方进行,作第二次往返. 第二次往返的光路在图中未画出,可按图上光路对称于主轴画出. 以后,光线重复以上两种往返光路.

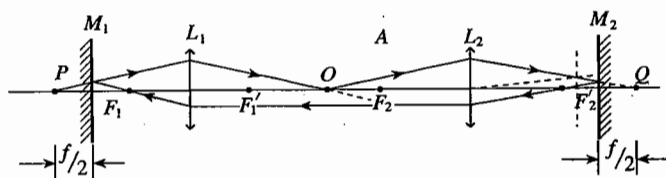


图 2'-4

(2) 向右发出的光线:  $F_2'$  处成实像, 右方无限远处成虚像;  $F_1$  处成实像;  $P$  处 ( $M_1$  左方  $\frac{f}{2}$  处主轴上) 成虚像.

向左发出的光线:  $F_1$  处成实像; 左方无限远处成虚像;  $F_2'$  处成实像;  $Q$  处 ( $M_2$  右方  $\frac{f}{2}$  处主轴上) 成虚像.

(3) 向右发出的光线只在  $F_2'$  处成实像. 向左发出的光线只在  $F_1$  处成实像. 两像均比未遮住时暗.

本题是一道多次、反复成像的题目. 由于所给条件的简单和对称, 因而并不需要通过计算也不需要画出其他的辅助光线, 只要物理基本概念十分清楚, 就可做出正确的答案.

学生最易发生的错误有二: 一是漏掉了答案(2)中的两个虚像; 二是错误地认为和没遮住时一样成所有的像, 只是比原来暗, 即没弄清楚把  $L_1$  和  $L_2$  下半部(包括透镜中心)遮住

后,是挡住了第一次由反射镜反射回来的全部光线,使不再有第2次通过透镜的入射线,所以只剩下  $F_1$  和  $F_2'$  处所成的比原来暗的实像.

### 六、

因为钢件与圆柱之间有相对运动,所以摩擦力等于摩擦系数与正压力的乘积. 因为钢件与圆柱接触处的法线是竖直的,且钢件的重心与两圆柱等距,所以每根圆柱所受正压力  $N = \frac{1}{2}mg$ ,每根圆柱给钢件的摩擦力的大小为

$$f = \mu N = \frac{1}{2} \mu mg \quad (1)$$

要使钢件沿平行于柱轴的方向做匀速运动,则推力的大小应等于摩擦力  $f$  在这个方向上的分力的两倍. 作用在钢件上的摩擦力的方向与接触处钢件相对于圆柱的速度方向相反. 以题目图中前面那个圆柱为例,在接触处,钢件相对于圆柱一方面有向前的速度  $v_0$ ,取此方向为  $y$  轴的正方向;另一方面因为圆柱向里旋转,所以接触处钢件相对于圆柱还有水平向外且垂直于  $y$  轴的速度  $r\omega$ ,取此方向为  $x$  轴的正方向. 合速度的方向则如图 2'-5 所示,它与  $y$  轴之间的夹角  $\theta$  应满足

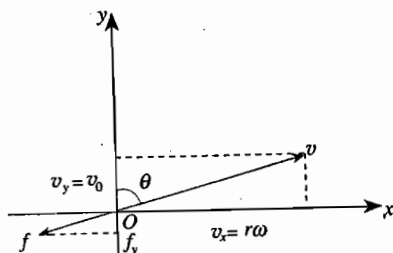


图 2'-5

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{r\omega}{v_0} \quad (2)$$

摩擦力的方向与合速度的方向相反,如图 2'-5 中  $f$  箭头所示. 由前面的分析可知,推力

$$F = 2f_y = 2f \cos \theta \quad (3)$$

由①、②、③三式可求得

$$F = \frac{\mu mg}{\sqrt{1 + \left(\frac{r\omega}{v_0}\right)^2}} \quad (4)$$

代入数值,得

$$F \approx 2.0 \text{ N}$$

本题的主要目的是要考查学生能否正确判断摩擦力的方向. 有些学生没有认识到摩擦力的方向是由相对速度的方向决定的,因而错误地认为摩擦力的方向与题中  $v_0$  的方向相反,得出了错误的结论.



# 决 赛

## 笔 试

一、

1. 取单摆悬挂点为重力势能的零点, 由单摆在摆动过程中机械能守恒可列出下式

$$-mgl\cos\alpha = -mg[r\cos\beta + (l-r)\cos\theta] + \frac{1}{2}mv^2 \quad ①$$

$v$  为小球的速度. 摆绳为小木桩所阻后, 小球绕小木桩做圆周运动, 其运动方程为

$$T - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{l-r} \quad ②$$

$T$  为摆绳的张力.  $\theta$  是摆绳与竖直向下方向的夹角. 由 ① 式

$$mv^2 = 2mg[r\cos\beta + (l-r)\cos\theta - l\cos\alpha]$$

代入 ② 式得

$$T = 3mg\cos\theta + \frac{2mg}{l-r} \times (r\cos\beta - l\cos\alpha)$$

当  $T = 0$  时, 摆绳将发生弯曲, 由此条件可得

$$\cos\theta = -\frac{2(r\cos\beta - l\cos\alpha)}{3(l-r)} \quad ③$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}\left[-\frac{2(r\cos\beta - l\cos\alpha)}{3(l-r)}\right] \quad ④$$

由于只当  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  时绳方会发生弯曲, 故有  $-1 < \cos\theta < 0$ , 即

$$-1 < -\frac{2(r\cos\beta - l\cos\alpha)}{3(l-r)} < 0$$

由此得  $r, l$  和  $\beta, \alpha$  间应满足的条件为

$$0 < (r\cos\beta - l\cos\alpha) < \frac{3}{2}(l-r) \quad ⑤$$

2. 设  $\theta = \theta_0$  时小球下落恰好击中小木桩(如图 2'-6), 则有

$$v_0 \sin\left(\theta_0 - \frac{\pi}{2}\right) \cdot t = (l-r)\sin(\pi - \theta) \quad ⑥$$

$$v_0 \cos\left(\theta_0 - \frac{\pi}{2}\right) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = -(l-r)\cos(\pi - \theta_0) \quad ⑦$$

式中  $v_0$  为小球在  $\theta_0$  处时的速度,  $t$  为小球自  $\theta_0$  处出发至击中小木桩所经历的时间, 由 ⑥ 式

$$t = \frac{-(l-r)\sin\theta_0}{v_0\cos\theta_0}$$

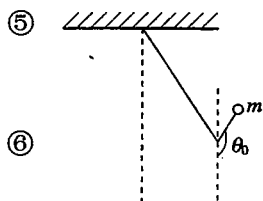


图 2'-6

代入⑦式得

$$v_0 \sin \theta_0 \times \left[ -\frac{(l-r) \sin \theta_0}{v_0 \cos \theta_0} \right] - \frac{1}{2} g \left[ -\frac{(l-r) \sin \theta_0}{v_0 \cos \theta_0} \right]^2 = (l-r) \cos \theta_0$$

由此解得

$$v_0^2 = -\frac{1}{2} \frac{g(l-r) \sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0}$$

此  $v_0^2$  须满足下式(令②式中的  $T = 0, \theta = \theta_0$ )

$$-mg \cos \theta_0 = m \frac{v_0^2}{l-r}$$

∴

$$\cos^2 \theta_0 = \frac{1}{3}$$

$$\cos \theta_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \left( \text{因 } \frac{\pi}{2} < \theta_0 < \pi \right)$$

代入③式得

$$\cos \alpha = \frac{r}{l} \cos \beta - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(l-r)}{l}$$

此题是一种游戏的简化示意图,看谁能使小球击中小木桩.解此题时要涉及能量守恒、圆周运动动力学方程以及抛物运动等力学知识.尽管对小球击中目标来说,题中第(1)问已是一步明显的提示,但仍有一些学生弄不清绳开始发生弯曲以及击中木桩的条件,因而做不出来.也有一些学生发生各种数学处理上的错误.

二、1.如图 2'-7,以活塞 A 处于平衡时的位置作为坐标原点  $x = 0$ ,当活塞运动到  $x$  处时,体积  $V_1$  变为  $V_1 + sx$ ,体积  $V_2$  变为  $V_2 - sx$ .设此时两边气体的压强分别为  $p_1$  和  $p_2$ ,因系统的温度恒定不变,根据玻意耳定律,有

$$p_1(V_1 + sx) = pV_1$$

$$p_2(V_2 - sx) = pV_2$$

由上解出

$$p_1 = \frac{pV_1}{V_1(1 + sx/V_1)}$$

$$p_2 = \frac{pV_2}{V_2(1 - sx/V_2)} \quad \text{①}$$

按题意,活塞只稍许离开平衡位置,故又可将上式近似写成

$$p_1 = p \left( 1 - \frac{s}{V_1} x \right)$$

$$p_2 = p \left( 1 + \frac{s}{V_2} x \right) \quad \text{②}$$

于是,活塞受的合力是

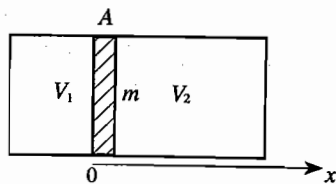


图 2'-7

$$(p_1 - p_2)s = -ps^2\left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)x$$

所以活塞运动的方程是

$$ma = -ps^2\left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)x = ps^2\frac{V_1 + V_2}{V_1V_2}x \quad (3)$$

其中  $a$  是活塞的加速度. 运动方程说明, 活塞将做简谐振动, 振动周期是

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{mV_1V_2}{ps^2(V_1 + V_2)}} \quad (4)$$

2. 设温度为  $T$  时活塞的运动周期为  $\tau$ , 温度为  $T'$  时, 周期为  $\tau'$ , 由于

$$\frac{p}{T} = \frac{p'}{T'} \quad (5)$$

所以得出

$$\begin{aligned} \tau' &= 2\pi\sqrt{\frac{mV_1V_2}{p's^2(V_1 + V_2)}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{mV_1V_2}{ps^2(V_1 + V_2)}} \cdot \frac{T}{T'} \\ &= \tau\sqrt{\frac{T}{T'}} \end{aligned}$$

可见有

$$\frac{\tau'}{\tau} = \sqrt{\frac{T}{T'}} \quad (6)$$

以  $T = 273 \text{ K}$  和  $T' = 303 \text{ K}$  代入, 得出  $0^\circ\text{C}$  时的周期  $\tau$  与  $30^\circ\text{C}$  时的周期  $\tau'$  之比是

$$\frac{\tau'}{\tau} = 0.95 \quad (7)$$

三、1. (1) 如令电路  $acb$  中的感应电动势为  $E_1$ , 在  $ab$ 、 $abd$  和  $abG$  中的感应电动势分别为  $E_2$ , 于是有

$$E_1 + E_2 = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1}{4}\pi D^2 k \quad (1)$$

电路原理图如图 2'-8(a) 所示, 其等效电路

如图 2'-8(b) 所示.

由等效电路可算出通过半圆环  $acb$  的电流是

$$I = \frac{E_1 + E_2}{r + \frac{1}{3}r} = \frac{3(E_1 + E_2)}{4r} \quad (2)$$

以①式代入, 得出

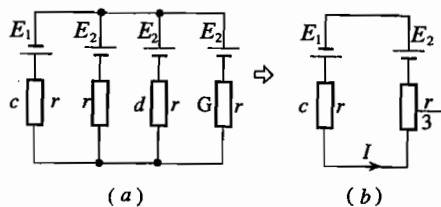


图 2'-8

$$I = \frac{3}{16} \frac{\pi D^2 k}{r}$$

所以通过电流计的电流是

$$I_g = \frac{I}{3} = \frac{\pi D^2 k}{16r} \quad (3)$$

(2) 与(1)的结果相同.

(3) 原理图和等效电路分别如图 2'-9(a)、(b) 所示.

$$I = \frac{E_1 + E_2}{\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}r} = \frac{E_1 + E_2}{r} = \frac{1}{4} \frac{\pi D^2 k}{r}$$

$$I_g = \frac{1}{2} I = \frac{1}{8} \frac{\pi D^2 k}{r}$$

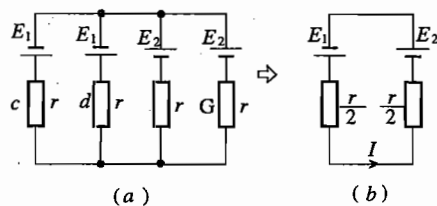


图 2'-9

2. (1) 如图 2'-10, 在网路最后一级右边的电容器上并联一个电容  $C'$  时, 从最后一级右边的  $AB$  两端向右看去, 总电容是

$$\begin{aligned} C'' &= \frac{C(C + C')}{C + (C + C')} \\ &= \frac{C(C + C')}{2C + C'} \end{aligned}$$

要使  $C'' = C'$ , 则整个网路的电容亦可保持为  $C'$ , 这时有

$$C' - \frac{C(C + C')}{2C + C'} = 0 \quad (1)$$

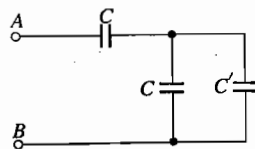


图 2'-10

化简以后得出

$$C'^2 + CC' - C^2 = 0$$

由此可解出

$$C' = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} C \approx 0.618C \quad (2)$$

(2) 由图看出, 每增加一级电路, 都使全电路的电容量增加, 但即使无限增加网路中的级数, 也不会使总电容大于网路中被串连着的第一个电容的电容量  $C$ . 可见, 这个网路的总电容有极限存在. 以  $C_n$  表示  $n$  级电路的总电容, 于是, 极限电容的存在保证下式成立:

$$C_{n+1} = \frac{C(C + C_n)}{C + (C + C_n)} = C_n \quad (\text{当 } n \rightarrow \infty) \quad (3)$$

由上式解出

$$C_n = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} C = 0.618C \quad (\text{当 } n \rightarrow \infty)$$

(3) 如果网路中的级数足够多, 并在最后一级右边的电容器上并联一个任意的电容, 则(2)的分析仍然成立, 所以得出整个网路的总电容仍然等于  $0.618C$ .

四、1. 如图 2'-11.

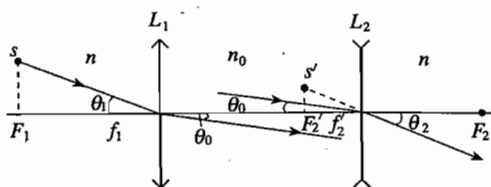


图 2'-11

作图依据:

$$\because n \sin \theta_1 = n_0 \sin \theta_0, n_0 > n$$

$$\therefore \theta_0 < \theta_1$$

$$\because n_0 \sin \theta_0 = n \sin \theta_2$$

$$\therefore \theta_2 = \theta_1$$

计算像点  $s'$  与光轴的距离:

$$\because \frac{sF_1}{f_1} = \frac{s'F_2'}{f_2'}$$

$$\therefore s'F_2' = \frac{f_2'}{f_1} sF_1 = \frac{10}{20} \times 2 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

2.

(1) 中央(O点处)出现亮条纹.

(2) 以  $\lambda$  表示电子的波长,  $P$  表示电子的动量, 于是有

$$\lambda = \frac{h}{P}, P = \sqrt{2m_e U}$$

$$\therefore \lambda = h / \sqrt{2m_e U}$$

又因  $\sin \theta = \lambda/d$ , 把上面得出的  $\lambda$  值代入, 得出

$$\lambda = h/d \sqrt{2m_e U}$$

五、1. 质点 B 对质点 A 的万有引力为  $F_{AB} = G \frac{m^2}{a^2}$ , 方向由 A 指向 B; 质点 C 对质点 A 的

万有引力为  $F_{AC} = G \frac{m^2}{a^2}$ , 方向由 A 指向 C.

质点 A 受到的总作用力为

$$\begin{aligned} F_A &= F_{AB} \cos 30^\circ + F_{AC} \cos 30^\circ \\ &= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} G \frac{m^2}{a^2} = \sqrt{3} G \frac{m^2}{a^2} \end{aligned}$$

方向沿 AO. 质点 A 绕 O 旋转, 所需的向心力即由  $F_A$  提供

$$\sqrt{3} G \frac{m^2}{a^2} = \omega^2 R_{AO}$$

由于三者质量相同,它们的质心即位于  $\triangle ABC$  的重心处,故有

$$R_{AO} = \frac{2}{3}a \cos 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}a$$

代入上式得

$$\sqrt{3}G \frac{m^2}{a^2} = m\omega^2 \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \omega^2 = G \frac{3m}{a^3}$$

$$\omega = \sqrt{G \frac{3m}{a^3}}$$

对其他两质点也得出相同的  $\omega$ .

2. 如图 2'-12, 以  $D$  表示  $m_B$  和  $m_C$  的质心, 则

$$\overline{BD} = \frac{m_C}{m_B + m_C}a$$

$$\overline{DC} = \frac{m_B}{m_B + m_C}a$$

$$\therefore \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{BD} \cos 60^\circ$$

$$= a^2 + \left(\frac{m_C}{m_B + m_C}\right)^2 a^2$$

$$- \frac{m_C}{m_B + m_C} a^2 = \frac{m_B^2 + m_C^2 + m_B m_C}{(m_B + m_C)^2} a^2$$

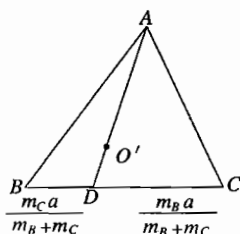


图 2'-12

又以  $O'$  表示三个质点  $m_A, m_B, m_C$  的质心, 则  $O'$  点在  $AD$  上, 且有

$$r_A = \overline{AO'} = \frac{m_B + m_C}{m_A + m_B + m_C} \times \overline{AD} = \frac{m_B + m_C}{m_A + m_B + m_C}$$

$$\times \frac{\sqrt{m_B^2 + m_C^2 + m_B m_C}}{m_B + m_C} a = \frac{\sqrt{m_B^2 + m_C^2 + m_B m_C}}{m_A + m_B + m_C} a \quad (1)$$

同理可得,

$$r_B = \overline{BO'} = \frac{\sqrt{m_A^2 + m_C^2 + m_A m_C}}{m_A + m_B + m_C} a \quad (2)$$

另一方面,  $m_C$  对  $m_A$  的作用力是

$$f_{AC} = k m_A m_C, \quad k = \frac{G}{a^2}$$

同理可得

$$f_{AB} = k m_A m_B$$

由于  $f_{AB}/f_{AC} = m_B/m_C = \overline{DC}/\overline{BD} = \overline{AE}/\overline{AF}$ , 即  $f_{AC}$  和  $f_{AB}$  的合力  $f_A$  的作用线通过质心  $O'$ , 其大小

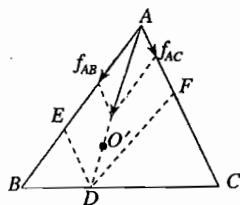


图 2'-13

$$f_A = \sqrt{f_{AB}^2 + f_{AC}^2 + 2f_{AB}f_{AC}\cos 60^\circ}$$

$$= km_A \sqrt{m_B^2 + m_C^2 + m_B m_C} \quad (3)$$

同理可证,  $f_B$  的作用线也通过质心  $O'$ , 且

$$f_B = km_B \sqrt{m_C^2 + m_A^2 + m_C m_A} \quad (4)$$

由①、②、③和④式得

$$\frac{f_A}{m_A r_A} = \frac{f_B}{m_B r_B} = \frac{k}{a} (m_A + m_B + m_C) = \frac{G}{a^3} (m_A + m_B + m_C) \quad (5)$$

同理可证

$$\frac{f_B}{m_B r_B} = \frac{f_C}{m_C r_C} = \frac{G}{a^3} (m_A + m_B + m_C) \quad (6)$$

⑤⑥两式说明,  $m_A, m_B, m_C$  可在三个质点的初位置所决定的平面内保持相对位置不变地绕质心  $O'$  做匀速圆周运动, 做圆周运动的角速度  $\omega'$  亦可由⑤⑥两式得出为

$$\omega' = \sqrt{\frac{G}{a^3} (m_A + m_B + m_C)}$$

## 实 验

1. 由于式③在广阔流体的条件下成立, 而实验中盛流体的容器仅为约 25 mm 内径的圆截面柱形长管, 因此, 实验时必须先调节圆管使之铅直, 且使小球沿管中心轴下降. 如此, 对一定直径的小球而言, 管壁的影响方能恒定.

2. 我们分别用直径  $d$  不同的四种小球做实验. 从测量结果知道: 对不同的  $d$  值, 由式③算得的  $\eta$  值不同 ( $d$  越小,  $\eta$  也越小). 此系容器壁对不同直径小球所施加的影响不同的缘故, 而小球的  $d$  值越小, 器壁影响应该越小. 因此可推测, 当  $d$  相对于盛油管的内直径  $D$  来说, 其值非常小时, 用式③算出的  $\eta$  方为正确的数值. 进一步可作  $\eta-d$  (或  $\eta-r$ ) 坐标图, 以了解  $\eta$  随  $d$  变化的规律. 而发现  $\eta$  与  $d$  符合直线关系, 于是外推到  $d=0$  的情况, 即求取直线在  $\eta$  轴截距  $\eta_0$ , 这就是所要求的粘滞系数值.

3. 应对 8 粒小球 (每种 2 粒) 进行测量 (指小球直径和下落时间). 若有的学生只测量了 1 粒小球, 教师不作任何暗示.

4. 式(3)应写为:  $\eta = \frac{2(\rho - \rho')g}{9} \cdot \frac{r^2}{v} = k \frac{r^2}{v}$

如以  $\frac{l}{t} = v$  ( $t$  为小球下落时间) 和  $d = 2r$  代入, 则有

$$\eta = \frac{(\rho - \rho')g}{18l} \cdot d^2 t = k' d^2 t$$

5. 例

$$l = 38.00 \text{ cm}, \rho = 7.90 \text{ g/cm}^3, \rho' = 0.950 \text{ g/cm}^3, g = 979.4 \text{ cm/s}^2, T = \text{ } ^\circ\text{C}$$

小球直径 $d$ (cm)	下落时间 $t$ (s)			$r^2/v$ (cm·s)	$d^2t$ (cm <sup>2</sup> ·s)	$\eta$ (Pa·s)
			平均值			
$1.173 \times 10^{-1}$	55.73	55.66	55.68	0.005 04	0.766	$7.62 \times 10^{-1}$
$1.558 \times 10^{-1}$	33.12	33.06	33.09	0.005 29	0.803	$7.99 \times 10^{-1}$
$1.977 \times 10^{-1}$	21.50	21.53	21.52	0.005 53	0.841	$8.37 \times 10^{-1}$
$2.362 \times 10^{-1}$	15.78	15.76	15.77	0.005 79	0.880	$8.76 \times 10^{-1}$

则  $k = 1\,513\text{ g} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$ , 或  $k' = 9.95\text{ g} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$

当  $l = 35.00\text{ cm}$  时,  $k' = 10.81\text{ g} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$

$$1\text{ Pa} \cdot \text{s} = 1\text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = 10\text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

以上面表格中各对  $(d, \eta)$  值作直线图(如图 2'-14d). 的变化范围约  $0.120\,0\text{ cm}$ , 有四位有效数字, 在坐标纸横轴可取 120 小格(mm);  $\eta$  的变化范围约  $0.120\text{ Pa} \cdot \text{s}$ , 有三位有效数字, 在纵轴也可取 120 小格.

在直线上取二点:  $(d_1, \eta_1)$  和  $(d_2, \eta_2)$ , 各为:

$$(0.120\,0, 0.764) \text{ 和 } (0.220\,0, 0.860)$$

截距

$$\eta_0 = \frac{d_1\eta_2 - d_2\eta_1}{d_1 - d_2} = \frac{0.168\,1 - 0.103\,2}{0.100\,0}\text{ Pa} \cdot \text{s} = 6.49 \times 10^{-1}\text{ Pa} \cdot \text{s}$$

或先求斜率  $m$ , 再求  $\eta_0$  也可.

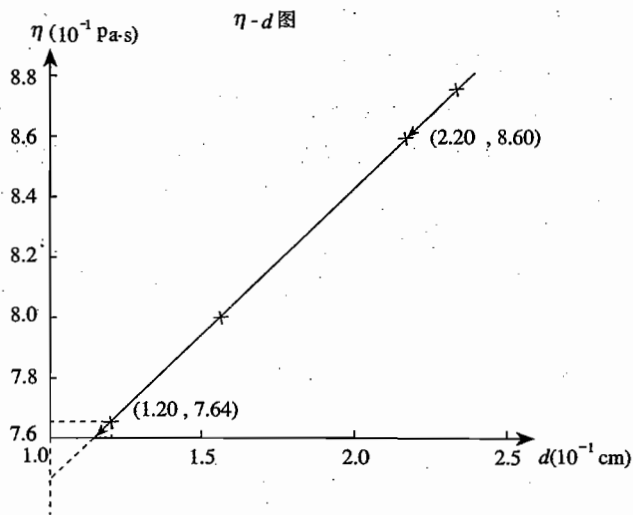


图 2'-14.

本实验可考查学生多方面的实验能力和素养, 特别强调以下两点: 一是如何设计和实施实验的操作步骤, 以保证实验原理所需要的条件. 二是如何处理数据以减少误差, 提高测量结果的准确度.



## 二、

1. 电路图(如图 2'-15 所示).

2. 略.

3. 论证:

(1) 当调节  $R_3$  使 G 的指示为零时(即达到平衡),

$$U_{R_1} = E_1 = 1.500 \text{ V}$$

其中  $U_{R_1}$  为  $R_1$  两端电压.

$$\therefore I_1 = U_{R_1}/R_1 = \frac{1.500 \text{ V}}{100.00 \Omega} = 15.000 \text{ mA}$$

(2)  $I_1$  的允许相对误差约为  $0.05\%$  ( $\approx \frac{0.008}{15.000}$ ), 扣除由于  $\Delta E_1$  和  $\Delta R_1$  导致的  $I_1$  的相对误差(各为  $0.01\%$ ) 后, 尚余  $0.03\%$ ; 而如果 G 的指针有  $\frac{1}{10}$  格的偏转(这么小的偏格, 有时不易为人眼察觉), 则流经 G 的电流为  $1 \times 10^{-7} \text{ A}$ , 如此, 在检流计 G 的两端就有一个电位降, 为  $1 \times 10^{-7} \text{ A} \times 3 \text{ k}\Omega = 3 \times 10^{-4} \text{ V}$ , 由此引入的  $I_1$  相对误差仅为

$$\frac{3 \times 10^{-4}}{1.5} = 0.02\% < 0.03\%$$

故所选用的 G 的规格满足实验要求.

$\frac{\Delta I_1}{I_1} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta U_{R_1}}{U_{R_1}}$ , 等号右边第二项包括了  $E_1$  的误差和 G 的灵敏度这两个因素.

(3) 当  $E_2 \approx 3 \text{ V}$  时,  $R_3$  值约为  $100 \Omega$ ,  $R_3$  的最小可调节数值  $\delta R_3$  应由下式决定:

$$\frac{\delta I_1}{I_1} = \frac{\delta R_3}{R_1 + R_3} = 0.02\%$$

[由上述第(2)点证明, 如要使 G 指针偏转有  $\frac{1}{10}$  格的变化, 须令  $I_1$  的相对改变值为  $0.02\%$ .]

$\therefore$

$$\delta R_3 = 0.04 \Omega$$

R 由两只  $0 \sim 9999 \Omega$  电阻箱并联组成, 即可达到要求.

□ 试(略)

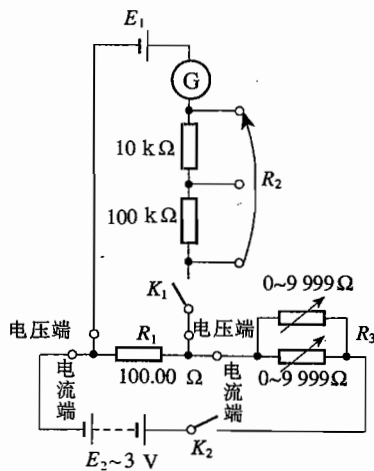


图 2'-15

## 第三届竞赛试题解答与剖析

### 预赛(第一试)

#### 第一部分

1. 5.2 或  $2\sqrt[3]{18}$ .

由开普勒第三定律,

$$\frac{R_{\text{木}}^3}{T_{\text{木}}^2} = \frac{R_{\text{地}}^3}{T_{\text{地}}^2}$$

所以

$$\begin{aligned} R_{\text{木}} &= \sqrt[3]{\frac{T_{\text{木}}^2}{T_{\text{地}}^2} R_{\text{地}}^3} = \sqrt[3]{\frac{12^2}{1^2} \times 1^3} \\ &= 2\sqrt[3]{18} = 5.2 \text{ 天文单位} \end{aligned}$$

2. 向上;向下;大于  $g$ .

分别以  $v_0$ 、 $v$  和  $v'$  表示手掌的速度、物体相对于地面的速度和物体相对于手掌的速度, 分别以  $a_0$ 、 $a$  和  $a'$  表示手掌的加速度、物体相对于地面的加速度和物体相对于手掌的加速度. 于是

$$v = v_0 + v', \quad a = a_0 + a'$$

在上述两式中, 各量取正值时表示方向向上, 取负值时表示方向向下. 在物体向上抛出并脱离手掌的瞬间, 应有

$$v > 0, \quad v' = 0, \quad a = -g, \quad a' > 0$$

以这些值代入前式, 得出  $v_0 > 0$  和  $a_0 < -g$ , 说明手掌的速度应向上, 但加速度应向下, 加速度的绝对值应大于  $g$ .

3.  $mgh + \frac{m^2 g^2}{2k}$ .

物体自由下落至弹簧上端处时是一加速过程. 当物体落到弹簧上后因重力大于弹力, 所以还要继续加速, 直到弹簧被压缩到可产生的弹力与物体的重力相等时, 物体才停止加速. 此时物体达到最大速度, 即获得最大动能. 现设弹力与重力相抵消时, 弹簧被压缩了  $x$ , 则有

$$mg = kx, \quad x = \frac{mg}{k}$$

在整个过程中, 重力势能减少了  $mgh + mgx$ , 而弹性势能增加了  $\frac{1}{2}kx^2$ . 根据机械能守恒定律, 物体所获得的最大动能为

$$\begin{aligned}
 E_k &= mgh + mgx - \frac{1}{2}kx^2 \\
 &= mgh + mg \frac{mg}{k} - \frac{1}{2}k \frac{m^2g^2}{k^2} \\
 &= mgh + \frac{1}{2} \frac{m^2g^2}{k}
 \end{aligned}$$

4.  $v_0 + 2v_1$ .

把球拍在击球过程中的速度看做是保持不变的,则当球与球拍在同一直线上运动,并且球与球拍的碰撞是完全弹性的时,被击回的球可获得最大速率.以球拍为参照系,则球被击中前的速率为  $v_0 + v_1$ ,因为是弹性碰撞,所以击中后球的速率仍为  $v_0 + v_1$ ,但速度的方向反转,即与球拍相对于地面的速度同向.由于球拍相对于地面的速率为  $v_1$ ,所以击中后球相对于地面的速率应为  $(v_0 + v_1) + v_1 = v_0 + 2v_1$ .

这是一道考查学生对相对运动的理解的题目.若不以球拍为参照系,而以地面为参照系,也能得出相同的结论.

5.  $\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}mg$ .

设人作用于木块的力为  $F$ ,与水平方向成  $\theta$  角.木块受到的各作用力如图 3'-1 所示,其中  $N$  为地面作用于木块的支持力, $f$  为摩擦力, $mg$  为重力.采用正交分解法,木块开始移动的条件是

$$\begin{aligned}
 F \cos \theta &= f \\
 N + F \sin \theta &= mg \\
 f &= \mu N
 \end{aligned}$$

而

由此得  $F = \frac{\mu mg}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$

当  $\theta$  取某一值时,可使  $F$  得最小值.因为  $\mu$  是已知量,我们总可以找到某一角度  $\varphi$ ,使得  $\text{ctg } \varphi = \mu$ ,代入上式可得

$$F = \frac{\mu mg}{\cos \theta + \text{ctg } \varphi \sin \theta} = \frac{\mu mg \sin \varphi}{\sin(\varphi + \theta)}$$

由此式可知,当  $\sin(\varphi + \theta) = 1$  时,即  $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$  时, $F$  具有最小值,其值为

$$F = \mu mg \sin \varphi = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}mg$$

较多学生所犯的错误的:想到移动木块,就想施一个水平的力.没有想到垂直的合力可以减少正压力,因而所需的合力反而可能更小一些.

6.  $\sqrt{\frac{2s(a_1+a_2)}{a_1a_2}}$ .

由 A 地到 B 地,要使所用的时间最短,则应先以最大的加速度  $a_1$  做加速运动,到某一时刻,再以最大的加速度  $a_2$  做减速运动,而且要使到达 B 点时刚好停下来.因此,在  $v-t$  图上的

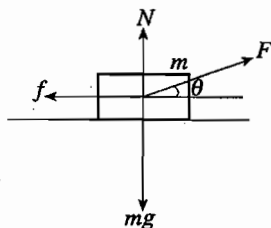


图 3'-1

图线应如图 3'-2 中  $OCD$  折线所示, 当此折线满足以下的条件时,  $D$  点的横坐标  $T$  就是所求的最短时间.

这些条件是:  $OC$  的斜率  $\frac{v_c}{T_1} = a_1$ ;  $CD$  的斜率的绝对值  $\frac{v_c}{T - T_1} = a_2$ ;  $OCDO$  所围的面积等于  $AB$  两地的距离  $s$ , 即  $s = \frac{1}{2}Tv_c$ . 由以上三式, 消去  $v_c$  和  $T_1$  可得

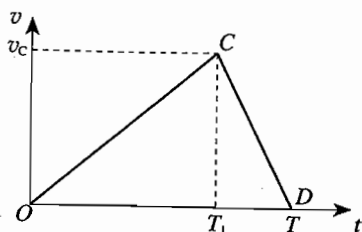


图 3'-2

$$T = \sqrt{\frac{2s(a_1 + a_2)}{a_1 a_2}}$$

7. 红.

氢原子  $n = 3$  和  $n = 2$  的能级的能量分别为

$$E_3 = -\frac{13.6}{3^2} \text{ eV} = -1.51 \text{ eV}$$

$$E_2 = -\frac{13.6}{2^2} \text{ eV} = -3.40 \text{ eV}$$

当氢原子从  $n = 3$  的能级跃迁到  $n = 2$  的能级时, 所发射的光谱线的波长应为

$$\lambda = \frac{hc}{E_3 - E_2} = 658 \text{ nm}$$

为红色.

8.  $\frac{a}{\pi A}$ .

当物体做简谐振动且处在  $0 \leq x \leq a$  的微小间隔中时, 对应的参考点落在参考圆上长度为  $\Delta s$  的一小段圆弧中, 这一小段圆弧在参考圆上的位置如图 3'-3 所示. 由于参考点在参考圆上做匀速率运动, 它在参考圆上各点出现的机会均等, 所以随机观察到它在半径为  $A$  的半圆周上弧长为  $\Delta s$  中出现的几率是  $\frac{\Delta s}{\pi A}$ . 由图可以看出, 因为  $\Delta s$  很小且紧靠  $y$  轴, 所以  $\Delta s = a$ , 因此

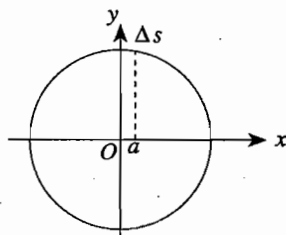


图 3'-3

物体出现在微小间隔  $0 \leq x \leq a$  中的几率是  $\frac{a}{\pi A}$ .

这是对参考圆的巧妙应用. 停留概率与处于该小间隔中的时间有关. 由于简谐运动是变加速运动, 停留时间难于计算, 而参考点却在参考圆上做匀速运动.

9. 零.

活塞缓慢上提时, 乙醚不断蒸发. 当活塞固定后, 液面上将充满乙醚的饱和蒸气, 其压强为饱和蒸气压强, 与体积无关. 因此, 左右两边压强相同, 两臂中液面的高度差为零.

本题主要是考查学生是否了解饱和蒸气压与体积无关.

10. 不变.

用  $V$  表示氢气球的体积,  $\rho_a$  表示空气的密度,  $\rho_H$  表示氢气的密度,  $M_H$  表示氢气的质量, 根据阿基米德原理可知, 氢气球所受的浮力  $F$  为

$$F = V\rho_a g = V \frac{\rho_H}{\rho_H} \rho_a g = M_H \frac{\rho_a}{\rho_H} \quad (1)$$

式中  $M_H$  为定值, 由此可知  $F$  与  $\frac{\rho_a}{\rho_H}$  成正比.

由理想气体状态方程  $pV = \frac{M}{\mu}RT$  可知

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{p\mu}{RT} \quad (2)$$

已知气球内的氢气和球外的空气压强相同, 温度相同, 而  $R$  为常量, 所以可知  $\rho$  与  $\mu$  成正比. 令  $\mu_a$  和  $\mu_H$  分别表示空气和氢气的摩尔质量, 代入 (1) 式可得

$$F = M_H \frac{\mu_a}{\mu_H} g$$

上式右方各量都不随高度变化, 所以在气球上升过程中浮力  $F$  不变.

$$11. \quad \frac{(\rho_B - \rho_A)Vgh}{6R}$$

取  $A$ 、 $B$  中的气体作为系统. 从抽开隔板到气体完全均匀混合的过程中, 系统中的气体分子克服重力所作的总功为

$$\rho_B V g \frac{h}{2} - \rho_A V g \frac{h}{2} = \frac{1}{2}(\rho_B - \rho_A)Vgh$$

由于气体为刚性不传热的封闭圆筒包围, 系统与外界没有热交换, 也没有形变功. 此总功只能由系统内能的减少量  $2C_V(T_1 - T_2)$  来补偿,  $C_V$  为气体的定容摩尔热容量. 由此得

$$2C_V(T_1 - T_2) = \frac{1}{2}(\rho_B - \rho_A)Vgh$$

$$\begin{aligned} T_2 - T_1 &= -\frac{\frac{1}{2}(\rho_B - \rho_A)Vgh}{2C_V} \\ &= \frac{-(\rho_B - \rho_A)Vgh}{6R} \end{aligned}$$

本题是一道热学综合题. 在中学, 学过理想气体的性质, 也学过热力学第一定律, 即能量守恒定律, 但在一道题里, 综合运用这两者对中学生来说就有了一定的难度, 有些学生对此题无从下手, 完全答对的学生较少.

$$12. \quad \frac{3}{8}F.$$

设金属小球  $A$  和  $B$  带有等量同号电荷  $Q$ , 它们相距为  $R$ , 它们之间作用力为

$$F = k \frac{Q^2}{R^2}$$

当用小球  $C$  与小球  $A$  接触后, 由于两球完全相同, 根据对称性,  $A$  球上电荷  $Q$  将与  $C$  球平分, 即此时两球均带电  $Q/2$ .

当  $C$  与  $A$  接触后再与  $B$  球接触, 则根据对称性,  $C$  与  $B$  球将再次平分两球上所有电荷, 故此时  $C$  球与  $B$  球上均带有  $\frac{1}{2}\left(Q + \frac{Q}{2}\right) = \frac{3}{4}Q$  的电荷.

移去  $C$  后,  $A$  与  $B$  之间的库仑作用力应为

$$F' = k \frac{\frac{Q}{2} \frac{3}{4}Q}{R^2} = k \frac{3}{8} \frac{Q^2}{R^2} = \frac{3}{8}F$$

13. 张开; 闭合; 张开.

当一定量的正电荷移至小球  $A$  上时, 电荷将分布在小球  $A$  和两金箔  $C$  上, 此时两金箔因受到相斥的电力作用而张开. 用金属叉  $K$  将  $A$  与  $D$  相连后,  $A$ 、 $C$  和  $D$  成为相连的导体,  $C$  上的电荷全部移至  $A$ 、 $D$  的外表面上, 不再带电, 故金箔闭合.  $A$ 、 $C$ 、 $D$  成为相连的导体后, 其电势相等, 但与地的电势不同. 移去金属叉后, 并用手指触及  $A$ , 起着把  $A$  与地相连的作用, 此时  $C$  将重新获得电荷, 故金箔  $C$  再张开.

14. 量子霍耳效应.

15. 第一种方式损失的电能多.

在两种充电方式中, 电容器最终贮存的电量  $Q = (NE)C$  是相同的, 最终贮存的电能  $W = \frac{1}{2}C(NE)^2 = \frac{1}{2}Q(NE)$  也是相同的. 但电源在充电过程中所做的功并不相等. 在充电过程中电源所做的功等于电源的电压与新搬运的电量之积. 在第一种充电方式中, 电容器最终贮存的电量  $Q$  全部由电压为  $NE$  的电源搬运, 而在第二种充电方式中,  $Q$  中的很大一部分为电压小于  $NE$  的电源所搬运, 故前者的功大于后者. 由于损失的电能通过电阻发热等于电源所做的功与电容器贮存的电能之差, 所以第一种充电方式中损失的电能大. 具体的计算如下:

充电过程中, 损失的电能为

$$\Delta W = A - W$$

$A$  为充电过程中电源所做的功. 在第一种充电方式中, 损失的电能

$$\begin{aligned} \Delta W_1 &= A_1 - W_1 = Q(NE) - \frac{1}{2}C(NE)^2 \\ &= \frac{1}{2}CN^2E^2 \end{aligned}$$

在第二种充电方式中, 用一个电池充电时, 搬运的电量 and 电源作的功为

$$Q_1 = CE, \quad A_1 = Q_1E = CE^2$$

用两个串联电池, 三个串联电池  $\dots N$  个串联电池继续充电过程中, 搬运的电量 and 电源作的功分别为

$$\begin{aligned} Q_2 &= C(2E) - CE = CE, \quad A_2 = Q_2(2E) = 2CE^2 \\ Q_3 &= C(3E) - C(2E) = CE, \quad A_3 = Q_3(3E) = 3CE^2 \\ &\dots \end{aligned}$$

$$Q_N = C(NE) - C(N-1)E = CE$$

$$A_N = Q_N(NE) = NCE^2$$

电池组作的总功

$$\begin{aligned} A_{II} &= A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_N = CE^2(1 + 2 + 3 + \cdots + N) \\ &= \frac{1}{2}N(N+1)CE^2 \end{aligned}$$

在第二种充电方式中, 损失的能量

$$\begin{aligned} \Delta W_{II} &= A_{II} - W_{II} = A_{II} - W_I \\ &= \frac{1}{2}N(N+1)CE^2 - \frac{1}{2}C(NE)^2 \\ &= \frac{1}{2}NCE^2 \end{aligned}$$

可见

$$\Delta W_I > \Delta W_{II}$$

本题是关于电容器充电的一个很好的题目. 当年由于此题新颖, 参赛学生在准备参赛时没有想到这样的题, 因而不会背诵现成解法. 此类题目能真实地考查出参赛学生的独立思考能力.

16. (1)能; 当屏到小孔的距离与小孔的线度相差不大时. (2)能; 当屏到小孔的距离远远大于小孔的线度时.

把太阳看做是由许多点光源组成, 每一点光源发出的光经过三角形的小孔后, 都在屏上形成三角形的光斑. 当屏到小孔的距离与小孔的线度相差不大时, 所有这些三角形光斑都几乎是重合的, 因此屏上出现三角形光斑. 当屏到小孔的距离远远大于小孔的线度时, 这些点光源形成的三角形光斑将互相错开, 经过作图就会发现, 叠加后屏上的光斑近似于圆形.

17. 少.

根据球面镜成像公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R}, \quad K = \left| \frac{v}{u} \right| = \left| \frac{R}{2u - R} \right|$$

式中  $u$  为物距,  $v$  为像距,  $R$  为球面镜之半径,  $K$  为放大率. 当物体在焦点之内, 即  $0 < u < \frac{R}{2}$  时,

$$v = \frac{uR}{2u - R} < 0$$

$$K = \left| \frac{v}{u} \right| = \left| \frac{R}{2u - R} \right| > 1$$

即物体成放大的虚像.

当物体进一步靠近凹镜, 这时  $u$  减小, 则  $K$  值减小, 特别地当  $u = 0$  (物体完全贴近凹镜), 则  $K = 1$ . 所以当物体在焦距以内时, 越靠近凹镜, 所得放大的虚像越小.

18. 2; 1; 2; 2.

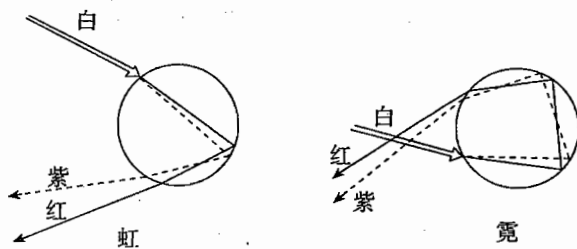


图 3'-4

形成虹和霓的折射和水珠内的反射过程如图 3'-4 所示. 虹的外圈是红色的, 内圈是紫色的; 霓的外圈是紫色的, 内圈是红色的(图 3'-5).

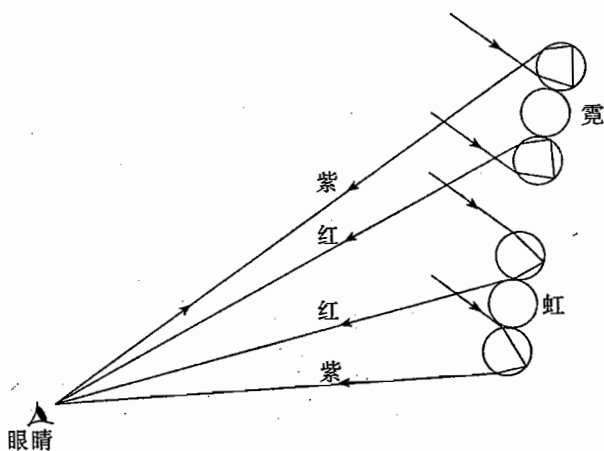


图 3'-5

19.  $\frac{gH}{c^2} = 2.5 \times 10^{-15}$ .

已知在地面测量接收到  $\gamma$  光子的频率为  $\nu$ , 则  $\gamma$  光子之能量  $E_1 = h\nu$ . 其中  $h$  为普朗克恒量;  $\gamma$  光子在高度  $H$  处其频率为  $\nu_0$ , 则该处  $\gamma$  光子能量为  $E_2 = h\nu_0 + mgH$ . 根据相对论  $E = mc^2$ ,  $m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu_0}{c^2}$ . 所以  $E_2 = h\nu_0 + \frac{h\nu_0}{c^2}gH$ . 光子应当满足能量定律, 所以  $E_1 = E_2$ , 即

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{h\nu_0}{c^2}gH$$

$$\nu = \nu_0 + \frac{gH}{c^2}\nu_0 = \nu_0 \left( 1 + \frac{gH}{c^2} \right)$$

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{gH}{c^2} = \frac{10^3 \times 22.5 \times 10^2}{9 \times 10^{20}} = 2.5 \times 10^{-15}$$

本题是一道近代物理的常识题, 即光子的能量如果增大, 其频率也要相应增大. 由于在中学完全没有学过这方面的内容, 所以本题的得分率很低.

20. 如图 3'-6(a) 所示.



光线从折射率较大的媒质射向折射率较小的媒质,当入射角为某值时,会产生折射角为  $90^\circ$  的折射线,沿两媒质界面传播,这个入射角叫临界角,如图 3'-6(b) 所示. 临界角的大小与媒质的折射率有关. 根据光线传播的可逆性,沿折射率不同的媒质的交界面传播的光线,将折入折射率比较大的媒质中. 本题中的玻璃立方体可看做由许多折射率不同的平行于  $xz$  平面的薄片叠合而成,且立方体中任一平行于  $xz$  平面的面皆可作为两种不同媒质的“交界面”. 光线沿  $x$  方向射入  $A$  时,将因上述过程而折入折射率较大的一侧. 由于折射率与波长有关,波长不同的光偏折的程度不相同,故入射的细束白光通过  $A$  后将发生色散,其中紫色成分偏折最大.(此时若在  $A$  后放一与  $x$  轴垂直的观察屏,在屏上将出现一条大致与  $y$  轴平行的彩色光带,其远离  $x$  轴的一端为紫色.) 从  $A$  射出的光通过棱镜  $B$  后,向棱镜底偏折,其中仍是紫色成份偏折最大,故在棱镜后的观察屏上将出现如图 3'-6(a) 所示弯曲的彩色光带.

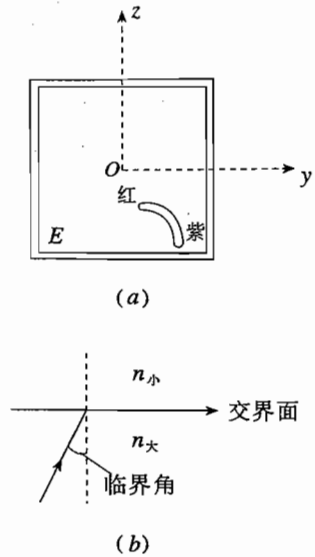


图 3'-6

## 第二部分

一、

1. a)  $\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$

$$\mu_2(m_1 + m_2)g < F \leq \frac{m_1}{m_2}(\mu_1 - \mu_2)(m_1 + m_2)g$$

b)  $\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2, F > \frac{m_1}{m_2}(\mu_1 - \mu_2)(m_1 + m_2)g$

c)  $\mu_1 \leq \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2, F > \mu_1 m_1 g$

d)  $F \leq \mu_1 m_1 g, F \leq \mu_2(m_1 + m_2)g$

2. 如图 3'-7.

设  $A_1$  与  $A_2$  间的摩擦力为  $f_1$ ,  $A_2$  与桌面间的摩擦力为  $f_2$ , 则运动方程为:

$$F - f_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$f_1 - f_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$

式中  $a_1, a_2$  分别表示  $A_1$  和  $A_2$  的加速度(图 3'-8).

a) 已知  $a_1 = a_2 > 0 \quad (3)$

$$f_1 \leq \mu_1 m_1 g \quad (4)$$

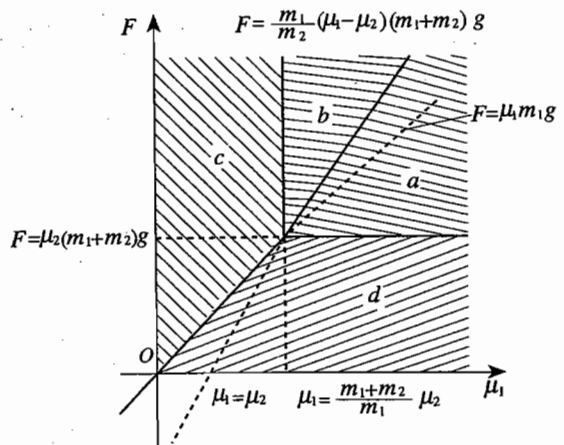


图 3'-7

$$f_2 = \mu_2(m_1 + m_2)g \quad (5)$$

由式②、③可知,  $f_1 > f_2$ , 据此由式④、⑤得出

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$$

由式①、②、③可知,  $F > f_2$ , 以此代入式⑤得出

$$F > \mu_2(m_1 + m_2)g$$

同时由式①、④可知,  $F - m_1 a_1 \leq \mu_1 m_1 g$ , 又由式①、②、③、⑤可知

$$a_1 = a_2 = \frac{F - \mu_2(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}$$

于是得出

$$F \leq \frac{m_1}{m_2}(\mu_1 - \mu_2)(m_1 + m_2)g$$

所以运动情况 a) 所满足的条件是

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$$

$$\mu_2(m_1 + m_2)g < F \leq \frac{m_1}{m_2}(\mu_1 - \mu_2)(m_1 + m_2)g$$

b) 已知  $a_1 > a_2 > 0$  (6)

$$f_1 = \mu_1 m_1 g \quad (7)$$

$$f_2 = \mu_2(m_1 + m_2)g \quad (8)$$

由式②、⑥可知,  $f_1 > f_2$ , 据此由式⑦、⑧得出

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$$

由式①、②、⑥可知,  $\frac{F - f_1}{m_1} > \frac{f_1 - f_2}{m_2}$ , 再用式⑦、⑧代入, 消去  $f_1$  和  $f_2$ , 化简以后得出

$$F > \frac{m_1}{m_2}(\mu_1 - \mu_2)(m_1 + m_2)g$$

所以运动情况 b) 所满足的条件是

$$\mu_1 > \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$$

$$F > \frac{m_1}{m_2}(\mu_1 - \mu_2)(m_1 + m_2)g$$

c) 已知

$$a_1 > 0 \quad (9)$$

$$a_2 = 0 \quad (10)$$

$$f_1 = \mu_1 m_1 g \quad (11)$$

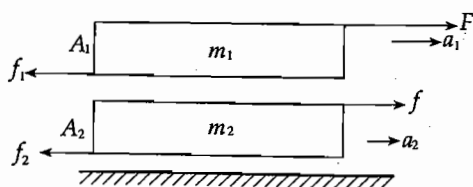


图 3'-8

$$f_2 \leq \mu_2(m_1 + m_2)g \quad (12)$$

由式 ②、⑩ 可知,  $f_1 = f_2$ , 所以由式 ⑪、⑫ 得出

$$\mu_1 \leq \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$$

由式 ①、⑨ 可知,  $F > f_1$ , 用式 ⑪ 代入后得出

$$F > \mu_1 m_1 g$$

所以运动情况 c) 所满足的条件是

$$\mu_1 \leq \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2, F > \mu_1 m_1 g$$

d) 已知

$$a_1 = a_2 = 0 \quad (13)$$

$$f_1 \leq \mu_1 m_1 g \quad (14)$$

$$f_2 \leq \mu_2(m_1 + m_2)g \quad (15)$$

由式 ①、⑬ 可知,  $F = f_1$ , 再用式 ⑭ 代入, 得出

$$F \leq \mu_1 m_1 g$$

由式 ①、②、⑬ 可知,  $F = f_2$ , 再用式 ⑮ 代入, 得出

$$F \leq \mu_2(m_1 + m_2)g$$

所以运动情况 d) 所满足的条件是

$$F \leq \mu_1 m_1 g, \quad F \leq \mu_2(m_1 + m_2)g$$

先画出  $F = \mu_1 m_1 g$ ,  $F = \frac{m_1}{m_2}(\mu_1 - \mu_2)(m_1 + m_2)g$ ,  $F = \mu_2(m_1 + m_2)g$  和  $\mu_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \mu_2$  这四条线, 即可根据与上述四种运动情况相应的条件, 找出相应的  $\mu_1$  和  $F$  的取值范围(如图 3'-7 所示).

此题较难, 分析时必须考虑到所有可能的情况, 以及每种情况所应满足的条件, 才能得出全面的结论. 分析的关键是要使用  $f > \mu mg$  一类的不等式. 中学生往往习惯用等式  $f_{\max} = \mu mg$  一类的等式去做题, 用这种方法分析本题, 不易得出全面的结论.

二、因为滑块和箱子这一系统在水平方向不受外力, 所以动量守恒. 题目已给出每次碰撞前后相对速度之比, 由此可求出任一次碰撞过程中动能的损耗.

1. 设滑块与箱壁刚完成第  $i$  次碰撞时, 滑块相对地面的速度为  $v_i$ , 箱子相对地面速度为  $u_i$ , 根据动量守恒和相对速度的关系可知, 当  $i = 1$  时,

$$mv_1 + mu_1 = mv_0$$

$$v_1 - u_1 = -e v_0$$

由此得

$$v_1 = \frac{1}{2}(1 - e)v_0, \quad u_1 = \frac{1}{2}(1 + e)v_0$$

当  $i = 2$  时,

$$\begin{aligned}mv_2 + mu_2 &= mv_0 \\v_2 - u_2 &= -e(v_1 - u_1) = e^2v_0\end{aligned}$$

由此得

$$v_2 = \frac{1}{2}(1 + e^2)v_0, \quad u_2 = \frac{1}{2}(1 - e^2)v_0$$

当  $i$  为任意数  $n$  时,

$$\begin{aligned}mv_n + mu_n &= mv_0 \\v_n - u_n &= (-e)^nv_0\end{aligned}$$

由此得

$$v_n = \frac{1}{2}[1 + (-e)^n]v_0, \quad u_n = \frac{1}{2}[1 - (-e)^n]v_0$$

第  $n$  次碰撞后,系统的动能是

$$E_{kn} = \frac{1}{2}m(v_n^2 + u_n^2) = \frac{1}{4}mv_0^2(1 + e^{2n})$$

系统损失的动能是

$$\begin{aligned}\Delta E_{kn} &= E_k - E_{kn} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{4}mv_0^2(1 + e^{2n}) \\&= \frac{1 - e^{2n}}{2} \cdot \frac{1}{2}mv_0^2\end{aligned}$$

当  $n = 1$  时,

$$\frac{\Delta E_{k1}}{E_k} = \frac{1 - e^2}{2} = \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = 0.146$$

$n = 2$ ,

$$\frac{\Delta E_{k2}}{E_k} = \frac{1 - e^4}{2} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{2} = 0.25$$

$n = 3$ ,

$$\frac{\Delta E_{k3}}{E_k} = \frac{1 - e^6}{2} = \frac{1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = 0.323$$

$n = 4$ ,

$$\frac{\Delta E_{k4}}{E_k} = \frac{1 - e^8}{2} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{2} = 0.375$$

$n = 5$ ,

$$\frac{\Delta E_{k5}}{E_k} = \frac{1 - e^{10}}{2} = \frac{1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = 0.412$$

因为要求动能损失不超过 40%, 所以得  $n = 4$ .

2. 设  $A$ 、 $B$  两侧壁之间的距离为  $l$ , 则滑块从开始运动到与箱壁发生第一次碰撞时间是

$$t_0 = \frac{l}{v_0}$$

以后每两次碰撞之间的时间(在系统动能的损耗未超过其初动能的 40% 以前) 依次是

$$t_1 = \frac{l}{|u_1 - v_1|} = \frac{l}{ev_0}, \quad t_2 = \frac{l}{e^2v_0}, \quad t_3 = \frac{l}{e^3v_0}$$

总时间是

$$T = t_0 + t_1 + t_2 + t_3 = \frac{l}{e^3v_0}(1 + e + e^2 + e^3)$$

在这段时间中, 箱子运动的距离是

$$\begin{aligned} s &= 0 + u_1t_1 + u_2t_2 + u_3t_3 = \frac{l}{2}\left(1 + \frac{1}{e} + \frac{1}{e^2} + \frac{1}{e^3}\right) \\ &= \frac{l}{2e^3}(1 + e + e^2 + e^3) \end{aligned}$$

平均速度是

$$\bar{v} = \frac{s}{T} = \frac{v_0}{2}$$

本题是动量守恒定律的题目, 要求用给定的碰前碰后相对速度的变化, 求出碰后二物体的速度, 进而求出一次碰撞的能量损失. 本题要求学生用学过的原理去解决一个没有学过的问题(实际上是非弹性碰撞问题), 此题对考查学生的能力有很好的作用.

三、设气缸内盛有  $n$  mol 的理想气体, 其定容摩尔热容量为  $C_v$ . 因为将气体压缩在 A 端的半个气缸内的过程为绝热过程, 根据热力学第一定律和理想气体内能只与温度有关, 可知:

$$W = \Delta U = nC_v(T - T_0)$$

即

$$nC_v = \frac{W}{T - T_0}$$

在气体自小阀门进入右室的过程中, 气体不吸热不做功, 内能不变, 故气体进入右室后温度仍为  $T$ , 同时两室中气体的压强  $p$  和体积  $V$  亦相同.

加热后, 左室中的气体压强由  $p \rightarrow \frac{3}{2}p$ , 体积由  $V \rightarrow V + \frac{1}{4}V = \frac{5}{4}V$ . 设温度为  $T_A$ , 则

$$\frac{pV}{T} = \frac{\frac{3}{2}p \cdot \frac{5}{4}V}{T_A}$$

$$T_A = \frac{15}{8}T$$

内能改变量为

$$\Delta U_A = \frac{1}{2}nC_v(T_A - T) = \frac{7}{16} \frac{WT}{T - T_0}$$

右室中的气体压强由  $p \rightarrow \frac{3}{2}p$ , 体积由  $V \rightarrow \frac{3}{4}V$ . 设温度变为  $T_B$ , 则

$$\frac{pV}{T} = \frac{\frac{3}{2}p \cdot \frac{3}{4}V}{T_B}$$

$$T_B = \frac{9}{8}T$$

内能改变量为

$$\Delta U_B = \frac{1}{2}nC_V(T_B - T) = \frac{1}{16} \cdot \frac{WT}{T - T_0}$$

因为电热器传给气体的热量等于整个气体内能的改变量,所以得

$$\Delta Q = \Delta U_A + \Delta U_B = \frac{1}{2} \frac{WT}{T - T_0}$$

本题是一道理想气体性质与热力学第一定律(能量守恒定律)的综合题.关键的一点是,理想气体的内能只是其温度的函数,这一点学生比较清楚.但是反过来,理想气体无论发生怎样的变化,只要内能不变,温度也不会变,有些同学就不那么清楚了.

四、1. 转轮 1 中每一轮辐上的感应电动势

$$E_1 = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{1}{2}\omega_1 l^2 B \quad \text{①}$$

设转轮 2 达到稳定时角速度为  $\omega_2$ , 则转轮 2 中反电动势为

$$E_2 = \frac{1}{2}\omega_2 l^2 B \quad \text{②}$$

这时导线中的电流强度是

$$I = \frac{E_1 - E_2}{\frac{r}{4} + \frac{r}{4}} \quad \text{③}$$

当转轮 2 匀速转动时,其所受磁力矩与阻力矩相等.设转轮 2 轮辐中的电流强度为  $I_2$ , 则

$$Fl = 4BI_2 l \left( \frac{1}{2}l \right) \quad \text{④}$$

而  $I = 4I_2$ , 由以上各式可解得

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{2Fr}{B^2 l^3} \quad \text{⑤}$$

2. 转轮 1 以匀角速  $\omega_1$  旋转所需功率即等于电路总功率

$$P = E_1 I \quad \text{⑥}$$

将式 ①、③ 代入 ⑥ 式, 可得

$$P = Fl\omega_1$$

五、根据静电平衡条件,导体内部电场强度处处为零.因此由场强叠加原理可知,可以通过求点电荷  $q$  的场强的办法得出感应电荷的场强.

设  $\vec{E}_i$  表示金属球表面上所有感应电荷单独产生的电场的场强,  $\vec{E}_q$  表示点电荷  $q$  单独产生的电场的场强.根据导体的静电平衡条件可知,在金属球内部任一点  $i$  处,

$$\vec{E}_{si} = -\vec{E}_{qi}$$

所以

$$\langle \vec{E}_s \rangle = \frac{\sum_i \vec{E}_{si} \cdot \Delta V_i}{\sum_i \Delta V_i} = -\frac{\sum_i \vec{E}_{qi} \cdot \Delta V_i}{\frac{4}{3}\pi a^3} = -\langle \vec{E}_q \rangle \quad (1)$$

下面给出两种做法.

第一种做法:

设想在金属球内均匀分布电荷密度为  $\rho$  的体电荷, 总电量为

$$Q = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho \quad (2)$$

因为均匀带电球体对球外电荷的作用力, 与球体的电荷全部集中在球心的点电荷对球外电荷的作用力相同, 因此,  $Q$  对点电荷  $q$  的作用力可由库仑定律求出. 即

$$\vec{F} = -k \frac{Qq}{R^2} \frac{\vec{R}}{R} \quad (3)$$

把带电球分成大量体积为  $\Delta V_i$  的体积元(图 3'-9), 每一体积元所带的电量为  $\rho \cdot \Delta V_i$ , 点电荷  $q$  对这带电体积元的作用力为  $\rho \Delta V_i \cdot \vec{E}_{qi}$ , 点电荷  $q$  对带电球体的作用力为

$$\vec{F}' = \sum_i \rho \Delta V_i \vec{E}_{qi}$$

根据牛顿第三定律

$$\vec{F}' = -\vec{F}$$

因此有

$$\sum_i \rho \vec{E}_{qi} \Delta V_i = k \frac{qQ}{R^2} \frac{\vec{R}}{R} = k \frac{q}{R^2} \frac{\vec{R}}{R} \frac{4}{3}\pi a^3 \rho$$

即

$$\langle \vec{E}_q \rangle = \frac{\sum_i \vec{E}_{qi} \Delta V_i}{\frac{4}{3}\pi a^3} = k \frac{q}{R^2} \frac{\vec{R}}{R}$$

由此得

$$\langle \vec{E}_s \rangle = -k \frac{q}{R^2} \frac{\vec{R}}{R}$$

第二种做法:

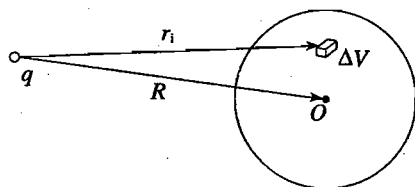


图 3'-9

为了求得  $\langle \vec{E}_q \rangle$ , 可设想在金属球内均匀分布电荷密度为  $\rho$  的体电荷, 其总电量  $Q = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho$ . 这样, 根据库仑定律, 点电荷  $q$  对体电荷  $Q$  的作用力为

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \sum_i \vec{E}_{qi} \rho \Delta V_i = \rho \sum_i \vec{E}_{qi} \Delta V_i \\ &= \frac{Q \sum_i \vec{E}_{qi} \Delta V_i}{\frac{4}{3}\pi a^3} = Q \langle \vec{E}_q \rangle \end{aligned}$$

因为两个均匀带电球(或其中一个为点电荷)之间的相互作用力与电荷分别集中在两球心时的作用力相同, 因此得

$$\vec{F} = k \frac{qQ}{R^2} \frac{\vec{R}}{R}$$

由式①、②、③可解得

$$\langle \vec{E}_s \rangle = - \langle \vec{E}_q \rangle = - \frac{\vec{F}}{Q} = - k \frac{q}{R^2} \frac{\vec{R}}{R}$$

这是一道较难的静电学题. 直接做此题需要作积分, 这超出了中学生的水平, 因此必须想其他巧妙的方法才行. 本题的关键思路是计算球中均匀带电情况下与点电荷的作用力, 即将金属球去掉, 在原处放一个均匀带电的(非金属)球体, 去计算这一带电球所受点电荷的力. 因为这个力可用牛顿第三定律由点电荷所受的力得出, 而点电荷的受力则可以避开积分而简单地算出.

## 决 赛

### 笔 试

一、1. 用  $V_0$  表示容器的容积,  $V$  表示抽气筒的容积, 则每抽一次之前, 容器内气体的体积为  $V_0$ ; 抽气后, 该气体的体积变为  $V_0 + V$ . 因此, 根据玻意耳定律可知, 每抽一次, 抽前与抽后容器内气体压强之比应为  $\frac{V_0 + V}{V_0}$ . 若总共抽了  $N$  次, 则最初压强  $p_0$  与最后压强  $p$  之比应为

$$\frac{p_0}{p} = \left( \frac{V_0 + V}{V_0} \right)^N$$

或



$$N = \frac{\lg \frac{p_0}{p}}{\lg \frac{V_0 + V}{V_0}}$$

代入数值,经计算(取  $\lg 2 = 0.301$ ) 可得

$$N = 27$$

所以工作时间为

$$t = \frac{27}{8} = 3.4 \text{ min}$$

2. (i) 用  $m_{\mu^-}$ 、 $a$  和  $v$  分别表示  $\mu^-$  子的质量、第一轨道半径和速度,根据库仑定律和牛顿定律,可列出第一轨道上的运动方程:

$$k \frac{1}{2} \frac{Ae^2}{a^2} = m_{\mu^-} \frac{v^2}{a}$$

根据量子化条件,对第一轨道有

$$m_{\mu^-} va = \frac{h}{2\pi}$$

同理,对氢原子可得下式

$$k \frac{e^2}{a_0^2} = m_e \frac{v_0^2}{a_0}$$

$$m_e v_0 a_0 = \frac{h}{2\pi}$$

式中  $m_e$ 、 $a_0$  和  $v_0$  分别表示电子的质量、第一轨道半径和速度.由以上四式,可解得

$$a = \frac{2a_0}{A} \cdot \frac{m_e}{m_{\mu^-}}$$

代入数值,经计算可得

$$a = \frac{5.11 \times 10^{-13}}{A} \text{ m}$$

(ii) 由上面已知  $a = \frac{2a_0}{A} \cdot \frac{m_e}{m_{\mu^-}}$ ,要使  $\mu^-$  子轨道进入原子核内,则要满足下式

$$\frac{2a_0}{A} \cdot \frac{m_e}{m_{\mu^-}} < R$$

将题中已知的各量代入,可解得

$$A > 94$$

二、由题意  $R \ll L$ ,所以下面的解答中,都是设物体尚未离开平台.

1. 在物体  $C$  下滑的过程中, $C$  对  $A$  的作用力沿水平方向的分力是向右的,推动  $A$  和  $B$  一起向右加速运动.当  $C$  到达轨道的最低位置时, $C$  对  $A$  的作用力的水平分力为零,这时  $A$ 、 $B$  向右运动的速度达到最大.继续下去, $C$  对  $A$  的作用力的水平分力将开始向左, $A$  将开始做减速运动,从而和  $B$  分离.由此可知,当  $C$  滑到轨道最低位置时, $A$ 、 $B$  开始分离.这时  $A$ 、 $B$  向

右运动,由动量守恒可知C是向左运动的. 设用  $v_A$ 、 $v_B$ 、 $v_C$  分别表示三者此时速度的大小,根据动量守恒和能量守恒可知

$$mv_A + mv_B - mv_C = 0$$

$$mgR = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}mv_C^2$$

且有

$$v_A = v_B$$

由以上各式联立,可解得

$$v_B = \frac{1}{3} \sqrt{3gR}$$

方向向右.

2. A、B分离后,B的动量为  $mv_B$ ,方向向右. 当C达到最高点时,A、C两物体无相对运动,具有同样大小的速度  $v$ ,方向向左. 根据动量守恒可知

$$mv_B - 2mv = 0$$

即

$$v = \frac{1}{2}v_B \quad \text{①}$$

用  $l$  表示C距台面的最大高度,根据能量守恒可知

$$mgh = mgl + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}2mv^2 \quad \text{②}$$

由①、②两式可解得

$$l = h - \frac{R}{4}$$

3. 在(2)中已分析过,A、C两物体的总动量的方向是向左的,所以A从平台的左边落地,由于  $R \ll L$ ,因此,在讨论A、C在平台上滑动的距离和时间时,可粗略地把它们看成一个物体,具有向左的速度  $v = \frac{1}{2}v_B$ ,而且原来处于平台的中央,即距左端  $\frac{L}{2}$  处,所以经历的时间  $t$  为

$$t = \frac{L/2}{v_B/2} = \sqrt{\frac{3}{gR}}L$$

本题是联合运用动量守恒定律和能量守恒定律的问题. 由于题中涉及一个变力(A与C的相互作用力),所以中学生无法在全部时间内解决此题. 解此题的技巧就在于选择几个特定时刻(开始,C在最下及C将脱离),找到一些关系.

三、1. 由  $r$ 、 $r_1$  和  $r_3$  的阻值可知,此时满足电桥平衡条件

$$\frac{r}{r_1} = \frac{r}{r_3}$$

因此, $r_2$  中无电流.

若用  $r_{AB}$  表示 AB 间的等效电阻,则

$$r_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{r+r_1} + \frac{1}{r+r_3}} \Omega = 1 \Omega$$

所以通过电流计的电流强度为

$$I = \frac{V}{r_{AB}} = 10 \text{ A}$$

2.  $r_1, r_2$  和  $r_3$  各有“通”、“断”两种情况. 通时阻值为  $1 \Omega$ . 断时阻值为  $\infty$ , 因此电路中的组合情况共有  $2^3 = 8$  种可能, 列表于下:

$r_1$	$r_2$	$r_3$	等效电阻 $r_{AB}$	功率
通	通	通	$1 \Omega$	100 W
通	通	断	$5/3 \Omega$	60 W
通	断	通	$1 \Omega$	100 W
通	断	断	$2 \Omega$	50 W
断	通	通	$5/3 \Omega$	60 W
断	通	断	$\infty \Omega$	0 W
断	断	通	$2 \Omega$	50 W
断	断	断	$\infty \Omega$	0 W

由于  $r_1, r_2$  和  $r_3$  的通断是随机的, 以上 8 种可能性的几率相同, 因此平均功率为:

$$\begin{aligned} \text{平均功率} &= \frac{1}{8} [100 + 60 + 100 + 50 + 60 + 0 + 50 + 0] \text{ W} \\ &= \frac{420}{8} \text{ W} = 52.5 \text{ W} \end{aligned}$$

本题从定量方面来看并不难, 但增加了概率的概念, 需要分析各种情况进行平均.

四、1.  $a, b$  相连后, 设三个电容器上带电量分别为  $q_1, q_2, q_3$ , 则应有

$$q_1 + q_2 = Q$$

$$\frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{C} + \frac{q_3}{C} \text{ 或 } q_1 = q_2 + q_3$$

解出

$$q_1 = \frac{2}{3}Q, \quad q_2 = q_3 = \frac{1}{3}Q$$

电容器 2 上带电量  $q_2 = \frac{1}{3}Q$ , 上板带正电.

2. 断开  $a, b$ , 把  $a, c$  相连后, 电容器 2 上电量仍为  $q_2$ , 电容器 1 与 3 成为并联, 电量重新分配后, 它们的电量

$$q_1' = q_3' = \frac{1}{2}(q_1 + q_3) = \frac{1}{2}Q$$

再断开  $a, c$ , 把  $a, b$  相连后, 设三个电容器上的电量变为  $q_1', q_2', q_3'$ , 则有

$$\begin{aligned} q_1' + q_2' &= q_1 + q_2 = \frac{5}{6}Q \\ -q_2' + q_3' &= q_3 - q_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)Q = \frac{1}{6}Q \\ \frac{q_1'}{C} &= \frac{q_2'}{C} + \frac{q_3'}{C} \quad \text{或} \quad q_1' = q_2' + q_3' \end{aligned}$$

解出

$$q_1' = \frac{11}{18}Q, \quad q_2' = \frac{2}{9}Q, \quad q_3' = \frac{7}{18}Q$$

电容器 2 上带电量  $q_2' = \frac{2}{9}Q$ , 上板带正电.

3. 在(2)中带电的情况下, 把  $a, b$  与  $d$  相连后, 即成为如图 3'-10 所示的电路. 这时电容器 1 短路, 电容器 2 的下板与 3 的上板等电势, 另外两个板等电势. 设这时电容器 2 的下板上所带的电量为  $q_2''$ , 则电容器 3 的上板上所带的电量也为  $q_2''$ , 且

$$2q_2'' = -q_2' + q_3' = \frac{1}{6}Q$$

电容器 2 上带电量  $q_2'' = \frac{1}{12}Q$ , 下板带正电.

本题是几个电容器之间电量重新分配的问题, 只要掌握有关原理, 一步一步地去做, 就会得出正确结果. 但因题目中步骤较多, 容易在物理分析上和计算上出错.

五、解法一: 先求系统将向右滑落时的位置. 由于  $m_1 > m_2, \mu < 1$ , 故  $m_1 g > \mu m_2 g$ . 即系统在图 3'-11(a) 所示的位置时不可能平衡. 平衡且刚开始向右边下滑时的  $\theta_1$  必然在  $0 < \theta_1 < 90^\circ$ .

设图 3'-11(b) 的位置物体刚开始向右下滑, 此时系统所满足的平衡条件为

$$m_1 g \sin \theta_1 = m_2 g \sin \theta_2 + \mu(m_1 g \cos \theta_1 + m_2 g \cos \theta_2) \quad (1)$$

利用  $m_1 = 2m_2$  和  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ , ①式可简化为

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{2\mu + 1}{2 - \mu}$$

即

$$\theta_{1\text{右}} = \operatorname{arctg} \frac{2\mu + 1}{2 - \mu} \quad (2)$$

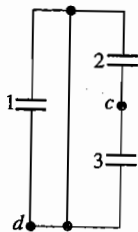


图 3'-10

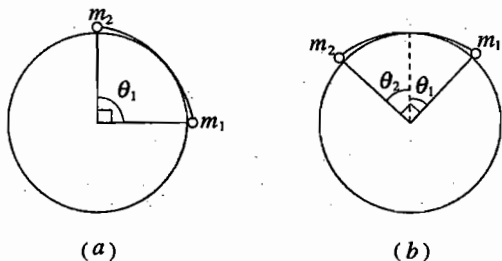


图 3'-11

再讨论系统向左滑的情况. 由于  $m_2 < m_1$ , 有可能在  $m_2$  处于悬垂状态时, 系统开始下滑, 因此要分别讨论各种可能性.

(1) 设系统在图 3'-12(a) 所示的位置刚开始下滑, 此时有

$$m_2 g = \mu m_1 g$$

即  $\mu = \frac{1}{2}$  时,  $\theta_2 = 90^\circ$  即开始向左下滑.

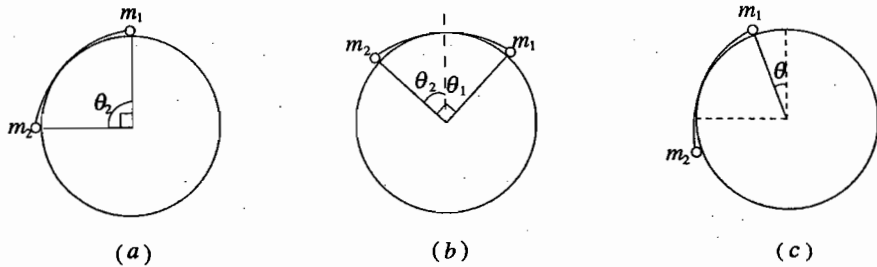


图 3'-12

(2) 若  $m_2 g > \mu m_1 g$ , 即  $\mu < \frac{1}{2}$ , 则系统必然在  $\theta_2 < 90^\circ$  时开始向左下滑, 如图 3'-12(b) 所示. 此图与图 3'-11(b) 类同, 故只要将 ① 式的下标 1 与 2 对调, 即可得到这一情况下的解答.

$$\theta_{2\mp} = \text{arctg} \frac{\mu m_2 + m_1}{m_2 - \mu m_1} = \text{arctg} \frac{\mu + 2}{1 - 2\mu}$$

(3) 若  $m_2 g < \mu m_1 g$ , 即  $\mu > \frac{1}{2}$ , 系统在图 3'-12(a) 的位置仍不会下滑. 系统刚开始下滑的位置必然是  $m_1$  也在左侧, 如图 3'-12(c) 所示. 由

$$m_1 g \sin \theta - \mu m_1 g \cos \theta + m_2 g = 0$$

得 
$$\sin \theta - \mu \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

或 
$$\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \sin \theta - \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \cos \theta = \frac{-1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$$

令  $\mu = \text{tg } \varphi$ , 如图 3'-13 所示, 则有

$$\cos \varphi \sin \theta - \sin \varphi \cos \theta = -\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$$

因而

$$\sin(\theta - \varphi) = -\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$$

得到

$$\theta = \text{arctg } \mu - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$$

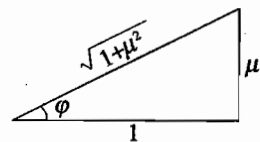


图 3'-13

用  $\Delta\theta$  表示圆柱体转过的角度, 则最后答案为:

$$(1) \quad \mu = \frac{1}{2} \text{ 时, } \Delta\theta = \arctg \frac{4}{3}.$$

$$(2) \quad \mu < \frac{1}{2} \text{ 时, } \Delta\theta = \arctg \frac{2\mu + 1}{2 - \mu} + \arctg \frac{\mu + 2}{1 - 2\mu} - 90^\circ.$$

$$(3) \quad \mu > \frac{1}{2} \text{ 时, } \Delta\theta = \arctg \frac{2\mu + 1}{2 - \mu} + \arctg \mu - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1 + \mu^2}}.$$

解法二:

(1) 先求系统将要向右滑落时的位置. 如图 3'-14 所示, 系统不向右下滑的条件为

$$m_1 g \sin \theta_1 - m_2 g \sin \theta_2 \leq \mu m_1 g \cos \theta_1 + \mu m_2 g \cos \theta_2 \quad (1)$$

由于  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ ,  $\sin \theta_2 = \cos \theta_1$ ,  $\cos \theta_2 = \sin \theta_1$ , (1) 式成为

$$m_1 \sin \theta_1 - \mu m_2 \sin \theta_1 \leq \mu m_1 \cos \theta_1 + m_2 \cos \theta_1 \quad (2)$$

由  $m_1 > m_2$ ,  $\mu < 1$  可知,  $m_1 - \mu m_2 > 0$ . 则由 (2) 式可得

$$\operatorname{tg} \theta_1 \leq \frac{\mu + \frac{m_2}{m_1}}{1 - \mu \frac{m_2}{m_1}}$$

因此, 系统将要向右滑落的位置  $\theta_{1右}$  为

$$\operatorname{tg} \theta_{1右} = \frac{\mu + \frac{m_2}{m_1}}{1 - \mu \frac{m_2}{m_1}} = \frac{\mu + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}\mu} = \frac{2\mu + 1}{2 - \mu} \quad (3)$$

由于  $\mu < 1$ , 所以  $\theta_{1右} < 90^\circ$ .

(2) 系统向左滑落的情况.

要得到系统不向左下滑的条件, 只需将 (2) 式中所有的下标 1 与 2 互换即可, 得到

$$m_2 \sin \theta_2 - \mu m_1 \sin \theta_2 \leq \mu m_2 \cos \theta_2 + m_1 \cos \theta_2 \quad (4)$$

现在

$$m_2 - \mu m_1 = m_2 \left( 1 - \mu \frac{m_1}{m_2} \right) = m_2 (1 - 2\mu) \quad (5)$$

按  $\mu$  的大小可有三种情况:

情况 1:  $\mu < \frac{m_2}{m_1}$ , 即  $\mu < \frac{1}{2}$ . 这时  $m_2 - \mu m_1 < 0$ , (4) 式可写成

$$\operatorname{tg} \theta_2 \leq \frac{\mu + \frac{m_1}{m_2}}{1 - \mu \frac{m_1}{m_2}} \quad \text{或} \quad \operatorname{tg} \theta_2 \leq \frac{\mu + 2}{1 - 2\mu} \quad (6)$$

由 (6) 式可知, 在  $\mu < \frac{1}{2}$  时,  $0 < \theta_2 < 90^\circ$ , 如图 3'-15. 系统刚向左滑落时的位置  $\theta_{2左}$  为

$$\operatorname{tg} \theta_{2左} = \frac{\mu + 2}{1 - 2\mu} \quad (7)$$

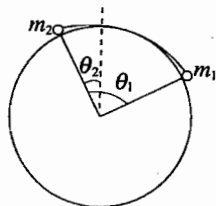


图 3'-14

情况 2:  $\mu = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$ . 这时  $m_2 - \mu m_1 = 0$ , ④ 式成为

$$\mu m_2 \cos \theta_2 + m_1 \cos \theta_2 \geq 0 \quad (8)$$

由于  $\mu m_2 + m_1 = m_2 \left( \mu + \frac{m_1}{m_2} \right) = m_2 \left( \frac{1}{2} + 2 \right) > 0$ , 可得  $\cos \theta_2 \geq 0$ , 即  $\theta_2$  由  $0^\circ$  到  $90^\circ$ , 均满足系统不向左滑落的条件. 系统将要向左滑落的位置为  $\theta_2 = 90^\circ$ .

情况 3:  $\mu > \frac{m_2}{m_1}$ , 即  $\mu > \frac{1}{2}$ , 这时  $m_2 - \mu m_1 < 0$ , ④ 式成为

$$\text{tg } \theta_2 \geq \frac{\mu + \frac{m_1}{m_2}}{1 - \mu \frac{m_1}{m_2}} \quad (9)$$

上式右方为一负数, 说明  $\theta_2$  取  $0^\circ$  到  $90^\circ$  之间的任意值, 系统均不会向左滑落. 在这种情况下, 必须进一步转动圆柱体, 使  $m_1$  移到左方,  $m_2$  离开圆柱而自由悬垂 (如图 3'-16). 这时系统不向左滑落的条件已不再是 ④ 式, 需要重新讨论.

用  $\theta$  表示系统的位置, 则不向左滑落的条件为

$$m_1 g \sin \theta + m_2 g \leq \mu m_1 g \cos \theta$$

即

$$\sin \theta - \mu \cos \theta \leq -\frac{m_2}{m_1} \quad (10)$$

系统开始向左下滑的位置  $\theta_{\text{左}}$  应满足

$$\sin \theta_{\text{左}} - \mu \cos \theta_{\text{左}} = -\frac{m_2}{m_1} \quad (11)$$

解此方程求  $\theta_{\text{左}}$ , 为此将 ⑪ 式改写为

$$\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \sin \theta_{\text{左}} - \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \cos \theta_{\text{左}} = -\frac{m_2}{m_1 \sqrt{1+\mu^2}}$$

取  $\mu = \text{tg } \varphi$ , 则

$$\cos \varphi \sin \theta_{\text{左}} - \sin \varphi \cos \theta_{\text{左}} = -\frac{m_2}{m_1 \sqrt{1+\mu^2}}$$

因而

$$\sin (\theta - \varphi) = -\frac{m_2}{m_1 \sqrt{1+\mu^2}} = -\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$$

得到

$$\theta = \text{arctg } \mu - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}} \quad (12)$$

由于  $\sqrt{1+\mu^2} > 1$ , ⑫ 式肯定有解.

(3) 答案: 设系统向左滑落前圆柱所转的角度为  $\Delta\theta$ , 显然,  $\Delta\theta$  与  $\mu$  有关. 最后答案与解法

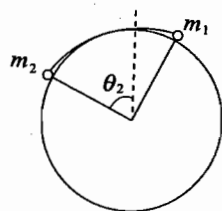


图 3'-15

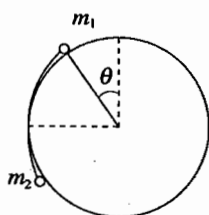


图 3'-16

一的结果完全相同。

本题给出两种解法，一种具体一些，一种比较概括一些。这是一个带有摩擦力的系统的平衡在什么情况下开始破坏的问题，考查学生在较复杂情况下应用摩擦定律解决问题的能力。

六、1. 首先讨论粘合透镜的上半个透镜的成像。在图 3'-17 中  $OO$  是粘合透镜的中心轴线，在  $OO$  上方用实线画出了上半个透镜，在  $OO$  下方未画下半个透镜，而是补足了未切割前整个透镜的其余部分，用虚线表示。整个透镜的光轴为  $O'O'$ 。

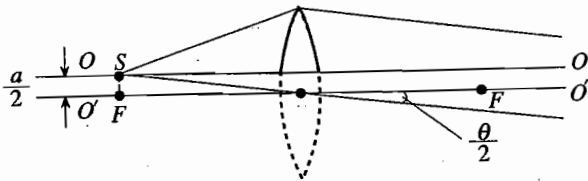


图 3'-17

半个透镜的成像规律应与完整的透镜相同。现在，物点（即光源） $S$  在粘合透镜的中心轴线上，即在图中透镜的光轴上方  $a/2$  处，离透镜光心的水平距离正好是透镜的焦距。根据几何光学，光源  $S$  发出的光线，经透镜折射后成为一束平行光束，其传播方向稍偏向下方，与光轴  $O'O'$ （对  $OO$  也是一样）成角为  $\frac{\theta}{2} = \frac{a}{2f}$ 。当透镜完整时光束的宽度为：透镜直径  $\times \cos \frac{\theta}{2} \approx$  透镜直径，对于上半个透镜，光束宽度为  $\frac{1}{2}D$ 。

同理， $S$  所发的光，经下半个透镜折射后，形成稍偏向上方的平行光束，与  $O'O'$  轴成  $\frac{\theta}{2}$  角，宽度也是  $\frac{D}{2}$ 。

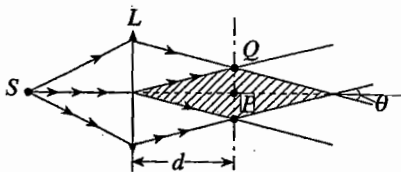


图 3'-18

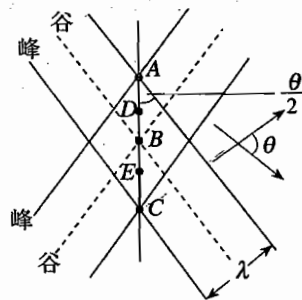


图 3'-19

于是，在透镜右侧，成为夹角为  $\theta$  的两束平行光束的干涉问题（见图 3'-18），图中两平行光束的重叠区（用阴影表示）即为干涉区。为作图清楚起见，图 3'-17，特别是图 3'-18 中的  $\theta$  角，均远较实际角度为大。

图 3'-19 表示的是两束平行光的干涉情况，其中  $\theta$  是和图 3'-18 中的  $\theta$  相对应的。图 3'-19



中实线和虚线分别表示某一时刻的波峰平面和波谷平面. 在垂直于中心轴线的屏幕上, A、B、C 表示相长干涉的亮纹位置, D、E 表示相消干涉的暗纹位置, 相邻波峰平面之间的垂直距离是波长  $\lambda$ , 故干涉条纹间距  $\Delta x$  满足

$$2\Delta x \sin(\theta/2) = \lambda$$

在  $\theta$  很小的情况下, 上式成为  $\Delta x \theta = \lambda$ . 所以透镜切去的宽度

$$a = f\theta = f\lambda/\Delta x = \frac{(0.2 \text{ m}) \times (0.5 \times 10^{-6} \text{ m})}{0.2 \times 10^{-3} \text{ m}} = 0.5 \text{ mm}$$

$$\theta = \frac{a}{f} = \frac{0.5}{200}$$

果然是一很小的角度.

2. 由以上的求解过程可知, 干涉条纹间距  $\Delta x$  与屏幕离透镜  $L$  的距离无关, 这正是两束平行光干涉的特点. 但屏幕必须位于两束光的相干叠加区才行. 图 3'-18 中以阴影菱形部分表示这一相干叠加区. 因为由 (1) 中已知条纹是等距的, 显然当屏幕位于  $PQ$  处可获得最多的干涉条纹, 而  $PQ$  平面到透镜  $L$  的距离

$$d = (D/2)/\theta = (10^{-2} \text{ m})/(0.5/200) = 4 \text{ m}$$

本题涉及几何光学和光的干涉两部分内容, 而粘合透镜又是中学生所没有学过的. 参赛者需要自己从头分析这种粘合透镜的作用.

## 实 验

一、本题实验原理不难, 重点在于考查学生基本实验技能. 其中有六种基本测量(质量、时间、温度、体积、电流、电压)和天平调整、稳压电源调整两种基本实验技巧.

1. 物理天平称衡物体质量——调整天平水平、平衡(游码应放左端); 称衡内筒应先将水擦干, 止动后用镊子加砝码(镊子拨游码), 读数应不粗于  $0.1 \text{ g}$ ; 内筒盛水后, 应先擦净筒外, 再称衡冷水质量.

2. 调整稳压电源至加热电流  $0.800 \text{ A}$ , 测定电压( $11.00 \text{ V} \sim 13.00 \text{ V}$ )均应读到  $0.5$  级电表的刻度内再估读一位数.

3.  $0^\circ\text{C} \sim 50.00^\circ\text{C}$  的温度计刻度为  $0.2^\circ\text{C}$ , 读数不得粗于  $0.1^\circ\text{C}$ . 由于是稳定功率加热, 稳定后的升温线随时间成线性增加, 因而初温和末温均应在通电加热搅拌稳定的状态下测量, 以保证水温滞后于电热管的时间近似相等, 从而保证测得升温的准确度.

4. 选择末温  $\theta_2$  应使  $\frac{\theta_2 + \theta_1}{2} \approx \theta_0$  (室温), 以尽量减少系统与外界净交换的热量.

5. 用秒表计时——电子秒表数显至  $0.01 \text{ s}$ , 就应读到和记到  $0.01 \text{ s}$ ; 机械秒表为  $0.2 \text{ s}$ , 读数不得粗于  $0.2 \text{ s}$ .

6. 用小量筒测量温度计浸入水中的体积时, 首先要确定浸入部分的界线. 小量筒应直立桌上, 人眼在水平方向读数. 量筒刻度为  $0.5 \text{ cm}^3$ , 可估读至  $0.1 \text{ cm}^3$ .

## 7. 热功当量

$$J = \frac{W}{Q} = \frac{IU t}{(cm + c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3 + 0.46 V) \cdot (\theta_2 - \theta_1)} \text{ J/cal}$$

应正确无误,单位及数据有效位数亦应达基本要求.

二、本实验的基本原理一般均了解,重点在于考查学生在物理思想上对电桥实验方法是否真正掌握,能否自己想办法提高电桥的测量准确度.

首先,要求学生按回路有序连线,会使用检流计(及阻尼开关、保护电阻),会从高位至低位调节电阻箱,且能较好地调到平衡状态.

第二,要求学生能寻找最灵敏的比例臂,记录数据要与测试分辨的有效位相符.

第三,在实验方法上本题给定了一个  $100 \Omega (\pm 5 \Omega)$  的可选比臂电阻(已指出它是稳定的),考生要是在  $100:100$  臂比下交换桥臂,灵敏度和准确度都是最高的(要求加注说明,或有公式推证);如果在  $\frac{100.0}{1000}$  臂比下交换桥臂,则灵敏度和分辨限(因而有效位)都降低.

□ 试(略)

# 第四届竞赛试题解答与剖析

## 预赛(第一试)

- 一、1.  $9.47 \times 10^{15} \text{ m}$ .  
 2.  $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ .  
 3.  $1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$ .  
 4.  $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .

二、C.

从地球外面的惯性参照系来看,物体沿切线方向向东匀速直线飞去(图 4'-1).  $A$  为开始飞出点,  $B, C, D \dots$  为经过 2 h, 4 h, 6 h... 后的  $A$  点位置.  $b, c, d \dots$  为经过 2 h, 4 h, 6 h... 后物体在空间的位置.  $Bb, Cc, Dd \dots$  为地面观察者观看物体的视线.

在地面上  $A$  点的观察者来看, 这些视线相对于他的方向和距离如图 4'-2 所示. 将  $A, b, c, d \dots$  用光滑的曲线连接起来就是从地球上观察到的物体的运动轨迹  $Abcd \dots$  即 2 h 后物体到  $b$  点处, 4 h 后物体到  $c$  点处, 6 h 后物体到  $d$  点处... 所以从地球上观察, 小物体相对于  $A$  点处的地面来说从原地向上升起并渐偏向西方飞去.

三、白矮星; 中子星(脉冲星); 黑洞.

- 四、1. 增大.  
 2. 减小.  
 3. 不变.  
 4. 不变.

五、铜; 氧; 90; 24.

六、 $4R$ .

如图 4'-3(a) 所示, 半圆形薄电阻合金片可看成是由两块相同的  $1/4$  圆形电阻片并联而成的, 故每块的电阻为  $2R$ . 当按图 4'-3(b) 的方式连接时, 相当于两块相同的四分之一圆形电阻片串联, 所以总电阻为  $4R$ .

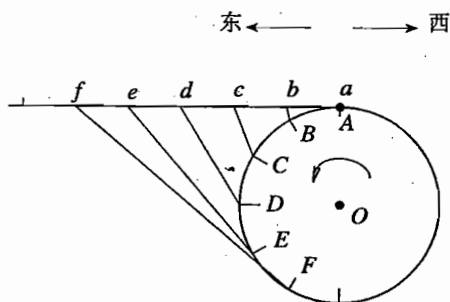


图 4'-1

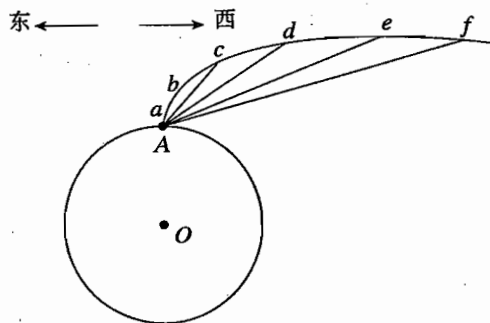


图 4'-2

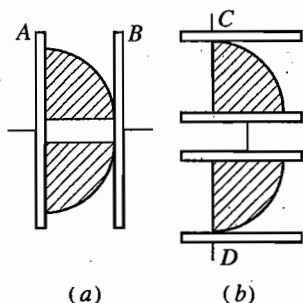


图 4'-3

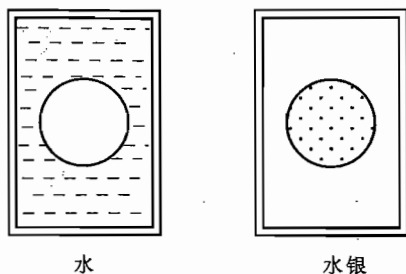


图 4'-4

七、如图 4'-4 所示。

球形的位置,画在容器内任何地方均可。

八、 $\frac{R_1}{r_1} = \frac{R_2}{r_2} = \frac{R_3}{r_3} = \dots = \frac{R_{100}}{r_{100}}; 0.$

九、变大. 证明如下:

设液高为  $H$ , 大气压强为  $p_0$ , 液体对底面的压强为  $p$ ,

则  $p = p_0 + \rho g H$

设变化后上下层液高分别为  $H_1$  和  $H_2$  (图 4'-5), 对底面的压强为  $p'$ , 则

$$p' = p_0 + \rho_1 g H_1 + \rho_2 g H_2$$

由①、②两式可知

$$p' - p = \rho_1 g H_1 + \rho_2 g H_2 - \rho g H$$

因为总体积不变, 所以有

$$H\bar{S} = H_1\bar{S}_1 + H_2\bar{S}_2 \tag{4}$$

式中  $\bar{S}, \bar{S}_1$  和  $\bar{S}_2$  分别表示混合液体变化后的上层液体和下层液体的平均截面积. 又因为总质量不变, 所以有

$$\rho H\bar{S} = \rho_1 H_1\bar{S}_1 + \rho_2 H_2\bar{S}_2 \tag{5}$$

由④、⑤两式可得

$$(\rho_2 - \rho)H_2\bar{S}_2 = (\rho - \rho_1)H_1\bar{S}_1 \tag{6}$$

因为  $\rho_2 > \rho_1$ , 由图中几何关系可知

$$\bar{S}_1 > \bar{S}_2$$

所以由⑥式可知

$$(\rho_2 - \rho)H_2 > (\rho - \rho_1)H_1$$

即

$$\rho_1 H_1 + \rho_2 H_2 > \rho(H_1 + H_2) = \rho H \tag{7}$$

由⑦和③式可得

$$p' > p$$

此题容易将杯底面所受压强与杯内液体的总质量相混淆而得出  $p' = p$  的错误结论。

十、氦埋入时和取出时都是气体状态. 设  $n_0$  为埋入时氦的摩尔数, 则埋入时氦的气态方程是

$$p_0V = n_0RT$$

已知衰变成的铷是  $0.75 \times 10^{-3} \text{ mol}$ , 所以取出时剩下的氦的气态方程是

$$0.25P_0V = (n_0 - 0.75 \times 10^{-3})RT$$

上式中  $p_0$  是一个大气压,  $V$  是容器的容积,  $T$  是气体的绝对温度,  $R$  是气体常量. 由以上两式可求出  $n_0$  的值

$$n_0 = 1.00 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

因为氦的原子量是 85, 所以埋入时氦的质量为

$$m = 8.5 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

取出后容器中氦气只剩下

$$n = n_0 - 0.75 \times 10^{-3} \text{ mol} = 0.25 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

设氦的半衰期为  $\tau$ , 则根据半衰期的定义可得

$$\frac{n}{n_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{22}{\tau}}$$

代入  $n$  与  $n_0$  的值可得

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{22}{\tau}}$$

所以  $\tau = 11$  年.

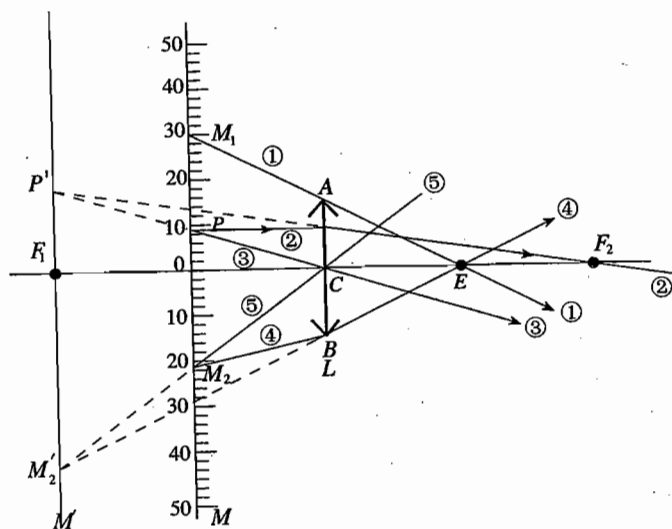


图 4'-6

十一、光路如图 4'-6 所示.

作图步骤:

1. 通过  $E$  与  $L$  的边缘点  $A$  作光线 ①, 并使之与  $M$  相交于  $M_1$  点. 光线 ① 是从镜外观察

标尺时能见到的边缘光线. 由图可知, 位于  $M_1$  (其刻度值为 30) 外面的刻度均可见到, 而小于  $M_1$  的刻度从镜外不能看到.

2. 为了求得通过透镜所看到的范围, 可先求出  $M$  的像. 为此可利用  $M$  上一点  $P$  所发的光线 ②、③ 求出其像  $P'$  的位置, 如图 4'-6 所示.

3. 通过  $P$  作与主轴垂直的直线, 此即  $M$  的像  $M'$ .

4. 联结  $E$  与  $L$  的边缘点  $B$ , 作出射光线 ④ (为了画图时不与 ① 重叠, 故不再用  $A$  点而改用  $B$  点, 因为上下是对称的, 结果一样), 并使之沿反向延长, 与  $M'$  交于  $M_2'$ .  $M_2'$  就是从  $E$  处通过  $L$  能观察到的像的边缘点.

5. 通过  $M_2'$  和  $L$  的光心  $C$  作光线 ⑤, 它与  $M$  交于  $M_2$ ,  $M_2'$  即为  $M_2$  的像. 联结  $M_2B$ , 这就是与出射光线 ④ 相应的入射光线. 由图可知  $M_2$  的值为 22.5.

6. 由上可知: 通过  $L$  可见到  $0 \sim 22.5$  之间的刻度; 由镜外可见到数值  $\geq 30$  的刻度; 看不到的是刻度值在 22.5 和 30 之间的刻度.

如果有的学生利用焦平面的概念作图, 也是正确的 (见图 4'-7), 具体作图步骤如下:

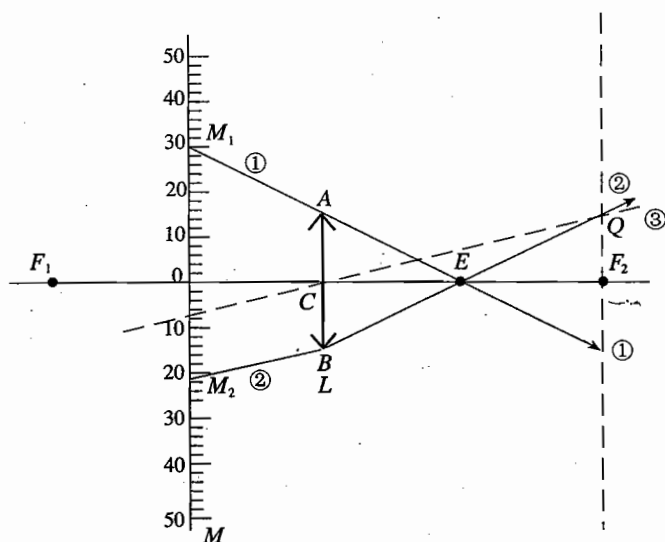


图 4'-7

1. 通过  $E$  与  $L$  的边缘点  $A$  作光线 ①, 并使之与  $M$  相交于  $M_1$  点. 光线 ① 是从镜外观察标尺时能见到的边缘光线. 由图可知, 位于  $M_1$  (其刻度值为 30) 外面的刻度均可看到, 而小于  $M_1$  的刻度从镜外不能见到.

2. 联结  $E$  与  $L$  的边缘点  $B$ , 作出射光线 ②, 作为从  $E$  处通过  $L$  观察时所能接收到的出射光线的边缘光线, 然后采用下面的作图法求出与之相应的入射光线, 从而求出相应的刻度.

3. 通过  $F_2$  作与主轴垂直的焦平面. 光线 ② 与焦平面交于  $Q$  点. 作联结  $L$  的光心  $C$  与  $Q$  的辅助线 ③.

4. 通过  $B$  作平行于  $CQ$  的光线, 与  $M$  交于  $M_2$  点,  $M_2B$  就是与出射光线 ② 相应的入射光线.  $M_2$  即为通过  $L$  能见到的边缘刻度. 由图可知  $M_2$  的刻度值为 22.5.

结论见前一解法.

本题是几何光学中作图法的问题. 在一般这类问题中只是求像的位置和大小, 而很少考虑透镜大小的影响. 而本题正是要分析透镜大小的影响. 本题套用学生在课堂中学过的方法是做不出来的, 需要根据几何光学的原则, 自己从头分析.

十二、1. 分别求出开始出现滑动和出现翻倒时的  $\theta_0$ .

(1) 出现滑动

设重力  $G = mg$  沿斜面与垂直于斜面的两个分力为  $G_x$  与  $G_y$ , 斜面对物体的支承力为  $N$ , 摩擦力为  $f$ . 如  $\theta = \theta_0$  时物体开始滑动(图 4'-8), 必有

$$G_x = f = \mu N, G_y = N$$

用  $G_x = mg \sin \theta_0, G_y = mg \cos \theta_0$  代入, 得

$$mg \sin \theta_0 = \mu mg \cos \theta_0$$

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \mu$$

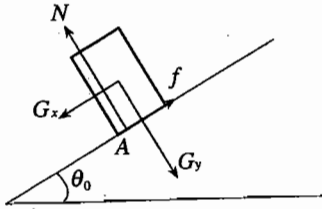


图 4'-8

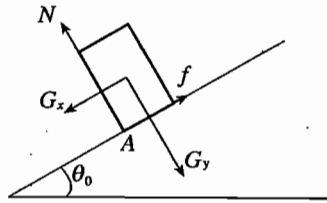


图 4'-9

(2) 出现翻倒

如  $\theta = \theta_0$  时物体将要翻倒, 则物体必是绕通过下角处的  $A$  轴翻转(图 4'-9). 这时支承力  $N$  与摩擦力  $f$  都通过  $A$  轴, 不产生对  $A$  轴的力矩. 翻倒的临界条件是

$$\frac{b}{2} G_x = \frac{a}{2} G_y$$

可得

$$bmg \sin \theta_0 = amg \cos \theta_0$$

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{a}{b}$$

2. 因此, 得出结论:

如  $\mu < \frac{a}{b}$ , 则当  $\theta$  增大至  $\theta = \operatorname{arctg} \mu$  时物块开始滑动.

如  $\mu > \frac{a}{b}$ , 则当  $\theta$  增大至  $\theta = \operatorname{arctg} \frac{a}{b}$  时物块开始翻倒.

如  $\mu = \frac{a}{b}$  的情况, 不要求讨论.

十三、从  $S$  发出的正离子凡是方向偏左的, 都打不到圆屏上. 所以只考虑方向偏右的. 令

$\theta$  表示发射方向与轴线间的夹角, 则离子沿轴线方向的分速度为  $v_0 \cos \theta$ , 垂直于轴线方向的分速度为  $v_0 \sin \theta$ . 在洛仑兹力作用下, 每个离子都做等距螺旋运动. 根据洛仑兹力和牛顿定律, 可求得圆周运动的半径  $r$  与发射角  $\theta$  的关系如下. 因为

$$qBv_0 \sin \theta = m \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{r} \quad (1)$$

所以 
$$r = \frac{mv_0 \sin \theta}{qB} \quad (2)$$

因为所有的螺旋线都是与轴线  $O'O$  相切的, 所以, 无论  $SO$  的距离等于多大, 最终总能打在圆屏面上的只能是满足下列关系的那些离子:

$$r \leq \frac{R}{2} \quad (3)$$

(其他的离子虽也能打在屏面上, 但不是在  $SO$  取任何值时都能打上.) 由 (2)、(3) 两式可得到这些离子的发射角  $\theta$  所须满足的关系式:

$$\sin \theta \leq \frac{RBq}{2mv_0}$$

令  $\sin \theta_m = \frac{RBq}{2mv_0}$ , 由图 4'-10 可知, 这些离子就是发射方向是在以  $S$  为顶点, 以  $O'O$  为轴线, 以  $2\theta_m$  为顶角的圆锥范围内的那些离子. 当发射总数很大时, 这些离子的数目与总发射数之比, 应当等于图中被圆锥截得的球冠面积  $A_1$  除以整个球面面积  $A$ . 取球的半径为单位长度, 令  $K$  表示所求的比值, 则因为

$$A_1 = 2\pi(1 - \cos \theta_m)$$

$$A = 4\pi$$

所以

$$K = \frac{A_1}{A} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta_m)$$

将  $\theta_m$  值代入上式, 可得

$$K = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{R^2 B^2 q^2}{4m^2 v_0^2}} \right)$$

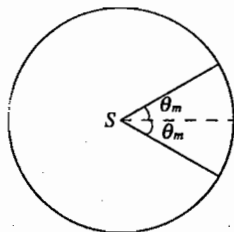


图 4'-10

十四、1. 若  $\rho \geq \rho_*$ , 管将下沉到池底, 因此只有  $\rho < \rho_*$  时, 才可能符合题给的情况. 管下沉时, 其重力势能减小. 同时, 在管全部沉没以前, 管所排开的水可认为静止地移到池面, 这部分水的重力势能增加. 管下沉的开始阶段, 其动能增加, 以后动能减小, 在下沉停止时动能又为零.

按题意, 若  $\rho = \rho_0$ , 则当管下沉到其下端的深度为  $L$  (管刚好全部没入水中) 时即停止下沉. 令管的截面积为  $S$ , 则管的重力势能减小

$$\Delta E_{管} = \rho_0 S L g \cdot L$$

这时管所排开的水的势能增加等于所排开水柱的质量乘以其重心上升的高度, 所以管所排开的水的重力势能增加



$$\Delta E_{\text{水}} = \rho_{\text{水}} S L g \cdot \frac{1}{2} L$$

不计水的阻力时,可以认为下沉过程中管与水的总机械能守恒. 因始末动能均为零,应有

$$\Delta E_{\text{管}} = \Delta E_{\text{水}}$$

即

$$\rho_0 S L^2 g = \frac{1}{2} \rho_{\text{水}} S L^2 g$$

所以

$$\rho_0 = \frac{1}{2} \rho_{\text{水}}$$

2. 考虑管下沉的运动. 当管下端的深度为  $x (x \leq L)$  时, 管受重力  $\rho S L g$ , 浮力  $\rho_{\text{水}} S x g$ , 管所受向下的力(不计表面张力作用)

$$F = S g (\rho L - \rho_{\text{水}} x) \quad (1)$$

若  $x = x_0$  时管所受力为零, 则由上式可得

$$x_0 = \frac{\rho}{\rho_{\text{水}}} L \quad (2)$$

管入水后的向下加速度可求得为

$$a = \frac{F}{\rho S L} = g \left( 1 - \frac{\rho_{\text{水}}}{\rho} \frac{x}{L} \right) = -\frac{g}{x_0} (x - x_0) \quad (3)$$

由  $\rho = \rho_0 = \frac{1}{2} \rho_{\text{水}}$ , 代入式 (2) 得

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{1}{2} L \\ a &= -\frac{2g}{L} \left( x - \frac{L}{2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

可见管下端入水后应做竖直方向上的简谐振动, 管的平衡位置在  $x = x_0 = \frac{L}{2}$  处. 振动过程中  $x$  在  $x = 0$  与  $x = L$  之间变动, 故振幅为  $\frac{L}{2}$ .

由 (4) 式可求出简谐振动的周期

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{2g}}$$

管下端由  $x = 0$  到  $x = L$  (全部没入水中) 所需的时间  $t$  为半个周期,

$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{L}{2g}}$$

3. 这时  $\rho > \frac{1}{2} \rho_{\text{水}}$ , 管在全部没入水中后还将继续下沉. 但管全部入水后的下沉过程中, 浮力不再改变, 其运动的加速度与全部没入水中前不同, 应把管的下沉过程分为两个阶段考虑.

(1) 管从开始下沉到刚好全部沉入水中 ( $x \leq L$ )

这一阶段中, 在  $\rho = \rho_{\text{水}}$  的情形下, 第2问解法中的 (1)、(2)、(3) 各式均适用. 因此这一阶段

中管按简谐振动规律运动,其平衡位置在

$$x = x_0 = \frac{\rho}{\rho_{\ast}}L = \frac{2}{3}L$$

简谐振动的周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

由静止开始时,管离平衡位置的距离为  $x_0 = \frac{2}{3}L$ ,故简谐振动的振幅为

$$A = x_0 = \frac{2}{3}L$$

利用参考圆可以求出这一阶段的下沉运动所需的时间.当管刚好全部没入水中时  $x = L$ ,已越过平衡位置.在参考圆图中,设质点沿半径为  $A = \frac{2}{3}L$  的圆周以角速度  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  运动,质点在  $x$  轴上的投影即代表管下端的运动.由图 4'-11 可得,在管下端由  $x = 0$  下沉到  $x = L$  时,质点运动所转过的角度为  $\frac{2\pi}{3}$ ,所以管下沉的第一阶段所需的时间

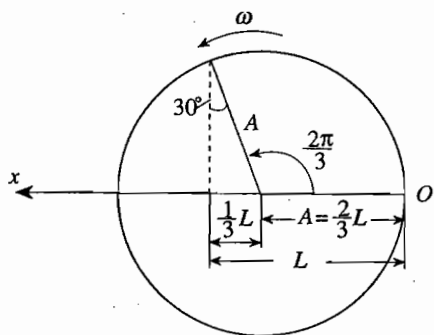


图 4'-11

$$t_1 = \frac{2\pi/3}{2\pi}T = \frac{T}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

当  $x = L$  时,管仍在向下运动,其速度  $v$  可根据能量考虑求出.采用第 1 问中的解法,但因为这时管有动能,故须写

$$\rho SL^2 g - \frac{1}{2}\rho_{\ast} S g L^2 = \frac{1}{2}\rho S L v^2$$

得出

$$v^2 = \left(2 - \frac{\rho_{\ast}}{\rho}\right)gL$$

所以

$$v = \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

(2) 管继续下沉到最低位置

运动的这一阶段中,浮力等于  $\rho_{\ast}SLg$  不变,向下加速度为负值常量

$$a = \frac{(\rho - \rho_{\ast})SLg}{\rho SL} = -\frac{g}{2}$$

管向下以初速  $v$  做匀减速运动,它下沉到最低位置所需的时间  $t_2$  可由

$$v = -at_2 = \frac{1}{2}gt_2$$

求得

$$t_2 = \frac{2v}{g} = \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

(3)因此,管下沉到最低位置共需时间

$$t = t_1 + t_2 = \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^{3/2} \pi + \sqrt{2} \right] \sqrt{\frac{L}{g}}$$

此题较难,是一道浮力、简谐运动和匀减速运动的综合题. 解题的关键是要看出并证明细管在完全没入水中之前是在做简谐运动. 第(2)问较第(1)问更难些,需要清楚地掌握简谐运动的参考圆的概念;第(3)问应知道在细管全部没入水中后,运动情况改变,应当分两段计算. 能够全面完成本题的学生不多.

十五、1. 条形发光体的两个像,一个是光线在平面部分反射后形成的,一个是光线经平面折射进入玻璃,在凹面镜上反射后,又经平面折射穿出玻璃后形成的.

2. 求半球外任一个在轴上的光点  $A$  的上述两个像. 平面反射像在  $A'$  处,  $OA' = OA = a$ . (见图 4'-12.) 凹面镜反射像  $D$  的求法如下:

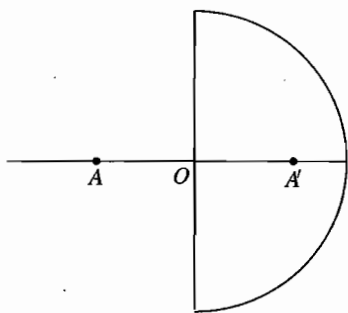


图 4'-12

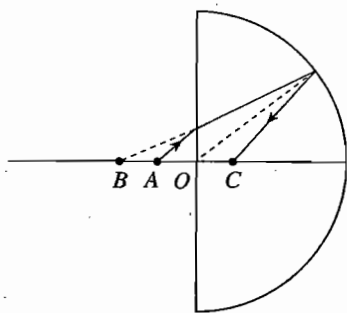


图 4'-13

(1)  $A$  点发出的光经平面折射后进入玻璃,射向凹面镜,对凹面镜来说,相当于光线从  $B$  点射来(见图 4'-13),令  $OB = b$ . 则

$$b = na \quad (1)$$

(2) 用凹面镜公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$  ( $f$  为焦距) 求凹面镜成的像  $C$  的位置. 令  $OC = c$ , 则  $u = b + R$ ,  $v = R - c$ ,代入上式

$$\frac{1}{b + R} + \frac{1}{R - c} = \frac{2}{R}$$

解得

$$c = \frac{bR}{2b + R} = \frac{naR}{2na + R} \quad (2)$$

由此式可看出  $C$  点在半球内.

(3) 由  $C$  点发出的光线,经折射穿出玻璃外时,由外面观察其像点在  $D$  处(见图 4'-14), 令  $OD = d$ , 则

$$d = \frac{1}{n}c = \frac{aR}{2nd + R} \quad (3)$$

$D$ 点就是人眼所看到的光点  $A$  的像的位置. 由③式可知,  $a$  越大,  $d$  也越大, 且  $d < a$ .

3. 现在, 条形发光体  $A_1A_2$  经平面反射所成的像为  $A'_1A'_2$ , 设经凹面镜反射所成的像为  $D_1D_2$ . 根据③式中  $a$  与  $d$  间关系, 可知  $D_2$  离球心  $O$  比  $D_1$  和  $A'_2$  都近, 所以当两像恰好头尾相接时, 其位置应如图 4'-15 所示, 即  $D_1$  与  $A'_2$  重合.

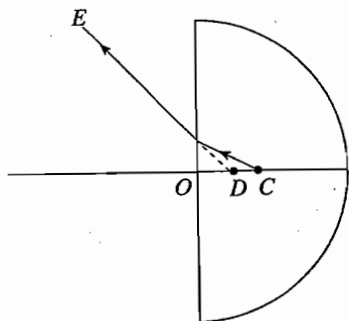


图 4'-14

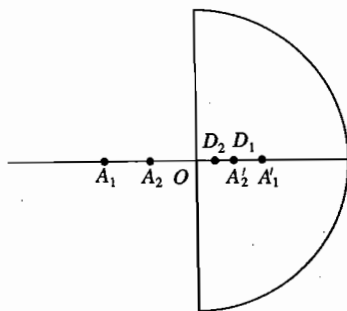


图 4'-15

即

$$OD_1 = OA'_2$$

$$\frac{a_1 R}{2na_1 + R} = a_2$$

式中  $a_1$  为  $A_1$  距球心  $O$  的距离. 由此得

$$n = \frac{a_1 - a_2}{2a_1a_2} R = \frac{l}{2a_1a_2} R$$

代入已知数据:  $R = 0.128 \text{ m}$ ,  $l = 0.020 \text{ m}$ ,  $a_2 = 0.020 \text{ m}$ ,  $a_1 = a_2 + l = 0.040 \text{ m}$

得

$$n = \frac{0.020}{2 \times 0.020 \times 0.040} \times 0.128 = 1.60$$

本题是球面镜成像和平面折射的综合题, 每一束入射光线都要经过平面折射, 球面反射和第二次平面折射才能出来, 因此分析像的位置比较复杂. 此外, 题目并不是给定折射率求像的位置, 而是给出两个不同像的关系去求折射率. 所以做此题要经过较多的分析和思考才能完成.

## 决 赛

### 笔 试

一、如图 4'-16 所示, 棒滑动时切割磁感线而产生感应电动势  $E$ , 其值与  $\theta$  角无关, 为

$$E = lvB$$

以  $r$  表示两导轨间那段棒的电阻, 则回路中的电流为

$$I = \frac{E}{R + r}$$

1. 电阻  $R$  上消耗的功率为

$$P_R = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}$$

由于  $E$  和  $R$  均与  $\theta$  无关, 所以  $r$  的值最小时  $P_r$  达最大值. 当棒与导轨垂直时两轨道间的棒长最短,  $r$  的值最小. 所以  $P_r$  最大时的  $\theta$  值为

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

2. 棒上消耗的电功率为

$$P_r = I^2 r = E^2 \frac{r}{(R + r)^2}$$

要求  $P_r$  最大, 即要求  $\frac{r}{(R + r)^2}$  取最大值. 由于

$$\frac{r}{(R + r)^2} = \frac{1}{4R} \left[ 1 + \left( \frac{r - R}{r + R} \right)^2 \right]$$

显见,  $r = R$  时,  $\frac{r}{(R + r)^2}$  有极大值. 因每米杆长的电阻值为  $R$ ,  $r = R$  即要求两导轨间的棒长为 1 m. 所以有以下两种情况:

(1) 如果  $l \leq 1$  m, 则当  $\theta$  满足下式时  $r = R$ :

$$1 \times \sin \theta = l$$

所以

$$\theta = \arcsin l$$

(2) 如果  $l > 1$  m, 则两导轨间那段棒的长度总是大于 1 m, 即总是  $r > R$ . 由于

$$\left( \frac{r - R}{r + R} \right)^2 = \left( 1 - \frac{2R}{R + r} \right)^2$$

在  $r > R$  的条件下, 上式随  $r$  的减小而单调地减小,  $r$  取最小值时 ( $\theta = \pi/2$  时),  $\left( \frac{r - R}{r + R} \right)^2$  取最小值,  $r/(R + r)^2$  取最大值. 所以  $P_r$  取最大值时的  $\theta$  值为

$$\theta = \pi/2$$

二、1. 根据动量守恒定律可知, 原子的反冲动量的大小等于光子动量的大小, 即  $p = \frac{E}{c}$ , 所以反冲能为

$$\frac{p^2}{2M} = \frac{E^2}{2Mc^2}$$

因此原子的反冲动能与光子能量的比值为

$$\frac{p^2/(2M)}{E} = \frac{E}{2Mc^2}$$

2. 光子的能量已知为  $E \approx 3RT/N_0$ , 用  $m_p$  表示原子的质量,  $c$  表示光速, 则原子的能量为  $m_p c^2$ . 因为一对光子转变成一个质子和一个反质子, 根据能量守恒可知

$$3RT/N_0 = m_p c^2$$

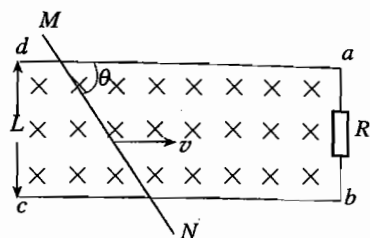


图 4'-16

$$T = \frac{N_0 m_p c^2}{3R} \approx 3.7 \times 10^{12} \text{ K}$$

这也是一道有关现代物理的常识性题目,学生在课堂学习之外若能阅读一些介绍物理学的近代发展的书籍或文章,有助于回答此类问题.

3. 标准状况下,1 mol 气体体积  $V = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . 每个分子平均占有体积为  $\frac{V}{N_0}$ , 所以邻近分子间平均距离为

$$l = \left( \frac{V}{N_0} \right)^{1/3}$$

用  $d$  表气体分子的直径,则分子间的平均距离与分子直径之比为

$$\frac{l}{d} = \frac{\left( \frac{V}{N_0} \right)^{1/3}}{d} \approx 17$$

三、如图 4'-17 所示,以  $v$  表示行星的速度,当行星经过近日点  $A$  和远日点  $B$  时, $v$  和  $r$  垂直,面积速度分别为

$$S_A = \frac{1}{2} r_A v_A = \frac{1}{2} (a - c) v_A \quad (1)$$

$$S_B = \frac{1}{2} r_B v_B = \frac{1}{2} (a + c) v_B$$

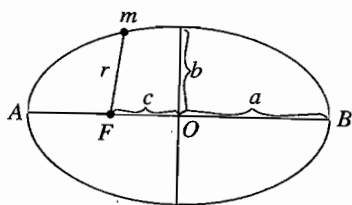


图 4'-17

根据开普勒第二定律,应有  $S_A = S_B$ , 因此得

$$v_B = v_A \frac{a - c}{a + c} \quad (2)$$

行星运动的总机械能  $E$  等于动能加势能. 经过近日点和远日点时,

$$E_A = \frac{1}{2} m v_A^2 - G \frac{mM}{r_A} = \frac{1}{2} m v_A^2 - G \frac{mM}{a - c} \quad (3)$$

$$E_B = \frac{1}{2} m v_B^2 - G \frac{mM}{r_B} = \frac{1}{2} m v_B^2 - G \frac{mM}{a + c}$$

根据机械能守恒  $E_A = E_B$ , 因此得

$$\frac{1}{2} m (v_A^2 - v_B^2) = GmM \left( \frac{1}{a - c} - \frac{1}{a + c} \right) \quad (4)$$

由式②,④可解出

$$v_A^2 = \frac{GM}{a} \cdot \frac{a + c}{a - c}, \quad v_B^2 = \frac{GM}{a} \cdot \frac{a - c}{a + c} \quad (5)$$

代入③式,即得机械能为

$$E_A = E_B = E = -G \frac{mM}{2a} \quad (6)$$

由⑤式和①式可得面积速度为

$$S_A = S_B = S = \frac{b}{2} \sqrt{GM/a}. \quad (7)$$

椭圆的面积为  $\pi ab$ , 因此周期为

$$T = \frac{\pi ab}{S} = \frac{2\pi a \sqrt{a}}{\sqrt{GM}} \quad (8)$$

将⑧式两边平方, 即得开普勒第三定律:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

四、本电路相当于在正四面体的六条棱上各有一个电阻. 假设六个电阻的阻值都相同, 则从对称性可知  $A, B, C, D$  任何两点间的电阻值必然相同. 这时若测量  $BC$  间电阻值, 由对称性可知  $A, D$  两点的电势必相等, 所以  $AD$  间必无电流, 因此, 相当于三个电阻  $BAC, BDC, BC$  并联. 设测得总电阻为  $r$ , 则

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R}$$

即

$$r = \frac{R}{2}$$

已知  $R = 2 \Omega$ , 所以

$$r = 1 \Omega$$

根据题意知六个电阻中有一个的阻值与众不同. 这时, 三次测量可以在任意三个节点 (例如  $A, B, C$ ) 间分别进行. 测得的电阻值记为  $r_{AB}, r_{BC}, r_{CA}$ .

如果这三个节点之间某一个电阻 (即图 4'-18 中三个外围电阻中的一个, 例如  $A, B$  之间那一个) 为与众不同者, 则由对称性可知, 此时必有  $r_{CA} = r_{BC} \neq r_{AB}$ , 而且  $r_{AB} \neq 1 \Omega$ .

如果与众不同的电阻是在此三节点之一 (例如  $A$ ) 与  $D$  之间的那个电阻, 则由对称性可知, 此时必有  $r_{AC} = r_{AB} \neq r_{BC}$ , 而且当测量在  $BC$  间进行时, 由于对称,  $AD$  间无电流,  $AD$  间的电阻值不影响测量结果, 这时必有  $r_{BC} = 1 \Omega$  (即与六个电阻都是  $2 \Omega$  时的结果一样).

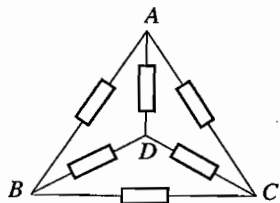


图 4'-18

总之, 测出的三个值, 一定有两个相同, 一个不同. 如果后者不等于  $1 \Omega$ , 则与众不同的电阻必为与测出不同值时两节点直接相联的那个电阻. 如果后者等于  $1 \Omega$ , 则与众不同的电阻必为与测出不同值时两节点正对着的两节点之间的那个电阻.

五、1. 设平衡时绳圈位于球面上相应于  $\theta$  角的纬线上 (见侧视图图 4'-19). 考虑绳上一小段, 长为  $b\Delta\varphi$  (见俯视图图 4'-20), 质量为  $\frac{M}{2\pi b} b\Delta\varphi = \frac{M\Delta\varphi}{2\pi}$ , 则这小段绳受力有:

重力  $\frac{Mg\Delta\varphi}{2\pi}$ , 方向竖直向下;

张力的合力. 因为张力  $T = k2\pi(b-a)$ , 所以张力的合力为  $2T \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \approx T\Delta\varphi = k \cdot 2\pi(b-a)\Delta\varphi$ , 方向在水平面内, 指向绳圈中心;

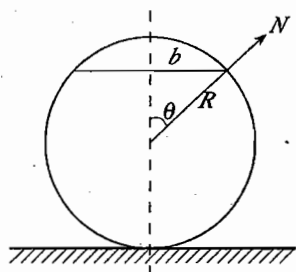


图 4'-19

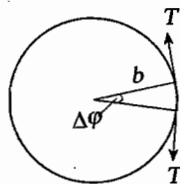


图 4'-20

球面的支持力  $N$ , 方向沿球的半径向外.

这三个力在一个平面内(经线所在的平面). 将它们沿着经线的切向和法向分解, 则切向力决定绳圈在球面上沿切向的运动. 由几何图形可知, 沿经线切线向上的力为

$$F_1 = T\Delta\varphi \cos \theta = 2\pi k(b-a)\Delta\varphi \cos \theta$$

$$\Delta = 2\pi k\Delta\varphi \cos \theta (R\sin \theta - R\sin \theta_0) \quad ①$$

式中  $R\sin \theta = b, R\sin \theta_0 = a$ . 沿经线切线向下的力为

$$F_2 = \frac{Mg\Delta\varphi}{2\pi} \sin \theta \quad ②$$

当绳圈在球面上平衡时,  $F_1 = F_2$ , 由 ①、② 两式可得

$$\text{tg } \theta = c(\sin \theta - \sin \theta_0) \quad ③$$

式中  $c = \frac{4\pi^2 kR}{Mg}, \sin \theta = \frac{b}{R}, \sin \theta_0 = \frac{a}{R}$ .

已知

$$a = \frac{R}{2}, b = \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}R$$

所以

$$\sin \theta_0 = \frac{\pi}{6}, \sin \theta = \frac{\pi}{4}, \text{tg } \theta = 1$$

由 ③ 式可得

$$c = 2(1 + \sqrt{2})$$

$$k = \frac{(1 + \sqrt{2})Mg}{2\pi^2 R} \quad ④$$

2. 当  $k = \frac{Mg}{2\pi^2 R}$  时, 代入 ③ 式后, 因  $c = 2, \sin \theta_0 = \frac{1}{2}$ , 可得

$$\text{tg } \theta = 2\sin \theta - 1$$

此式可化为

$$\sin \theta + \cos \theta = 2\sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$$

平方后变为



$$\sin^2 2\theta = 1 + \sin 2\theta$$

因为在  $\theta \leq \frac{\pi}{2}$  的范围内,  $\sin 2\theta \geq 0$ , 所以上式无解. 这时的实际情况是:  $k$  太小, 绳圈在重力作用下将套过球体而落在桌面上, 因此绳长为原来的长度, 即  $2\pi a$ .

注: 在有解的一般情况下, 绳圈在球面上有两个平衡位置, 但其中一个是不稳定平衡. 讨论从略.

本题虽是一道与弹力有关的静力学问题, 但因弹性绳圈的半径可变, 而且是套在球上面平衡, 这是中学生一般未见到过的题目, 往往束手无策. 解题的关键在于将绳圈分出一小段, 去研究这个小段的平衡. 若能看出此时小段两端所受的张力(弹性力)并非方向相反, 而是有一个指向绳圈中心的合力, 则问题就容易解决了.

## 实 验

一、第一部分: 根据题意, 已知黑匣内只有变压器、二极管和电容器三个元件; 各个元件的两端分别接到黑匣的  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  五个接线柱上; 且变压器初级的两端未接任何元件, 也就是说, 变压器输出线圈、二极管和电容器接到其余三个接线柱上, 且没有两个元件先串联再连到接线柱的情形. 下面提出一种判断办法, 供参考.

### 1. 首先判断变压器初级的两个接头

已知这两个接头的特点是它们互通而与其他三个接头均不相通, 且这两点间正反电阻相等. 因此, 可先用万用电表的高阻档判断各个点之间的通断情况. 经过测量发现,  $B$  点只与  $D$  点相通, 与  $A$ 、 $C$ 、 $E$  三点不通.  $D$  点也只与  $B$  点相通, 与  $A$ 、 $C$ 、 $E$  点不通. 再选用适当的欧姆档, 调零后, 测得  $B$  与  $D$  之间正、反向电阻相等, 均为  $380 \Omega$ . 经过测量发现, 不再有其他点具有以上的所有特性. 故可断定  $B$ 、 $D$  为变压器初级的两个接头.

### 2. 再确定变压器次级的两个接头

黑匣上的五个点已确定了两个点, 剩下  $A$ 、 $C$ 、 $E$  三个点. 用万用电表测量两点之间的电阻(测量时黑表笔接下面脚码第一个字母所标的点, 黑表笔为正, 红表笔为负), 结果如下表所示:

$R_{AC}$	$R_{CA}$	$R_{AE}$	$R_{EA}$	$R_{CE}$	$R_{EC}$
1 000 k $\Omega$	32 $\Omega$	1 000 k $\Omega$	77 $\Omega$	32 $\Omega$	32 $\Omega$

从以上测量结果看到, 任意两点之间无短路现象, 并且与  $A$  点有关的电阻正、反向阻值不相等, 而  $C$ 、 $E$  两点间正、反向阻值相等, 均为 32  $\Omega$ . 因为黑匣内没有纯电阻元件, 所以, 可以肯定  $C$ 、 $E$  为变压器次级的两个接头. 即变压器的接法应如图 4'-21 所示.

### 3. 确定二极管的两个接头

因  $C$ 、 $E$  间正、反向电阻相等, 所以二极管不在  $C$ 、 $E$  两点之间. 因为  $R_{AC}$ (反向)  $>$   $R_{CA}$ (正向),  $R_{AE}$ (反向)  $>$   $R_{EA}$ (正向), 故可能有以下两种情况: 如果  $R_{CE} <$   $R_{EA}$ , 则为图 4'-22a 所示

的接法;如果  $R_{EA} < R_{CA}$ , 则为图 4'-22(b) 所示的接法. 实测电阻值  $R_{CA}$  为  $32 \Omega$ ,  $R_{EA}$  为  $77 \Omega$ , 可以肯定二极管是接在 C、A 两点之间, 且 C 端为正, A 端为负(如图 4'-22a).

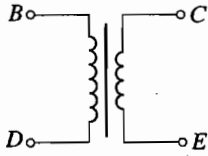


图 4'-21

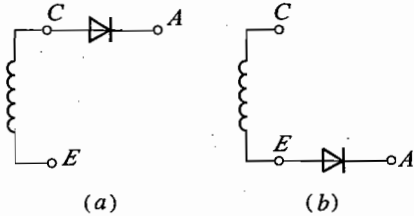


图 4'-22

#### 4. 判断电容器的两个接头

电容器可能有如图 4'-23 所示的三种接法. 要判断电容器的位置, 可用充放电现象的方

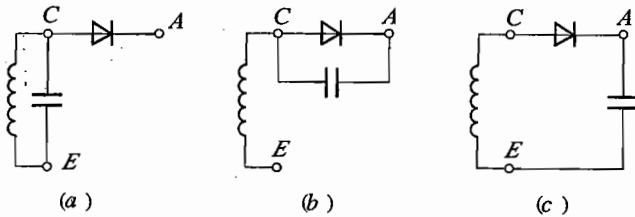


图 4'-23

法. 首先, 用导线将各有关点短路一下, 再用万用电表高阻档黑表笔置 A 点, 红表笔置 C 点进行充电, 然后观察是否有充放电现象. 如有充放电现象, 就排除了图 4'-23(a) 的接法; 如没有充放电现象, 就排除了图 4'-23(b) 和(c) 的接法. 实际测量的结果是在 AC 间充电后, 有明显的充放电现象, 因而排除了图 4'-23(a) 的接法. 其次, 将黑表笔置 C 点, 红表笔置

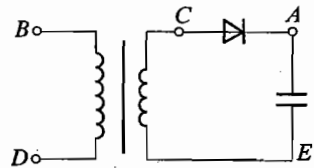


图 4'-24

E 点, 在 CE 间充电, 再用万用电表小电流档或高电阻档在 AE 或 AC 两点间放电. 如有放电现象, 肯定为图 4'-23(c) 的接法. 如没有放电现象, 肯定为图 4'-23(b) 的接法. 实测结果在 CE 间充电后, AE 间和 AC 间均有放电现象, 因而可排除图 4'-23(b) 的接法, 从而判定电容在 A、E 两个接点间. 黑匣内线路如图 4'-24 所示.

#### 第二部分:

此线路具有半波整流和滤波的功能.

用实验验证: 将 B、D 端接交流电源, 用万用电表交流 500 V 档试测 B、D 间电压, 然后依次减小电压量程, 测得 B、D 间电压为交流 12.0 V(有效值). 再测得 C、E 间电压为交流 3.70 V(有效值), 说明变压器为降压变压器. 再用直流电压 10 V 档测得 A、E 间的直流电压为 4.80 V. 因为是半波整流, 所以 A、E 间的直流电压小于 C、E 间的交流电压的峰值  $\sqrt{2} \times 3.70$  V. 实验结果证实该线路具有半波整流及滤波功能.

## 二、1. 用透镜测 $D$

具体的方法可有多种,最简单的方法是二次成像法(位移法).如图 4'-25 所示,分别求出成缩小像时,透镜到像屏之间的距离  $a$  及成放大像时,全息底片到透镜之间的距离  $b$ ,可以证明  $a = a'$ ,因而  $D = a - b$ .

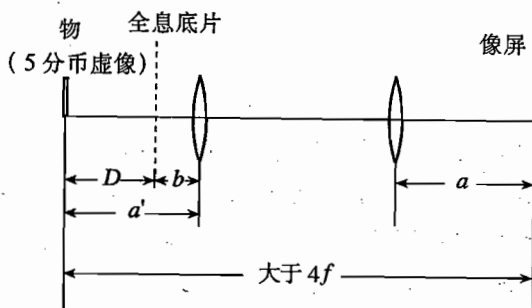


图 4'-25

操作步骤如下:

(1) 共轴调节:用目估方法先使像屏、透镜相互平行且垂直于导轨,然后将透镜调到与 5 分币同一高度并使之处于导轨横向的中间(即粗调等高同轴,细调对中学生不要求).

(2) 用试验的方法确定物与像屏之间合适的距离(大于透镜的 4 倍焦距),固定像屏位置.

(3) 用左右逼近法调出清晰的放大像得到  $b$ .

(4) 用左右逼近法调出清晰的缩小像得到  $a$ .在以上步骤中,(1)、(2) 两步可互换,(3)、

(4) 两步可互换, $a$ 、 $b$  数值有效数字要估到毫米的下一位.

(5) 用  $D = a - b$  算出  $D$ (允许误差  $\leq 1.00$  cm).

## 2. 视差法求 $D$ 及 $d$

(1) 选坐标纸屏为定标物,放在虚像附近.

(2) 用照明灯照亮坐标纸屏.

(3) 将坐标纸屏沿导轨移动,仔细调节使坐标屏与 5 分币虚像消除视差,要注意稍稍转动坐标屏,使坐标平面与 5 分币面重合,即 5 分币左右两侧均无视差为止.

(4) 在导轨上直接读出全息底片与坐标屏的位置,两值相减即为  $D$ (有效数字要估读到毫米的下一位).

(5) 在坐标屏上直接读出 5 分币虚像的直径  $d$ (估读到毫米的下一位).

## □ 试

一、在  $0 < t < T$  时,磁感应强度  $B$  随时间  $t$  均匀增长,可以写成

$$B = kt$$

由已知条件,在  $t = 0$  时,  $B = 0$ , 可知在  $\Delta t$  时间内磁感应强度的增加量  $\Delta B$  与  $\Delta t$  的关系为

$$\Delta B = k\Delta t$$

在  $t = T$  时,  $B = B_0$ , 可得到

$$k = \frac{B_0}{T}$$

因而

$$B = \frac{B_0}{T}t$$

随着  $B$  的增加, 通过圆形轨道所围面积内的磁通量也将随时间均匀增加. 由于电磁感应, 空间将感生出电场  $E$ , 其方向在水平面内, 在环上  $E$  指向环的切线方向(图 4'-26). 因此, 环中将产生感应电动势  $\mathcal{E}$ . 电荷  $q$  受电场力  $F$  作用而产生切向加速度  $a_t$ , 其速度  $v$  也将随时间而增大.

由法拉第电磁感应定律得

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\Delta BS}{\Delta t} = kS = \frac{B_0}{T}\pi r^2 \quad (1)$$

由于圆环轨道的对称性, 在轨道上各点感生电场  $E$  的大小都相等, 因此整个圆形轨道上的感应电动势为

$$\mathcal{E} = E \cdot 2\pi r \quad (2)$$

由①、②式可解出

$$E = \frac{B_0 r}{2T} \quad (3)$$

③式说明, 感生电场的大小是恒定不变的, 电荷  $q$  所受电场力的大小也是恒定不变的, 其加速度的大小也不变. 小珠带正电荷, 所受电场力的方向及加速度的方向都与场强方向相同, 也是沿轨道的切线方向.

$$a_t = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{qB_0 r}{2mT}$$

所以, 电荷  $q$  的运动速率  $v$  随时间  $t$  变化的规律是

$$v = a_t t = \frac{qB_0 r}{2mT} t \quad (4)$$

④式说明, 在  $0 < t < T$  的这段时间内, 电荷沿圆形轨道运动的速率随时间而均匀增大.

电荷在磁场中运动时将受到洛伦兹力  $f$  的作用, 洛伦兹力的大小为

$$f = qvB = q \frac{qB_0 r}{2mT} t \frac{B_0}{T} t = \frac{q^2 B_0^2 r}{2mT^2} t^2$$

电荷维持半径为  $r$  的圆周运动所需的向心力是

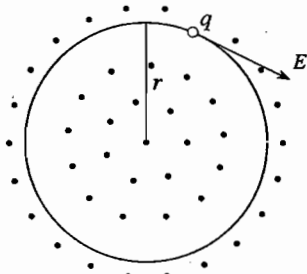


图 4'-26

$$F_n = m \frac{v^2}{r} = m \frac{\left(\frac{qB_0 r}{2mT} t\right)^2}{r} = \frac{q^2 B_0^2 r}{4mT^2} t^2$$

显然,  $F_n < f$ . 因此轨道对小珠必然有沿半径方向向外的作用力  $N$ .

$$N = f - F_n = \frac{q^2 B_0^2 r}{2mT^2} t^2 - \frac{q^2 B_0^2 r}{4mT^2} t^2 = \frac{q^2 B_0^2 r}{4mT^2} t^2$$

小珠对轨道的作用力  $N'$  与轨道对小珠的作用力  $N$  大小相等, 方向相反. 即小珠对轨道的作用力随时间增大, 且与时间平方成正比.

$$N' = \frac{q^2 B_0^2 r}{4mT^2} t^2$$

方向沿半径指向圆心.

在  $t \geq T$  时, 磁场稳定不变, 通过轨道所围面积内的磁通量不再改变, 因而感生电场  $E = 0$ . 电荷  $q$  将保持匀速率圆周运动, 其速率为

$$v_T = \frac{qB_0 r}{2mT} T = \frac{qB_0 r}{2m}$$

电荷  $q$  对轨道的作用力的大小也将恒定不变, 其值为

$$N_T = \frac{q^2 B_0^2 r}{4mT^2} T^2 = \frac{q^2 B_0^2 r}{4m}$$

方向沿半径指向圆心.

## 二、

第一步: 证明在碰撞过程中相对于环的反射角等于入射角.

设  $P$  为碰撞点, 以  $OP$  为  $y$  轴建立一静止于桌面的参照系(图 4'-27).

设质点碰前速度为  $\vec{v}$ , 碰后速度为  $\vec{v}'$ ; 圆环碰前静止,  $\vec{u} = 0$ , 碰后速度为  $\vec{u}'$ .

由于圆环内壁光滑, 以及碰撞是完全弹性的, 根据  $x$ 、 $y$  两方向的动量守恒定律以及能量守恒定律, 有

$$v_x' = v_x, u_x' = 0 \quad \text{①}$$

$$mv_y' + Mu_y' = mv_y \quad \text{②}$$

$$\frac{1}{2}m(v_x'^2 + v_y'^2) + \frac{1}{2}Mu_y'^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) \quad \text{③}$$

由①、③二式得

$$\frac{1}{2}mv_y'^2 + \frac{1}{2}Mu_y'^2 = \frac{1}{2}mv_y^2 \quad \text{④}$$

由②、④二式得

$$v_y' = \frac{m - M}{m + M} v_y \quad \text{⑤}$$

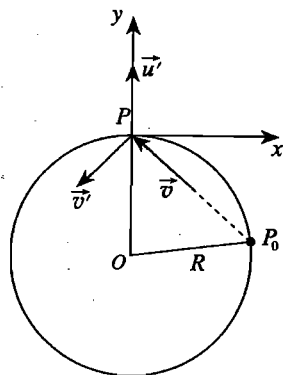


图 4'-27

$$u_y' = \frac{2m}{m+M}v_y \quad (6)$$

碰前质点相对于圆环的速度为

$$\tilde{v}_x = v_x, \tilde{v}_y = v_y \quad (7)$$

碰后为

$$\tilde{v}_x' = v_x = \tilde{v}_x \quad (8)$$

$$\tilde{v}_y' = v_y' - u_y' = -v_y = -\tilde{v}_y \quad (9)$$

从上二式知,以圆环为参照系,质点的相对速度在切线方向上不变而法线方向上变号,因此,相对于环的反射角等于入射角,而相对速度的大小不变.

**第二步:**求质点从小孔穿出时,入射方向所应满足的条件.

若以环为参照系,则以  $\phi$  角入射的质点的反射角也是  $\phi$ ,反射后再与圆环的另一处相碰时,新的入射角也是  $\phi$ . 如此下去,转过一圈后恰好又经过小孔  $P_0$ ,则可以从  $P_0$  穿出(图 4'-28).

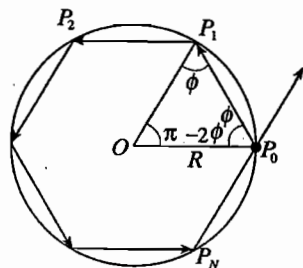


图 4'-28

穿出条件是质点相对于环的轨迹应是一个环内接正  $(N+1)$  边形,  $N$  为碰撞的次数.  $\phi$  应满足的条件是

$$\pi - 2\phi = \frac{2\pi}{N+1}$$

即

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N+1} \quad (10)$$

**第三步:**求质点穿出小孔后,圆环中心相对于桌面的速度. 利用动量守恒定律讨论初状态与质点穿出小孔后的状态.

在初状态,质点与环所成系统的总动量即为入射质点的动量  $m\vec{v}$ ;质点穿出后,质点相对于环的速度为  $\vec{v}'_N$ ,其大小与  $\vec{v}$  的大小相同、方向与  $OP_0$  成  $\phi$  角(图 4'-29). 设所求环中心速度为  $\vec{U}_N$ ,则质点穿出后相对于桌面的速度为  $\vec{v}_N = \vec{v}'_N + \vec{U}_N$ ,此时系统的总动量为

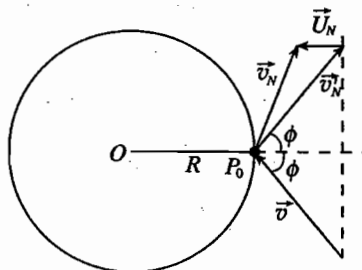


图 4'-29

$$m\vec{v}_N + M\vec{U}_N = m(\vec{v}'_N + \vec{U}_N) + M\vec{U}_N \quad (11)$$

根据动量守恒定律

$$m\vec{v} = m(\vec{v}'_N + \vec{U}_N) + M\vec{U}_N$$

即

$$\vec{U}_N = \frac{m}{m+M}(\vec{v} - \vec{v}_{N'}) \quad (12)$$

由图 4'-30 可以看出:

$$\vec{v} - \vec{v}_{N'} \begin{cases} \text{大小: } 2v \cos \phi \\ \text{方向: } \overrightarrow{P_0 O} \text{ 方向} \end{cases}$$

由 (12) 式及 (10) 式得

$$\vec{U}_{N'} \begin{cases} \text{大小: } \frac{2m}{m+M} v \sin \frac{\pi}{N+1} \\ \text{方向: } \overrightarrow{P_0 O} \text{ 方向} \end{cases}$$

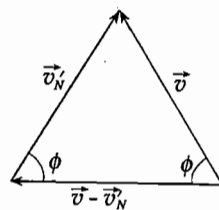


图 4'-30

## 第五届竞赛试题解答与剖析

### 预赛(第一试)

一、

1. 无.
2. 有; 24 h.
3. 有; 一个月.

根据天文常识,月球在围绕地球运动时永以它的一面对着地球.以月球为参照系,从能看到地球的月球上任一点到地球中心连线的方向是固定不变的,所以说地球没有绕月球的公转,但在这些点能观察到地球有自转,其周期约为地球自转的周期,即约为 24 h.此外,在月球绕地球运动的过程中观察地球时,看到太阳照亮地球的范围不同,即看到地球有圆缺变化,变化周期约为月球绕地球运动的周期,即约为一个月.

二、A, B, C, E, F.

1. 若要电荷丙所受甲和乙的电场作用力合力为零,其位置必须在甲和乙的合场强为零的一点.在题给条件下,这一点是在甲和乙的连线的延长线上,且距乙较近.故说法 A 正确.这时,三个电荷的相对位置如图 5'-1 所示.

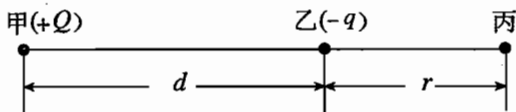


图 5'-1

2. 由图,由于电荷乙所受电荷甲的电场力为引力,向左,所以必须丙为正电荷,使乙受到丙的向右的引力,才能使电荷乙所受甲、丙的电场作用力合力为零,也才能使甲所受乙、丙的电场力合力为零(乙对甲的力为引力向右,丙对甲的力为斥力向左).故说法 B 正确.

3. 设丙所带电荷为  $+q'$ ,根据图中所设的距离,若甲所受合力为零,有

$$\frac{Qq}{d^2} = \frac{Qq'}{(r+d)^2} \quad (1)$$

若乙所受合力为零,有

$$\frac{qQ}{d^2} = \frac{qq'}{r^2} \quad (2)$$

由以上两式可得

$$q' = q \left( \frac{r+d}{r} \right)^2$$

故  $q' > q$ ,说法 C 正确.



4. 由②式可得

$$q' = \left(\frac{r}{d}\right)^2 Q$$

又由丙所受合力为零,可得

$$\frac{Q}{(r+d)^2} = \frac{q}{r^2}$$

从而

$$\frac{d}{r} = \sqrt{\frac{Q}{q}} - 1 \quad \text{③}$$

因为  $\sqrt{\frac{Q}{q}} (> 1)$  可以大于 2, 也可以介于 1 与 2 之间, 所以  $d$  可以大于  $r$ , 也可以小于  $r$ , 即  $q'$  不一定小于  $Q$ , 说法 D 不正确.

5. 若将甲、丙固定, 令乙向甲移近一些, 则甲对乙的引力加大, 丙对乙的引力减小, 乙将继续向甲移近不会恢复到原平衡位置. 令乙向丙移近一些, 乙也会继续远离平衡位置. 这表明电荷乙是处于不稳定平衡状态, 说法 E 正确.

6. 若将甲、乙固定, 令丙向乙移近一些, 则乙对丙的引力加大, 虽然甲对丙的斥力也加大了, 但由于距离的相对变化量较小, 斥力的增量小于引力的增量, 丙将继续向乙移近, 离开平衡位置. 同样可说明若令丙远离乙一些, 丙也将继续远离, 不能恢复到原平衡位置. 故说法 F 正确.

此题要求作出全面的严密分析, 考查逻辑分析能力. 在分析中必须注意各说法中的“一定”两字. 在肯定说法 A、B 正确以后, 还要进一步列出①、②、③等式以便判断说法 C、D、E、F 是否正确. 解这种题型的题时, 采用猜测的办法是要吃亏的.

三、1. 不变;

2. 增大.

四、1. 40 W, 24 W;

2. 14 W, 41 W.

五、先作出  $MN$  在  $AB$  镜中的虚像  $M'N'$ , 再作出眼睛在  $CD$  处镜中的虚像  $S'$ . 将  $S'$  与  $M'N'$  相连, 与  $CD$  面相交于  $C'D'$  处,  $C'D'$  即为所求的结果(图 5'-2).

六、首先用细绳将玻璃瓶系住, 挂在秤杆上零刻度处. 然后向玻璃瓶内放一些细沙, 增减瓶内细沙的质量, 使秤杆在水平位置达到平衡. 最后以此充沙的玻璃瓶当作秤砣, 将原来待测的秤砣放在秤钩上, 用此杆秤称出秤砣的质量即为所求. 或用此杆秤称出充沙的玻璃瓶的质量, 它就是原来待测秤砣的质量.

此题考查思维的灵活性. 容易看出, 玻璃瓶、细沙、细线就意味着另一个秤砣, 但如何使其质量与待测秤砣相等, 就需要运用杆秤的原理了.

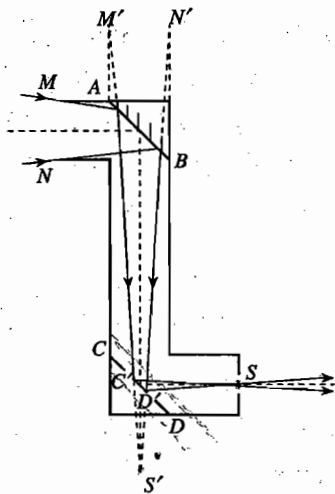


图 5'-2

七、以  $R$  表示地球到太阳的距离,  $\omega$  表示地球公转的角速度. 由万有引力定律和牛顿运动定律可知

$$G \frac{Mm}{R^2} = mR\omega^2 \quad (1)$$

以  $r$  表示地球半径, 则地面处质量为  $m'$  的物体所受地球的引力为

$$G \frac{mm'}{r^2} = m'g \quad (2)$$

由以上两式可得

$$\frac{M}{m} = \frac{R^3\omega^2}{r^2g} \quad (3)$$

$$\text{而} \quad R = ct = 3 \times 10^8 \times 500 \text{ m} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m} \quad (4)$$

$$\omega = 2\pi / (365 \times 24 \times 60 \times 60) \text{ s}^{-1} \quad (5)$$

将 ④、⑤ 两式及  $r = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ 、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  代入 ③ 式, 可得

$$\frac{M}{m} = 3 \times 10^5$$

此题要求能把一些知识性数据, 例如真空中光速、地球公转角速度(可根据一年的天数估算)、地面重力加速度等用于有关问题中作出估算, 考查活用知识的能力.

八、设细线单位长度带正电荷  $\eta$ , 在半圆弧  $\widehat{AB}$  上任取一小段弧  $\widehat{ab} = R\Delta\theta$ , 可看作点电荷, 它在圆心  $O$  点处产生的电场强度的大小是

$$\Delta E = k \frac{\eta R \Delta\theta}{R^2} = k \frac{\eta \Delta\theta}{R}$$

方向如图 5'-3 所示. 延长  $aO$ 、 $bO$ , 分别交细线的直线部分于  $a'$ 、 $b'$ . 把  $\overline{a'b'}$  也看做点电荷, 带电  $\eta \overline{a'b'}$ , 距圆心  $O$  的距离用  $r$  表示 ( $\Delta\theta$  越小, 以上考虑越准确). 作  $a'a''$  垂直于  $ob'$ , 则  $\angle a'a'b' = \angle b'O B = \theta + \Delta\theta \approx \theta$ , 因而  $\overline{a'b'} = \overline{a'a''} \sec \theta = \overline{a'a''} / \cos \theta$ . 但  $\overline{a'a''} = r \Delta\theta$ , 故  $\overline{a'b'} = r^2 \Delta\theta / R$ .

点电荷  $a'b'$  在  $O$  点产生的电场强度的大小是

$$\Delta E' = k \frac{\eta \overline{a'b'}}{r^2} = k \frac{\eta \Delta\theta}{R} = \Delta E$$

方向与  $\Delta E$  相反. 因此  $\widehat{ab}$  与  $a'b'$  在  $O$  点产生的场强之和为零, 根据同样的分析可知,  $\widehat{AB}$  上各小段电荷与细线直线部分各小段电荷一一对应地在  $O$  点产生的场强相消, 故细线电荷在  $O$  点的电场强度为零.

九、如图 5'-4 所示, 在圆饼的侧面处取宽度为  $\Delta x$ 、高为  $h$  的面积元  $\Delta S$ , 由于重力而产生的水银对  $\Delta S$  的侧压力为

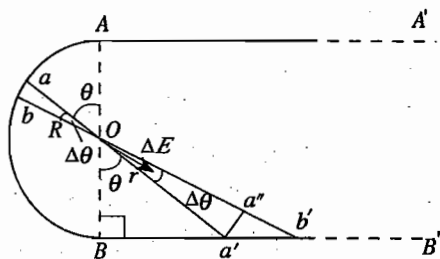


图 5'-3

$$F = \bar{P}\Delta S = \frac{1}{2}\rho gh\Delta x$$

$$= \frac{1}{2}\rho gh^2\Delta x \quad (1)$$

式中  $\bar{P} = \frac{1}{2}\rho gh$  为水银对侧面的平均压强. 由于压力  $F$  使圆饼侧面向外凸出, 因而使侧面的面积增大(如图). 但是, 在水银与空气接触的表面层中, 由于表面张力的作用使水银表面有收缩到尽可能小的趋势, 上下两层的表面张力的合力的水平分力  $F'$  是指向水银内部的, 其方向与  $F$  的方向相反. 设上表面处的表面张力  $F_1$  的方向与水平方向成  $\theta$  角, 则  $F'$  的大小为

$$F' = F_1 \cos \theta + F_2 = \sigma\Delta x \cos \theta + \sigma\Delta x$$

$$= \sigma\Delta x(1 + \cos \theta) \quad (2)$$

当水银的形状稳定时,  $F' = F$ . 由于圆饼半径很大,  $\Delta S$  两侧的表面张力  $F_3, F_4$  可认为方向相反而抵消. 因而

$$\sigma\Delta x(1 + \cos \theta) = \frac{1}{2}\rho gh^2\Delta x \quad (3)$$

由 (3) 式解出

$$h = \sqrt{\frac{2\sigma(1 + \cos \theta)}{\rho g}} \quad (4)$$

由于  $\theta$  的实际数值一定大于 0, 小于  $\pi/2$ , 所以  $1 < \sqrt{1 + \cos \theta} < \sqrt{2}$ , 将  $\rho$  和  $\sigma$  的数值代入 (4) 式, 得到

$$h = \sqrt{\frac{2 \times 0.49(1 + \cos \theta)}{13.6 \times 10^3 \times 9.8}} \text{ m} \approx 0.0027 \sqrt{1 + \cos \theta} \text{ m} \quad (5)$$

$h$  的取值范围是

$$2.7 \times 10^{-3} \text{ m} < h < 1.4 \times 2.7 \times 10^{-3} \text{ m}$$

所以水银层的厚度的估算数值可取为  $3 \times 10^{-3} \text{ m}$  或  $4 \times 10^{-3} \text{ m}$ .

十、因为处于热平衡状态, 水面上的蒸汽是饱和汽, 所以单位时间内由水变为水蒸气的分子数等于由水蒸气变为水的分子数. 设用  $n$  表示单位时间内碰到水面单位面积上的水蒸气分子数,  $n_0$  表示单位体积内的水蒸气分子数,  $\bar{v}$  表示其平均速率, 则有

$$n \propto n_0 \bar{v} \quad (1)$$

由于我们只要求取一位有效数字, 所以水蒸汽在平衡状态时各参量之间的关系可以近似地用理想气体状态方程来处理. 因此, 在热力学温度为  $T$  和  $T'$  时, 分别有  $n_0 = pN/(RT)$  和  $n_0' = p'N/(RT')$ . 式中  $N$  为阿伏加德罗常数,  $R$  为气体常量. 可见

$$n_0 \propto p/T \quad (2)$$

将 (2) 式和题中已知的  $\bar{v} \propto \sqrt{T}$  代入 (1) 式可得

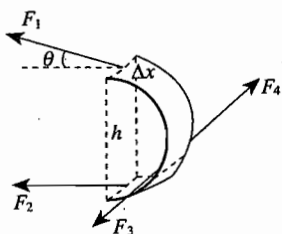


图 5'-4

$$n \propto p / \sqrt{T} \quad (3)$$

因而

$$\frac{n_{100}}{n_{14}} = \frac{p_{100}}{\sqrt{373}} \bigg/ \frac{p_{14}}{\sqrt{287}} \quad (4)$$

因为  $p_{100} = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mm 汞高}$ , 且已知  $p_{14} = 12.0 \text{ mm 汞高}$ , 代入 (4) 式可得

$$\frac{n_{100}}{n_{14}} = \frac{760 \times \sqrt{287}}{12 \times \sqrt{373}} \approx 56 \quad (5)$$

此题属于分子热运动理论中的估算问题, 可以考查学生根据有关原理进行估算的能力. 解此题时必须明确: ① 水蒸气分子与水分子相互转化的关系, ② 分子运动中单位时间内碰到单位面积上的分子数与  $n_0 \bar{v}$  成正比, ③ 由饱和蒸汽压及温度可以估算  $n_0$ . 这些都是在学习时可以而且应该注意到的.

十一、本题电流计读数只有两位有效数字, 所以标准电阻的四位有效数字并无意义, 答案只有两位有效数字可靠. 又因本题已知数据不足, 故须进行近似计算.

由第三次测量结果可知, 当  $R$  用  $20 \text{ k}\Omega$  的电阻代替, 而且  $r$  的电阻减小时, 流过电流计的电流明显增大, 可见  $R$  的阻值一定比  $20 \text{ k}\Omega$  还要明显的大. 因此电源内阻完全可以忽略不计. 用  $E$  表示电源电动势,  $R_0$  表示电流计的内阻,  $I_0$  表示电流计偏转 1 格的电流, 当用欧姆定律求三次测量通过电流计的电流时, 可得以下三式:

$$\frac{E}{\frac{50R_g}{50 + R_g} + R} \cdot \frac{50R_g}{50 + R_g} \cdot \frac{1}{R_g} = 3.9I_0$$

$$\frac{E}{\frac{100R_g}{100 + R_g} + R} \cdot \frac{100R_g}{100 + R_g} \cdot \frac{1}{R_g} = 5.2I_0$$

$$\frac{E}{\frac{10R_g}{10 + R_g} + 20000} \cdot \frac{10R_g}{10 + R_g} \cdot \frac{1}{R_g} = 7.8I_0$$

同样因为  $R$  比  $20000 \Omega$  还明显的大, 而三次的  $r$  值以及电流计内阻  $R_g$  都远小于  $20000 \Omega$ , 所以上列三式可近似地写为

$$\frac{E}{R} \cdot \frac{50}{50 + R_g} = 3.9I_0 \quad (1)$$

$$\frac{E}{R} \cdot \frac{100}{100 + R_g} = 5.2I_0 \quad (2)$$

$$\frac{E}{20000} \cdot \frac{10}{10 + R_g} = 7.8I_0 \quad (3)$$

由 (1)、(2) 两式可解得

$$R_g = 50 \Omega \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (2)、(3) 式中消去  $E$  和  $I_0$ , 可得

$$R = 120 \text{ k}\Omega \quad (5)$$

此题是考查近似计算本领的题目. 通过有充分根据的推理把一个看来难于精确计算的方程中的某些量略去而得出问题的近似解, 这是实际工作常能发挥很大作用的方法. 这就要先根据问题提供的数据作出一些判断. 例如在本题中根据第三次测量的电流计的示度断定待测电阻值  $R$  远大于  $20 \text{ k}\Omega$ , 从而既可忽略电源内阻也可在列出的方程左方第一个因子的分母上略去  $r$  与  $R_g$  的并联等效电阻 (与  $R$  相比), 方便地求出问题的近似解. 如果不理解这种从物理上处理问题的方法, 在列出有关方程后就当成数学问题去求解, 常会不必要地去作繁杂的计算或是难于下手.

十二、根据凸透镜成像的规律, 如果第一次成像为虚像, 此虚像必为放大正立虚像, 位于物体之后, 它就是第二透镜之物, 如再成虚像, 必为进一步放大的正立虚像, 这与题设不符. 如果第一次成像为放大的实像, 则经过第二透镜所成同侧虚像必为进一步放大的虚像, 不可能与物体大小相等, 亦与题设不符. 所以第一次成像必为缩小的实像, 如图 5'-5 所示.

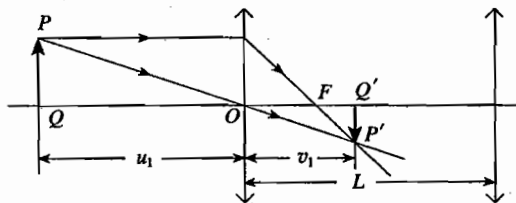


图 5'-5

由透镜成像的规律可知

$$v_1 = \frac{f_1 u_1}{u_1 - f_1} \quad (1)$$

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{v_1}{u_1} = \frac{f_1}{u_1 - f_1} \quad (2)$$

要使最后在  $PQ$  所在处形成与物等大的虚像,  $P'Q'$  与第二透镜的距离应小于第二透镜的焦距  $f_2$ , 且两透镜间的距离  $L$  与  $u_1, f_2$  应满足下列两个条件:

$$\frac{f_1}{u_1 - f_1} \cdot \frac{u_1 + L}{L - \frac{f_1 u_1}{u_1 - f_1}} = \frac{f_1(u_1 + L)}{(u_1 - f_1)L - f_1 u_1} = 1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{L - \frac{f_1 u_1}{u_1 - f_1}} - \frac{1}{u_1 + L} \quad (4)$$

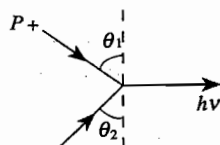
由③式可求得

$$L = \frac{2f_1 u_1}{u_1 - 2f_1} \quad (5)$$

将⑤式代入④式, 可求得

$$f_2 = \left( \frac{u_1}{u_1 - 2f_1} \right)^2 f_1 \quad (6)$$

十三、1. 假设电子、正电子湮灭时只产生一个光子(即  $n = 1$ ), 设正电子和电子的动量分别为  $P_+$  和  $P_-$ , 湮灭过程如图 5'-6 所示.



根据动量守恒定律有

$$P_+ \cos \theta_1 - P_- \cos \theta_2 = 0 \quad (1)$$

$$P_+ \sin \theta_1 + P_- \sin \theta_2 = h\nu/c \quad (2)$$

图 5'-6

根据能量守恒定律有

$$\sqrt{P_+^2 c^2 + m_0^2 c^4} + \sqrt{P_-^2 c^2 + m_0^2 c^4} = h\nu \quad (3)$$

由②、③两式可得

$$P_+ \sin \theta_1 + P_- \sin \theta_2 = \sqrt{P_+^2 + m_0^2 c^2} + \sqrt{P_-^2 + m_0^2 c^2} \quad (4)$$

将①式和④式各自平方后相加并化简得

$$\begin{aligned} & -2P_+ P_- \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ & = 2m_0^2 c^2 + 2\sqrt{P_+^2 + m_0^2 c^2} \cdot \sqrt{P_-^2 + m_0^2 c^2} \end{aligned}$$

显然, 这要求  $\theta_1 + \theta_2 > \pi/2$ , 设  $\theta_1 + \theta_2 = (\pi/2) + \phi$ , 则有

$$\begin{aligned} & 2P_+ P_- \sin \phi \\ & = 2m_0^2 c^2 + 2\sqrt{P_+^2 + m_0^2 c^2} \cdot \sqrt{P_-^2 + m_0^2 c^2} \end{aligned}$$

此式右方显然大于  $2P_+ P_-$ , 因而要求  $\sin \phi > 1$ , 这是不可能的. 所以  $n$  不能等于 1, 产生的光子不能只是一个.

2. 由题设  $P_+ = P_- = 0$ , 它们的总动量为零, 因而产生的两个光子的动量必然是等值反向(从而使总动量为零), 它们的能量也相同. 根据能量守恒定律有

$$m_0 c^2 + m_0 c^2 = h\nu + h\nu$$

$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h} = \frac{8.2 \times 10^{-14}}{6.6 \times 10^{-34}} \text{ Hz} = 1.24 \times 10^{20} \text{ Hz}$$

十四、1. 物体在弹簧力与摩擦力作用下, 在距离  $O$  点为  $l$  处停住不动的条件是:

I. 物体速度为零; 弹性势能的减少等于物体克服滑动摩擦力所做的功.

II. 弹簧拉力  $\leq$  最大静摩擦力.

据此对物体运动做如下分析:

(1) 物体向左运动并正好停在  $O$  点的条件是

$$\frac{1}{2} k A_0^2 = \mu m g A_0$$

解得

$$\mu = k A_0 / (2 m g) \quad (1)$$

(2) 如果  $\mu < k A_0 / 2 m g$ , 则物体将滑过  $O$  点. 设物体滑至  $O$  点左边  $B$  处(设  $OB = L_1$ ) 时速度为零(如图 5'-7 所示), 则有

$$\frac{1}{2}kA_0^2 - \frac{1}{2}kL_1^2 = \mu mg(A_0 + L_1)$$

即  $\frac{1}{2}k(A_0 - L_1) = \mu mg$

②

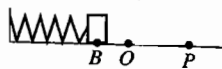


图 5'-7

若物体能停住,则  $kL_1 \leq \mu mg$ . 故  $\mu$  应满足条件

$$\mu \geq kA_0/(3mg) \quad ③$$

(3) 如果 ② 式能满足,但  $\mu < kA_0/(3mg)$ ,则物体不会停住在 B 处而要向右运动.  $\mu$  值越小则向右滑动的距离越远. 设物体正好停在 O 处,则有

$$\frac{1}{2}kL_1^2 = \mu mgL_1 \quad ④$$

由 ②、④ 两式可求得

$$\mu = kA_0/(4mg)$$

要求物体停住在 O 点左方,则相应地要求

$$\mu > kA_0/(4mg) \quad ⑤$$

综合以上分析结果,物体停住在 O 点左方而不第二次经过 O 点时,  $\mu$  的数值的范围为

$$kA_0/(4mg) < \mu < kA_0/(2mg) \quad ⑥$$

2. 当  $\mu$  在  $kA_0/(3mg) \leq \mu < kA_0/(2mg)$  范围内时,物体向左滑动直至停住而不返回. 由 ② 式可求出最远停住点(设为  $B_1$  点)到 O 点的距离为

$$\begin{aligned} L &= A_0 - \frac{2\mu mg}{k} \\ &= A_0 - \frac{2mg/k}{kA_0/(3mg)} = \frac{A_0}{3} \end{aligned} \quad ⑦$$

当  $\frac{kA_0}{4mg} < \mu < \frac{kA_0}{3mg}$  时,物体在  $B_1$  点( $OB_1 = A_0/3$ )的速度大于零,因此物体将继续向左运动,但它不可能停在  $B_1$  点的左方. 因为与  $B_1$  点相应的  $\mu = kA_0/(3mg)$ ,  $L_1 = A_0/3$ ,如果停留在  $B_1$  点左方,则物体在  $B_1$  点所受的弹簧拉力大于  $kA_0/3$ ,而摩擦力  $\mu mg$  小于  $kA_0/3$ ,弹簧拉力大于摩擦力,所以物体不可能停住而一定返回,最后停留在 O 和  $B_1$  之间.

所以无论  $\mu$  值如何,物体停住点与 O 点的最大距离为  $A_0/3$ . 但这不是物体在运动过程中所能达到的左方距离最远值.

此题要求对于静摩擦力有准确理解,对于功能关系能熟练运用,这样才能掌握分析此题的关键,即条件 I 与 II. 在此基础上所作的分析中还需看到在不同的  $\mu$  值范围内物体运动的各种可能情况,并根据这些可能运动的临界情况确定  $\mu$  值的大小范围. 本题的第 2 问又发展一步还要求找出物体能停在 O 点左方最远的距离,这又要作出临界情况的判断. 此题对于分析能力的要求是较高的,考虑不周或判断不准确都将导致解题的失误,特别是容易忽略物体运动过了  $B_1$  点又回到  $B_1$  点以内停住的可能性.

十五、1. 设小球总数为  $N$ ,第一次碰撞时小球数线密度为  $\lambda = N/(2\pi R)$ . 在这些小球中任取一个,它与平板相碰前垂直向下的速率为  $v_0 = \sqrt{2gh}$ . 设碰撞过程历时  $\Delta t$ ,平均法向作

用力为  $\bar{N}$ . 根据题设, 碰撞后小球垂直向上的速度大小仍为  $v_0$ , 据动量定理有  $\bar{N}\Delta t = 2mv_0$ , 式中  $m$  为小球质量. 小球与平板刚接触时尚无水平方向速度, 而平板被碰点有切向速度, 大小为  $u_1 = \omega R$ . 这样便会因相对滑动而使小球受到沿相对速度  $\vec{u}_1$  方向的滑动摩擦力  $f$ ,  $f$  对小球作用的结果是使得小球在  $\Delta t$  内获得水平沿  $\vec{u}_1$  方向的速度, 其大小记为  $v_1$ , 显然  $v_1 \leq u_1$ , 因为一旦  $v_1$  达到  $u_1$  值, 相对运动不再存在, 滑动摩擦力也随之而消失. 下面分两种情况讨论:

(1) 在  $\Delta t$  末尾时刻  $v_1$  仍小于  $u_1$ , 即小球与平板被碰点之间的相对速度未能达到零值, 那么应有  $\bar{f} = \mu\bar{N}$ ,  $\bar{f}\Delta t = mv_1$ . 式中  $\bar{f}$  为  $\Delta t$  时间内  $f$  的平均值. 结合  $\bar{N}\Delta t = 2mv_0$  及  $v_0 = \sqrt{2gh}$  可得

$$v_1 = 2\mu v_0 = 2\mu \sqrt{2gh} \quad (1)$$

① 式只有在  $2\mu \sqrt{2gh} < \omega R$  时才成立.

(2) 在  $\Delta t$  末尾或更早一些时刻  $v_1$  已达  $u_1$  值, 即小球与平板被碰点已相对静止, 则  $\bar{f} \leq \mu\bar{N}$ , 不管  $\bar{f}$  取何值, 碰撞后恒有

$$v_1 = u_1 = \omega R \quad (2)$$

既然  $\bar{f} \leq \mu\bar{N}$ ,  $\bar{f}$  所能提供的  $v_1$  自然不能超过在  $\bar{f} = \mu\bar{N}$  时所能提供的  $2\mu \sqrt{2gh}$  值, 因此 ② 式只能在  $2\mu \sqrt{2gh} \geq \omega R$  的情况下发生.

以上两种情况发生的条件中,  $\omega R$  的意义为小球与平板被碰点的相对速度的大小.

第一次碰撞后小球以  $v_0$  为垂直方向速度、 $v_1$  为水平方向速度做斜抛运动. 很容易算得水平射程为

$$L_1 = 2v_1 \sqrt{\frac{2h}{g}} = \begin{cases} 8\mu h, & \text{当 } 2\mu \sqrt{2gh} < \omega R \text{ 时} \\ 2\omega R \sqrt{2h/g}, & \text{当 } 2\mu \sqrt{2gh} \geq \omega R \text{ 时} \end{cases} \quad (3)$$

所有小球在第二次落到平板上时形成以

$$R_1 = \sqrt{R^2 + L_1^2} = \begin{cases} \sqrt{R^2 + (8\mu h)^2}, & \text{当 } 2\mu \sqrt{2gh} < \omega R \text{ 时} \\ R \sqrt{1 + 8\omega^2 h/g}, & \text{当 } 2\mu \sqrt{2gh} \geq \omega R \text{ 时} \end{cases} \quad (5)$$

为半径的圆, 且小球仍是均匀分布, 小球数线密度为  $\lambda_1 = N/(2\pi R_1)$ . 因此本题所求的比值  $\nu_1$  为

$$\nu_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{R}{R_1} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{8\mu h}{R}\right)^2}}, & \text{当 } 2\mu \sqrt{2gh} < \omega R \text{ 时} \\ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{8\omega^2 h}{g}}}, & \text{当 } 2\mu \sqrt{2gh} \geq \omega R \text{ 时} \end{cases} \quad (7)$$

2. 如果取 ⑦ 式的结果, 那么在  $\nu_1 = 1/\sqrt{2}$  时,  $h = R/(8\mu)$ , 由  $2\mu \sqrt{2gh} < \omega R$ , 得到  $R > \mu g/\omega^2$ , 这与题设条件  $R < \mu g/\omega^2$  是矛盾的.



如果取⑧式的结果,那么在 $v_1 = 1/\sqrt{2}$ 时, $h = g/(8\omega^2)$ ,由 $2\mu\sqrt{2gh} \geq \omega R$ ,得到 $R \leq \mu g/\omega^2$ ,这与题设条件 $R < \mu g/\omega^2$ 相符.因此应取 $2\mu\sqrt{2gh} > \omega R$ , $h = g/(8\omega^2)$ ,将 $h$ 值代入④式得到

$$L_1 = 2\omega R \sqrt{2h/g} = R \quad (9)$$

由 $v_1 = R/R_1 = 1/\sqrt{2}$ 得到

$$R_1 = \sqrt{2}R \quad (10)$$

第二次碰撞过程中,每个小球在垂直方向上仍有 $\bar{N}\Delta t = 2mv_0$ .碰撞开始时,小球水平方向速度 $\vec{v}_1$ 以及平板被碰点的速度 $\vec{u}_2$ 如图5'-8(a)所示,小球对平板被碰点的相对速度 $\vec{u}'_2 = \vec{v}_1 - \vec{u}_2$ ,其大小为

$$\begin{aligned} u'_2 &= \sqrt{u_2^2 + v_1^2 - 2u_2v_1 \cos \varphi} = \sqrt{2v_1^2 + v_1^2 - 2\sqrt{2}v_1^2 \cdot \sqrt{2}/2} \\ &= v_1 = \omega R \end{aligned} \quad (11)$$

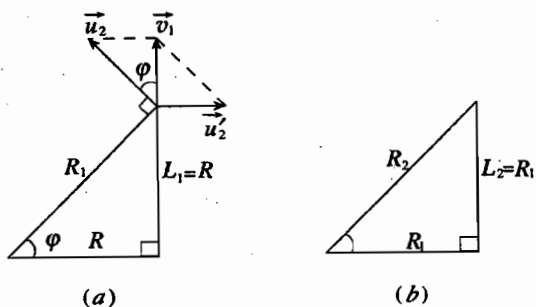


图 5'-8

既然相对速度大小也为 $\omega R$ ,那么在 $2\mu\sqrt{2gh} > \omega R$ 的条件下,由第1问的讨论可知,平板为小球提供的摩擦力必朝 $\vec{u}'_2$ 的反方向,而且能使小球与平板被碰点在 $\Delta t$ 结束前已处于相对静止状态.因此第二次碰撞后小球相对地面参照系的水平方向速度即为

$$v_2 = u_2, \quad v_2 = \omega R_1 = \sqrt{2}v_1 \quad (12)$$

它的水平射程为

$$L_2 = 2v_2 \sqrt{2h/g} = 2\sqrt{2}v_1 \sqrt{2h/g} = \sqrt{2}L_1 = R_1 \quad (13)$$

于是第三次相碰时这群小球对应的圆半径按图5'-8(b)可求出为

$$R_2 = \sqrt{2}R_1 = 2R \quad (14)$$

小球数线密度为 $\lambda_2 = N/(2\pi R_2)$ ,所求比值为

$$\nu_2 = \lambda_2/\lambda = R/R_2 = 1/2 \quad (15)$$

此题在掌握物理原理与分析推理两方面都有较高要求.对于第1问,得出第一种情况或

第二种情况的结果还比较简单,但作出两种情况的分析,得出①式与②式成立的条件,则须对滑动摩擦力的作用及在一定时间 $\Delta t$ 内可能产生的效果有较深入全面的理解.对于第2问,首先必须根据题设情况与第1问的结果决定采用⑦式或⑧式并求出 $R_1$ ,然后作第二次碰撞过程的分析.在这里必须运用小球所受摩擦力的方向与它对平板被碰点的相对速度方向相反的认识(否则解题无从下手,或作错.不论认为摩擦力与小球运动方向相反,即认为是 $-\vec{v}_1$ 方向,或认为摩擦力与平板被碰点速度 $\vec{u}_2$ 方向相同,都是错的),并根据相对速度大小也为 $\omega R$ 而利用第1问中第二种情况的结果,得出小球跳起的速度 $v_2$ 等于 $u_2$ 的结论(如果径直认为碰后跳起的速度一定就等于平板被碰点的速度,这是根据不足的.这里第二问的题设情况很重要).这些都是解此题的要点,要求学生审慎地作物理分析.

## 决 赛

### 笔 试

一、1. 考虑两木块与弹簧这一系统.在弹簧由压缩状态到恢复原长过程中,外力的功为零,又无机械能损耗,系统的机械能守恒.设这过程木块A的末速度为 $v_0$ (图5'-9),则有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kd_0^2 \quad ①$$

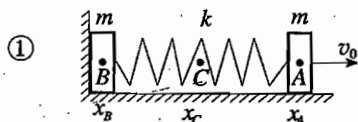


图 5'-9

即 
$$v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}d_0 \quad ②$$

在弹簧恢复原长以后,B对墙再也没有压力,因而墙壁的反作用也为零,系统在水平方向的动量守恒.设木块A、B的速度分别为 $v_A$ 和 $v_B$ (图5'-10),则有

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_0 \quad ③$$

注意到 $m_A = m_B = m$ ,且C的坐标 $x_C = \frac{1}{2}(x_A + x_B)$ 这一关系任何时刻都是成立的,可知

$$v_C = \frac{1}{2}(v_A + v_B)$$

于是由③式得:

$$v_C = \frac{1}{2}v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}d_0$$

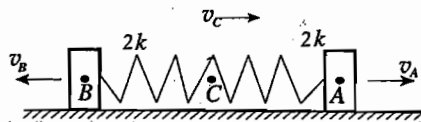


图 5'-10

即C点的速度为常量,说明这一点的运动是匀速直线运动.

选以C为原点,且相对于C静止的参照系(称为C参照系),牛顿定律仍然成立.当弹簧的伸长为 $d$ 时,A所受的弹性力为 $F_A = -kd$ ,在以C为原点的参照系中,A离开其平衡位置

的位移  $x_A = \frac{1}{2}d$ , 因而  $F_A = -2kx_A$ . 同理,  $b$  所受的力为  $F_B = -2kx_B$ ,  $x_B$  为在  $C$  参照系中  $B$  离开其平衡位置的位移. 由此可见,  $A, B$  都是在劲度系数为  $2k$  的弹性力作用下运动, 因而可断定  $A, B$  相对于  $C$  都是做简谐振动.

2. 在  $C$  参照系中, 既然相同质量  $m$  的  $A, B$  两木块都是在劲度系数为  $2k$  的弹性力作用下做简谐振动, 故其振动频率同为:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

振幅  $a$  则可通过  $C$  参照系中机械能守恒关系求得:

在  $B$  离墙的最初一瞬间, 弹簧处于自由状态, 因而弹性势能为零. 此时木块  $A, B$  相对于  $C$  参照系的速度分别为

$$v'_A = v_0 - v_C = \frac{1}{2}v_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} d_0 \quad (\text{方向向右}) \quad (7)$$

$$v'_B = v - v_C = -\frac{1}{2}v_0 = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} d_0 \quad (\text{方向向左})$$

系统相对于  $C$  参照系的总机械能为

$$\begin{aligned} E_C &= \frac{1}{2}mv_A'^2 + \frac{1}{2}mv_B'^2 \\ &= \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(-\frac{v_0}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{4}kd_0^2 \end{aligned}$$

此后  $A, B$  各自相对于  $C$  参照系沿反方向运动把弹簧拉长, 直至它们相对静止. 设此时弹簧的伸长为  $l$ , 则由机械能守恒(对  $C$  参照系)可知

$$E_C = \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{4}kd_0^2$$

$$l = \frac{\sqrt{2}}{2}d_0$$

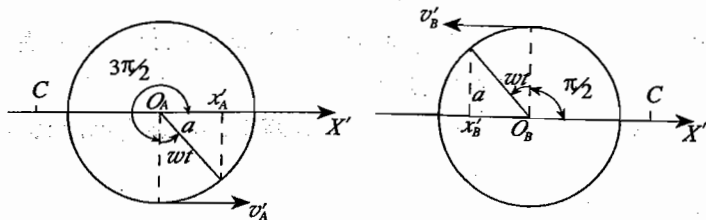
振幅

$$a = \frac{l}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}d_0$$

若取  $B$  离墙的最初瞬间(弹簧处于自由状态)为计时原点, 并在  $C$  参照系中取坐标系以  $A, B$  的平衡位置  $O_A, O_B$  分别为  $A, B$  的坐标原点, 坐标轴  $X'$  正向水平向右, 则  $A, B$  两振子做余弦简谐振动的初相位  $\varphi_A, \varphi_B$  可由参考圆定出(图 5'-11), 分别为:

$$\varphi_A = 3\pi/2$$

$$\varphi_B = \pi/2$$



A 振子参考圆

B 振子参考圆

图 5'-11

此题考查对于动量守恒定律、机械能守恒定律、简谐振动的动力学与运动学分析的掌握深度及灵活运用(特别是换用参照系)能力,是一个综合性的考查题.解题时,要能看出在  $B$  靠着墙而弹簧恢复原长的这段时间内,系统机械能守恒(动量不守恒,所以才能弹开),从而求出在这过程中  $A$  的末速度;也要能看出在弹簧恢复原长时,  $B$  将开始离开墙,而此后系统的运动中动量与机械能都守恒,并根据动量守恒求出  $C$  点的速度,证明  $C$  点的运动为匀速直线运动.在此之后就要换用  $C$  参照系,分析两物体相对于  $C$  参照系的运动,求出两物体做简谐振动的频率及开始时系统的总机械能,从而根据机械能守恒求出两物体的振幅,并分别根据两物体的平衡位置与初速求出两物体振动的初相位.在解此题时,任何概念模糊及思路不清晰的地方都会有所反映,导致错误.

二、1. 用  $d$  表示极板间距,  $C_a$  表示图 5-10 中充有介质那部分电容器的电容,  $C_b$  表示图中未充介质那部分电容器的电容,  $C$  表示电容器的总电容,  $U_0$  表示图 5-9 中极板间电势差,  $U$  表示图 5-10 中极板间电势差.

$$E_0 = \frac{U_0}{d} = \frac{1}{d} \left( \frac{Q_0}{C_0} \right) = \frac{1}{d} \frac{Q_0}{S/(4\pi k d)} = \frac{4\pi k Q_0}{S}$$

式中  $k = 9.00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$$E_a = E_b = \frac{U}{d} = \frac{1}{d} \left( \frac{Q}{C} \right) = \frac{1}{d} \left( \frac{Q_0}{\frac{1}{2}\epsilon C_0 + \frac{1}{2}C_0} \right)$$

$$= \frac{2}{\epsilon + 1} \frac{Q_0}{d C_0} = \frac{2}{\epsilon + 1} E_0 = \frac{2}{\epsilon + 1} \frac{4\pi k Q_0}{S}$$

$$Q_1 = C_a U = \frac{\epsilon}{2} C_0 (E_a d) = \frac{\epsilon}{2} C_0 \left( \frac{2}{\epsilon + 1} \frac{Q_0}{C_0} \right)$$

$$= \frac{\epsilon}{\epsilon + 1} Q_0$$

$$Q_2 = C_b U = \frac{1}{2} C_0 (E_b d) = \frac{1}{\epsilon + 1} Q_0$$

因  $E_a = E_b$ , 故

$$4\pi k \frac{Q_1 + Q_1'}{S/2} = 4\pi k \frac{Q_2}{S/2}$$

解上式得:

$$Q_1' = -(Q_1 - Q_2) = -\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} Q_0$$

由网络的对称性可知,假设有  $I$  安培电流由  $a$  点流入网络,必有  $I/3$  电流由  $a$  流向  $c$ ,在  $c$  点又分两支路电流向  $d$  和  $b$ ,即流经  $cb$  的电流为  $I/6$ (图 5'-12).

另一方面,假设有  $I$  安培电流从网络  $b$  点流出,亦有  $I/3$  安培由  $c$  点流向  $b$ , $a$  和  $d$  分别有  $I/6$  流向  $c$ .

将两种情况叠加,则有  $I$  安培电流由  $a$  流入,从  $b$  流出,按电流可叠加性,必有

$$I_{ac} = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{I}{2}, \text{ 经导线 } ac \text{ 由 } a \text{ 流向 } c$$

$$I_{cb} = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{I}{2}, \text{ 经导线 } cb \text{ 由 } c \text{ 流向 } b$$

所以  $a$ 、 $b$  两点间等效电阻

$$R_{ab} = \frac{U_{ab}}{I} = \frac{I_{ac}R_0 + I_{cb}R_0}{I} = R_0$$

此题是利用旋转对称性分析电路的一个例子(电路绕垂直于图面过任一结点的轴旋转  $120^\circ$  就恢复原状),考查学生思路清晰、见多识广,掌握解题技巧的情况.

三、1. (1) 题给圆循环过程  $p$ - $V$  图的圆心  $O'$  在第一象限等分角线上,而等温线是等轴双曲线,对  $OO'$  直线对称,故圆循环中最高温度的等温线必在  $OO'$  直线与圆之交点  $H$  处相切,如图 5'-13 所示.

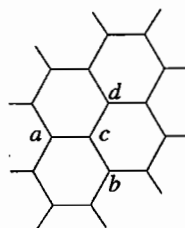


图 5'-12

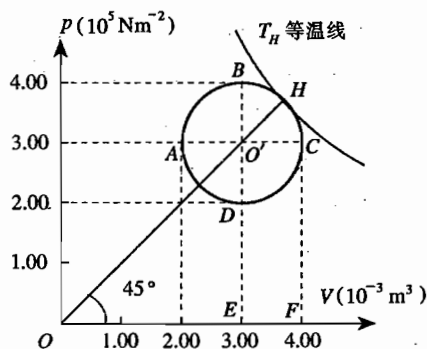


图 5'-13

$$\begin{aligned}
 T_H &= \frac{p_H V_H}{nR} \\
 &= \frac{[(3 + 1 \times \sin 45^\circ) \times 10^5][(3 + 1 \times \cos 45^\circ) \times 10^{-3}]}{(2/8.31) \times 8.31} \text{ K} \\
 &= \frac{\left(3 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times 10^2}{2} \text{ K} = 687 \text{ K}
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{3 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3}}{(2/8.31) \times 8.31} \text{ K} = 600 \text{ K}$$

$$T_D = \frac{p_D V_D}{nR} = \frac{2 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3}}{(2/8.31) \times 8.31} \text{ K} = 300 \text{ K}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{CD} &= n \times 1.5R(T_D - T_C) \\
 &= \frac{2.00}{8.31} \times 1.50 \times 8.31 \times (300 - 600) \text{ J} \\
 &= -900 \text{ J}
 \end{aligned}$$

负号表示内能减少。

在  $C$  到  $D$  压缩过程中,外界对气体做正功  $W_{CD}$ ,其数值等于图中  $DCFED$  面积(该面积等于矩形面积  $O'CFE$  减去四分之一圆面积)乘以每单位面积对应的  $10^5 \text{ N/m}^2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 100 \text{ J}$  的功。即

$$\begin{aligned}
 W_{CD} &= \left[ (3 \times 1) - \frac{\pi}{4} \times 1^2 \right] \times 10^2 \text{ J} \\
 &= \left( 3 - \frac{\pi}{4} \right) \times 10^2 \text{ J} = 222 \text{ J}
 \end{aligned}$$

按热力学第一定律  $Q_{CD} + W_{CD} = \Delta E_{CD}$ ,得  $Q_{CD} = \Delta E_{CD} - W_{CD} = -900 \text{ J} - 222 \text{ J} = -1122 \text{ J}$ . 负号表示放热。

此题考查利用  $p$ - $V$  图解决热力学过程问题的能力,要求熟悉原理,计算准确。

2. 从热力学第一定律  $Q_{AB} + W_{AB} = \Delta E_{AB}$  可以看出:凡满足  $W_{AB} = 0$  条件的过程,均有  $Q_{AB} = \Delta E_{AB}$  关系,而具有  $W_{AB} = 0$  特点的过程原则上有无多个。图 5'-14 中  $ACDEB$  过程就是使  $W_{AB} = 0$  的理想过程之一。从图中不难看出: $C \rightarrow D$  过程,外界对体系做负功,大小等于  $CDHF$  矩形面积; $E \rightarrow B$  过程,外界对体系做正功,大小等于  $BGHE$  矩形面积。这两个矩形面积相等,因此  $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$  过程中,外界对体系做功之代数和为零,即这过程中体系净吸热总量等于从初态到终态内能的增量。

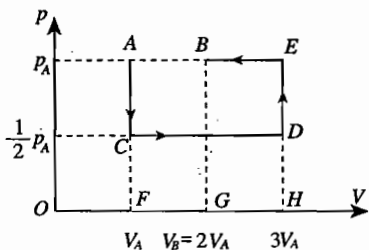


图 5'-14

此题考查利用  $p$ - $V$  图判断气体对外做功多少的理解与灵活运用能力,有一定的启发性。

四、1. 主轴上物  $A$  发出的光线  $AB$ , 经液体界面折射后沿  $BD$  方向入射于球面镜时, 只要  $BD$  延长线过球心  $C$ , 光线经球面反射后必能沿原路折回. 按光路可逆性原理, 折回的光线相交于  $A$  (图 5'-15).

对空气、液体界面用折射定律有:

$$\sin i = n \sin r$$

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{BE/AB}{BE/CB}$$

当光阑足够小时,  $B \rightarrow E$ , 因此有:

$$n = \frac{CE}{AE} = \frac{40.0}{30.0} = 1.33$$

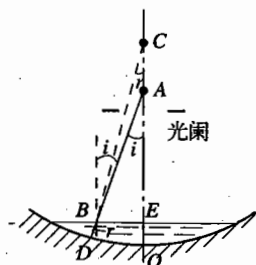


图 5'-15

此题考查运用光路可逆性原理及对近轴光线作近似处理的能力, 对于中学水平学生要求解题有一定灵活运用能力.

2. 先考虑主轴上物点  $A$  发出的两条光线, 其一沿主轴方向  $ACO E$  入射界面, 无偏折地出射, 进入人眼  $E$ . 其二沿  $AP$  方向以入射角  $i$  斜入射于界面  $P$  点, 折射角为  $r$ . 折射光线  $PQ$  要能进入人眼  $E$ ,  $P$  点应非常靠近  $O$  点, 或说入射角  $i$  和折射角  $r$  应很小. 若角度用弧度度量, 在小角(近轴)近似下, 折射定律  $n \sin i = \sin r$  可写为  $r = ni$ . 这两条光线反向延长, 在主轴上相交于  $A'$ ,  $A'$  即物  $A$  之虚像点(图 5'-16).

对  $\triangle APA'$  用正弦定理, 得:

$$\frac{\sin \angle A'PA}{A'A} = \frac{\sin(\pi - i)}{A'P} = \frac{\sin i}{A'P}$$

在小角(近轴)近似下:

$$\sin \angle A'PA = \angle A'PA = ni - i, \quad \sin i = i$$

$$\overline{A'P} = \overline{A'O}$$

上式可写为:

$$\frac{ni - i}{\overline{A'O} - 2R} = \frac{i}{\overline{A'O}}$$

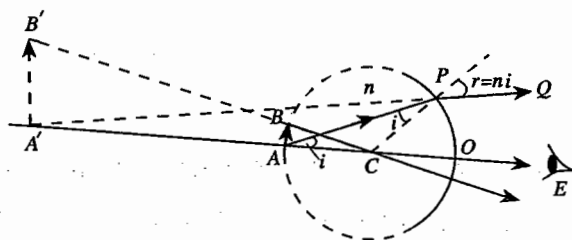


图 5'-16

解上式得:

$$\overline{A'O} = \frac{2R}{2 - n} = \frac{2R}{2 - 3/2} = 4R$$

为了分析成像倒正和放大情况,将水银柱看成有一定高度的垂轴小物体  $AB$ . 既然  $A-A'$  是一对共轭点,只要选从  $B$  发出的任一条光线经界面折射后,反向延长线与过  $A'$  点垂轴线相交于  $B'$ ,  $B'$  是物点  $B$  的虚像点,即  $A'B'$  是物  $AB$  之正立虚像.

选从  $B$  点发出过圆柱面轴心  $C$  之光线  $BC$ . 该光线对界面来说是正入射(入射角为零),故无偏折地出射,反向延长  $BC$  线交过  $A'$  垂轴线于  $B'$ ,从  $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$  得:

$$\text{放大率} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C}{AC} = \frac{3R}{R} = 3$$

此题为单球面折射成像问题,在中学物理课程中无现成公式可以代入求解,但直接根据折射定律,考虑近轴光线(在球面上入射角很小)近似,完全可以解出. 故此题考查运用基本原理处理未学过的问题的能力,检查学习中的消化情况.

五、1. 谱线实验值  $\frac{\lambda}{\lambda_0}$  为:  $\frac{9}{5}, \frac{4}{3}, \frac{25}{21}, \frac{9}{8} \dots$

将第二项、第四项分子分母同乘以 4,得:  $\frac{9}{5}, \frac{16}{12}, \frac{25}{21}, \frac{36}{32} \dots$

上述数列进一步可写为:  $\frac{9}{9-4}, \frac{16}{16-4}, \frac{25}{25-4}, \frac{36}{36-4} \dots$

或  $\frac{3^2}{3^2-2^2}, \frac{4^2}{4^2-2^2}, \frac{5^2}{5^2-2^2}, \frac{6^2}{6^2-2^2} \dots$

即  $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{n^2}{n^2-2^2}, n = 3, 4, 5 \dots$

所以  $\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2-2^2}$

用波长倒数,可将上述巴耳末公式写成更简单形式:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \frac{n^2-2^2}{n^2} = \left(\frac{2^2}{\lambda_0}\right) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

即

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

其中

$$\begin{aligned} R &= \frac{2^2}{\lambda_0} = \frac{4}{3 \ 645. \ 61} \text{ \AA}^{-1} = 1.097 \ 2 \times 10^{-3} \text{ \AA}^{-1} \\ &= 1.097 \ 2 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

2. 光子从质量  $M = M_s$ 、半径为  $R$  的黑洞逃逸(即脱离黑洞引力的影响,可认为离黑洞为无穷远)时,克服黑洞引力所做的功  $W$  是以光子能量  $h\nu (= mc^2)$  的减少为代价的. 若  $W > mc^2$ ,则光子无论如何也无法从黑洞逃逸. 而  $W$  等于光子从黑洞表面逃逸到无穷远时,光子和黑洞这个体系引力势能的增量  $G \frac{M_s m}{R}$ . 故当

$$mc^2 < G \frac{M_s m}{R}$$



即

$$R < G \frac{M_s}{c^2}$$

时光子不能从黑洞逃逸. 代入数值

$$R < 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{2.0 \times 10^{30}}{(3.0 \times 10^8)^2} \text{ m}$$

得

$$R < 1.5 \times 10^3 \text{ m}$$

即该黑洞质量  $M = M_s$  时, 半径最多只能有 1.5 km. 我们知道, 太阳半径为  $7 \times 10^5$  km, 可以想像, 黑洞是何等超高密度.

此题给出引力势能公式及关于黑洞的基本情况的介绍, 要求学生由黑洞对光子的作用作出给定质量的黑洞半径大小的估算, 考查学生掌握(势能)基本概念, 活用知识的能力. 这是在学习物理中培养能力的一个重要方面.

六、由照片看出, 四次闪光只拍到两个  $B$  的像, 这说明  $B$  的像必有重叠. 单根据重叠的情况, 对于  $A$ 、 $B$  两物体的运动共可作出如下三种假设. 下面分别讨论, 并作出物理上的判断.

1. 假设碰撞前  $B$  向左做匀速直线运动, 碰撞后  $B$  弹回的两个像跟碰撞前的两个像重叠. 即各次闪光时  $B$  像左侧面的位置坐标依次为  $x_{B_0} = 70, x_{B_1} = 60, x_{B_2} = 60, x_{B_3} = 70$ . 因碰撞前后  $B$  在两次闪光时间间隔内运动的路程均为 10, 故碰撞前后  $B$  的运动速率均为  $10/\Delta t$ , 而碰撞前后  $B$  都是做匀速直线运动, 据此可推断出  $B$  与  $A$  碰撞位置只能在  $x = 55$  处, 碰撞时刻是  $t = 1.5\Delta t$ . 由于  $t = 1.5\Delta t$  时刻不闪光, 而照片上  $x = 55$  处有  $A$  的像, 这说明碰撞前或碰撞后  $A$  静止在  $x = 55$  处, 因而照片上  $A$  的像必将在  $x = 55$  处发生叠影(在  $t_0, t_1$  或在  $t_1, t_3$  拍出), 但实际上  $A$  有四个像, 并无叠影, 因此, 这一假设不成立.

2. 假设碰撞前  $B$  静止于  $x = 60$  处, 前三次像叠影, 其坐标为  $x_{B_0} = x_{B_1} = x_{B_2} = 60$ , 碰撞后  $B$  向右运动,  $x_{B_3} = 70$ .

据此假设可推断碰撞位置在  $x = 60$  处, 碰撞前有三次闪光,  $A$  像右侧面坐标依次为  $x_{A_0} = 10, x_{A_1} = 30, x_{A_2} = 50$ ,  $A$  的速率为  $20/\Delta t$ , 由此可推断碰撞发生在  $t = 2.5\Delta t$  时刻, 碰撞后  $B$  的速率为  $10/\left(\frac{\Delta t}{2}\right) = 20/\Delta t$ ,  $A$  的速率为  $5/\left(\frac{\Delta t}{2}\right) = 10/\Delta t$ , 方向向右. 由动量守恒, 设  $A$ 、 $B$  的质量分别为  $m_A$ 、 $m_B$ , 可写出

$$m_A \times \frac{20}{\Delta t} = m_A \left( \frac{-10}{\Delta t} \right) + m_B \left( \frac{20}{\Delta t} \right)$$

解得

$$m_B = \frac{3}{2} m_A$$

再根据能量关系判断这一假设是否能成立. 碰前两滑块的总动能

$$E_k = \frac{1}{2} m_A \left( \frac{20}{\Delta t} \right)^2 = 200 m_A / (\Delta t)^2$$

碰后两滑块的总动能

$$\begin{aligned}
 E_k' &= \frac{1}{2}m_A\left(\frac{-10}{\Delta t}\right)^2 + \frac{1}{2}m_B\left(\frac{20}{\Delta t}\right)^2 \\
 &= 50m_A/(\Delta t)^2 + 200m_B/(\Delta t)^2 \\
 &= 350m_A/(\Delta t)^2
 \end{aligned}$$

$E_k' > E_k$ , 即碰撞后总动能增加了, 这是不可能的, 因而这一假设不成立.

3. 假设碰撞前  $B$  向左做匀速直线运动, 碰撞后  $B$  静止, 后三次像叠影, 即  $x_{B0} = 70, x_{B1} = x_{B2} = x_{B3} = 60$ . 据此可推断出碰撞位置在  $x = 60$  处, 且碰撞是在第二次闪光前发生. 碰撞后  $A$  做匀速直线运动, 它的三个像应是碰撞后的, 且应是等距离的, 只能是  $x_{A1} = 50, x_{A2} = 30, x_{A3} = 10$ , 其速率为  $20/\Delta t$ . 碰撞后  $A$  从  $60$  到  $50$ , 所用时间为  $\Delta t/2$ , 因而可推断: 第一次闪光时,  $x_{A0} = 55$ , 向右运动, 在  $t = 0.5\Delta t$  时刻与  $B$  在  $x = 60$  处相碰. 由照片可以看出, 碰前  $B$  的速率为  $10/\frac{\Delta t}{2}$ , 即  $20/\Delta t$ .  $A$  的速率为  $5/\left(\frac{\Delta t}{2}\right)$ , 即  $10/\Delta t$ , 方向向右.

由动量守恒得:

$$m_A \times \frac{10}{\Delta t} + m_B \times \frac{-20}{\Delta t} = m_A \times \frac{-20}{\Delta t}$$

解得

$$m_B = \frac{3}{2}m_A$$

碰前两滑块的总动能

$$\begin{aligned}
 E_k &= \frac{1}{2}m_A\left(\frac{10}{\Delta t}\right)^2 + \frac{1}{2}m_B\left(\frac{20}{\Delta t}\right)^2 \\
 &= 50m_A/(\Delta t)^2 + 200m_B/(\Delta t)^2 \\
 &= 350m_A/(\Delta t)^2
 \end{aligned}$$

碰后两滑块的总动能

$$E_k' = \frac{1}{2}m_B\left(\frac{20}{\Delta t}\right)^2 = 200m_A/(\Delta t)^2$$

$E_k' < E_k$  这表明在碰撞过程中有机械能损耗, 这是可能的. 因而这一假设是正确的.

此题要求严密的逻辑推理与物理分析, 是考查分析能力的一个很好的难题. 由题意, 解题时作分析的根据只能是(1)四次拍照都拍到了  $A$  和  $B$ ; (2)  $A$  和  $B$  做对心碰撞的时刻是在四次拍照的时间范围之内, 且碰撞前后两物都各自做匀速直线运动(或静止); (3) 两物相碰时经历的时间很短, 可不计. 除此而外, 两物的质量, 第一次拍照时两物的位置与运动方向, 以及碰撞的性质(弹性或非弹性)均要由分析作出判断.

在解题时, 必须注意到  $A$  的像有四个而  $B$  的像只有两个, 并由此作出判断, 四次拍照时  $B$  的像有重叠. 但如果只猜出一种可能造成这种情况的运动过程, 就作为问题的解, 而不分析其可能性如何, 是达不到解此题的要求的. 学生解此题最常犯的一个错误就在于此. 如果猜出正确的运动过程并加以分析说明其合理性, 以此作为此题答案, 这虽也是可取的, 但不能保证答案的唯一性, 尚未完全作出此题的解答.

参考解答中给出的分析推理是严密的. 先根据  $B$  的像只有两个作出三种可能的运动情况(穷举法, 因无  $A$ 、 $B$  贴合在一起的像, 可以排除完全非弹性碰撞的可能性), 并分别就每一可能性作出物理(运动学、动力学)上的分析与判断, 逐一排除物理上不可能的情况, 最终得到的解才是唯一的.

此题中所用的原理并不深奥, 但能否想到要根据这些原理去作判断就反映了对原理掌握的程度.

## 实 验

一、1. 在支架上悬挂着的弹簧和钩码(包括附加的砝码)组成一弹簧振子, 对于给定的弹簧来说, 劲度系数  $k$  和有效质量  $m_0$  是确定的, 故振动周期  $T$  的改变取决于钩码和砝码质量  $m$  的改变. 现要求测 4 个数据点, 则要取 4 个  $m$  的数值. 由给出的钩码和砝码, 可取  $m = 20\text{ g}$ ,  $30\text{ g}$ ,  $40\text{ g}$  和  $50\text{ g}$  进行实验.

2. 因给出的砝码和电子秒表有足够的精度, 误差主要是来自秒表的准确度, 因受到反应速度的限制. 由于振子的振动周期较短, 而一般秒表的准确度约为  $0.1\text{ s}$ , 起动与止动合起来就有  $0.2\text{ s}$  的误差, 这就需要累加  $50 \sim 100$  个周期取平均, 使  $T$  有  $3 \sim 4$  位有效数字, 才能确保  $k$  有 3 位有效数字. 但测量周期的次数也不是越多越好, 因为测量次数过多则时间过长, 实验条件有所变化, 反而对提高精度不利.

3. 用作图法求  $k$  和  $m_0$  时, 必须把周期的数值取平方, 即

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}(m + m_0) \quad (1)$$

作  $T^2$ - $m_i$  图便得一直线, 由直线的斜率可求得  $k$ ; 把直线延长到  $T^2 = 0$  处, 由 (1) 式得  $m_0 = -m$ , 从而可求得有效质量  $m_0$ .

4. 用算法处理数据求  $k$  和  $m_0$  时, 因未知数有两个, 故需要两个方程联立求解, 设有  $i$ 、 $j$  两个数据点, 由 (1) 式有

$$T_i^2 = \frac{4\pi^2}{k}(m_i + m_0)$$

$$T_j^2 = \frac{4\pi^2}{k}(m_j + m_0)$$

从而解得

$$k = \frac{4\pi^2(m_j - m_i)}{T_j^2 - T_i^2} \quad (2)$$

$$m_0 = \frac{T_i^2 m_j - T_j^2 m_i}{T_j^2 - T_i^2} \quad (3)$$

5. 回答问题: 若所用的秒表不准确, 则测得的  $T$  值变为  $\alpha T$ ,  $\alpha \neq 1$ . 若秒表走得快, 则  $\alpha > 1$ ; 秒表走得慢, 则  $\alpha < 1$ . 代入 (2) 式和 (3) 式, 则

$$k = \frac{4\pi^2(m_j - m_i)}{\alpha^2 T_j^2 - \alpha^2 T_i^2}$$

$$m_0 = \frac{\alpha^2 T_j^2 m_i - \alpha^2 T_i^2 m_j}{\alpha^2 T_j^2 - \alpha^2 T_i^2} = \frac{T_j^2 m_i - T_i^2 m_j}{T_j^2 - T_i^2}$$

故②式改变了,而③式不变,即 $k$ 有系统误差,而 $m_0$ 没有系统误差。

### 6. 例:实验参考数据

$m_i(\text{g})$	20.00	30.00	40.00	50.00
$T_i(\text{s})$	0.803 7	0.960 4	1.092	1.216
$T_i^2(\text{s}^2)$	0.645 9	0.922 4	1.195	1.479

按有效数字的要求,选取坐标纸上的适当分度作得一直线,如图5'-17所示。

选取图中直线上的 $A(0, 0.085)$ 和 $B(48.0, 1.420)$

两点,求得

$$k = 1.42 \text{ N/m}$$

延长直线求 $m$ 轴的截距,得

$$m_0 = -m = 3.1 \text{ g} = 3.1 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

把测量数据按上述方法代入理论计算公式③和④,也得到同样的结果(略)。

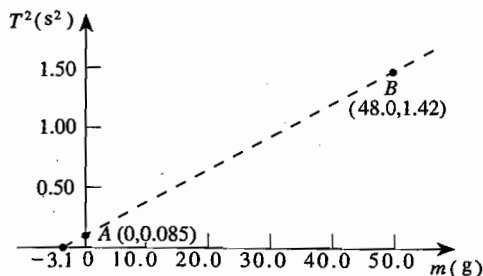


图5'-17

此题考查(1)实验操作能力,(2)根据测量方法及仪器以及测值准确度要求决定测量要取得的实验数据大小的范围(有效数字概念的运用),及(3)采用作图法处理数据求得实验结果的技巧(用 $T^2-m$ 图可得直线,便于求出结果),并根据数据及测值准确度要求选取图线坐标尺度.这些都是实验工作中的基本技能。

二、根据电位补偿原理设计电路,如图5'-18所示。

1. 测量待测电源的电动势 $E_x$

初选电阻箱电阻 $R_1, R_2$ 为 $10^3 \Omega \sim 10^4 \Omega$ . 测量时断开 $K_3$ , 接通 $K_1, C$ 点接“1”,  $K_2$ 接“4”. 调节 $R_1$ 使检流计指零. 然后 $C$ 点分别接“2”、“3”, 依次调节 $R_1$ , 使检流计指零, 记录此时 $R_1$ 与 $R_2$ 数值, 得

$$E_{\text{标}} = \frac{U}{R_1 + R_2} R_1 \quad \text{①}$$

将 $C$ 点接“1”,  $K_2$ 接“5”, 按上述方法继续调节 $R_1$ 至 $R_1', R_2$ 至 $R_2'$ , 注意保持 $R_1' + R_2' = R_1 + R_2$ , 使检流计指零, 记录此时 $R_1'$ 与 $R_2'$ 的数值, 得

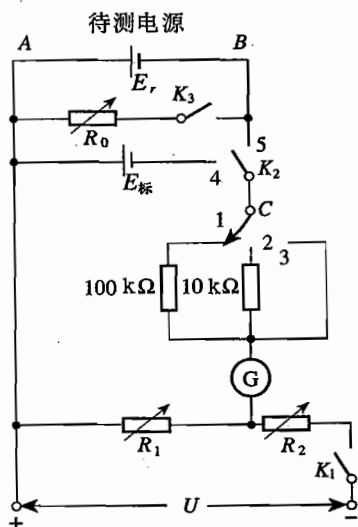


图5'-18

$$E_x = \frac{U}{R_1' + R_2'} R_1' \quad (2)$$

由①、②式得

$$\frac{E_x}{E_{\text{标}}} = \frac{R_1'}{R_1}$$

故

$$E_x = \frac{R_1'}{R_1} E_{\text{标}} \quad (3)$$

## 2. 测量待测电源的内阻 $r$

选  $R_0$  为  $10^3 \Omega$  数量级, 接通  $K_1$  和  $K_3$ ,  $K_2$  接“5”,  $C$  点接“1”(顺次接“2”和“3”). 分别调节  $R_1$  至  $R_1''$ ,  $R_2$  至  $R_2''$ , 注意保持  $R_1'' + R_2'' = R_1' + R_2'$ , 使检流计指零, 则待测电源的端电压

$$U_{AB} = \frac{U}{R_1'' + R_2''} R_1'' \quad (4)$$

由③、④式得

$$\frac{U_{AB}}{E_x} = \frac{R_1''}{R_1'} \quad (5)$$

又利用全电路欧姆定律, 则

$$U_{AB} = \frac{E_x}{R_1 + r} R_0 \quad (6)$$

由⑤、⑥式解得

$$r = \left( \frac{E_x}{U_{AB}} - 1 \right) R_0 = \left( \frac{R_1'}{R_1''} - 1 \right) R_0 \quad (7)$$

为了使测量准确, 可按预置的  $R_0$  值测量一次算出  $r$  值, 这是  $r$  的大概值. 在这个值附近选择  $R_0$  值进行测量, 再由⑦式求得几个数据点的  $r$  值, 便可较精确地测定电源的内阻.

## 3. 结果和说明

实验中各组待测电源的电动势和内阻数值都比较接近, 以某一组数据为代表, 实际测量结果:

$$E_x = 1.555 \text{ V}$$

$$r = 2\ 829 \Omega \pm 3 \Omega$$

上述测量电路与计算方法不是唯一的, 但所依据的原理都是一样的. 测内阻时只要选择  $R_0 \approx r$ , 则用不同方法测得的结果都很接近, 这里不再一一列举.

## 4. 回答问题

(1) 测量电动势时误差主要来自两方面: 一是检流计未调到准确指零, 二是测量过程中工作电源的输出电压未能严格保持恒定.

(2) 用现有仪器提高测量电源内阻的准确度, 应使外电路的  $R_0$  值尽量接近内阻  $r$  值. 为此, 要先取  $R_0$  为某值进行试测, 求得近似的  $r$  值, 然后在  $r$  值附近选择  $R_0$  值进行多次测量取平均.

## □ 试

一、1. 设各支路的感应电动势及电流如图 5'-19(a) 所示, 以  $U_P - U_Q$  表示  $P, Q$  两点的电势差, 则根据欧姆定律, 对三个支路可得下列三式:

$$U_P - U_Q = E_1 - \frac{1}{4}I_1r$$

$$U_P - U_Q = I_2R - E_2$$

$$U_P - U_Q = I_3 \times \frac{3}{4}r - E_3$$

根据法拉第电磁感应定律可知:

$$E_1 + E_2 = \frac{1}{4}\pi a^2 b, \quad E_3 - E_2 = \frac{3}{4}\pi a^2 b$$

又在  $P$  点可写出

$$I_1 = I_2 + I_3$$

由以上诸式可解得  $I_2 = 0$ , 由此可知, 此时电压表读数为零。

2. 设各支路中感应电动势和电流如图 5'-19(b) 所示, 以  $U_P - U_Q$  表示  $P, Q$  两点的电势差, 则由欧姆定律可得:

$$U_P - U_Q = E_1 - \frac{1}{4}I_1r$$

$$U_P - U_Q = I_2R - E_2$$

$$U_P - U_Q = I_3 \times \frac{3}{4}r - E_3$$

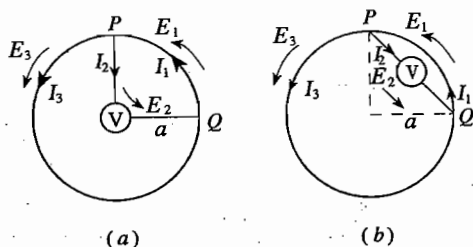


图 5'-19

由法拉第电磁感应定律可得:

$$E_1 + E_2 = \frac{1}{4}\pi a^2 b - \frac{1}{2}a^2 b$$

$$E_3 - E_2 = \frac{3}{4}\pi a^2 b + \frac{1}{2}a^2 b$$

又在  $P$  点可写出

$$I_1 = I_2 + I_3$$

由以上诸式可解得

$$I_2 = \frac{-8a^2b}{16R + 3r}$$

故电压表的读数应为

$$\frac{8a^2bR}{16R + 3r}$$

此题考查(1) 对于电磁感应现象中感生电动势的理解, 在磁场随时间变化的情况下, 闭合回路中的感生电动势存在于回路的各段支路中, 且每一支路上均满足一段含源电路的欧姆定律(支路上电动势、电阻上电势降与支路两端电势差三者之间的关系); (2) 对于电压表

读数的本质理解,即电压表读数由通过电压表的电流决定.从参考解答中可以明显看出解题的根据最根本的就是这两点.当然,在本题中不加说明地认为电路中电流是稳恒电流,这在中学物理水平上是不言而喻的.

此题应能对学生在思考问题时学会紧扣基本原理的物理思维方法有所启发与锻炼,不局限于笼统地认为电压表测电压(不管连接线),而稳恒电路中两点间电压是一定值.实际上,当接着电压表的测量电路也放在变化磁场中时,在电压表电路中也有感生电动势,因此测量电路导线所放位置不同,电压表的读数也会不同.

二、1. 取竖直向下为坐标轴正向,即位移、速度、加速度方向向下者取正值,反之取负值.

在第一次碰地前,环与棒以相同速度做自由落体运动,在棒碰地前瞬间环和棒的速度

$$v_0 = \sqrt{2gH} \quad (\text{向下})$$

碰地后瞬间,棒弹回的速度

$$v_c = -\sqrt{2gH} \quad (\text{向上})$$

环的速度仍为

$$v_r = \sqrt{2gH} \quad (\text{向下})$$

在此瞬间,环对棒的相对速度

$$v' = v_r - v_c = 2\sqrt{2gH} \quad (\text{向下})$$

此后环相对于棒做下滑运动(沿棒下滑),在环未滑脱也未停止相对滑动前,棒的加速度

$$a_c = (k+1)g \quad (\text{向下})$$

环的加速度

$$a_r = -(k-1)g \quad (\text{向上})$$

环对棒的相对加速度

$$a' = a_r - a_c = -2kg \quad (\text{向上})$$

即环在棒上(相对于棒)做匀减速下滑.未滑脱时,环相对于棒停止滑动前在棒上下滑的距离

$$S_1 = \frac{-v'^2}{2a'} = \frac{-(2\sqrt{2gH})^2}{2(-2kg)} = \frac{2H}{k}$$

现在求环相对于棒停止滑动时棒的位置.

先求环从开始相对于棒下滑(即第一次棒碰地的瞬间)到止于棒上所需时间  $t_r$ ,由环相对于棒运动的初速度与加速度,即  $v'$  与  $a'$  可求出

$$t_r = \frac{-v'}{a'} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

再求碰地后棒弹回到最高点所需的时间  $t_c$ .设在此时间内环始终沿棒下滑.由棒的弹回初速度  $v_c$  与加速度  $a_c$  可求出

$$t_c = \frac{-v_c}{a_c} = \frac{\sqrt{2gH}}{(k+1)g} = \frac{1}{k+1} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

比较可得  $t_c < t_r$ .

这表明棒第一次碰地后弹回到最高点过程中,环一直沿棒下滑(这也符合计算  $t_c$  时的假设),而当棒从最高点回落了一段时间后,环才停止沿棒下滑,与棒以同一速度做自由落体运动.这时棒下端距地的高度  $H'$  可由  $t_r$  直接算出.棒下端从地面以初速  $v_c$  弹起,以匀加速度  $a_c$  运动  $t_r$  时间后的向上的位移(负值)即应是  $-H'$ ,故

$$\begin{aligned} -H' &= v_c t_r + \frac{1}{2} a_c t_r^2 \\ &= -\sqrt{2gH} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{1}{2} (k+1)g \left( \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2H}{g}} \right)^2 \end{aligned}$$

可得

$$H' = \frac{H}{k} \frac{k-1}{k}$$

2. 继续上面的计算,可知在棒第二次碰地以前,当环与棒相对静止时两者的共同速度

$$\begin{aligned} v_1 &= v_c + a_c t_r \\ &= -\sqrt{2gH} + (k+1)g \left( \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2H}{g}} \right) \\ &= \frac{1}{k} \sqrt{2gH} \quad (\text{向下}) \end{aligned}$$

此时环与棒以  $v_1$  在  $H'$  高度处共同下落(图 5'-20).

这相当于两物从棒下端高度为  $H''$  处自静止自由下落.可求出

$$\begin{aligned} H'' &= \frac{v_1^2}{2g} + H' \\ &= \frac{H}{k^2} + \frac{H}{k^2} (k-1) \\ &= \frac{H}{k} \end{aligned}$$

以上计算表明,经过第一次碰撞,环相对棒滑动停止时,以后的问题可换成环停在距棒下端  $(L-S_1)$  处,而棒由下端距地  $\frac{H}{k}$  处自由下落.

因此,在环未滑脱前,各次碰地弹跳后,环在棒上滑下的距离依次为:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{2H}{k}, \quad S_2 = \frac{2(H/k)}{k} = \frac{2H}{k^2} \dots \\ S_{n-1} &= \frac{2H}{k^{n-1}} \end{aligned}$$

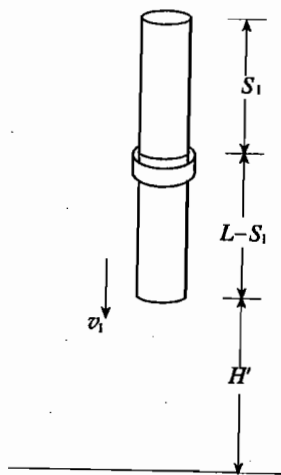


图 5'-20



棒在前 $(n-1)$ 次碰地弹跳过程中,环在棒上滑下总距离 $S$ 为:

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 + \cdots + S_{n-1} \\ &= \frac{2H}{k} \left( 1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2} + \cdots + \frac{1}{k^{n-1}} \right) \\ &= \frac{2H}{k} \frac{1 - \frac{1}{k^n}}{1 - \frac{1}{k}} \end{aligned}$$

若要环在 $n$ 次碰撞后滑脱,应有

$$S < L \leq S + \frac{2H}{k^n}$$

即

$$\frac{2H}{k} \frac{1 - \frac{1}{k^n}}{1 - \frac{1}{k}} < L \leq \frac{2H}{k} \frac{1 - \frac{1}{k^n}}{1 - \frac{1}{k}} + \frac{2H}{k^n}$$

或

$$\frac{1 - \frac{1}{k^n}}{1 - \frac{1}{k}} < \frac{kL}{2H} \leq \frac{1 - \frac{1}{k^n}}{1 - \frac{1}{k}} + \frac{1}{k^n}$$

或

$$\frac{1 - \frac{1}{k}}{1 - \frac{1}{k^n}} \leq \frac{2H}{kL} < \frac{1 - \frac{1}{k}}{1 - \frac{1}{k^n}} + \frac{1}{k^n}$$

解此题时要先根据题意对物理过程有一概括的了解,然后想清条件,针对目标,认清要讨论的问题,对过程作出逐段分析(例如要求出环沿棒的下滑运动,就要讨论环相对于棒的运动;要解决棒弹回到最高点时环是否仍在沿棒下滑,就要求出棒弹起到最高点所需时间和环停在棒上所需时间并进行比较,等等)。这是对能否细致地运用原理分析问题的考查。此题第1问明确提出了这种细致分析的要求。第2问则要求对 $n$ 次弹跳作出分析。显然,如果逐次地讨论每次弹跳过程,将是困难的,这就要善于把第一次弹跳的结果转化为一个可以适用于分析 $n$ 次弹跳的形式,把问题一总解决。这要求解题的一定技巧(当然,不是所有涉及 $n$ 次过程的问题都一定能这样做,但在此题中恰可运用这种技巧)。作出这种转化后,再正确确定 $n$ 次弹跳滑脱(即在棒第 $n$ 次弹起后,第 $n+1$ 次碰地前环从棒上滑脱)的条件与环在棒上运动的总距离的关系,此题就可解出。

此题有相当难度,也能由它看出解题者的掌握概念、灵活运用的技巧与水平。

# 第六届竞赛试题解答与剖析

## 预赛(第一试)

一、正电子;电子.

二、卢瑟福;查德威克;汤姆生;李政道;杨振宁;吴健雄.

三、右; 右.

在题给光路中插入厚玻璃平板前,屏的位置在透镜右侧离透镜  $2f$  处.

当厚玻璃板放在光源与透镜之间时,玻璃板折射光线的作用(图 6'-1)相当于把光源  $S$  向透镜移近到  $S_1$ . 在玻璃板厚度  $d < f$  的条件下,移近的距离也小于  $f^*$ ,  $S_1$  在透镜左方焦点之外,故在透镜右侧仍能形成光源的实像,但像距增大,屏应向右移动才可接收到光源的清晰的像.

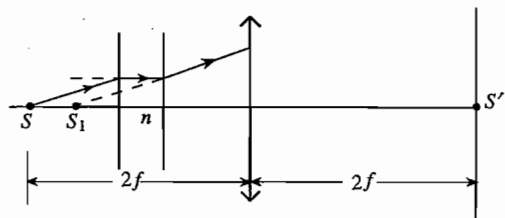


图 6'-1

当厚玻璃板放在透镜与屏之间时,由于厚玻璃板折射光线的作用,透镜右方光线的会聚点  $S'$  将向右移到  $S_1'$ (图 6'-2),故屏也应向右移.

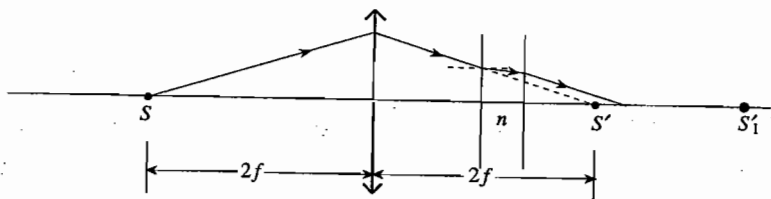


图 6'-2

此题考查学生对于厚平板玻璃在成像光路中会产生移像作用的理解. 对于第一空,学生一般都能看出插入玻璃板后相当于光源向右移了,但未必能注意想清楚是否仍能在透镜右侧形成实像. 对于第二空,如不作具体分析,可能误以为存在对称关系而误答屏应向左移动.

四、A. 两电阻串联

1. 在串联电路中,流过串联电路各电阻的电流强度相等,设为  $I$ ,如图 6'-3 所示.
2. 串联电路两端的总电压等于各部分电路两端电压之和. 设  $R_1$ 、 $R_2$  两端的电压和总电压分别为  $U_1$ 、 $U_2$  和  $U$ (如图 6'-3 所示),则有

四、A. 两电阻串联

1. 在串联电路中,流过串联电路各电阻的电流强度相等,设为  $I$ ,如图 6'-3 所示.

2. 串联电路两端的总电压等于各部分电路两端电压之和. 设  $R_1$ 、 $R_2$  两端的电压和总电压分别为  $U_1$ 、 $U_2$  和  $U$ (如图 6'-3 所示),则有

\* 考虑到能插入的平板玻璃必须  $d < 2f$ ,而且玻璃折射率  $n < 2$ ,可知光源移向透镜的距离

$$\overline{SS_1} = d\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

一定小于  $f$ ,题中  $d < f$  的条件可不加.

$$U = U_1 + U_2$$

3. 设  $R$  为此串联电路的等效电阻. 根据欧姆定律, 有

$$U_1 = IR_1$$

$$U_2 = IR_2$$

$$U = IR$$

4. 将②、③、④式代入①式, 整理后可得

$$R = R_1 + R_2$$

### B. 两电阻并联

1. 并联电路中各支路两端电压相等, 设为  $U$ , 如图 6'-4 所示.

2. 并联电路中的总电流强度等于各支路电流强度之和. 设  $R_1$ 、 $R_2$  中的电流强度和总电流强度分别为  $I_1$ 、 $I_2$  和  $I$  (如图 6'-4 所示), 则有

$$I = I_1 + I_2 \quad \text{⑤}$$

3. 设  $R$  为此并联电路的等效电阻. 根据欧姆定律, 有

$$I_1 = U/R_1$$

$$I_2 = U/R_2$$

$$I = U/R$$

4. 将⑥、⑦、⑧式代入⑤式, 整理后可得

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

### 五、 $-\omega R^2 B/2$ .

讨论金属杆在磁场中切割磁感线的速率.

由图 6'-5 可得

$$\overline{oa}^2 = \frac{3}{4}R^2$$

$$\overline{ob}^2 = \frac{7}{4}R^2$$

金属杆  $ab$  绕  $o$  旋转一周

扫过的面积

$$A = \pi(\overline{ob}^2 - \overline{oa}^2) = \pi R^2$$

所用时间

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

切割磁感线速率

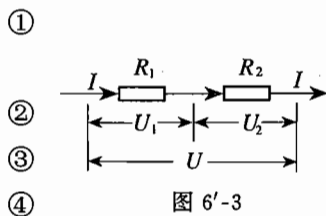


图 6'-3

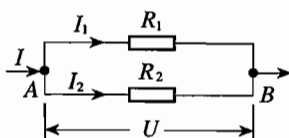


图 6'-4

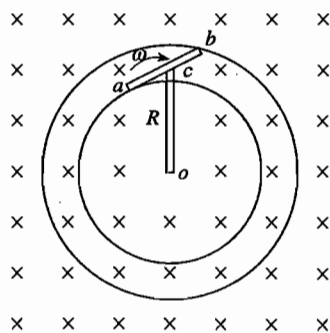


图 6'-5

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{BA}{T} = \frac{\omega R^2 B}{2}$$

$ab$  上电动势

$$E = \frac{\omega R^2 B}{2}, \text{方向由 } a \text{ 向 } b$$

$ab$  两端电势差( $b$  端电势高)

$$U_b - U_a = E = \frac{\omega R^2 B}{2}$$

故

$$U_{ab} = U_a - U_b = -\frac{\omega R^2 B}{2}$$

六、日光灯的电路如图 6'-6. 如果起动器 S 丢失, 可先用导线代替起动器 S 将电路接通片刻, 这相当于起动器内氖气导电使电路接通. 然后迅速移去导线, 这相当于起动器中接触片分离的过程, 从而在镇流器 L 两端产生高压使日光灯管 T 内水银蒸汽产生电离而导电, 点亮日光灯.

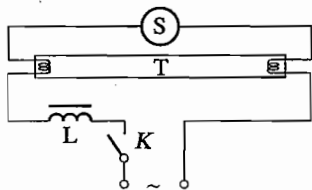


图 6'-6

此题检查学生对日光灯电路及工作原理, 特别是起动器的作用的理解, 可用来考查学生联系实际与动手的能力.

七、猎犬做匀速率曲线运动, 其加速度的大小与方向在不断改变. 从所讨论的时刻开始考虑一段很短的时间  $\Delta t$ , 在这段时间内猎犬运动的轨迹可近似看作是一段圆弧, 设其半径为  $R$ , 则加速度是

$$a = v_2^2/R \quad \text{①}$$

其方向与速度的方向垂直. 如图 6'-7 所示, 设在这  $\Delta t$  时间内狐狸与猎犬分别到达  $F'$  与  $D'$ , 猎犬的速度方向转过的角度为

$$\beta = v_2 \Delta t / R$$

而狐狸跑过的距离是

$$v_1 \Delta t \approx \beta L$$

( $\Delta t$  越小, 此式越精确.) 因而

$$v_2 \Delta t / R = v_1 \Delta t / L$$

$$R = Lv_2 / v_1$$

$$a = v_2^2 / R = v_1 v_2 / L$$

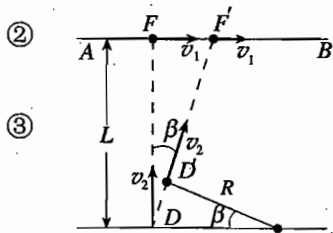


图 6'-7

此题要求学生能就一个具体问题讨论匀速率曲线运动中加速度与速度方向的改变的关系, 可检查学生对速度、加速度概念的理解. 学生如能采用以下解法就更好.

设猎犬在  $D$  处时加速度为  $\vec{a}$  (图 6'-8), 则在  $\Delta t$  时间内其速度由  $\vec{v}_2$  (方向指向  $F$ ) 变为  $\vec{v}_2'$  (方向指向  $F'$ ), 速度增加了  $\vec{a} \Delta t$ , 结果是速度大小不变, 方向改变的角度为

$$\beta = \frac{a\Delta t}{v_2} = \frac{v_1\Delta t}{L}$$

( $\Delta t$  越小, 上式越准确.) 由此立即可得

$$a = \frac{v_1 v_2}{L}$$

如果学生对于曲线运动中速度与加速度关系概念不清, 则对此题常无从下手, 或乱用公式不得要领.

八、两种气体均可视为理想气体, 过程是等温的, 对两种气体可分别使用玻意耳定律.

设在 U 形管两端朝上、朝下和平放三种情况下气体 1、2 的压强分别为  $p_1, p_2; p'_1, p'_2$  和  $p_{10}, p_{20}$ . 令 U 形管横截面积为  $S$ , 水银的密度为  $\rho$ , 则有

$$p_2 - p_1 = (L_2 - L_1)\rho g \quad (1)$$

$$p'_2 - p'_1 = -(L'_2 - L'_1)\rho g \quad (2)$$

由玻意耳定律

$$p_1 L_1 S = p_{10} L_{10} S, \quad p_2 L_2 S = p_{20} L_{20} S \quad (3)$$

$$p'_1 L'_1 S = p_{10} L_{10} S, \quad p'_2 L'_2 S = p_{20} L_{20} S \quad (4)$$

由①、③式可得

$$p_2 - p_1 = \frac{p_{20} L_{20}}{L_2} - \frac{p_{10} L_{10}}{L_1} = (L_2 - L_1)\rho g \quad (5)$$

由②、④式可得

$$p'_2 - p'_1 = \frac{p_{20} L_{20}}{L'_2} - \frac{p_{10} L_{10}}{L'_1} = -(L'_2 - L'_1)\rho g \quad (6)$$

在 U 形管平放情况下

$$p_{10} = p_{20} \quad (7)$$

把⑦式代入⑤、⑥式, 并代入  $L_1, L_2, L'_1, L'_2$  的数值, 得

$$\frac{p_{10} L_{20}}{18} - \frac{p_{10} L_{10}}{12} = 6\rho g \quad (8)$$

$$\frac{p_{10} L_{20}}{24} - \frac{p_{10} L_{10}}{6} = -18\rho g \quad (9)$$

⑧、⑨两式相除得到

$$2L_{10} = L_{20}$$

又因

$$L_{10} + L_{20} = L_1 + L_2 = 30 \text{ cm}$$

故可得

$$L_{10} = 10 \text{ cm}, \quad L_{20} = 20 \text{ cm}. \quad (10)$$

九、解法 I: 小球与大球接触后, 两球所带电量之比值  $k$  取决于两者的形状与大小, 它是与原带电量大小无关的恒量, 其数值可由第一次接触后两球的电量求出, 即

$$k = q/(Q - q) \quad (1)$$

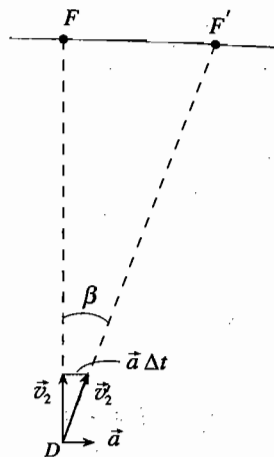


图 6'-8

经过多次接触后,小球的电量趋近于最大值  $q_m$ ,而大球的电量趋近于  $Q$ .由于每次接触后两球电量比值是相同的,故有

$$q_m/Q = k = q/(Q - q) \quad ②$$

由此可得出

$$q_m = kQ = qQ/(Q - q) \quad ③$$

解法 II: 设  $q_1, q_2, \dots, Q_1, Q_2, \dots$  分别为第 1, 2, ... 次接触后小球和大球所带的电量. 则有  $q_1 = q, Q_1 = Q - q, q_1/Q_1 = k = q/(Q - q), q_2/Q_2 = k = q/(Q - q), Q_2 = Q + q_1 - q_2 = Q + q - q_2$

由此得

$$q_2 = q(1 + q/Q)$$

第 3 次接触后,  $q_3/Q_3 = q/(Q - q), Q_3 = Q + q_2 - q_3, q_3 = q(1 + q/Q + q^2/Q^2)$

第  $n$  次接触后, 两球所带电量之比  $q_n/Q_n = q/(Q - q), Q_n = Q + q_{n-1} - q_n,$

$$q_n = q \left( 1 + \frac{q}{Q} + \frac{q^2}{Q^2} + \dots + \frac{q^{n-1}}{Q^{n-1}} \right) = q \frac{1 - (q/Q)^n}{1 - q/Q}$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $q_n \rightarrow q_m$ , 得出

$$q_m = qQ/(Q - q)$$

此题的物理内容即是解法 I 中的第一句话. 解法的关键也就在于是否认识了这一有关导体的静电学物理事实. 要认识这一点只需考虑到两球接触而处于静电平衡时, 两球体内的场强必须处处为零, 这就要求两球表面上各处静电荷的相对分布必须是确定的, 与两球所带总电量无关. 总电量大时, 两球表面上每一点的电荷面密度也成比例地大, 因而两球上电量比值为一常数, 由两球的形状、大小决定. 在中学物理水平上, 善于抓住物理实质的学生不难作出这一结论(虽然在严格性上尚有欠缺). 学生解此题时, 如果作出电荷分配的其他猜想, 除非可以证明与上述结论一致, 就都是无根据的.

解法 II 的数学处理也是一种技巧练习.

十、设所求的压力  $P_1 = P$  (向下), 并设任一突起  $A_i$  对其下的薄片中心的压力及其反作用力的大小为  $P_i$ . 则根据以  $B_i$  点为支点的力矩的平衡知

$$P_{i+1} = 2P_i$$

即

$$P_2 = 2P_1 = 2P$$

$$P_3 = 2P_2 = 2^2P \dots$$

故

$$P_6 = 2^5P = 32P \quad ①$$

再考虑  $A_6B_6$  薄片以  $B_6$  点为支点的力矩平衡, 由图 6'-9 可得

$$P/2 + 3mg/4 - 32P = 0 \quad ②$$

解出

$$P = mg/42 \quad ③$$

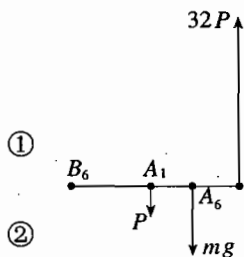


图 6'-9

此题是根据力学基本定律逐一分析相接触的各个物体, 求出力的递推关系而解题的一例, 可以考查学生分析问题的条理性与技巧. 按给出的参考解法中的次序逐一分析各个力求解是最简捷的方法. 学生常常感于未知力太多不能有条理地逐一

找出各个未知力间关系,从而消除它们,或凭借直觉或无充分根据地写出某些未知力间关系,这都会使解题失败.

十一、解法 I:由题给数据可利用以下近似关系求得冰的熔解热

$$L_{\text{熔}} = L_{\text{升}} - L_{\text{汽}} = 0.34 \text{ kJ/g} \quad (\text{A})$$

因为缓缓加给系统的热  $Q < L_{\text{熔}}$ ,所以冰不能全部融化,系统在物态变化过程中始终是三态共存且接近平衡,因此系统的温度和压强均不变. (B)

现在估算在题给温度、压强条件下水蒸气的密度  $\rho_{\text{汽}}$ . 用理想气体状态方程可得  $\rho_{\text{汽}} = \mu p_i / (RT_i)$  ( $\mu$  为水蒸气的摩尔质量). 代入数值  $\mu = 18 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ,  $R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ ,  $p_i = 4.58 \text{ mm Hg} = 610 \text{ Pa}$ ,  $T_i = 273 \text{ K}$ , 粗算可得  $\rho_{\text{汽}} \approx 5 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ . 在同样条件下,水的密度  $\rho_{\text{水}} \approx 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 冰的密度  $\rho_{\text{冰}} \approx 0.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ . 由此可知,在本题中水蒸气的体积远远大于水和冰的体积之和. 又由于冰融化为水时体积变化不大,在总体积保持不变的条件下,完全可以认为本题物态变化过程中水蒸气的体积不变,也就是再达到平衡时水蒸气的质量仍为  $m_0 = 1 \text{ g}$ , 本题的物态变化过程几乎完全是冰融为水的过程. (C)

设后来冰、水、水蒸气的质量分别为  $x, y, z$  (以克为单位), 则有

$$z = 1 \text{ g} \quad \textcircled{1}$$

$$x + y = 2 \text{ g} \quad \textcircled{2}$$

根据能量守恒,有

$$(m_0 - x)L_{\text{熔}} = Q \quad \textcircled{3}$$

由 ②、③ 式解出  $x, y$ , 再加上 ① 式可得

$$x = 0.25 \text{ g}, \quad y = 1.75 \text{ g}, \quad z = 1 \text{ g}$$

解法 II:由题给数据可利用以下近似关系求得冰的熔解热

$$L_{\text{熔}} = L_{\text{升}} - L_{\text{汽}} = 0.34 \text{ KJ/g} \quad (\text{A}')$$

因为加给系统的热  $Q < L_{\text{熔}}$ ,所以冰不能全部融化,系统在物态变化过程中始终是三态共存且接近平衡,因此系统的温度和压强均不变. (B')

用  $x, y, z$  (以克为单位) 分别表示后来冰、水、水蒸气的质量,并根据 (A') 式近似关系,在计算热的交换时把冰融为水的过程看作冰升华为汽再液化为水的过程,从而可只考虑冰的升华(及其逆过程)和水的汽化(及其逆过程),则根据能量守恒有

$$(m_0 - x)L_{\text{升}} + (m_0 - y)L_{\text{汽}} = Q \quad \textcircled{1}'$$

又因总质量不变,总体积不变,有

$$x + y + z = 3m_0 \quad \textcircled{2}'$$

$$(m_0 - x)/\rho_{\text{冰}} + (m_0 - y)/\rho_{\text{水}} + (m_0 - z)/\rho_{\text{汽}} = 0 \quad \textcircled{3}'$$

式中  $\rho_{\text{冰}}, \rho_{\text{水}}, \rho_{\text{汽}}$  分别为题给条件下处于平衡态的冰、水、汽的密度. 由 ②'、③' 式消去  $z$  得

$$\left(\frac{1}{\rho_{\text{汽}}} - \frac{1}{\rho_{\text{水}}}\right)x + \left(\frac{1}{\rho_{\text{汽}}} - \frac{1}{\rho_{\text{冰}}}\right)y = \left(\frac{2}{\rho_{\text{汽}}} - \frac{1}{\rho_{\text{水}}} - \frac{1}{\rho_{\text{冰}}}\right)m_0 \quad \textcircled{4}'$$

现在估算  $\rho_{\text{汽}}, \rho_{\text{水}}, \rho_{\text{冰}}$  的相对大小. 用理想气体状态方程可得  $\rho_{\text{汽}} = \mu p_i / (RT_i)$  ( $\mu$  为水蒸

汽的摩尔质量). 代入数值  $\mu = 18 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ,  $p_i = 4.58 \text{ mm Hg} = 610 \text{ Pa}$ ,  $R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ ,  $T_i = 273 \text{ K}$ , 估算得  $\rho_{\text{汽}} \approx 5 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ , 而由于  $\rho_{\text{水}} = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{冰}} = 0.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 可知

$$1/\rho_{\text{汽}} \gg 1/\rho_{\text{水}}, \quad 1/\rho_{\text{汽}} \gg 1/\rho_{\text{冰}} \quad (5')$$

则④'式完全可化简为

$$x + y = 2m_0 \quad (6')$$

利用⑥'与①'式解出

$$y = m_0 + Q/(L_{\text{升}} - L_{\text{汽}}) \quad (7')$$

$$\text{故} \quad y = 1.75 \text{ g}, \quad x = 0.25 \text{ g}, \quad z = 1 \text{ g} \quad (8')$$

可见加给系统的热实际上完全用于融冰成水.

此题涉及的物理内容比较丰富. 在解法 I 中的结论(A)、(B)与(C)都是分析此题的关键所在, 也是学生在解题时必须越过的关口. 解法 II 则是对解法 I 中的结论(C)作了具体分析.

学生的最大困难在于在解法 I 中作出结论(C), 或在解法 II 中写出①'式. 这个困难就使物态变化过程中的能量关系很难处理, 导致解题失败.

十二、如图 6'-10、图 6'-11 所示.

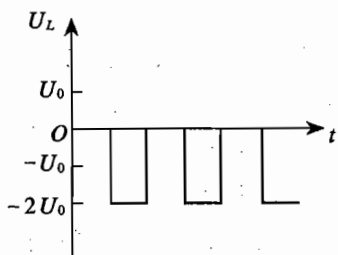


图 6'-10

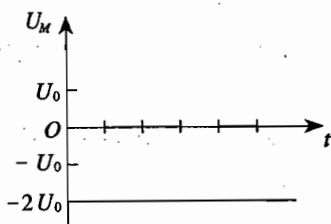


图 6'-11

由于二极管的单向导电性, 图 6-5 所示的电路由开始通电到趋于稳定的过程中, 电容器  $C_1$  有多次充放电过程, 而电容器  $C_2$  则有多次充电过程.

设开始通电时  $N$  点电压为  $+U_0$ , 两电容器上均无电荷. 这时, 因  $D_1$  导通、 $D_2$  截止,  $C_1$  将充电至电压为  $U_0$  (左板带正电, 右板带负电). 当  $N$  点电压变为  $-U_0$  时,  $D_1$  截止、 $D_2$  导通, 电路成为  $C_1$ 、 $C_2$  与电源的串联电路,  $C_1$  右板上的负电荷将有一部分分到  $C_2$  的上板上 (对于  $C_1$  来说, 这相当于它通过电源放电), 而  $C_2$  的下板将充入正电荷 ( $C_2$  第一次充电) 达到两电容器上电压之和等于  $-U_0$ . 当  $N$  点电压再次变成  $+U_0$  时, 再次有  $D_1$  导通、 $D_2$  截止,  $C_1$  再次充电到电压为  $U_0$ ,  $C_2$  上则电压不变, 电荷不变 (下板正, 上板负). 当  $N$  点电压再变为  $-U_0$  时, 再发生  $C_1$  右板上的一部分电荷向  $C_2$  上板的转移 ( $C_1$  放电、 $C_2$  第二次充电). 以后在输入电压的每一变化周期中都发生上述过程, 只是  $C_1$  放电时电荷的转移依次变少, 因而  $C_2$  充电时电荷的



增加也依次变少,直到  $C_1$  上电压趋于一定值  $U_1$  (由左向右计),  $C_2$  上电压趋于一定值  $U_2$  (由上向下计) 而达到稳定状态. 这时,当  $N$  点电压为  $+U_0$  时 ( $D_1$  导通、 $D_2$  截止), 有

$$U_1 = U_0$$

而当  $N$  点电压为  $-U_0$  时 ( $D_1$  截止、 $D_2$  导通), 有

$$U_1 + U_2 = -U_0$$

故得

$$U_1 = U_0, \quad U_2 = -2U_0$$

因此,  $L$  点的电压

$$U_L = U_N - U_1 = U_N - U_0$$

当  $U_N = +U_0$  时,  $U_L = 0$ ; 当  $U_N = -U_0$  时,  $U_L = -2U_0$ .  $M$  点的电压

$$U_M = U_2 = -2U_0$$

故得到  $U_L$  和  $U_M$  的图象分别如图 6'-10 和图 6'-11 所示.

此题要求通过中学物理水平上的简化的分析得出电路的稳定状态解,关键在于要能看成为建立稳态必须经过电容器  $C_1$  的多次充放电和电容器  $C_2$  的多次充电,才能使  $C_2$  的上板积累足够多的负电荷. 学生虽能根据电压分配的考虑意识到最后的稳态解应为  $U_1 = U_0$ ,  $U_2 = -2U_0$ , 但会遇到如何使  $C_1$  右板和  $C_2$  上板的总的负电荷满足要求的问题,这就必须考虑到经过多次电源电压的下半周时  $C_1$ 、 $C_2$  上的电压分配(满足当时的上述负电荷总量),与多次电源电压的上半周时  $C_1$  右板上负电荷的补充才能达到. 这是此题分析中的主要难点.

十三、对于圆锥面上任一点  $P$  均可作一光线沿圆锥面通过  $F$ , 这光线经过透镜后成为平行于主光轴的光线.  $P$  点的像应位于此光线上. 因此,圆锥面的像应位于一半径为

$$R = f \tan \alpha \quad \text{①}$$

的圆柱面上(如图 6'-12 所示). 锥顶的像位于无穷远处,锥底上任一点  $Q$  的像的像距可由成像公式求得. 令  $u = 3f$ , 代入  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  可得像距

$$v = 3f/2$$

②

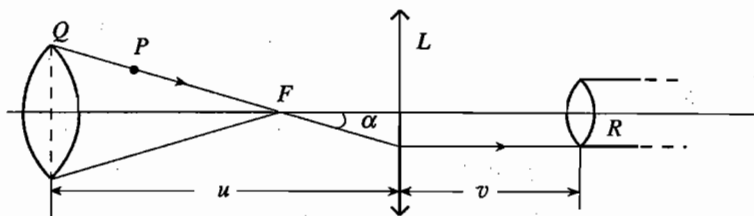


图 6'-12

即圆锥面的像是一个一端在透镜右方距透镜  $3f/2$ 、另一端位于无穷远处的半径为  $R = f \tan \alpha$  的圆柱面,为实像,如图所示.

此题考查学生在分析透镜成像问题上的熟练与灵活运用能力. 空间物通过透镜的成像一般会出现物、像不相似的结果,这对于许多学生来说可能是出乎意料的事. 此题是一个不

需繁复计算的特例,有助于开阔学生思路.圆锥面上任一点的像一定在  $PF$  光线经过透镜折射而成的平行于主光轴的光线上,这个结论许多学生可能想不到.

十四、此题从动能的角度来讨论比较简捷.什么时候由于完全非弹性碰撞而结成一体的木块的动能变成零,木块即停止在斜面上.

先求出质量为  $M$ 、速率为  $v$  的质点与质量为  $m$  的静止质点做完全非弹性碰撞而结成一体后剩余的动能.设  $v'$  为结成一体后的速率,根据动量守恒定律

$$MV = (M + m)v' \quad (1)$$

碰撞后体系剩余的动能为

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}(M + m)v'^2 = \frac{1}{2}(M + m)\left(\frac{Mv}{M + m}\right)^2 \\ &= \frac{M}{M + m}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right) \end{aligned} \quad (2)$$

令  $E_{k_0}$  表示原来的动能,则上式可写成

$$E_k = ME_{k_0}/(M + m) \quad (3)$$

现在讨论本题中木块碰撞后结合体的动能.在木块下滑时,势能的减少使其动能增加,而摩擦损耗又使动能减少.设各木块相距为  $d$ (木块的大小不计),则木块 1 与 2 相碰之前,其动能为

$$E_{k_0} = mgd\sin\theta = A$$

两者刚碰上结成一体后,动能为

$$E_{k_1} = mE_{k_0}/(m + m) = A/2 \quad (4)$$

1、2 结合体与木块 3 相碰之前,动能为

$$E_{k_1}' = E_{k_1} + 2mgd\sin\theta - 2\mu mgd\cos\theta = E_{k_1} + 2(A - B)$$

其中  $B = \mu mgd\cos\theta$ . 相碰之后动能为

$$E_{k_2} = \frac{2m}{2m + m}E_{k_1}' = \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}A + 2(A - B)\right] \quad (5)$$

依次可得 1、2、3 结合体与木块 4 相碰之前动能为

$$E_{k_2}' = E_{k_2} + 3(A - B)$$

若此结合体与木块 4 能相碰(即木块 4 能被撞),必须符合条件:

$$E_{k_2}' = \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}A + 2(A - B)\right] + 3(A - B) > 0 \quad (6)$$

在这种情况下,两者刚相碰之后的 1、2、3、4 结合体的动能为

$$\begin{aligned} E_{k_3} &= \frac{3m}{3m + m}E_{k_2}' \\ &= \frac{3}{4}\left\{\frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}A + 2(A - B)\right] + 3(A - B)\right\} \end{aligned} \quad (7)$$

若要这结合体不能与木块 5 相碰(即木块 5 不能被撞),必须符合条件:

$$E_{k_3}' = E_{k_3} + 4(A - B) \leq 0 \quad (8)$$

由条件⑥与⑧式可得

$$14A/3 - 13B/3 > 0, \quad \text{即 } B/A < 14/13 \quad \text{⑨}$$

$$30A/4 - 29B/4 \leq 0, \quad \text{即 } B/A \geq 30/29 \quad \text{⑩}$$

⑨、⑩式可合写成

$$30/29 \leq B/A < 14/13$$

但

$$\frac{B}{A} = \frac{\mu mg d \cos \theta}{mg d \sin \theta} = \frac{\mu}{\operatorname{tg} \theta} = \sqrt{3} \mu$$

故  $\mu$  必须满足的条件为

$$\frac{30}{29\sqrt{3}} \leq \mu < \frac{14}{13\sqrt{3}}$$

或

$$0.597 \leq \mu < 0.622$$

此题有一定复杂程度,但原理上无很大困难,问题在于(1)能够选用便于计算的方法(即使是用运动学公式,也是直接讨论速度平方比讨论速度便于计算些,从能量角度讨论自然要更简捷些);(2)能够确定条件⑥与⑧式.学生有时想不到此题需要两个条件来确定  $\mu$  值的范围.此题解法需要的技巧较高.

十五、设两小球互碰前的瞬间小球  $M$  和  $m$  相对于桌面的加速度的大小分别为  $a_M$  和  $a_m$ , 则有

$$2T = Ma_M \quad (\text{向 } -v \text{ 方向}) \quad \text{①}$$

$$T = ma_m \quad (\text{向 } v \text{ 方向}) \quad \text{②}$$

相对于小球  $M$ , 小球  $m$  做圆周运动,在碰撞前瞬间,小球  $m$  相对于  $M$  的向心加速度为  $v_x^2/b$  (向  $v$  方向),其中  $v_x$  为碰撞前小球在与绳垂直方向的分速度.因此有

$$a_m = v_x^2/b - a_M \quad \text{③}$$

解以上三式,得

$$T = \frac{M}{M+2m} m \frac{v_x^2}{b} \quad \text{④}$$

设  $v_y$  为碰撞前的瞬间小球  $M$  的速度,由于绳子的长度保持不变,小球  $m$  沿绳方向的分速度也为  $v_y$  (图 6'-13). 由机械能守恒定律和动量守恒定律,有

$$\frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} M v_y^2 + \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2) \quad \text{⑤}$$

$$M v = (M + 2m) v_y \quad \text{⑥}$$

解以上二式,得

$$v_x^2 = \frac{M v^2}{M + 2m} \quad \text{⑦}$$

代入④式,得

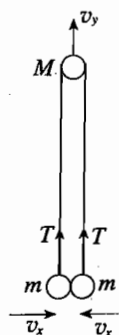


图 6'-13

$$T = \frac{M^2 m v^2}{(M + 2m)^2 b} \quad (8)$$

解此题时,需要考虑小球  $m$  对  $M$  的相对运动,但必须用两者对桌面的速度和加速度列出动力学方程. 这要求学生明确认识牛顿定律只在惯性系中适用,还要敢于根据  $a = \frac{v^2}{R}$  (运动学公式) 写出小球  $m$  对  $M$  的相对加速度,理论深度要求较高. 学生的困难在于既要能明确分辨各小球相对于桌面的速度、加速度和小球  $m$  相对于  $M$  的速度、加速度,又要能正确使用原理公式. 学生解此题出错的根源皆在于不能克服这些困难.

## 第 二 届 决 赛 答 案

### 笔 试

一、根据胡克定律,质点在其运动轨迹上任一位置处所受弹力的大小为  $F = kr$ , 其中  $r$  为由  $O$  点至质点所在位置的. 质点受力  $F$  的方向指向  $O$  点, 取  $OB$  为  $x$  轴,  $OC$  为  $y$  轴, 由图 6'-14 可得,

$$F_x = -F \cos \theta = -kr \cos \theta = -kx$$

$$F_y = -F \sin \theta = -ky$$

可见,质点在  $x$ 、 $y$  方向都受弹性回复力作用. 由此可知,质点在  $x$  方向,  $y$  方向的分运动都是简谐振动,平衡位置均为  $O$  点,其周期也相同,均为

$$T = 2\pi \sqrt{m/k}$$

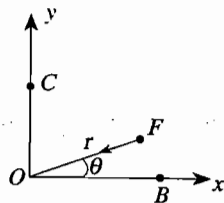


图 6'-14

1. 质点绕  $O$  运动至  $C$  点,对于  $x$  方向的简谐振动来说,质点从最大位移位置到平衡位置,恰经历  $1/4$  周期,所以

$$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

2. 由题给条件可知,  $x$  方向的简谐振动在开始 ( $t = 0$ ) 时,  $x = l, v_x = 0$ , 这表明  $x$  方向简谐振动的振幅  $A_x = l$ . 利用参考圆方法,令一假想质点以  $O$  为圆心,以  $A_x$  为半径做匀速圆周运动,其角速度为  $\omega = 2\pi/T = \sqrt{k/m}$ . 质点在  $x$  轴上的投影即是简谐振动中的位置坐标  $x$ , 质点做圆周运动的速度在  $x$  轴上的投影即是简谐振动速度. 图 6'-15 表示假想质点  $t$  时刻在参考圆上的位置及速度,可知

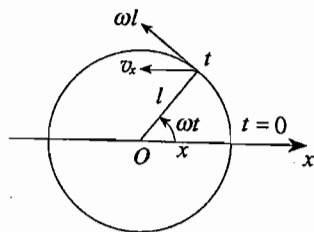


图 6'-15

$$x = l \cos \omega t = l \cos \sqrt{k/m} t$$

$$v_x = -\omega l \sin \omega t = -\sqrt{k/ml} \sin \sqrt{k/m} t$$

质点运动到 C 点时  $x = 0, t = T/4 = \pi \sqrt{k/m}/2$ , 将  $t$  代入上式, 有

$$v_x = -\sqrt{k/m} l$$

对于  $y$  方向的简谐振动, 由题给条件可知,  $t = 0$  时,  $y = 0, v_y = v_0$ . 设振幅为  $A_y$ , 则利用图 6'-16 的参考圆可给出

$$y = A_y \cos \left( \frac{3}{2} \pi + \omega t \right) = A_y \sin \omega t = A_y \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$v_y = \omega A_y \cos \omega t = \sqrt{\frac{k}{m}} A_y \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

质点运动到 C 点时,  $t = \pi \sqrt{k/m}/2$ , 代入上式

$$y = A_y, \quad v_y = 0$$

从图 6'-16 可知,  $\omega A_y = v_0$ , 得

$$A_y = v_0/\omega = \sqrt{m/k}/v_0$$

由以上可得质点到 C 点时的速度分别为

$$v_c = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v_x = \sqrt{\frac{k}{m}} l$$

其方向为沿负  $x$  轴方向. C 点至 O 点的距离

$$\overline{OC} = A_y = \sqrt{\frac{m}{k}} v_0$$

二、1. 令  $p_1, V_1, T_1, n_1$  和  $p_2, V_2, T_2, n_2$  分别表示活塞左、右两部分气体的压强、体积、温度、摩尔数. 由状态方程可知,

$$p_1 V_1 = n_1 R T_1, \quad p_2 V_2 = n_2 R T_2$$

因为两部分气体的温度总是相同的, 所以在任何温度下都有

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{或} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1 V_2}{n_2 V_1}$$

按题中要求, 若  $V_1, V_2$  不随温度而改变, 则必须

$$\frac{p_1(T)}{p_2(T)} = \frac{n_1 V_2}{n_2 V_1} = \text{常量} \quad (\text{A})$$

设左、右两盘中所放砝码的质量差为

$$\Delta m = m_{\text{左}} - m_{\text{右}}$$

活塞面积为  $S$ , 则当活塞不动时有

$$p_2(T) = p_1(T) - \Delta m g / S$$

可得

$$\frac{p_1(T)}{p_1(T) - \Delta m g / S} = \frac{n_1 V_2}{n_2 V_1} = \text{常量} \quad (\text{B})$$

因为  $p_1(T)$  是随温度变化的, 因而上式当而且仅当  $\Delta m = 0$  时成立. (a)

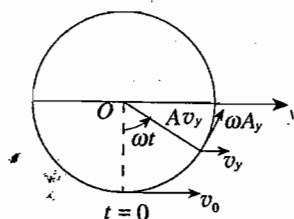


图 6'-16

以上说明只有当左、右两盘均不加重物或加等质量重物时,才有可能使活塞不因温度变化而移动位置.

2. 下面求这种情况下  $V''_1/V''_2$  的值,由上面结果可知

$$\frac{n_1 V''_2}{n_2 V''_1} = 1 \quad \text{或} \quad \frac{V''_1}{V''_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (\text{b})$$

因此需要用题给数据求出  $n_1/n_2$ .

令  $V$  表示容器的容积,则温度为  $T = 300 \text{ K}$  时,  $V_1 = V_2 = V/2$  ( $m_1 = 1.2 \text{ kg}$ ); 温度为  $T' = 400 \text{ K}$  时,  $V'_1 = 4V'_2 = 4V/5$  ( $m_2 = 0.5 \text{ kg}$ ). 再令  $p_1, p_2$  分别表示温度为  $T$  时两边气体的压强,  $p'_1, p'_2$  分别表示温度为  $T'$  时两边气体的压强,则根据气体状态方程可得

$$p_1 = n_1 RT/V_1 = n_1 RT/(0.5 V) \quad (1)$$

$$p_2 = n_2 RT/V_2 = n_2 RT/(0.5 V) \quad (2)$$

$$p'_1 = n_1 RT'/V'_1 = n_1 RT'/(0.8 V) \quad (3)$$

$$p'_2 = n_2 RT'/V'_2 = n_2 RT'/(0.2 V) \quad (4)$$

由①、②、③、④式可得

$$p_1 - p_2 = 2(n_1 - n_2)RT/V \quad (5)$$

$$p'_2 - p'_1 = (5n_2 - 1.25n_1)RT'/V \quad (6)$$

由活塞的平衡条件可知

$$m_1 g = (p_1 - p_2)S, \quad m_2 g = (p'_2 - p'_1)S$$

代入⑤、⑥式

$$m_1 g/S = 2(n_1 - n_2)RT/V$$

$$m_2 g/S = (5n_2 - 1.25n_1)RT'/V$$

得

$$\frac{2(n_1 - n_2)}{5n_2 - 1.25n_1} = \frac{m_1 T'}{m_2 T} = \frac{1.2 \times 400}{0.5 \times 300} = 3.2$$

$$n_1 - n_2 = 8n_2 - 2n_1, \quad n_1/n_2 = 3$$

故

$$V''_1/V''_2 = n_1/n_2 = 3$$

此题在通过物理分析得出结果(B),并作出结论(a)与(b)上有一定的难度,可以较好地考查学生严格地思考与分析问题的能力[猜出结论(b)是不够的]. 根据题给数据求出  $n_1/n_2$  也要求思路清晰、有条理才能不走弯路.

三、1. 对于接地的很大的导体平板来说,导体板上的感应电荷只分布在靠近点电荷的一面,另一面无感应电荷. 导体板内  $P$  点的电场强度是由点电荷  $-q$  和板上感应电荷共同产生的,当达到静电平衡后,其合场强为零. 所以,感应电荷在导体内部  $P$  点产生的电场强度与点电荷  $-q$  产生的电场强度大小相等、方向相反,即

$$E_{iP} = kq/r^2$$

方向沿  $AP$  方向(如图 6'-17 所示).

## 可用镜像法

2. 由于  $P'$  点相对于面分布的感应电荷来说, 是  $P$  点的对称点, 因此感应电荷在板外  $P'$  点处所产生的场强大小应与它们在  $P$  点产生的场强大小相等, 即

$$E_{iP'} = kq/r^2$$

$r$  为点电荷  $-q$  到  $P$  点的距离,  $E_{iP'}$  的方向如图 6'-17 所示, 即  $E_{iP'}$  与  $E_{iP}$  相对于导体板右表面应是对称的。

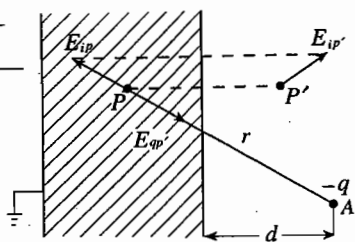


图 6'-17

3. 考察导体板右表面两侧极靠近表面的两点  $P_1$  和  $P'_1$ , 如前述分析, 在导体外  $P'_1$  点, 感应电荷产生的场强大小为

$$E_{iP'_1} = kq/r_1^2$$

方向如图 6'-18 所示. 点电荷  $-q$  在  $P'_1$  点产生的场强大小也是

$$E_{qP'_1} = kq/r_1^2$$

方向如图 6'-18 所示. 从图中可以看出  $E_{iP'_1}$  与  $E_{qP'_1}$  的合矢量  $E_{P'_1}$ , 即  $P'_1$  处的场强与导体表面垂直。

4. 重复(2)的分析可知, 感应电荷在  $-q$  所在处  $A$  点的电场强度的大小为

$$E_{iA} = kq/(2d)^2 = kq/(4d^2)$$

方向垂直于导体板指向右方, 该场作用于点电荷  $-q$  的电场力为

$$F = -qE_{iA} = -kq^2/(4d^2)$$

负号表示力的方向垂直指向导体板。

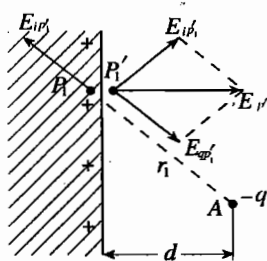


图 6'-18

5. 切断接地线后, 导体板上感应电荷仍保持原来的分布, 导体内各处的场强为零. 在此情况下再将  $+Q$  电荷加在导体板上, 只要新增加的电荷在导体内部各处的场强为零, 即可保持静电平衡. 我们知道, 均匀地分布在导体板的两侧表面时, 上述条件即可满足。

四、1. 如图 6'-19(a) 所示, 当  $A$ 、 $B$  两点与电池连接后, 在正方形网络中产生电流. 相对于  $CABD$  来说, 该网络的上、下两半部具有对称性, 故 1 与  $1'$ 、2 与  $2'$ 、3 与  $3'$ 、4 与  $4'$ 、5 与  $5'$  和 0 与  $0'$  均分别为等势点, 因而图(a)可简化为图(b). 再考虑到点 3 与点 0 电势相等, 图(b)又可进一步简化为图(c)(图中每一个电阻的阻值为  $r/2 = 4 \Omega$ ), 这样,  $AB$  两端等效电阻为

$$R_{AB} = \frac{(4 \times 5) \times 8}{(4 \times 5) + 8} \Omega = \frac{160}{28} \Omega = 5.7 \Omega$$

$$I_{AB} = E/R_{AB} = 5.7/5.7 \text{ A} = 1 \text{ A}$$

2. 当用导线连接  $C$ 、 $D$  两点时, 图(c)可改画成图(d), 图中最上面的支路等效电阻为  $R_1 = 8 \Omega$ , 第 2 行的支路等效电阻为  $R_2 = 12 \Omega$ ,  $A$ 、 $B$  间上半部电路的等效电阻  $R_{AB上} = 8 \Omega +$

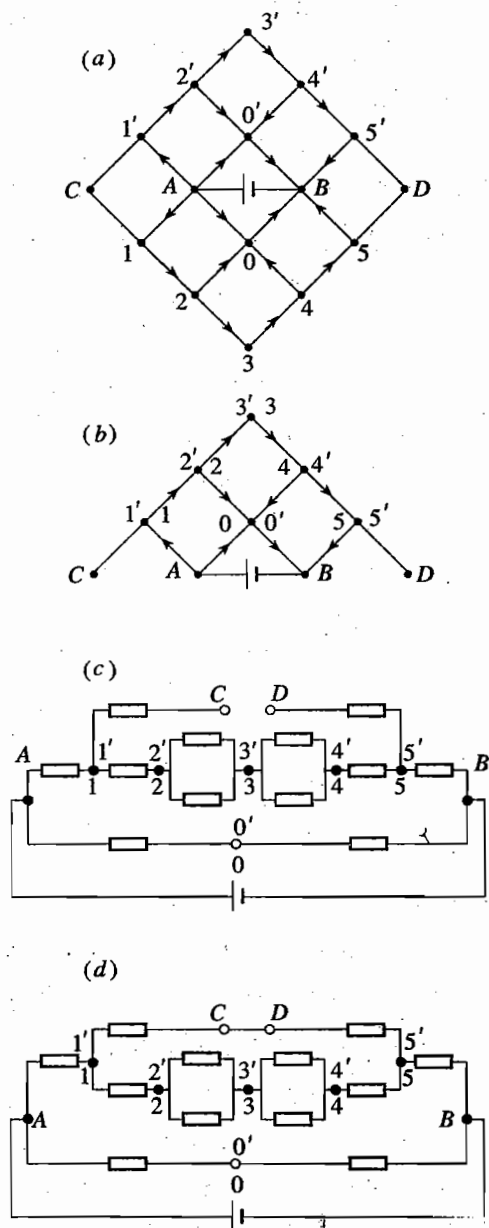


图 6'-19

$\frac{8 \times 12}{8 + 12} \Omega = 12.8 \Omega$ , 通过  $CD$  间导线的电流为

$$I_{CD} = \frac{E}{R_{AB\pm}} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5.7}{12.8} \times \frac{12}{20} \text{ A} = 0.267 \text{ A}$$

此题是根据对称性分析直流电路的一例, 实质上是求出  $A, B$  两点间的等效电阻. 分析



技巧在于(1) 看出 0 和 0'、1 和 1'、2 和 2'、3 和 3'、4 和 4' 及 5 和 5' 分别为一对对的等势点, 可以各自合并; (2) 通过 0(0') 与 3(3') 这两个合并点的等势分析, 画出等效电路图(c), 这等于把由 4(4') 连到 0(0') 的电阻换为 4(4') 连到 3(3'); (3) 看出 1(1') 与 5(5') 是等效电路中的分支点. 解题主要错误常出在以上三个方面. 此外, 等效电路图(c) 中的电阻均代表两个并联的电阻  $r$  的等效电阻, 这也是不容忽视的.

五、1. (1) 如图 6'-20, 从点光源  $P$  引  $PO_1$  和  $PL_1$  两条光线,  $PO_1$  过  $L_1$  光心  $O_1$  后沿原方向传播. 引  $PO$  辅助光线, 该光线与  $L_1$  的主轴平行, 若经  $L_1$  折射后必通过焦点  $F_1'$ , 沿  $OF_1'$  方

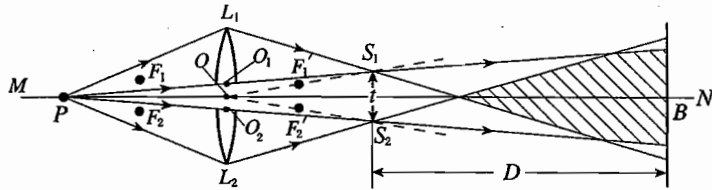


图 6'-20

向传播, 与  $PO_1$  相交于  $S_1$  点,  $S_1$  为  $P$  经上半透镜  $L_1$  成像得到的实像点. 同理,  $S_2$  是  $P$  经下半透镜  $L_2$  所成的实像点, 连接  $L_1S_1$  和  $L_2S_2$ , 可得  $P$  点发出的光束经两半透镜折射后的光束的范围.  $S_1$  和  $S_2$  是两相干的实的点光源, 斜线所标的范围为相干光束交叠区.

(2) 在交叠区放一竖直的接收屏, 屏上呈现出与纸面垂直的明暗相间的条纹, 其条纹间距为

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{t} = \frac{5500 \times 10^{-10} \times 0.2}{4 \times 10^{-4}} \text{ m} = 2.75 \times 10^{-8} \text{ m}$$

(3) 屏  $B$  向右移动时,  $D$  增大, 条纹间距增大.

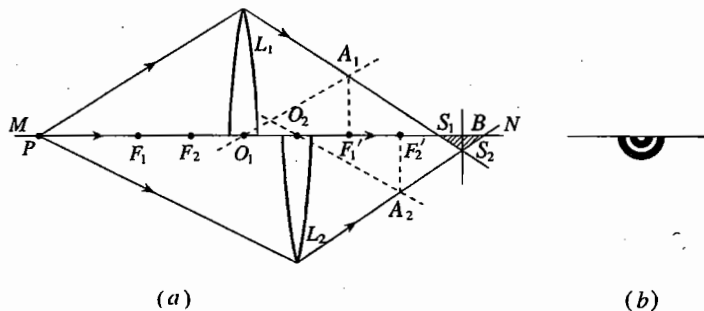


图 6'-21

2. (1) 如图 6'-21(a), 从点光源  $P$  引  $PL_1$ 、 $PO_1$  和  $PL_2$  三条光线,  $PO_1$  过光心  $O_1$  和  $O_2$  沿直线方向传播. 过  $O_1$  引平行于  $PL_1$  的辅助光线经  $L_1$  不发生折射沿原方向传播, 与过  $F_1'$  的焦面交于  $A_1$  点, 连接  $L_1A_1$  直线与主轴交于  $S_1$  点, 该点为  $P$  经上半透镜  $L_1$  成像所得的实像点; 同理可得  $P$  经下半透镜  $L_2$  所成的实像点  $S_2$ , 此二实像点沿主轴方向移开.

(2) 图 6'-21(a) 中斜线标出的范围为两相干光束交叠区.

(3) 在观察屏  $B$  上的干涉条纹为以主轴为中心的一簇明暗相间的同心半圆环, 位于主轴下方, 如图 6'-21(b) 所示.

3. (1) 如图 6'-22(a), 点光源  $P$  移到  $F_1$ ,  $PO_1$ 、 $PO_2$  光线经过透镜后方向仍不变, 而  $PL_1$  光线经上半透镜  $L_1$  折射后变成与主轴平行的光线,  $PL_2$  光线经下半透镜  $L_2$  折射后与  $PO_2$  交于  $S_2$  点,  $S_2$  为  $P$  经下半透镜  $L_2$  所成的实像点.

(2) 图 6'-22(a) 中斜线所标出的范围为这种情况下的相干光束重叠区域.

(3) 这种情况在观察屏  $B$  上呈现出的干涉条纹也是以主轴为中心的一簇明暗相间的同心半圆环, 但位于主轴上方, 如图 6'-22(b) 所示.

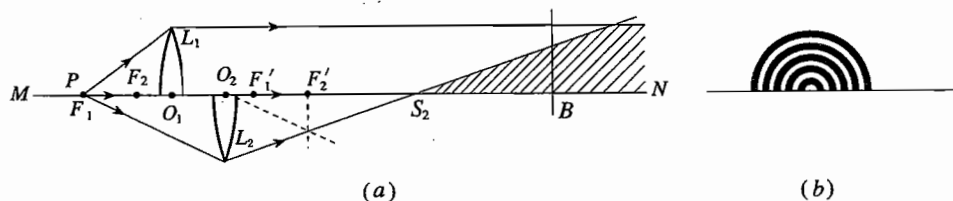


图 6'-22

六、由于小球可视为质点且质量相同, 碰撞又是完全弹性的, 所以两球每次碰撞之后, 相互“交换速度”. 因此, 可以把两个小球的运动过程等效为两个彼此互不相碰的小球各自独立按自己的初速在两墙壁间运动. 下面所说的两小球就是指这样的两个等效的小球.

对于这种情况, 可使用如图 6'-23(a) 所示的  $t-x$  图说明两小球各时刻的位置.  $A$ 、 $B$  为导轨的两端, 设小球 1 的初速为  $v_1$ , 其在导轨中的单独运动如图中的实线所示, 小球 2 的初速为  $v_2$ , 其单独运动如图中虚线所示 (设  $v_2 > v_1$ ). 实线与虚线的每个交点都代表一次碰撞.

1. 如图 6'-23(b) 所示, 设  $AB$  长为  $l$ , 则到第 2 次碰撞 (为迎面相碰) 时, 小球 1、2 走过的路程分别为

$$v_1 t = \frac{2}{3}l + \frac{1}{2}l = l + \frac{1}{6}l = \frac{7}{6}l$$

$$v_2 t = \frac{1}{3}l + l + \frac{1}{2}l = l + \frac{5}{6}l = \frac{11}{6}l$$

可得  $v_1/v_2 = 7/11$ .

2. 一种解可参看图(c) 求得. 此时

$$v_1 t = \frac{1}{2}l - \frac{1}{3}l = \frac{1}{6}l$$

$$v_2 t = \frac{1}{3}l + 4l + \frac{1}{2}l = 4l + \frac{5}{6}l = \frac{29}{6}l$$

所以

$$v_1/v_2 = 1/29$$

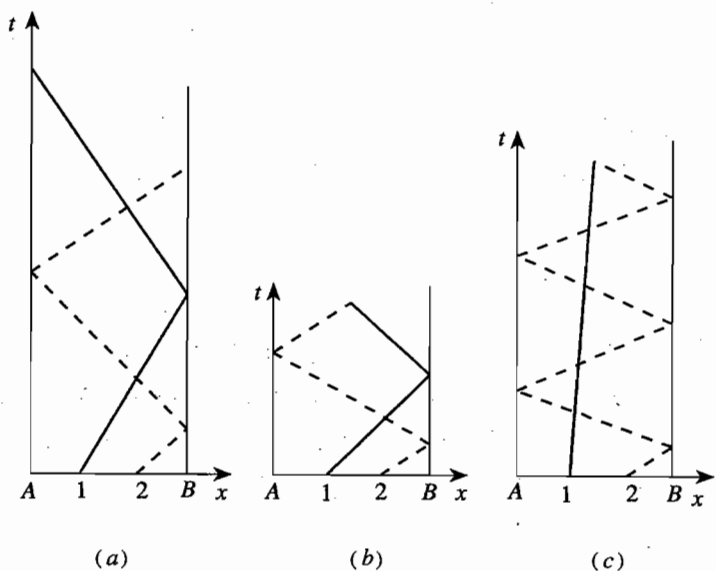


图 6'-23

下面考虑满足要求的所有可能解. 设在  $t$  时刻两小球在滑槽中点相碰, 则小球 1、2 所经过的路程分别为

$$s_1 = nl + \frac{1}{6}l = v_1t \quad \text{①}$$

$$s_2 = kl + \frac{5}{6}l = v_2t \quad \text{②}$$

式中  $n$  与  $k$  可为零或任何正整数. 由 ①、② 得到

$$v_1/v_2 = (6n + 1)/(6k + 5)$$

按本题要求, 两球在滑槽中点相碰前必须经过 4 次碰撞, 两球在中点的碰撞为迎面相碰, 则两球中必须至少有一小球路程大于  $4l$ , 小于  $5l$ , 因而  $n, k$  中必须至少有一个为 4, 另一个的取值则可为 0、1、2、3、4. 又当  $n$  为奇数时, 小球 1 在  $t$  时刻的运动方向为由  $B$  向  $A$ ,  $n$  为偶数时为由  $A$  向  $B$ ; 反之,  $k$  为奇数时, 小球 2 在  $t$  时刻的运动方向为由  $A$  向  $B$ ,  $k$  为偶数时为由  $B$  向  $A$ , 若要两球在  $t$  时刻迎面相碰, 必须  $n + k$  为偶数. 故  $(n, k)$  取值只能是  $(4, 0), (4, 2), (4, 4), (2, 4), (0, 4)$  五种. 代入 ⑤ 式得

$$n = 4, k = 0 \text{ 时, } v_1/v_2 = 25/5 = 5$$

$$n = 4, k = 2 \text{ 时, } v_1/v_2 = 25/17$$

$$n = 4, k = 4 \text{ 时, } v_1/v_2 = 25/29$$

$$n = 2, k = 4 \text{ 时, } v_1/v_2 = 13/29$$

$$n = 0, k = 4 \text{ 时, } v_1/v_2 = 1/29$$

共五种解.

此题有较大的灵活性. 用  $t-x$  图来解此题是一种方便的方法. 解题的主要难处在于找出第 2 问中满足要求的所有可能的解. 参考解答中给出的一种推理方法可供参考(还可以有其他方法).

根据两球在中点相碰列出①、②式, 得到  $v_1/v_2$  与  $n, k$  关系, 然后利用是第五次相碰与迎面相碰的条件, 分析推理确定可能的  $n$  与  $k$  值及其组合, 得出解答.

## 实 验

一、测量电路如图 6'-24 所示. 图中  $U_0$  为干电池的端电压,  $R_x$  为待测电阻,  $R_0$  为已知电阻,  $R$  为电阻箱,  $R_N$  为标准电阻.  $R_x$  与  $R$  组成分压电路. 为保证灵敏电流计安全, 通电前应取  $R$  的值为  $10^3 \Omega$  或  $10^2 \Omega$  量级. 接通电路后, 调节  $R$  值使灵敏电流计的偏转格数尽量大(要求大于 40 分格). 当  $R = R_1$  时, 灵敏电流计偏转格数记作  $\alpha_1$ , 于是  $R_x$  两端的电压为

$$U_x = \frac{U_0}{R_1 + R_x(R_0 + R_g)/(R_x + R_0 + R_g)} \frac{R_x(R_0 + R_g)}{R_x + R_0 + R_g} \quad (1)$$

由于  $R_0 + R_g \gg R_x, R_1 \gg R_x$ , 故

$$U_x \approx U_0 R_x / R_1 \quad (2)$$

图中  $R_0$  与灵敏电流计  $G$  串联组成电压表, 测得  $R_x$  的端电压为

$$U_x = C_I (R_0 + R_g) \alpha_1 \quad (3)$$

由②、③式可得

$$U_0 R_x / R_1 = C_I (R_0 + R_g) \alpha_1 \quad (4)$$

用标准电阻取代电路中的被测铜丝, 换接电路时应断开电源. 为避免电流计超量程, 应增大  $R$  值后再通电, 然后调节  $R$  使电流计偏转尽量大. 当  $R = R_2$  时, 电流计偏转格数记作  $\alpha_2$ . 由于  $R_0 + R_g \gg R_N, R_2 \gg R_N$ , 同理有

$$U_0 R_N / R_2 = C_I (R_0 + R_g) \alpha_2 \quad (5)$$

由④、⑤式可得

$$R_x = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{R_1}{R_2} R_N$$

$\alpha_1, \alpha_2, R_1, R_2$  的值由实验测得,  $R_N$  已知, 故  $R_x$  即可求得.

二、本题的实验方法很多, 最常用的方法简述如下:

### 1. 测 $f$

(1) 用辅助透镜二次成像法: 光路如图

6'-25 所示. 点光源  $P$  经辅助透镜  $L_1$  成像于  $P'$  点, 在  $P'$  与  $L_1$  之间放上待测双薄凹透镜  $L_2$ ,

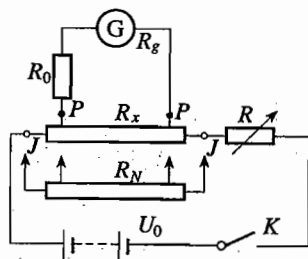


图 6'-24

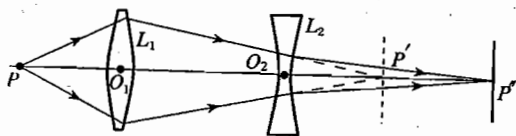


图 6'-25

并调整其位置,使  $P'$  经  $L_2$  后成像于  $P''$  点.分别测出  $L_2$  的中心  $O_2$  到  $P'$  和  $P''$  的距离,根据薄透镜成像公式

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

算出待测双薄凹透镜的焦距(式中  $u = -O_2P'$ ,  $v = O_2P''$ )\*

实际测量参考数据如下表.

	I	II	III
$u(\text{cm})$	- 9.00	- 12.20	- 14.50
$v(\text{cm})$	13.20	21.50	30.00
$f(\text{cm})$	- 28.3	- 28.20	- 28.06

平均值  $f = -28.2 \text{ cm}$ ,负号表示此透镜为凹透镜.

(2) 反射成像法:光路如图 6'-26 所示.

在前一测量方法的光路中,在  $L_2$  后垂直于主轴加一平面反射镜  $M$ ,移动  $L_2$  到一合适位置时, $P'$  落在凹透镜的右侧焦点上,此时通过整个系统所成的像与光源  $P$  重合,且大小相等.这时  $L_2$  与  $P'$  之间的距离  $O_2P'$  就是待测双薄凹透镜的焦距.

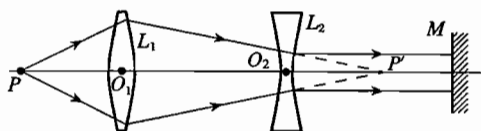


图 6'-26

应当注意,在上述情况下,若光源点  $P$  是离轴的,像  $P'$  也是离轴的,整个光源通过系统在光源面上所成的像虽然与光源大小相同,但却是物与像对轴上的点对称,上下倒置、左右易位的.

## 2. 测 $R$

光路如图 6'-27 所示.凹面  $A$  是待测双薄凹透镜  $L_2$  的一个曲面.自光源  $P$  发出的光射向  $A$  之后经反射会聚成像,当反射光的像与光源  $P$  重合时,光源  $P$  到凹面  $A$  的顶点  $O$  的距离就是该凹面的曲率半径  $R$ .

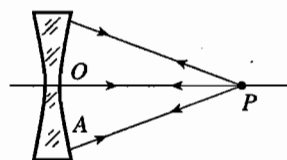


图 6'-27

3. 利用由实验测出的  $f$  和  $R$  的数值,即可根据公式计算出  $n$

此题考查学生(1) 光学实验操作;(2) 根据原理(凹透镜性质),利用辅助凸透镜设计与布置测量凹透镜的焦距的光路;(3) 运用光学知识简易测量反射球面的半径等方面的能力.由于要处理的是凹透镜(实际上要用到中学未学到的“虚物”的概念),故要求学生对透镜性质及成像概念有较深入的理解,有一定的难度.

\* 可以证明,当会聚光束由左向右会聚于一点  $P$  时,若把透镜放在会聚点左侧,则光束经过透镜折射成像时,该会聚点  $P$  也可看做透镜成像的物点,成像公式仍然适用,但物距  $u$  应取负值.

## □ 试

一、1. 设物体下落达到最低位置时, 弹簧被压缩了  $s$ , 令此最低位置用弹簧的被压缩量  $s$  表示. 由功能原理

$$ks^2/2 - mg(d + s) = -mg(d + s)/2 \quad \text{①}$$

得 
$$s = (mg + \sqrt{m^2g^2 + 4kdmg})/(2k) \quad \text{②}$$

此即物体下落的最低位置与弹簧劲度系数  $k$  的关系.

2. 物体下落到最低位置时速度为零, 这时物体能否被反弹同弹簧弹性力的大小有关. 若

$$ks > mg + mg/2$$

则物体将被反弹, 即物体被反弹的条件为

$$s > 3mg/(2k) \quad \text{(A)}$$

下面分三种情况讨论:

(1) 若  $s \leq 3mg/2k$ , 物体不反弹, 由 ② 式有

$$(mg + \sqrt{m^2g^2 + 4kdmg})/(2k) \leq 3mg/(2k)$$

得 
$$k \leq 3mg/(4d)$$

因而  $k \leq 3mg/(4d)$  时, 反弹高度为零. 这是第一种情况.

若  $k > 3mg/(4d)$ , 物体反弹. 这时还有以下两种可能情况.

(2) 在反弹过程中物体不脱离弹簧. 设物体向上运动到速度为零时, 弹簧的压缩量为  $s'$ , 则

$$s \geq s' \geq 0 \quad \text{(B)}$$

这时, 由功能原理

$$ks'^2/2 - mgs' - (ks^2/2 - mgs) = -mg(s - s')/2$$

得 
$$s' = (5mg - \sqrt{m^2g^2 + 4kdmg})/(2k) \quad \text{③}$$

由此得到反弹高度

$$h_1 = s - s' = (\sqrt{m^2g^2 + 4kdmg} - 2mg)/k$$

在 ③ 式中代入  $s' \geq 0$  可得

$$5mg \geq \sqrt{m^2g^2 + 4kdmg}$$

即 
$$k \leq 6mg/d$$

因此, 在  $3mg/4d < k \leq 6mg/d$  时, 物体的第一次由最低位置反弹的高度为  $h_1$ , 物体不脱离弹簧.  $k = 6mg/d$  时,  $s' = 0$ , 弹簧恢复原长,  $h_1 = \frac{d}{2}$ .

(3) 若  $k > 6mg/d$ , 在第一次反弹过程中弹簧恢复原长后 (弹簧质量不计, 当它恢复原长后即停止不动), 物体继续上升, 即物体脱离弹簧继续运动. 设物体继续上升

$$s'' > 0 \quad (\text{C})$$

后速度为零,则由功能原理

$$mgs'' - \left( \frac{ks^2}{2} - mgs \right) = - \frac{mg(s + s'')}{2}$$

可得

$$s'' + s = ks^2 / (3mg)$$

这种情形下反弹高度即是

$$h_2 = s'' + s = (mg + \sqrt{m^2g^2 + 4kdmg})^2 / (12mgk)$$

或由①式有

$$d + s = ks^2 / (mg)$$

故

$$s'' + s = (d + s) / 3$$

反弹高度  $h_2$  也可写成

$$h_2 = \frac{1}{3} \left[ d + (mg + \sqrt{m^2g^2 + 4kdmg}) / (2k) \right]$$

因此,在  $k > 6mg/d$  时,物体由最低位置反弹的高度为  $h_2$ ,这种情形物体脱离弹簧上升一段距离,且随着弹簧  $k$  的增大,  $h_2$  减小,其极限值为  $\frac{d}{3}$ .

此题要求根据弹簧的性质( $k$ 的大小)作较多的分析,是一个考查分析能力的较难题.解此题时,首先要断定,利用功能原理讨论物体的运动是比较简便的,则第1问容易解出.对于第2问,则必须考虑弹簧的软硬程度( $k$ 的大小),由条件(A)确定物体能否被反弹,由条件(B)确定反弹后物体不脱离弹簧,由条件(C)确定反弹后物体脱离弹簧.明确了这些条件,并分别讨论三种情况,才能全面解出此题.如果不能分清这些不同情况,或不能在情况(2)与情况(3)中分别写出相应的功能原理式,解题就会失败.

二、解法 I: 对此题可作如下的物理分析:先忽略漏电电流,再考虑漏电电流作出修正.

在忽略漏电电流的情况下,由于两层介质厚度相同、介电系数相同,在两层介质上的电势差均为  $\frac{U_0}{2}$ ,这时再考虑漏电电流.令两介质中漏电电流分别为  $I_1, I_2$ ,则开始时

$$I_1 = \frac{U_0/2}{\rho_1 d/S} = \frac{U_0 S}{2\rho_1 d}, \quad I_2 = \frac{U_0/2}{\rho_2 d/S} = \frac{U_0 S}{2\rho_2 d}$$

设  $\rho_1 < \rho_2$ , 有  $I_1 > I_2$ , 在两介质交界面上即开始有正电荷的堆积(且堆积的电荷陆续增加),而使介质层1上的电势差减小,介质层2上的电势差增大,从而使  $I_1$  减小,  $I_2$  加大,直到  $I_1 = I_2 = I$  时交界面上堆积的正电荷达到一定值,不再继续增加,电路达到稳定.若  $\rho_1 > \rho_2$ , 可作出类似分析,得出在两介质交界面上有负电荷堆积,达到一定值时电路达到稳定.

1. 设稳定时电流强度为  $I$ , 由欧姆定律可得

$$U_0 = U_1 + U_2 = IR_1 + IR_2 = I(\rho_1 + \rho_2)d/S$$

$$I = \frac{SU_0}{(\rho_1 + \rho_2)d}$$

2. 由于两介质交界面是等势面,整个电容器可以看做两个漏电电容器的串联,如图

6'-28 所示. 当左极板带电荷  $+Q_1$ 、右极板带电荷  $-Q_2$  时, 由于电荷守恒, 两介质交界面处的电荷为

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1$$

由电容器公式可得

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{\epsilon S}{4\pi k d} U_1 = \frac{\epsilon S}{4\pi k d} I R_1 \\ &= \frac{\epsilon S}{4\pi k d} \frac{U_0 S}{(\rho_1 + \rho_2) d} \frac{\rho_1 d}{S} = \frac{\epsilon S U_0 \rho_1}{4\pi k d (\rho_1 + \rho_2)} \end{aligned}$$

同理

$$Q_2 = \frac{\epsilon S U_0 \rho_2}{4\pi k d (\rho_1 + \rho_2)}$$

所以两介质交界面上堆积的电荷为

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \frac{\epsilon S U_0 (\rho_2 - \rho_1)}{4\pi k d (\rho_1 + \rho_2)}$$

当  $\rho_1 < \rho_2$  时  $\Delta Q > 0$ ; 当  $\rho_1 > \rho_2$  时,  $\Delta Q < 0$ .

3. 此时, 介质 1、2 中的电场强度分别为

$$E_1 = \frac{U_1}{d} = \frac{I R_1}{d} = \frac{U_0 S}{d(\rho_1 + \rho_2)} \frac{\rho_1 d}{S d} = \frac{U_0 \rho_1}{d(\rho_1 + \rho_2)}$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d} = \frac{U_0 \rho_2}{d(\rho_1 + \rho_2)}$$

解法 II: 对于两层漏电介质来说, 由于两介质交界面是等电势面, 此题可简化为图 6'-29 所示的等效电路. 其中每个等效元件的电阻和电容分别为:  $R_1 = \rho_1 d/S$ ,  $R_2 = \rho_2 d/S$ ,  $C_1 = \epsilon S/(4\pi k d) = C_2$

1. 电路稳定以后, 流过电阻  $R_1$  和  $R_2$  的电流相等, 其值

$$\begin{aligned} I &= \frac{U_0}{R_1 + R_2} = \frac{U_0}{\rho_1 d/S + \rho_2 d/S} \\ &= \frac{S U_0}{(\rho_1 + \rho_2) d} \end{aligned}$$

2. 稳定时, 电容器  $C_1$ 、 $C_2$  上的电压分别与  $R_1$ 、 $R_2$  两端电压  $U_1$  和  $U_2$  相等, 则

$$U_1 = I R_1 = \frac{S U_0}{(\rho_1 + \rho_2) d} \rho_1 \frac{d}{S} = \frac{\rho_1 U_0}{\rho_1 + \rho_2}$$

$$U_2 = I R_2 = \frac{S U_0}{(\rho_1 + \rho_2) d} \rho_2 \frac{d}{S} = \frac{\rho_2 U_0}{\rho_1 + \rho_2}$$

$$Q_1 = C_1 U_1 = \frac{\epsilon S}{4\pi k d} \frac{\rho_1 U_0}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{\epsilon S U_0 \rho_1}{4\pi k d (\rho_1 + \rho_2)}$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = \frac{\epsilon S}{4\pi k d} \frac{\rho_2 U_0}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{\epsilon S U_0 \rho_2}{4\pi k d (\rho_1 + \rho_2)}$$

两层介质交界面上堆积的电荷为

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \frac{\epsilon S U_0 (\rho_2 - \rho_1)}{4\pi k d (\rho_1 + \rho_2)}$$

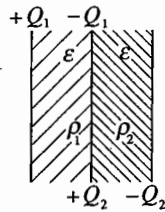


图 6'-28

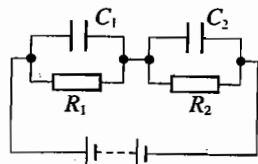


图 6'-29



3. 两层介质内的电场强度分别为

$$E_1 = \frac{U_1}{d} = \frac{\rho_1 U_0}{(\rho_1 + \rho_2)d}$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d} = \frac{\rho_2 U_0}{(\rho_1 + \rho_2)d}$$

此题要求考虑电容器中的漏电电流问题,属于中学物理知识的进一步运用.解法 I 给出了讨论此问题的物理分析,从等效的角度定性说明了两层介质交界面上有电荷堆积的原因,这是对于此题的有物理分析的解法.这需要运用先忽略漏电(漏电电流总是很小的),再考虑漏电作为修正的方法,并要能根据介质交界面上有电荷堆积时产生的对介质层上电势差的影响,说明从充电开始到电路稳定这一过程中漏电电流的大致变化.解法 II 采用等效电路的考虑,直接讨论稳定状态,这是常用的解法(解法 I 中求堆积电量时也是用等效电路的考虑).

此题的结果也有助于理解在直流电路中两种不同导体交界面上有静电荷堆积的现象.

# 第七届竞赛试题解答与剖析

## 预赛(第一试)

一、20;用实验证实了李政道和杨振宁提出的弱作用下宇称不守恒的理论.

二、为便于分析,设船帆为一平面  $M$ . 要使船由  $A$  点到达  $S$  点,须先将船头偏转某一角度,例如使船身沿  $AB$  方向( $AB$  与  $AS$  的夹角小于  $90^\circ$ ),并使帆面  $M$  介于直线  $AB$  与  $AS$  之间,如图 7'-1(a) 所示. 在这种情形下,当风吹到船帆  $M$  上时,沿帆面的摩擦力较小,风对帆的主要作用力  $F$  是垂直作用于帆面上的. 这个力可分解为沿船身  $AB$  方向把船向前推进的分力  $F_1$  和使船横移的分力  $F_2$ . 由于船体在横向移动方向上受到水的阻力很大,所以横向移动很小可不计. 而船沿船身方向所受水的阻力较小,所以能在分力  $F_1$  的作用下沿  $AB$  方向前进.

当船沿  $AB$  方向航行一段距离到达  $B$  点后,将船头掉转到与风向成某一小于  $90^\circ$  角的另一个方向  $BC$ ,同时适当改变船帆的方位,如图 7'-1(b) 所示. 则根据与上述相同的理由,风力将使船沿  $BC$  方向前进.

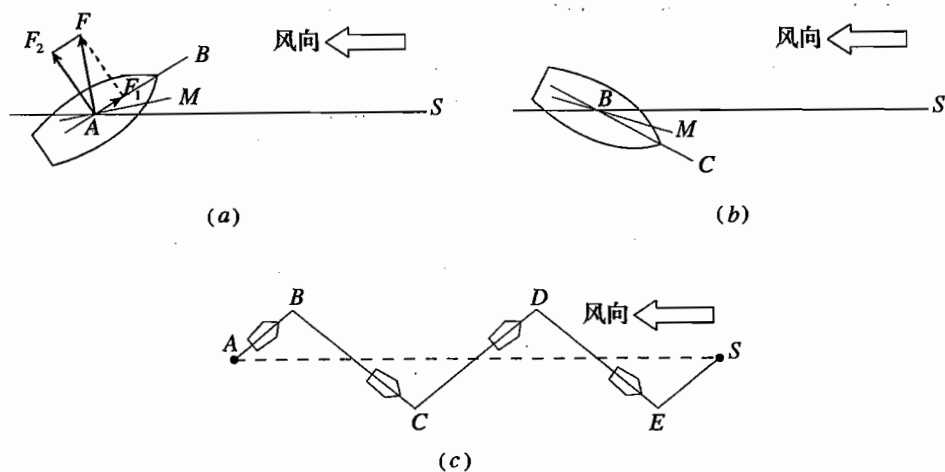


图 7'-1

交替改变船头的方向和帆的方位,可使船沿“Z”字形路线行驶,如图 7'-1(c) 所示,船就能沿折线  $ABCDE\dots$  逆风达到目标  $S$ .

本题在一些科普书籍中曾有所介绍,主要考查学生能否灵活运用所学知识,如力的合成与分解等,去分析一些实际问题.

三、本题中若把每分钟内水吸收的热量看做是恒定的,则可近似估计如下:用  $m$  表示水的质量,  $t$  表示温度,  $c$  表示比热容,  $L$  表示汽化热,  $\tau$  表示所需时间,则有

$$\frac{mc(t_{100} - t_{10})}{20} \tau = mL$$

将  $c = 1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot \text{K})$ ,  $L = 539 \text{ cal/g}$  代入可得

$$\tau = 1.2 \times 10^2 \text{ min}$$

四、用  $\alpha$  表示光导纤维内芯和外层材料之间的临界角,则有

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \alpha} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \sin \alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

要光线能在光导纤维内传播,则图 7'-2 中所示的  $\beta$  角应满足

$$\beta \geq \alpha$$

用  $r$  表示光线由光导纤维的一端截面处射入时的折射角,由几何关系可知

$$r + \beta = 90^\circ$$

根据折射定律有

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_1$$

已知  $n_1 = 1.3$ ,  $n_2 = 1.2$ , 由以上四式可解得

$$\sin i \leq 0.50$$

即

$$i \leq 30^\circ$$

本题涉及的课内基础知识仅有光的折射定律和全反射临界角,属于基本题. 通过本题可以扩展眼界,了解物理知识的实际应用.

五、若  $v_0$  的大小刚能使  $m$  运动到  $B$  点,即  $m$  运动到  $B$  点时相对于  $M$  的速度为零,令此时  $M$  相对于地的速度(向右)为  $u$ ,则  $m$  相对于地的速度也为  $u$ (如图 7'-3). 根据机械能守恒可知

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m+M)u^2 + mgh \quad (1)$$

又因为在此过程中以  $m$  和  $M$  为系统时,水平方向不受外力,所以水平方向动量守恒,即

$$mv_0 \cos \theta = (m+M)u \quad (2)$$

由 ①、② 两式可得

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gh(m+M)}{M + m \sin^2 \theta}}$$

由此可知,  $v_0$  至少要大于  $\sqrt{\frac{2gh(m+M)}{M + m \sin^2 \theta}}$ ,  $m$  才

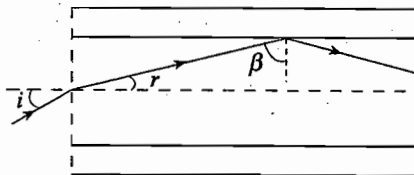


图 7'-2

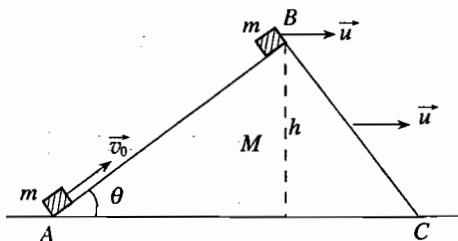


图 7'-3

能经  $B$  点滑出。

六、1. 当  $OP$  经过  $YOZ$  平面的瞬间, 两端的电势相等。因为此时  $OP$  的运动方向和磁场方向平行(同向或反向)。

2. 只要  $OP$  处在  $YOZ$  平面的右侧,  $P$  点的电势总是高于  $O$  点。

3. 当  $OP$  处于  $YOZ$  平面的右侧且运动方向和磁场方向垂直时, 即通过  $XOZ$  平面的瞬间(如图 7'-4 所示),  $U_P - U_O$  的值最大。其值等于在此瞬间很短时间间隔  $\Delta t$  内,  $OP$  切割的磁感线数  $\Delta\phi$  除以  $\Delta t$ , 由几何投影可知,  $\Delta\phi$  也等于  $\Delta t$  内  $OP$  在  $YOZ$  平面上的投影切割的磁感线的数目。 $P$  在  $YOZ$  平面上的投影为沿  $Y$  轴方向做圆频率为  $\omega$ 、振幅为  $l \sin \theta$  的简谐振动, 此简谐振动在  $Z$  轴附近时其速度为  $\omega l \sin \theta$ , 因此  $OP$  的投影切割的面积为一小三角形( $\triangle MON$ )的面积。即

$$\Delta S = \frac{1}{2} l \cos \theta \omega l \sin \theta \Delta t \quad (1)$$

切割的磁感线数即磁通量为

$$\Delta \phi = B \Delta S = \frac{1}{2} l^2 \omega B \cos \theta \sin \theta \Delta t \quad (2)$$

根据法拉第定律可知

$$U_P - U_O = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{1}{2} l^2 \omega B \cos \theta \sin \theta \quad (3)$$

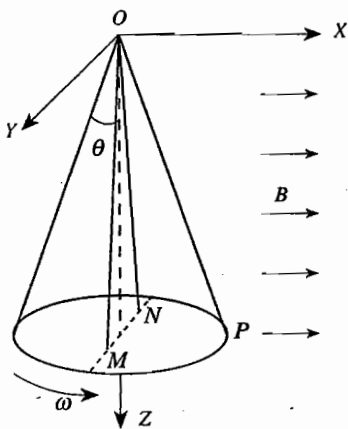


图 7'-4

本题属于法拉第电磁感应定律的运用, 但比较灵活。难点在于第 3 问, 金属丝  $OP$  上各点切割磁感线的速度大小不同, 无法直接用课内学过的  $E = BLv$  来计算。除了上面给出的解答外, 也可以用  $OP$  在  $YOZ$  平面上的投影  $l \cos \theta$  作为长度  $L$ , 以  $OP$  中点处通过  $XOZ$  平面瞬间的速度  $\frac{1}{2} \omega l \sin \theta$  作为速度  $v$ , 由  $E = BLv$  来求解。

七、设原表头的满刻度电流为  $I_0$  (mA), 内阻为  $r$  ( $\Omega$ )。

1 mA 档的等效电路如图 7'-5(a), 输入 1 mA 电流时可得下列关系

$$\frac{I_0}{1 - I_0} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{r} \quad (1)$$

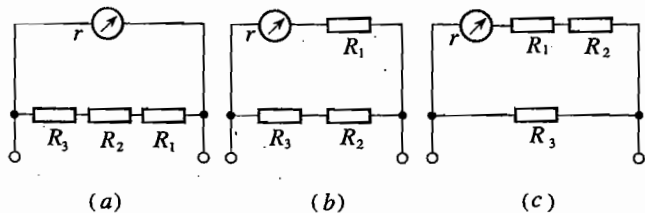


图 7'-5

10 mA 档和 100 mA 档的等效电路如图 7'-5(b) 和 (c), 分别输入 10 mA 和 100 mA 电流时, 可得下列关系

$$\frac{I_0}{10 - I_0} = \frac{R_2 + R_3}{r + R_1} \quad (2)$$

$$\frac{I_0}{100 - I_0} = \frac{R_3}{r + R_1 + R_2} \quad (3)$$

将所给  $R_1$  值代入, 消去  $R_2$  和  $R_3$  可得

$$I_0(r + 160) = 160 \quad (4)$$

这就是表头的  $I_0$  与  $r$  所必须满足的关系, 且只要满足此关系的表头, 三个量程都可给出正确读数, 并不一定需要用与原表头的参数一样的表头。

现有表头 A 的参数  $I_0 = 0.2 \text{ mA}$ ,  $r = 660 \Omega$ , 由于

$$I_0(r + 160) = 0.2(660 + 160) = 164 \neq 160$$

不满足 (4) 式, 故表头 A 不能在保持  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_3$  不变的条件下使用。

表头 B 的参数  $I_0 = 0.5 \text{ mA}$ ,  $r = 120 \Omega$ , 虽然

$$I_0(r + 160) = 0.5(120 + 160) = 140$$

也不满足 (4) 式, 但若将  $r$  加上  $40 \Omega$ , 使表头 B 的内阻变为  $r' = r + 40 = 160 \Omega$ , 即可满足 (4) 式。因此答案是: 表头 B 可用来修复此电流计, 方法是将表头 B 与一个  $40 \Omega$  电阻串联接入原表头位置即可。

本题是一道带有考查学生实验能力性质的竞赛题。除了对多量程电流表的结构原理有所了解, 并能根据串、并联关系式求出满度电流与表头内阻的关系外, 还要求学生能从 A、B 两个都不符合要求的表头中选出有可能进行改装的一个。对于实验知识较差的学生, 在推导出  $I_0$  与  $r$  的关系后, 仍不知该怎样修复电流计。

八、图 7'-6 中 AC、DB 为球的直径, DB 平行于入射光, AC 垂直于入射光。设入射线 QM 的折射线 MQ' 刚刚不被黑球挡住, 则 MQ' 是黑球的切线。另外, 图中 PA 以外的入射线, 显然照不到 ABC 面上, 入射线 PA 的折射线为 AP'。因为已知在题给条件下折射线与 ABC 面上的交点随入射角的增大只朝一个方向变动, 所以在 MD 之间的入射线皆被黑球所挡, 照不到 ABC 面上。图内所有能照射到 ABC 面上的光线都落在 P'Q' 之间。由对称性可知, ABC 面上被照到的范围为球面上一圆环形带或圆盘(视 Q' 和 P' 的位置而定)。

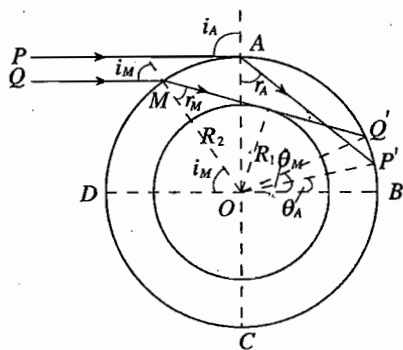


图 7'-6

1. 用  $\theta_A$  和  $\theta_M$  分别表示图中  $\angle P'OB$  和  $\angle Q'OB$ , 根据折射定律  $\sin i = n \sin r$  可知, 对于 PA, 因为  $i_A = 90^\circ$ , 所以

$$\sin r_A = \frac{1}{n} \quad \text{或} \quad r_A = \arcsin \frac{1}{n} \quad (1)$$

由几何关系可知

$$\theta_A = 2r_A - 90^\circ \quad \text{或} \quad \theta_A = 2\arcsin \frac{1}{n} - 90^\circ \quad (2)$$

对于  $QM$ , 因为折射线与黑球相切, 所以

$$\sin r_M = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{或} \quad r_M = \arcsin \frac{R_1}{R_2} \quad (3)$$

由折射定律知

$$\sin i_M = n \sin r_M \quad \text{或} \quad i_M = \arcsin \left( \frac{R_1}{R_2} n \right) \quad (4)$$

由几何关系得

$$\theta_M = 2r_M - i_M \quad \text{或} \quad \theta_M = 2\arcsin \left( \frac{R_1}{R_2} \right) - \arcsin \left( \frac{R_1}{R_2} n \right) \quad (5)$$

将  $R_1/R_2 = 2/3, n = 1.35$  代入可得

$$\theta_A = 2\arcsin 0.741 - 90^\circ \quad (6)$$

$$\theta_M = 2\arcsin 0.667 - \arcsin 0.900 \quad (7)$$

与所给三角函数值对比, 可判断出  $\theta_A, \theta_M$  皆大于零, 且  $\theta_M > \theta_A$ , 所以  $ABC$  上被照区为球面上的一圆环形带, 其边界由 (6)、(7) 两式决定.

2. 随  $n$  取值的增大, 由 (2) 式及 (5) 式可知,  $\theta_A$  (代数值) 和  $\theta_M$  (代数值) 均将变小. 当  $\theta_A$  变为零时,  $n = \sqrt{2}$ , 代入 (5) 式可得此时的  $\theta_M$  值, 与所给三角函数值对比可知

$$\theta_M = 2\arcsin \frac{2}{3} - \arcsin \left( \frac{2}{3} \sqrt{2} \right) \neq 0 \quad (> 0)$$

所以此时  $ABC$  上被照区变为球面上的一圆盘.

当  $\theta_M$  变到零时, 由 (5) 式及所给三角函数值可得  $n$  值, 再代入 (2) 式, 可知此时  $\theta_A \neq 0 (< 0)$ , 即  $ABC$  上被照区仍为球面上的一圆盘.

当  $n$  再大时, 又变为球面上的一圆环.

当  $n \rightarrow 3/2$  时, 由 (2)、(5) 两式可知,  $\theta_A \rightarrow \theta_M$ ,  $ABC$  上圆环趋于圆线.

当  $n > 3/2$  时, 所有光线都照不到  $ABC$  面上.

就所涉及的物理和数学知识来说, 本题并没有超出中学课内学习的范围, 但从思维的角度看, 本题难度较大. 题目要求学生从  $PA, QM$  这两条“边界”光线在半球面上照到的范围去推理, 由折射定律出发, 计算出圆环形带的边界, 进一步讨论  $\theta_M$  与  $n$  的关系. 竞赛结果本题得分率很低.

九、金属板  $B$  插入电容器  $A_1A_2$  后, 与  $A_1$  相对的面为  $B_1$ , 与  $A_2$  相对的面为  $B_2$  (如图 7'-7 所示).  $A_1, B_1$  与  $B_2, A_2$  分别形成两个电容器, 设它们的电容分别为  $C_1, C_2$ . 由于这两个电容器  $A_1B_1$  和  $B_2A_2$  的面积与原来的电容器  $A_1A_2$  相同, 而极板距离为原来的  $1/3$ , 所以这两个电

容器的电容量  $C_1, C_2$  均为原来电容器电容量  $C_0$  的 3 倍, 即

$$C_1 = C_2 = 3C_0$$

1.  $E$  接入后, 电容器  $A_1B_1$  两极板间的电压  $U_1$  为

$$U_1 = 150 \text{ V} - 50 \text{ V} = 100 \text{ V}$$

因此  $B_1$  板上的电量  $q_1$  为负, 其数值为

$$q_1 = -C_1U_1 = -300C_0$$

同理, 电容器  $B_2A_2$  两极板间的电压  $U_2$  为

$$U_2 = 50 \text{ V} - (-150) \text{ V} = 200 \text{ V}$$

$B_2$  板上的电量  $q_2$  为

$$q_2 = +C_2U_2 = 600C_0$$

$E$  接入前,  $B$  上的电量为零, 电源  $E$  输给金属板  $B$  的电量为

$$Q = q_1 + q_2 = 300C_0 = 9 \times 10^{-8} \text{ C} \quad \textcircled{6}$$

2. 改变  $B$  板的位置, 即改变了电容器  $A_1B_1$  和  $B_2A_2$  的电容, 从而改变了  $B_1$  和  $B_2$  两板上的电量. 当二板上电量之和恢复为零时, 即将电源  $E$  输送来的电量全部送回. 设此时  $B_1$  和  $B_2$  板上的电量分别为  $-q$  和  $q$ , 电容器  $A_1B_1$  和  $B_2A_2$  的电容分别为  $C_1'$  和  $C_2'$ . 由于移动  $B$  板时电压并不改变, 有

$$q = C_1'U_1 = C_2'U_2$$

由此得

$$\frac{C_1'}{C_2'} = \frac{U_2}{U_1} \quad \textcircled{7}$$

设此时  $A_1, B_1$  两板的距离为  $d_1, B_2, A_2$  两板的距离为  $d_2$ , 而  $A_1, A_2$  两板的距离为  $d_0$ , 则

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{C_1'}{C_2'} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{200}{100} = 2 \quad \textcircled{8}$$

而由题设又有

$$d_1 + d_2 = \frac{2}{3}d_0 \quad \textcircled{9}$$

由 ⑧、⑨ 两式得

$$d_1 = \frac{2}{9}d_0, \quad d_2 = \frac{4}{9}d_0$$

由此得

$$C_1' = \frac{9}{2}C_0, \quad C_2' = \frac{9}{4}C_0 \quad \textcircled{10}$$

$A_1$  板上所带电量与  $A_2$  板上所带电量分别为  $q$  和  $-q$ , 其值为

$$q = C_1'U_1 = \frac{9}{2}C_0 \times 100 = 450C_0$$

切断三个电源后,  $A_1, A_2$  两板上的电量不变, 而抽出  $B$  板后, 电容器  $A_1A_2$  上的电压为

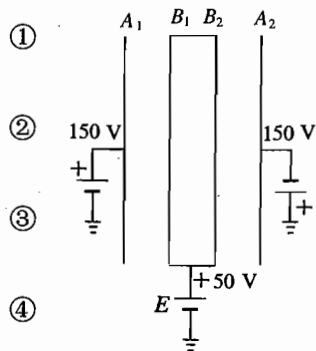


图 7'-7

$$U = \frac{q}{C_0} = 450 \text{ V}$$

本题主要考查学生的逻辑思维和推理能力. 表面看来题目所述的物理过程比较复杂, 但只要根据电容器的电容  $C = Q/U$  及电容器充放电过程中电量随电压而变化的关系, 按题文所述的过程, 一步步推理, 结合平行板电容器的电容与两板间距离的关系, 要得出正确结果并不太难. 从竞赛结果看, 本题的难度属于中等水平.

十、在上提过程中, 桶内空气压强减小, 体积将增大, 从而对桶和桶内空气(空气质量不计)这一整体的浮力将增大. 在此题中若存在桶所受浮力等于重力的位置, 则此位置是桶的不稳定平衡点, 再稍上提, 浮力将大于重力, 桶就会上浮. 从这时起, 绳不必再拉桶, 桶也将在浮力作用下, 上浮到桶底到达水面并冒出. 因此绳对桶的拉力所需做的最小功的过程, 就是缓慢地将桶由池底提高到浮力等于重力的位置所经历的过程.

下面先看这一位置是否存在. 如果存在的话, 如图 7'-8 所示, 设在此位置时桶内空气的高度为  $l'$ , 因为浮力等于重力, 应有

$$mg = \rho(l'S + V_0)g \quad (1)$$

代入已知数据可得

$$l' = 0.350 \text{ m} \quad (2)$$

设此时桶的下方边缘距池底的高度为  $H$ , 由玻意耳定律可知

$$[p_0 + H - (l_0 - l)]l = [p_0 + H_0 - H - (l_0 - l')]l' \quad (3)$$

由 (2)、(3) 两式可得

$$H = 12.24 \text{ m} \quad (4)$$

因为  $H < (H_0 - l_0)$ , 即整个桶仍浸没在水中, 可知存在上述浮力等于重力的位置.

现在再求将桶由池底缓慢地提高到  $H$  处桶及水的机械能的增量  $\Delta E$ .  $\Delta E$  包括三部分: 1. 桶势能的增量  $\Delta E_1$ ; 2. 在  $H$  高度时桶本身排开的水可看做下降去填充在池底时桶本身所占的空间而引起水势能的增量  $\Delta E_2$ ; 3. 在  $H$  高度时桶内空气所排开的水可看做一部分下降去填充在池底时空气所占的空间, 一部分(由于空气膨胀)上升到水池表面. 由此引起水的势能的增量用  $\Delta E_3$  表示. 则

$$\Delta E_1 = mgH \quad (5)$$

$$\Delta E_2 = -\rho V_0 g H \quad (6)$$

$$\Delta E_3 = \rho S l g \left( l_0 - \frac{1}{2} l \right) + \rho S (l' - l) g H_0 - \rho S l' g \left( H + l_0 - \frac{1}{2} l' \right) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 \\ &= [m - \rho(V_0 + S l')] g H + \rho S g \left[ (l' - l)(H_0 - l_0) + \frac{l'^2 - l^2}{2} \right] \quad (8) \end{aligned}$$

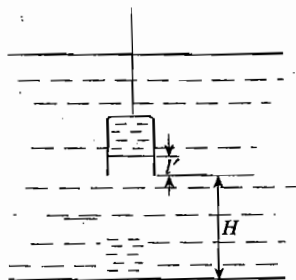


图 7'-8



由①式可得

$$\Delta E = \rho S g \left[ (l' - l)(H_0 - l_0) + \frac{l'^2 - l^2}{2} \right] \quad (9)$$

代入数值计算,结果取三位有效数字,得

$$\Delta E = 1.37 \times 10^4 \text{ J} \quad (10)$$

本题是难度较大的竞赛题,涉及气体性质、浮力、机械能等知识点,主要的难点有两个:一是先定性分析金属桶上提过程中桶内气体的压强、体积的变化,桶所受浮力与重力的关系,从而找出浮力等于重力的位置;二是在计算机械能的改变时容易忽略  $\Delta E_2$  和  $\Delta E_3$  中的某一项.

十一、设受冲击后 A、B、C 三质点开始运动时的速度分别为  $\vec{v}_1$ 、 $\vec{v}_2$  和  $\vec{v}_3$ ,由于三质点除质点 C 受冲击力外,所受的只有绳的张力,所以知  $\vec{v}_3$  必沿 BC 方向,  $\vec{v}_1$  必沿 AB 方向(如图 7'-9 所示). 在受冲击力之后,三质点的动量和等于所受的冲量  $\vec{J}$ .

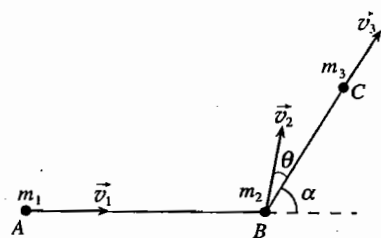


图 7'-9

$$\vec{J} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3$$

将此式沿 BC 方向和与 BC 垂直的方向分解,得

$$J = m_1 v_1 \cos \alpha + m_2 v_2 \cos \theta + m_3 v_3 \quad (1)$$

$$0 = -m_1 v_1 \sin \alpha + m_2 v_2 \sin \theta \quad (2)$$

式中  $\theta$  为  $\vec{v}_2$  与 BC 方向所夹之角. 由于绳不可伸长,又有

$$v_2 \cos \theta = v_3 \quad (3)$$

$$v_2 \cos (\theta + \alpha) = v_1 \quad (4)$$

以上四式中,  $v_1$ 、 $v_2$ 、 $v_3$  和  $\theta$  是未知量,可解得

$$v_1 = \frac{J m \cos \alpha}{m_2(m_1 + m_2 + m_3) + m_1 m_3 \sin^2 \alpha} \quad (5)$$

其方向沿 AB 方向.

多数参赛学生解不出本题的原因首先在于未能判断出质点 A 的初速必沿 AB 方向,质点 C 的初速必沿 BC 方向;其次在于不知道三个质点的动量的矢量和应沿 BC 方向,从而将每个质点的动量按 BC 和垂直于 BC 方向作正交分解;第三是对“不可伸长的柔软的轻绳”的含义不理解,列不出 ③、④ 两式. 本题是本届预赛题中最难的.

# 决 赛

## 笔 试

一、先将  $C_2$  等效于两个电容值相同的  $C_2'$  与  $C_2''$  串联,如图 7'-10.

因为

$$C_2 = 1 \mu\text{F}$$

所以

$$C_2' = C_2'' = 2 \mu\text{F}$$

当 A、B 间加上电压后,利用对称性,可知 e、o、d 三点同电势,原电路可简化为图 7'-11 所示的电路.

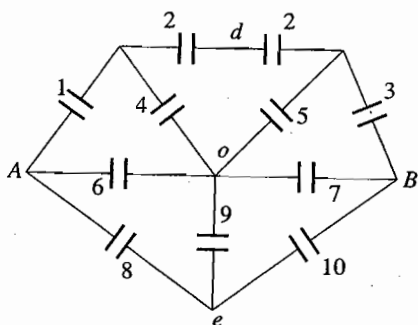


图 7'-10

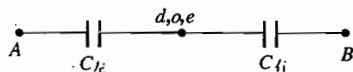


图 7'-11

这时

$$C_{左} = \frac{C_1(C_2' + C_4)}{C_1 + C_2' + C_4} + C_6 + C_8 = \frac{4}{5} \mu\text{F} + 2 \mu\text{F} + 3 \mu\text{F} = \frac{29}{5} \mu\text{F}$$

同理

$$C_{右} = C_{左}$$

所以

$$C_{AB} = \frac{C_{左} C_{右}}{C_{左} + C_{右}}$$

$$C_{AB} = 2.9 \mu\text{F}$$

本题是有关电容器串、并联等效电容值的基本题,但比较灵活.难点是将电容器  $C_2$  等效地看作由  $C_2'$  和  $C_2''$  两个等值电容串联起来,然后利用对称性和等电势点的知识,分别求出  $C_{左}$  和  $C_{右}$ ,再求出 A、B 间的等效电容.对于本题,平时学习比较死板的学生往往无从下手.

二、根据电磁感应定律,整个圆环中的感应电动势的大小

$$E = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{1}{4}\pi D^2 b$$

此电动势均匀分布在整個环路内,方向是逆时针方向.由欧姆定律可知感应电流

$$I = \frac{E}{R + 2R}$$

M、N 两点的电压

$$U_M - U_N = \frac{3}{4}E - I\left(2R + \frac{R}{2}\right)$$

由以上各式,可得

$$U_M - U_N = -\frac{1}{48}\pi D^2 b$$

三、开始注水时,共同重心在水面之上,这时如再加水,就是在共同重心下方加质量,所以重心将会随着水的注入而逐渐下降.

当重心下降到水面时,重心最低,因为此时如再加水,就是在共同重心上加质量,重心就会升高.

所以,重心最低时的高度  $h$  应满足

$$\pi r^2 h \rho \frac{h}{2} + mH = (\pi r^2 h \rho + m)h$$

得

$$h = \frac{-m + \sqrt{m^2 + 2\pi r^2 \rho m H}}{\pi r^2 \rho}$$

本题对于参加决赛的学生来说,如果课外自学过有关质心的知识,分析起来就不会感到太困难.但本题的主要目的是看他能否以水面为参考点来分析共同重心位置的变化,从而找到共同重心最低时就在水面上.这种先定性分析、后定量计算,以一个随注水多少而变化的水面位置为参考点来处理问题,对于解答本题是很关键的一步.

四、1. 根据库仑定律和题中对斥力和引力正负的规定,  $q$  所受的合力为

$$F = kQq \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{2}{(x+l)^2} \right] \quad (1)$$

令  $F=0$ , 即  $\frac{1}{x^2} = \frac{2}{(x+l)^2}$ , 可解得平衡位置

$$x_p = l(1 + \sqrt{2}) \quad (2)$$

为了讨论在上述平衡位置处的平衡稳定性, 可令  $q$  从  $x_p$  处发生一微小位移  $\Delta x$ ,  $\Delta x$  可正可负. 将  $x_p + \Delta x$  代替  $x$  代入 (1) 式中, 经运算可得:

$$F = kQq \frac{-\Delta x(2\sqrt{2}l + \Delta x)}{(x_p + \Delta x)^2(x_p + \Delta x + l)^2} \quad (3)$$

(3) 式中分母总是正的,  $F$  的正负决定于分子. 当  $\Delta x > 0$  时,  $F < 0$ . 即当  $q$  离开平衡位置向右偏离时, 将受到引力, 方向向左; 当  $\Delta x < 0$  时, 因  $\Delta x$  是微小的位移, (3) 式分子的括号内是正的, 所以  $F > 0$ , 即当  $q$  离开平衡位置向左偏离时, 将受到斥力, 方向向右. 由此可见平衡是稳定的.

2. 上面 (3) 式不仅对  $\Delta x$  很小时成立. 当  $\Delta x > 0$  时总有  $F < 0$ . 另外, 由 (1) 式可知, 当  $x \rightarrow \infty$ ,  $F \rightarrow 0$ . 由此可知, 在  $x_p$  的右方,  $F < 0$ , 最后变为趋于 0, 可见有一个负的极小值存在.

当  $\Delta x < 0$  时, 因为  $|\Delta x| < x_p = l(1 + \sqrt{2})$ , 所以  $|\Delta x| < 2\sqrt{2}l$ , 因此 (3) 式中分子

的括弧内仍是正的. 故  $F > 0$ . 另外, 由①式可知, 当  $x \rightarrow 0$  时,  $F \rightarrow \infty$ , 由此可知, 在  $x_p$  左方,  $F > 0$  且趋于  $\infty$ .

总结以上, 可定性画出  $F-x$  图线如图 7'-12 所示.

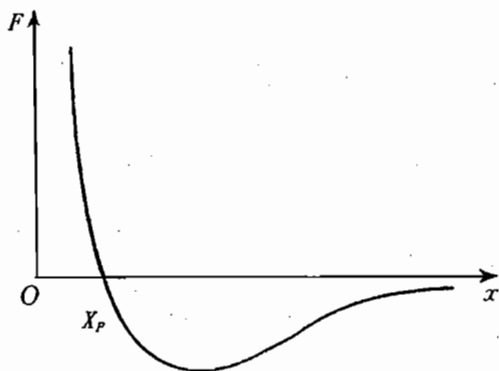


图 7'-12

本题要求学生讨论平衡的稳定性并定性地画出合力随位置变化的曲线, 这两点都是考查的重点, 也是难点. 能够做到这两点的学生必须平时在课外学习中有较强的自学能力, 头脑灵活, 思维清晰. 本题作为决赛试题, 难度是比较大的. 竞赛结果, 有相当多的学生不知如何讨论平衡的稳定性, 曲线的渐近线大都不明确, 因而曲线发展趋势画得不好.

五、B 滑下时, 根据水平方向动量守恒, A 必向左移动.

设下滑到某处时, B 的坐标为  $(x_2, y_2)$ , A 的位置用圆心 C 的坐标  $(x_1, 0)$  表示, A、B 沿水平方向的速度分别为  $v_A$  及  $v_B$  (见图 7'-13), 则从动量在水平方向守恒可得

$$mv_B + Mv_A = 0$$

此时, C、B 的水平方向坐标分别为  $x_1$  及  $x_2$ , 由于两物体的水平速率之比在任何时刻都相同, 所以其水平方向的位移之比等于速率比, 从而得

$$Mx_1 + mx_2 = 0$$

在 A 脱离 B 以前, 由图中几何关系可知

$$R\sin\theta = x_2 - x_1$$

$$R\cos\theta = y_2$$

消去  $\theta$  及  $x_1$ , 得

$$\frac{x_2^2}{\left(\frac{MR}{M+m}\right)^2} + \frac{y_2^2}{R^2} = 1$$

因此, B 的轨迹是半长轴为  $R$  (在  $y$  方向)、半短轴为  $\frac{MR}{M+m}$  (在  $x$  方向) 的椭圆的一部分.

解答本题的关键除了水平方向动量守恒外, 必须找出柱体与滑块在同一时刻的位置坐

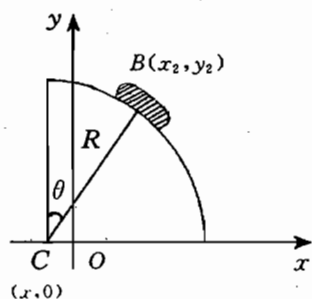


图 7'-13

标之间的关系,并能把学过的数学用于求解物理问题.

六、经估算可知,当管转过  $180^\circ$  后,已有部分水银由开口端流出,今设平衡后水银柱上端距  $A$  点为  $l'$  (如图 7'-14),此时管内空气柱的长度为  $l_0 + x + l'$ ,压强为  $p_0 - (h_0 - l')$ . 根据玻意耳定律可知

$$[p_0 + h - (l_0 - l)]l = [p_0 - (h_0 - l')](l_0 + x + l')$$

把各量的数值代入上式求解,并取合理值可得

$$l' = 112.8 \text{ cm}$$

将长管截去 50 cm 后,管内剩下的水银柱长度设为  $a$ ,则

$$a = (h_0 - l') - 50 = 17.2 \text{ cm}$$

此时,剩下的水银柱不能在原处保持平衡,外界的大气压将压它上升,在新的位置达到平衡.

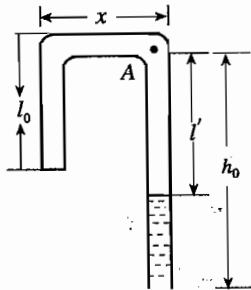


图 7'-14

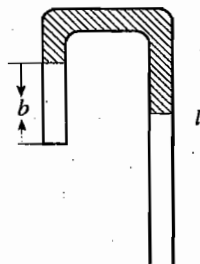


图 7'-15

设新的平衡位置如图 7'-15 所示,  $b$  为此时短管内空气柱的长度,则根据玻意耳定律,有

$$[p_0 + h - (l_0 - l)]l = \{p_0 - [a - x - (l_0 - b)] + (l_0 - b)\}b$$

代入各量的数值求解并取合理值可得

$$b = 16.7 \text{ cm}$$

即与封闭的空气相接触的水银面最后的平衡位置距短管的封闭端为 16.7 cm.

本题题文所述的过程比较复杂. 首先,要求学生能根据题目搞清全部过程中所发生的物理变化;其次,看他能否根据给出的数据初步估算,判断出在倒转塑料管后已有部分水银由开口端流出;第三,想像出在截去 50 cm 后,水银柱将怎样流动;最后,再两次运用玻意耳定律列出方程并求解. 作为决赛题,本题旨在考查学生分析物理过程的能力和灵活运用气体方程的水平.

七、用  $v_k$  表示木块  $k$  刚要受碰时大木块(以及与之已成为一体的各小木块)的速度,  $u_k$  表示木块  $k$  刚受碰后大木块(以及与之成为一体的各小木块)的速度,  $l$  表示木块间的距离,  $F$  表示恒力,则根据功能原理和动量守恒定律,有:

木块 1 受碰前后

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(4m)v_1^2 = Fl \\ 4mv_1 = (4+1)mu_1 \end{cases}$$

木块 2 受碰前后

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(4+1)mv_2^2 = \frac{1}{2}(4+1)mu_1^2 + Fl \\ (4+1)mv_2 = (4+2)mu_2 \end{cases}$$

木块 3 受碰前后

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(4+2)mv_3^2 = \frac{1}{2}(4+2)mu_2^2 + Fl \\ (4+2)mv_3 = (4+3)mu_3 \end{cases}$$

.....

木块  $k$  受碰前后

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(4+k-1)mv_k^2 = \frac{1}{2}(4+k-1)mu_{k-1}^2 + Fl \\ (4+k-1)mv_k = (4+k)mu_k \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \therefore v_k^2 &= \frac{1}{4+k-1} \frac{2Fl}{m} + u_{k-1}^2 \\ &= \frac{1}{4+k-1} \frac{2Fl}{m} + \frac{(4+k-2)^2}{(4+k-1)^2} v_{k-1}^2 \\ &= \frac{1}{4+k-1} \frac{2Fl}{m} + \frac{(4+k-2)^2}{(4+k-1)^2} \times \\ &\quad \left[ \frac{1}{4+k-2} \frac{2Fl}{m} + \frac{(4+k-3)^2}{(4+k-2)^2} v_{k-2}^2 \right] \\ &= \dots \\ &= \frac{2Fl}{m} \frac{(4+k-1) + (4+k-2) + \dots + (4+1)}{(4+k-1)^2} + \\ &\quad \frac{4^2}{(4+k-1)^2} v_1^2 \\ &= \frac{2Fl}{m} \frac{(4+k-1) + (4+k-2) + \dots + (4+1) + 4}{(4+k-1)^2} \\ &= \frac{Fl}{m} \frac{k(k+7)}{(k+3)^2} \end{aligned}$$

$$\left( \because 4v_1^2 = \frac{2Fl}{m} \right)$$

欲求  $v_k$  最大值, 可配方如下:

$$\begin{aligned} v_k^2 &= \frac{Fl}{m} \left[ \frac{(k+3)^2 + (k+3) - 12}{(k+3)^2} \right] \\ &= \frac{Fl}{m} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{6}{k+3} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{Fl}{m} \left[ \frac{49}{48} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{6}{k+3} \right)^2 \right]$$

可以看出,当  $\frac{1}{4} - \frac{6}{k+3} = 0$  时,  $v_k$  最大,由此得  $k = 21$ .

$v_k$  的最大值

$$v_{21} = \sqrt{\frac{Fl}{m} \frac{49}{48}}$$

本题所涉及的物理规律是中學生很熟悉的,但数学处理比较复杂.从最初几次碰撞的物理量之间的关系到归纳出普遍的第  $k$  次碰撞前后物理量之间的关系,是本题所要考查的重点内容之一,这是分析问题和推理能力的重要表现;其后的数学处理也有相当的难度.对参加决赛的学生来说,从相当复杂的数学关系解出最后结果,能充分反映出学生思维的系统性和灵活性.

八、物体相对圆台不动有三种可能:

1. A 有沿半径向外移动的趋势

这时,物体 A 所受摩擦力  $f$  的方向与张力  $T$  的方向相同(因为 B 所在槽是光滑的,当 B 随圆台转动时,绳中总有张力存在),用  $x$  表示 A 到圆心 O 的距离,根据牛顿定律和摩擦力的性质可知

$$m_A \omega^2 x = T + f$$

$$m_B \omega^2 (l - x) = T$$

$$f \leq \mu_0 m_A g$$

解得

$$\omega \leq \sqrt{\frac{\mu_0 g}{\frac{m_A + m_B}{m_A} x - \frac{m_B}{m_A} l}}$$

这时,  $x$  必须满足如下的条件:

$$x > \frac{m_B}{m_A + m_B} l$$

2. A 有沿半径指向圆心移动的趋势

这时, A 所受摩擦力  $f$  的方向与张力  $T$  的方向相反,因而有

$$m_A \omega^2 x = T - f$$

$$m_B \omega^2 (l - x) = T$$

$$f \leq \mu_0 m_A g$$

解得

$$\omega \leq \sqrt{\frac{\mu_0 g}{\frac{m_B}{m_A} l - \frac{m_A + m_B}{m_A} x}}$$

这时  $x$  必须满足如下的条件:

$$x < \frac{m_B}{m_A + m_B} l$$

3. A 物体无移动的趋势

这时,  $f = 0$ , 应有.

$$m_A \omega^2 x = T$$

$$m_B \omega^2 (l - x) = T$$

解得

$$x = \frac{m_B}{m_A + m_B} l$$

这时,  $\omega$  可取任意值.

本题主要考查学生全面分析问题和在有静摩擦力存在时物体平衡的受力分析能力. 学生最容易产生的问题是只考虑了静摩擦力为零的一种情况, 而忽略了另外两种情况, 或者想到了两种情况而漏掉了第三种可能性.

九.1. 根据透镜成像公式可算出  $AA'$  经  $L_1$  所成的像是在右方像距为  $2f_1$  处, 大小与  $AA'$  相同的倒立实像  $BB'$ . 对于  $L_2$  来说,  $BB'$  就是物距为  $2f_2$  的物, 经  $L_2$  所成的像在  $L_2$  右方像距为  $2f_2$  处. 所以屏  $P$  与  $L_2$  的距离应是  $2f_2$ , 但从图 7'-16 所示  $A$  点成像于  $B$  的光束来看, 这光束在  $B$  点会聚后继续向右下方前进, 未能进入  $L_2$ .

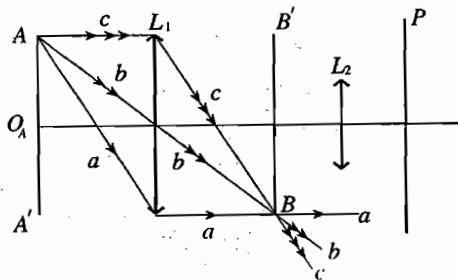


图 7'-16

因此  $A$  点发出的经过  $L_1$  折射后的光根本就不能受到  $L_2$  的折射, 这样, 屏上就不会有  $A$  点的像. 同样道理, 在  $A$  点附近的一些物点所发出的光束也不能进入  $L_2$  并在  $P$  成像. 由对称关系可知,  $A'$  点及其附近的点情况也相同. 但是  $O_A$  点或其附近的点发出的光束, 经过  $L_1$ 、 $L_2$  折射后能成像于屏  $P$  上. 这就是  $P$  上只能出现物  $AA'$  中间部分的像的道理.

2. 在不改变  $AA'$ 、 $L_1$ 、 $L_2$  和  $P$  位置的条件下, 要使通过  $B$  点的光线能够进入  $L_2$ , 可以在  $L_1$ 、 $L_2$  之间添加一个会聚透镜  $L$ , 使这些光线经  $L$  折射后向主轴方向偏折, 但由于  $BB'$  经  $L$  折射后所成的像必须仍留在原地 (即与  $BB'$  重合), 才能使它经过  $L_2$  所成的像依然在  $P$  上, 这就要求  $L$  必须放在  $BB'$  处.

为使由  $BB'$  向右传播的光束能全部通过  $L$ ,  $L$  的直径至少应当等于  $BB'$  的长度  $D$ .

为了选定透镜  $L$  的焦距  $f$ , 可作如下分析. 透镜  $L$  的作用是使通过它折射后的光束向主轴方向偏折. 从透镜性质可知, 一般地说, 焦距  $f$  大, 光线的偏折就小; 焦距小, 光线的偏折就



大. 如果选用的透镜  $L$  的焦距  $f$  过大, 可能由  $A$  点发出会聚于  $B$  点的光束经过  $L$  后的偏折不够大, 仍不能进入透镜  $L_2$ . 随着  $f$  的减小可达到一种边缘情况, 如图 7'-17 所示, 图中  $a'$ 、 $b'$ 、 $c'$  分别表示折射后的  $a$ 、 $b$ 、 $c$  光线, 利用光线  $a$  与  $a'$  可求出这种情况  $L$  的焦距为  $f_k = 4f_2$ . 继续减小  $f$ , 折射光束即可进入透镜  $L_2$  而在  $P$  上成  $A$  点的像. 另一方面, 如果  $f$  过小, 也可能使折射后光束完全在  $L_2$  上方通过, 也不进入  $L_2$ , 不能在  $P$  上成像. 这种边缘情况如图 7'-18 所示.

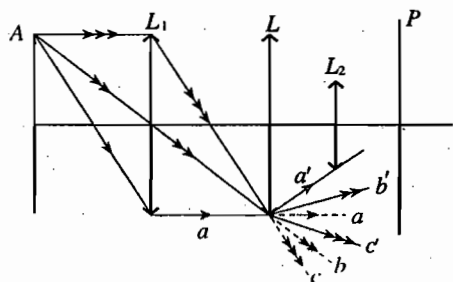


图 7'-17

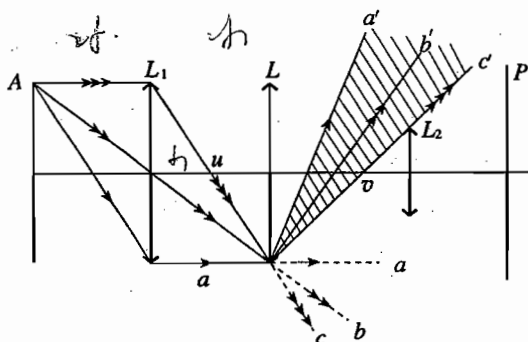


图 7'-18

利用光线  $c$  与  $c'$ , 把  $u$  点和  $v$  点作为  $L$  的一对物像点, 可求出这种情况的  $f$  (以  $f_b$  表示)

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{\frac{2}{3} \cdot 2f_2} = \frac{1}{f_b}, \quad f_b = \frac{4f_1f_2}{3f_1 + 4f_2}$$

因此, 单就能使物点  $A$  (物点  $A'$  同此) 在  $P$  上成像 (不计像点的亮暗) 而言, 透镜  $L$  的焦距应选定在一个范围内, 即

$$4f_2 > f > \frac{4f_1f_2}{3f_1 + 4f_2}$$

然而通过以上分析很容易看出, 焦距  $f$  的最佳选择应是使物边缘点  $A(A')$  的光束尽可能多的通过  $L_2$ , 并且尽量利用  $L_2$  的中央部分成像. 这就应使成像光束的中心光线, 也即从  $A$  点发出通过  $L_1$  的中心的光线  $b$ , 经  $L$  折射后恰通过  $L_2$  的中心, 如图 7'-19.

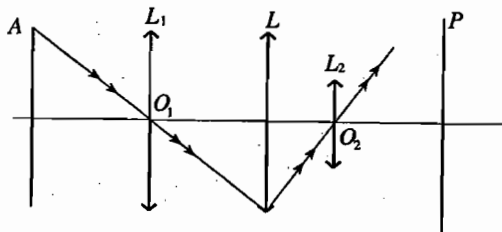


图 7'-19

这种情况透镜  $L_1$ 、 $L_2$  的中心  $O_1$ 、 $O_2$  对  $L$  而言恰是一对物像点, 由此可写出  $f$  应满足的关系

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{2f_2} = \frac{1}{f}, \quad \text{即} \quad f = \frac{2f_1f_2}{f_1 + f_2}$$

这就是应选定的透镜  $L$  的焦距值.

本题是对透镜成像光路及物像关系的全面综合考查,从灵活性和分析判断能力看,要求均较高.多数学生在解答第2问时,不知如何确定增加的透镜应放在何处;还有一些学生未能想到增加了透镜后,其焦距的最佳选择方案.从竞赛结果看,此题是本届决赛理论笔试中得分率最低的.

## 实 验

一、1. 用任一种简单方法判断两个透镜中哪个焦距较长,例如利用物屏上的透光缝为物,依次将二个凸透镜放在离物屏1.5 m处,看其成像位置,像距较长的焦距较大,像距较短的焦距较短.

将焦距较长的透镜取为物镜,焦距较短的取为目镜.

在光具座上调整凸透镜和物屏,用目测或大像追小像法调整二透镜与透光缝同轴等高,然后按题目要求调整到在目镜处可以看到清晰的缝的放大的像.

2. 将像屏放入物镜与目镜之间,移动像屏位置,直到在像屏上有清晰的缩小的实像;保持像屏位置不变,将方格纸卡片上移,使像的一半左右透过像屏,并在目镜后近处放上平面镜,微调目镜位置,使从平面镜反射的光线经过目镜后,成清晰的实像在像屏的背面上(即方格纸卡片背面上).这时即已调到物镜所成的实像经过目镜成像在无穷远处.光路如图7'-20.

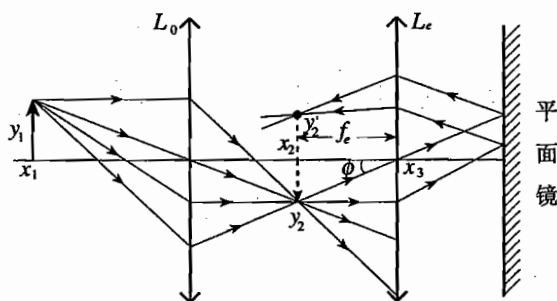


图 7'-20

3. 利用光具座上的刻度读出目镜位置  $x_3$ , 像屏位置  $x_2$ , 物屏位置  $x_1$ . 利用物屏上的方格纸量出缝长  $y_1$ , 像屏上的方格纸量出像长  $y_2$ , 则

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{y_2}{|x_2 - x_3|}, \quad \operatorname{tg} \phi = \frac{y_1}{|x_1 - x_3|}$$

有

$$m = \frac{y_2 / |x_2 - x_3|}{y_1 / |x_1 - x_3|}$$

本题考查学生按要求设计并实际动手模拟组装光学仪器的能力,是决赛实验题.在竞赛中,有的学生没有注意调整二透镜与透光缝同轴等高,有的没有注意以焦距较长的透镜取为

物镜、焦距较短的取为目镜。

## 二、(一)操作

### 1. 校准电位差计

将  $K_2$  掷向  $E_s$ 。把  $A$  盘的读数调到  $1.0\text{ V}$ ， $B$  盘调到  $0.0186\text{ V}$ 。调节  $R_p$ ，使  $K_3$  合上时  $I_g = 0$ 。此时  $MN$  间的工作电流已达到规定值。

2. 按校准伏特计电路，如图 7'-21，将  $E、F$  联接到测量回路  $E_x$  处， $K_2$  掷向  $E_x$ 。

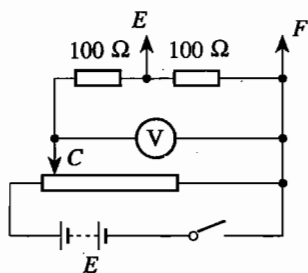


图 7'-21

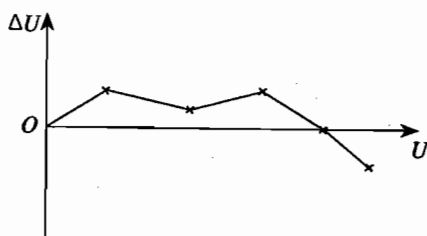


图 7'-22

3. 改变滑线变阻器  $C$  的位置，使伏特计示值分别为  $0.5\text{ V}$ ， $1.0\text{ V} \cdots 3.0\text{ V}$  左右，同时调节  $A、B$  盘使  $I_g = 0$ 。记下  $A、B$  盘读数，并填入设计的表格中。

在测量过程中，每校准伏特计上一个示值，均需检查  $MN$  间的工作电流有无改变，如有改变，必须调准。

## (二) 答案

### 1. 估算 $R_p$

学生型

$$\frac{3.0}{15 \times 10 + 10 + R_p} = 0.01\text{ A}$$

$$R_p = 140\ \Omega$$

### 2. 校准曲线(数据略)

$U(\text{V})$	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00
$\Delta U(\text{V})$						

3. 如果检流计始终向一个方向偏转，可能的原因有：

- (1)  $E \leq E_s$  (或  $E_x$ )。
- (2) 工作回路至少有一处断路。
- (3)  $E$  与  $E_s$  (或  $E_x$ ) 反向，不可能补偿。

## □ 试

一、1. 由题图所标数值可知,  $B$ 、 $C$  二态之气体温度是相同的, 但  $BC$  线与许多等温线 ( $pV = \text{常数}$ ) 相交, 而  $BC$  与某一等温线相切的切点即应为此循环过程的最高温度点.

在  $p$ - $V$  图上  $BC$  线的方程式应为  $(p - p_B) = k(V - V_B)$ ,  $k$  为斜率, 由  $C$ 、 $B$  两点之坐标可知  $k = -\frac{1}{2} \frac{10^5}{10^{-3}} \text{ Pa/m}^3$ , 故  $k = -5 \times 10^7 \text{ Pa/m}^3$ .

$$p = kV + (p_B - kV_B)$$

设  $a = p_B - kV_B$ , 代入数值得

$$p = kV + a, \quad a = 2 \times 10^5 \text{ Pa} \quad \text{①}$$

在  $p$ - $V$  图上等温线之方程为  $pV = \nu RT$ ,  $\nu$  为摩尔数. ②

联立方程 ①、② 求解可得出此等温线与  $BC$  的交点, 交点的位置与  $T$  有关, 当此联立方程组只有一个解时, 等温线与  $BC$  相切, 据此可求得最高温度如下:

将 ② 代入 ① 得

$$kV^2 + aV - \nu RT = 0$$

只有一个解时判别式

$$\Delta = B^2 - 4AC = 0$$

即

$$a^2 + 4k\nu RT = 0$$

$$\therefore T = \frac{-a^2}{4k\nu R} = \frac{-(2 \times 10^5)^2}{4 \times (-5 \times 10^7) \times 0.1 \times 8.37} \text{ K}$$

$$= 240.7 \text{ K} = T_H$$

$T_H$  在  $p$ - $V$  图上之坐标为

$$p_H = 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_H = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

2. 气体从  $B$  态到达  $H$  态的过程中, 是温度升高, 即内能增加且对外界做功的过程, 故气体必然从外界吸收热量. 但从  $H \rightarrow C$  态过程中温度是下降, 对外做功.

根据气体内能的变化与对外做的功可求出在每一微小过程中之  $\Delta Q''$ .

$$\Delta Q'' = \Delta U + p\Delta V. \quad \text{若 } \Delta Q'' > 0, \text{ 吸收热量;}$$

$$\text{若 } \Delta Q'' < 0, \text{ 放出热量.}$$

$$\Delta U = \nu \frac{3}{2} R\Delta T = \frac{3}{2} [(p + \Delta p)(V + \Delta V) - pV]$$

$$= \frac{3}{2} (p\Delta V + V\Delta p) \quad (\text{略去二级小量})$$

$$\therefore p = kV + a, \quad (p + \Delta p) = k(V + \Delta V) + a, \quad \Delta p = k\Delta V$$

$$\begin{aligned}\therefore \Delta U &= \frac{3}{2}(p\Delta V + V k\Delta V) = \frac{3}{2}[(a + kV)\Delta V + V k\Delta V] \\ &= \frac{3}{2}(a + 2kV)\Delta V\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \Delta Q'' &= \frac{3}{2}(a + 2kV)\Delta V + (a + kV)\Delta V \\ &= \left(\frac{5}{2}a + 4kV\right)\Delta V\end{aligned}$$

从  $H \rightarrow C$  过程中  $\Delta V > 0$ ,

$$\therefore \frac{5}{2}a + 4kV \begin{cases} > 0 & \text{吸热;} \\ < 0 & \text{放热.} \end{cases}$$

$$\therefore k \text{ 小于零} \quad \frac{5}{2}a \begin{cases} > 4|k|V & \text{吸热;} \\ < 4|k|V & \text{放热.} \end{cases}$$

$V < 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  时气体吸热,  $V > 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  时气体放热.

在  $BC$  线上,  $V = V_M = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  的一点 ( $M$ ) 是吸热放热转变点, 它的压强为

$$p_M = \frac{3}{8}a = \frac{3}{4} \times 10^5 \text{ Pa} = 0.75 \times 10^5 \text{ Pa}$$

所以从  $B$  态到  $M$  态是吸热过程,  $M$  态到  $C$  态是放热过程, 故  $B$  态到  $C$  态过程中气体从外界吸收的热量达到的最高值为

$$\begin{aligned}\Delta Q_{BM} &= \Delta U + \Delta W \\ &= \frac{3}{2}(\nu RT_M - \nu RT_B) + \frac{1}{2}(p_M + p_B)(V_M - V_B) \\ &= \frac{3}{2}(p_M V_M - p_B V_B) + \frac{1}{2}(p_M + p_B)(V_M - V_B)\end{aligned}$$

代入数值, 得

$$\Delta Q_{BM} = 225 \text{ J}$$

求  $\Delta Q_{\max}$  的另一种解法:

$$p_B, V_B, T_B \rightarrow p, V, T$$

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{pV}{T} = \nu R$$

设  $\frac{p_B - p}{V - V_B} = k, p = p_B - kV + kV_B$  (注: 此  $k$  与上述解法的  $k$  差一负号).

$$\begin{aligned}\text{做功} \quad W &= \frac{1}{2}(p_B + p)(V - V_B) \\ &= \frac{1}{2}(2p_B - kV + kV_B)(V - V_B) \\ &= \frac{1}{2}[2(p_B + kV_B)V - kV^2 + kV_B^2 - 2p_B V_B]\end{aligned}$$

$$\text{内能增加} \quad \Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T - T_B) = \frac{3}{2}(pV - p_B V_B)$$

$$= \frac{3}{2}[(p_B + kV_B)V - kV^2 - p_B V_B]$$

吸热

$$\Delta Q = \Delta U + W$$

$$= \frac{1}{2}[-4kV^2 + 5p_B + kV_B)V - (5p_B + kV_B)V_B]$$

$$= -2k\left[V^2 - \frac{5(p_B + kV_B)}{4k}V + \frac{5p_B + kV_B V_B}{4k}\right]$$

配方,得

$$\Delta Q = 2k\left[\left(\frac{5(p_B + kV_B)}{8k}\right)^2 - \left(\frac{5(p_B + kV_B)}{8k} - V\right)^2\right]$$

代入数值,得

$$\Delta Q = \left[\frac{9}{4} \times 10^2 - \left(\frac{1 - 400V}{400}\right)^2\right]$$

$V$  从  $10^{-3} \text{ m}^3$  增加时,  $(1 - 400V)$  逐渐减小, 因而  $Q$  将单调地增大, 直至  $400V = 1$ , 即  $V = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  时,  $\Delta Q$  达最大值,  $\Delta Q_{\text{max}} = 225 \text{ J}$ . 以后随  $V$  的增大,  $Q$  将单调地减小. 因此, 我们知道, 在  $V$  从  $V_0 \rightarrow 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  过程中, 每一段小过程都是吸热过程.

在  $V$  从  $2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \rightarrow 3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  过程中, 每一段小过程都是放热过程.

二、1. 本实验的原理, 如果  $y \neq 0, q \neq 0$ , 则每个含有等量质子和电子的气体分子将不是中性的, 因而  $A$  内的气体将带有电荷,  $A$  的内、外表面和  $B$  内表面都将有感应电荷. 当  $A$  与  $B$  相连接时,  $A$  的外表面与  $B$  的内表面上将不带电荷,  $A, B$  间电势差为零. 如果断开后令  $A$  内气体量减少, 则  $A$  内气体的电荷量将减少, 因而  $A$  的内表面上的电荷量将随之减少. 设减少量为  $\Delta q$ , 同时  $A$  的外表面的电量将从 0 变为  $\Delta q$ ,  $B$  的内表面的带电量也将变为  $-\Delta q$ , 因而  $A, B$  间将产生一个电势差  $\Delta U$ , 其值为

$$\Delta U = \Delta q / C$$

现在没有发现静电计的指示有何变化, 表示  $\Delta U < \delta$ , 即  $|\Delta q| < C\delta$ . 已知  $\delta$  及  $C$  的值, 由此实验结果即可算出  $\Delta q$  的上限, 因为  $\Delta q$  与  $y, q_n$  有关, 所以由  $\Delta q$  的上限即可求得  $y, q_n$  的上限.

2. 如果电荷守恒定律是严格正确的, 由题文所述得:  $q_n = ye$ ,  $\text{CO}_2$  的分子量为 44, 每个  $\text{CO}_2$  分子有 22 个质子, 22 个电子和 22 个中子, 因此每个  $\text{CO}_2$  分子带有的电量为  $22ye + 22q_n = 44ye$ . 如果没有离子或自由电子逸出, 当  $A$  内气体减少  $m$  克时,  $A$  内的电量减少量为

$$\Delta q = \frac{m}{44} N_0 \times 44ye = mN_0 ye$$

式中  $N_0$  为阿伏加德罗常数, 由于静电计指示没有变化,  $\Delta q < C\delta$ , 从而可得

$$y_m = \frac{C\delta}{mN_0 e}$$

3. 如果电荷不一定守恒, 可用两种不同的气体 ( $a, b$ ) 分别做上述实验, 从而得到下列不等式:

$$0 < \Delta q_a = \frac{m_a}{\mu_a} N_0 (n_{pa} y e + n_{na} q_n) < C \delta \quad (1)$$

$$0 < \Delta q_b = \frac{m_b}{\mu_b} N_0 (n_{pb} y e + n_{nb} q_n) < C \delta \quad (2)$$

式中  $m$  表示  $A$  内气体减少的质量,  $\mu$  表示气体的分子量,  $n_p$  表示每个分子中的质子数,  $n_n$  表示每个分子中的中子数,  $\mu = n_p + n_n$ . 由联立的不等式①、②即可求得  $y$  和  $q_n$  的上限值  $y_m$  和  $q_{nm}$ . 下面是一个可能的方案: 如果气体  $a$  是氢 ( $H_2$ ), 氢分子中没有中子 ( $n_{nH_2} = 0$ ), 则

$$0 < \Delta q_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}} N_0 2y e < C \delta$$

因此可得

$$y_m = \frac{\mu_{H_2} C \delta}{2 m_{H_2} N_0 e}$$

再用气体  $b$  做实验, 得不等式②, 并从而求出  $q_n$  的上限  $q_{nm}$ :

$$q_n < q_{nm} = \frac{\mu_b C \delta}{m_b N_0 n_{nb}}$$

为了获得较低的  $q_{nm}$  值, 应该用  $n_{nb}$  较大的气体做实验. 实际上采用哪两种气体做实验, 必须考虑许多与实验条件有关的因素, 才能作出恰当的选择.

本题通过题文所述实验装置及实验过程, 要求学生分析实验的原理, 推算实验精度的上限并设计出可测定实验精度上限的实验. 这种试题是学生从未接触过的, 试题内容也涉及近代物理、微观粒子的电学测量等许多实验方面的内容, 具有较大的难度. 本题是本届决赛的口试题, 有相当一部分学生由于对题意未能完全理解而回答不出所提的全部问题, 特别是第 3 问, 只有很少的学生能够回答出来.

# 第八届竞赛试题解答与剖析

## 预赛(第一试)

一、 $1.3 \times 10^8$ .

2. B.

二、1. 关于  $I_1$  的数值, 可作如下分析.

当副线圈为开路时, 副线圈中电流为零, 因而副线圈的存在与否对原线圈中的电流没有影响. 从输入端来看, 整个变压器就是一个绕在铁芯上的、自感值很大的电感线圈. 加上交流电压后, 线圈中有交变电流通过, 即  $I_1$ .  $I_1$  的大小与自感值的大小有关, 而自感值的大小又与原线圈的匝数、铁芯的截面积以及铁芯的磁学性质有关. 由于这些参量在题文中均未给出, 所以  $I_1$  的数值无法确定. 正确的答案是(D).

2. 关于  $U_2$ , 可作如下分析.

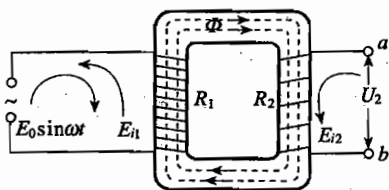


图 8'-1

当原线圈中有电流  $I_1$  通过时, 设铁芯中磁感应强度为  $B$ , 通过铁芯横截面的磁通量为  $\Phi$ . 由于线圈紧紧绕在铁芯上, 通过每匝线圈所围面积的磁通量也是  $\Phi$ . 题文给出“磁感线都集中在磁芯内”, 所以副线圈每匝线圈的磁通量也是  $\Phi$ .

由于  $I_1$  是随时间变化的交流电,  $\Phi$  也随时间变化, 因而在原线圈和副线圈都将产生感应电动势, 设分别为  $E_{i1}$  和  $E_{i2}$ ,  $E_{i1}$  和  $E_{i2}$  也是随时间变化的. 因为交流量时正时负, 我们必须给这些物理量取正值时的含义作个规定. 现在我们规定  $I_1$ 、 $\Phi$ 、 $E_0 \sin \omega t$  与图 8'-1 中所画方向一致时取正值.

如果在时间间隔  $\Delta t$  内  $\Phi$  的增量为  $\Delta\Phi$ , 则原线圈中的感应电动势为

$$E_{i1} = N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

式中  $N_1$  为原线圈的匝数.  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$  时  $E_{i1}$  的方向在使  $\Phi$  减小的方向, 即与图中  $E_0 \sin \omega t$  的方向相反. 对原线圈应用欧姆定律可得

$$E_0 \sin \omega t - E_{i1} = E_0 \sin \omega t - N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = I_1 R \quad (1)$$

副线圈中感应电动势为

$$E_{i2} = N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (2)$$

其方向也是使  $\Phi$  减小的方向, 即图中所画的方向. 副线圈中电流强度等于零, 所以副线圈的



端电压  $U (= U_a - U_b)$  即等于  $E_{i2}$ . 由 ①、② 两式消去  $\Delta\Phi/\Delta t$ , 即可得

$$U = E_{i2} = \frac{N_2}{N_1}(E_0 \sin \omega t - I_1 R_1)$$

由题设条件,  $N_2/N_1 = 1/2$ , 因而有

$$U = \frac{1}{2}(E_0 \sin \omega t - I_1 R_1)$$

所以选择项(C)是成立的. 但由于  $I_1$  的值, 如前所述, 无法确定, 所以  $U$  的值也无法确定, 选择项(D)也是正确的. 综上所述本题正确的答案是(C、D).

三、图 8'-2 为“香蕉球”的示意图, 踢角球的队员踢球时, 力的作用线不通过球的重心, 从而使球的重心向前飞进的同时, 整个球又绕重心沿图中所示的逆时针方向旋转. 球心向前飞进, 相对于球心来说相当于空气向后流动; 因为球同时有图示方向的旋转, 由于摩擦作用, 带动

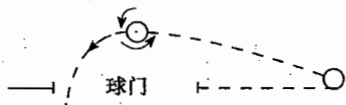


图 8'-2

球表面附近的空气也随之旋转. 以上两个因素造成相对于球向后流动的空气的流速在球的两旁附近不同, 图中上方流速慢而下方流速快, 这样两边空气对球的压强也不同, 图中上方压强大而下方压强小. 正是这个压力差使得球心向球门方向拐弯.

四、设想一个均匀带电、带电量也是  $q$  的右半球, 与题中所给的左半球组成一个完整的均匀带电球面, 由对称性可知, 右半球在  $P$  点的电势  $U_P'$  等于左半球在  $Q$  点的电势, 即

$$U_P' = U_Q \quad (1)$$

所以

$$U_P + U_Q = U_P + U_P' \quad (2)$$

而  $U_P + U_P'$  正是两个半球同时存在时  $P$  点的电势. 因为均匀带电球壳内部各处电势都相等, 其值等于  $k \frac{2q}{R}$ ,  $k$  为静电力常量, 所以得

$$U_P + U_P' = k \frac{2q}{R} \quad (3)$$

由②、③两式得

$$U_Q = k \frac{2q}{R} - U_P$$

这是一道巧妙利用对称性的题目. 除对称性之外, 还要知道均匀带电球面内部的电场和电势, 是与带电金属球一样的, 因此, 球面内部的电势到处相同, 并等于球面上的电势.

五、各小球在未发生碰撞时, 或静止或做匀速率圆周运动; 发生碰撞时, 碰撞时间可忽略不计, 碰撞过程中动量和机械能都守恒. 对  $m_1$  与  $m_2$  第一次碰撞来说, 令  $v_1$  和  $v_2$  分别表示碰后的速度, 则有

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

由此可解得

$$v_1 = -\frac{1}{3}v_0 \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{2}{3}v_0 \quad (4)$$

碰后  $m_2$  运动到位置 II 时, 与  $m_3$  相碰. 因为  $m_2$  与  $m_3$  质量相等, 所以碰后  $m_2$  停在 II 处, 而  $m_3$  以速率  $v_2$  运动. 等到  $m_3$  运动到位置 I 时, 正好  $m_1$  也返回到 I 处, 它们相碰过程中速度的变化正像上述  $m_1$  和  $m_2$  在 I 处相碰时的逆过程, 即碰后  $m_3$  停在 I 处, 而  $m_1$  又以  $v_0$  的速度顺时针运动. 等  $m_1$  再运动到位置 II 时, 和开始时相比, 正好是三球顺时针依次换了一下位置而速率和开始时相同. 这就是说, 到此时共经历了一周期的  $1/3$ . 下面求周期  $T$ .

$m_1$  第一次由 I 运动到 II 所需时间为

$$t_1 = \frac{2}{3} \frac{\pi R}{v_0} = \frac{4}{3} \quad (5)$$

$m_1$  与  $m_2$  相碰后回到 I 所需时间为

$$t_2 = \frac{2}{3} \frac{\pi R}{v_1} = \frac{2}{3} \frac{\pi R}{\frac{1}{3}v_0} = 4 \text{ s} \quad (6)$$

$m_1$  与  $m_3$  碰后再回到 I 所需时间为

$$t_3 = t_1 \quad (7)$$

由此可知

$$T/3 = t_1 + t_2 + t_3 \quad (8)$$

由⑤、⑥、⑦、⑧式可得

$$T = 20 \text{ s}$$

两质点的完全弹性碰撞的规律是碰前与碰后动量守恒和动能守恒. 而当二质点质量相同时, 弹性碰撞使二者的速度发生交换. 本题将三个小球安排一个互相碰撞的情况, 只要一对对碰撞分别分析正确, 就得出正确答案. 题中所谓周期, 是指从开始时起, 直到每个球都回到开始时的状态所经历的时间.

六、用  $t_1$ 、 $t_2$  分别表示两臂内液体的温度,  $V_1$ 、 $V_2$  表示它们的体积,  $h_1$ 、 $h_2$  表示两液面的高度. 因为管的截面是均匀的, 所以有

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

由力学平衡可知两管中液体的重量是相等的. 由于  $g$  相同, 故质量是相等的, 在  $0^\circ\text{C}$  时它们的体积也应是一样的, 可用  $V_0$  表示. 用  $\beta$  表示体膨胀系数, 根据体膨胀公式可知

$$V_1 = V_0(1 + \beta t_1)$$

$$V_2 = V_0(1 + \beta t_2)$$

由以上各式可得

$$\beta = \frac{h_1 - h_2}{h_2 t_1 - h_1 t_2}$$

本题与通常试题不同之处在于不是给出各种条件让学生计算结果,而是给出一个测量液体膨胀系数的装置的设想,让学生自己分析.要求学生找出应测量哪些量,以及体膨胀系数与这些量有怎样的关系.因此,本题可以更好地检查学生的分析问题和解决问题的能力,对学生的实验知识也有较高的要求.

七、1. 令  $N$  表示  $A$ 、 $B$  之间的相互作用力(垂直于接触面如图 8'-3 所示),若  $A$  相对于  $B$  发生滑动,则  $A$  在竖直方向必有加速度.现要使  $A$  相对于  $B$  不滑动,则  $A$  受的力  $N$  在竖直方向的分力必须小于或等于  $A$  的重力.所以要使  $B$  向右加速运动而同时  $A$  相对于  $B$  不滑动,必须同时满足下列两式:

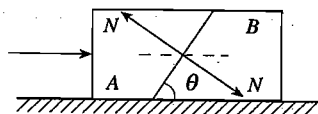


图 8'-3

$$N \sin \theta - \mu(m_B g + N \cos \theta) = m_B a > 0 \quad (1)$$

$$N \cos \theta \leq m_A g \quad (2)$$

由①、②两式可解得

$$\mu < \frac{m_A}{m_A + m_B} \operatorname{tg} \theta \quad (3)$$

2. 在已满足③式时,又由于  $A$  的水平方向的加速度和  $B$  相同,即

$$\frac{F - \mu(m_A g - N \cos \theta) - N \sin \theta}{m_A} = \frac{N \sin \theta - \mu(m_B g + N \cos \theta)}{m_B}$$

由以上各式可解得

$$F \leq \frac{m_A}{m_B} (m_A + m_B) g (\operatorname{tg} \theta - \mu)$$

八、当 U 形管处于如图 8-6 所示的最初的平衡位置时,  $A$  端气体的压强相当于

$$h = h_0 + 2 \text{ cm} = 78 \text{ cm} \quad \text{水银柱高} \quad (1)$$

若左端液面上升或下降  $\Delta h$  (设向上升时  $\Delta h$  取正值,向下降时  $\Delta h$  取负值),设想如果水银柱静止不动.则根据玻 - 马定律可得到  $A$  管中气柱的压强(以厘米高水银柱为单位)是

$$p = \frac{h L_0}{L_0 + \Delta h} \quad (2)$$

在 U 形管的  $CD$  部分,管内水银柱所受左、右两边的压强差(以厘米高水银柱为单位)是

$$\Delta p = p - h + 2 \Delta h \quad (3)$$

将①、②两式和  $L_0 = 38 \text{ cm}$  代入③式,得到

$$\Delta p = \frac{\Delta h (2 \Delta h + 2 L_0 - h)}{L_0 + \Delta h} = \frac{\Delta h (2 \Delta h - 2)}{38 + \Delta h} \quad (4)$$

④式表明,  $\Delta p$  的正负取决于  $\Delta h$  的数值:

当  $\Delta h = 0$  时,  $\Delta p = 0$ , 即最初的平衡状态;

当  $\Delta h = 1 \text{ cm}$  时,  $\Delta p = 0$ , 为另一新的平衡状态;

若  $\Delta p > 0$ , 则  $CD$  管内水银柱所受合力方向向右,  $A$  管中液面将会上升;

若  $\Delta p < 0$ , 则  $CD$  管内水银柱所受合力方向向左,  $A$  管中液面将会下降.

讨论:

1. 当  $1 > \Delta h > 0$  时,  $\Delta p < 0$ , 即由于晃动而使左端液面上升, 幅度不超过  $1 \text{ cm}$  时, 水银柱不能平衡, 左端液面将自动下降直至回到最初的平衡位置. 但由于此时左端水银柱仍有向下的速度, 因此将会越过最初的平衡位置而继续下降, 下降到某一位置时, 其速度变为零, 然后向上运动. 结果, 水银柱在最初的平衡位置附近来回振动.

2. 当  $\Delta h > 1$  时,  $\Delta p > 0$ , 即由于晃动而使左端液面上升, 幅度超过  $1 \text{ cm}$  时, 水银柱不能平衡, 左端液面将继续上升而不能自动回到最初的平衡位置. 且  $\Delta h$  越大,  $\Delta p$  也越大, 水银柱将不断由  $A$  管流向  $B$  管. 由于两支管长度和管中水银柱长度都大于  $78 \text{ cm}$ , 因此这种现象将继续下去, 直到有一部分水银从  $B$  端流出.

3. 当  $\Delta h = 1$  时,  $\Delta p = 0$ .  $CD$  管中水银柱所受左、右压强相等, 合力为零. 水银柱达到平衡. 但由于这是一种不稳定平衡, 因而这种状态实际上不会出现.

这是一道热学和力学结合的题目, 题目的要求不是单纯计算某一数值, 而是讨论一个现象将如何发展. 直接计算的是管中理想气体的压强变化, 但问题的关键却是横管  $CD$  部分中的水银的平衡. 抓住这个关键, 问题就不难解决了.

九、1. 根据题设情况, 经过孔  $A$  进入区域 II 的发散电子束中, 斜入射的电子将做螺旋线运动, 其运动轨迹在垂直于管轴的平面上的投影为圆, 设圆运动的周期为  $T'$ . 由题设, 磁场已调整到能使这些电子达到  $A'$  的最低值, 即在此磁场的大小和方向保持不变时, 这些电子经历时间  $T'$  后在管轴方向恰好运动一个螺距的距离而到达  $A'$ , 亦即

$$T' = L/v$$

如果这些电子在进入区域 II 后运动的时间尚不到  $T'$ , 磁场方向即改变为反向, 则电子将偏离原螺旋线, 不能到达  $A'$ , 不能进入区域 III. 因此要使这些电子中有能到达  $A'$  进入区域 III 的, 必须磁场方向变化的周期  $T$  满足关系

$$T/2 \geq T'$$

最小值

$$T_0 = 2T' = 2L/v$$

2. 若  $T = 2T_0$ , 则斜入射电子在磁场方向为正向的前一半时间内进入区域 II 的可以穿过  $A'$ , 后一半时间内进入的则不能穿过. 能穿过  $A'$  的这些电子必须在区域 II 中经历时间  $T'$ , 故有斜入射电子穿过  $A'$  的时间如图 8'-4 中时间轴上非波纹线部分.

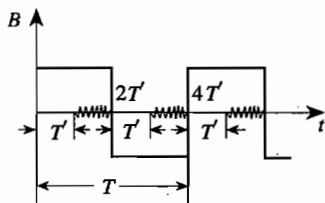


图 8'-4

3. 设斜入射到区域 II 中的电子在垂直于管轴方向的分速度为  $v_{\perp}$ , 则电子做圆周运动的

圆半径  $r$  和圆运动周期  $T'$  分别为

$$r = \frac{mv_{\perp}}{eB} \propto v_{\perp}$$

$$T' = \frac{2\pi m}{eB}$$

其轨迹在垂直于管轴的平面上的投影如图 8'-5 所示。这些电子中只有  $2r < R$  的那些电子能在管内运动时不与管壁相碰，从而能到达  $A'$ ，即这些电子必须满足下列条件

$$\frac{2mv_{\perp}}{eB} < R, \quad \text{即 } v_{\perp} < \frac{eBR}{2m}$$

利用  $T = 2\pi m / (eB) = L/v$ ，可消去  $B$  而得

$$v_{\perp} < \frac{\pi R v}{L}$$

穿过  $A'$  后这些电子做直线运动，设运动方向与管轴间夹角为  $\theta$ ，则有

$$\text{tg } \theta = \frac{v_{\perp}}{v} < \frac{\pi R}{L}$$

即

$$\theta < \text{arctg } \frac{\pi R}{L}$$

本题是带电粒子在磁场中运动的题目。解本题除了要掌握磁场中电子的运动规律外，需要有较强的立体概念，这就比一般的平面问题或简单的螺旋线运动问题增加了难度。

十、第一步：作图。各球受力如图 8'-6 所示，以图中箭头所示方向为正。

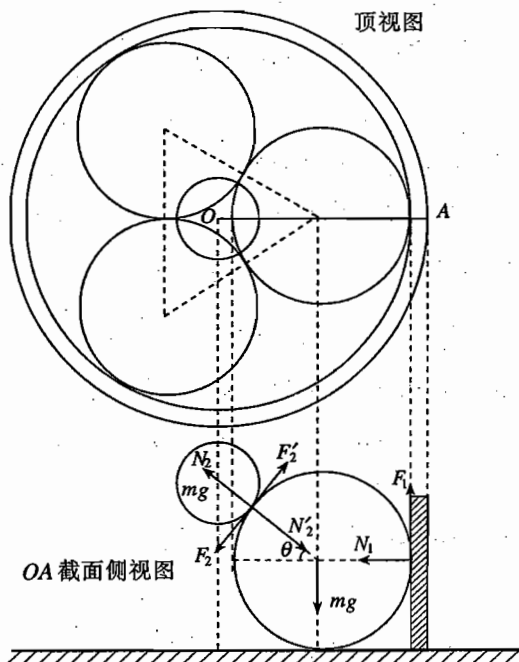


图 8'-6

第二步：设系统已提高桌面而能保持平衡。求出各力，特别是摩擦力  $F_1$ 、 $F_2$  应取的值。平衡方程为：

$$\text{上球: } 3N_2 \sin \theta - 3F_2 \cos \theta = mg \quad \text{①}$$

$$\text{下球: } F_1 + F_2 \cos \theta = mg + N_2 \sin \theta \quad \text{②}$$

$$N_1 = N_2 \cos \theta + F_2 \sin \theta \quad \text{③}$$

$$\text{整体: } 3F_1 = 4mg \quad \text{④}$$

$$\text{由下球的力矩平衡可知: } F_1 = F_2. \quad \text{⑤}$$

以上5式中共有4个未知量,即 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $N_1$ 和 $N_2$ .其中①、②、④式不相互独立,可任选两式求解方程,由④、⑤两式得

$$F_1 = F_2 = 4mg/3 \quad \text{⑥}$$

⑥代入①式得

$$N_2 = \frac{4}{3}mg \operatorname{ctg} \theta + \frac{1}{3}mg \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{⑦}$$

⑥、⑦代入③式得

$$N_1 = \frac{1}{3}mg \operatorname{ctg} \theta + \frac{4}{3}mg \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{⑧}$$

第三步:为了实际上不产生任何相互滑动,上面的摩擦力 $F_1$ 、 $F_2$ 都必须小于或等于最大静摩擦力( $F \leq \mu N$ ),即 $\mu$ 必须足够大,使下列二式得到满足

$$\frac{1}{\mu} \leq \frac{N_1}{F_1} = \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \theta = \frac{4 + \cos \theta}{4 \sin \theta} \quad \text{⑨}$$

$$\frac{1}{\mu} \leq \frac{N_2}{F_2} = \frac{1}{4 \sin \theta} + \operatorname{ctg} \theta = \frac{1 + 4 \cos \theta}{4 \sin \theta} \quad \text{⑩}$$

由于

$$4 + \cos \theta > 1 + 4 \cos \theta$$

只要⑩式满足,⑨式必然满足.这就是说,如果发生滑动,首先在上下球之间发生.

第四步:求刚刚不发生滑动时上球的半径. $\mu$ 为给定值,由⑩式求出 $\theta$ ,再求出 $R$ .

已知 $\mu = 3/\sqrt{15}$ ,⑩式成为

$$\frac{\sqrt{15}}{3} \leq \frac{1}{4 \sin \theta} + \operatorname{ctg} \theta = \frac{1 + 4 \cos \theta}{4 \sin \theta}$$

当 $\theta$ 增大时, $(1 + 4 \cos \theta)/(4 \sin \theta)$ 减小, $\theta$ 有一极大值 $\theta_{\max}$ ,当 $\theta = \theta_{\max}$ 时,得到

$$4 \sqrt{15} \sin \theta_{\max} = 3(1 + 4 \cos \theta_{\max})$$

等式两端平方并整理后得

$$128 \cos^2 \theta_{\max} + 24 \cos \theta_{\max} - 77 = 0$$

解出

$$\cos \theta_{\max} = \frac{11}{16}, \quad \text{即 } \cos \theta \geq \frac{11}{16}$$

设 $R = br$ ,则由图可知

$$\cos \theta = \frac{2}{3} \sqrt{3} r / (r + R) = \frac{2}{3} \sqrt{3} / (1 + b)$$

$$b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{1}{\cos \theta} - 1 \leq \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{16}{11} - 1 = \frac{32\sqrt{3}}{33} - 1$$

但是  $R = br$  又不能太小, 否则上球将在三球中掉下, 即必须使  $b > 2\sqrt{3}/3 - 1$ . 所以,  $R$  所取值应为

$$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1\right)r < R \leq \left(\frac{32\sqrt{3}}{33} - 1\right)r$$

即

$$0.1547r < R \leq 0.6796r$$

本题是一道较难的静力学题目. 所以较难, 一是因为其立体结构, 二是因为涉及了摩擦定律.

本题没有给出图形. 图形要学生根据题目的文字叙述自己画出, 往往有学生将侧视图中下面二球画成相切而导致错误. 此外, 学生应当掌握不等式形式的摩擦定律  $F \leq \mu N$  的正确运用, 否则, 如只会使用  $F_{\max} = \mu N$ , 则很难顺利解决本题.

## 决 赛

### 笔 试

一、1. 放电针附近的空气, 受高压电场作用而电离, 在电场力作用下, 大量的电子或负离子被喷附在粉粒  $a$ 、 $b$  上, 使  $a$ 、 $b$  带负电. 带负电的物质粉粒  $a$ , 因其具有良好导电性, 它与带正电的滚筒  $C$  接触后,  $a$  上的负电被  $C$  上的正电中和并带上了正电. 带了正电的粉粒  $a$  一方面随滚筒  $C$  转动, 一方面受到  $C$  上正电的静电斥力作用而离开滚筒, 最后落入料槽  $F$ .

绝缘性能良好的粉粒  $b$ , 其所带负电不容易传给滚筒  $C$ , 在  $C$  的静电引力下, 使  $b$  附着于  $C$  的表面并随  $C$  转动, 最后,  $b$  中粉粒较大者在重力作用下掉入料槽  $E$ .

2.  $a$  粉粒基本上落入料槽  $F$ ,  $b$  粉粒中较大者落入料槽  $E$ .

3. 粉粒  $b$  中较小者, 因其重量轻, 不能借助重力落入  $E$  槽, 它们附着于滚筒表面随  $C$  转至  $D$  处, 由刮板  $D$  将其刮入料槽  $E$ .

4. 若  $C$  不接地而放电针  $G$  接地, 从工作原理上说, 这也是允许的. 但此时滚筒  $C$  相对于地处于高电势, 从工业实用角度上看, 这是完全不允许的. 因为此时在与  $C$  相连接的机器和地之间将有很高的电势差, 从而给操作人员的人身安全造成高度危险. (注: 即使电子或负离子没有附着在粉粒上, 根据导体在电场中的静电感应及绝缘物质在场中的极化进行分析讨论问题, 所得结论也相同.)

二、设微粒的质量为  $m$ , 在  $a$  点时的初速为  $v_0$ , 则初动能为

$$E_0 = mv_0^2/2$$

由于微粒所受的重力和电场力均为恒力, 微粒的运动轨迹为抛物线, 如图 8'-7 所示. 在  $t = 0$  时微粒在  $a$  点, 在  $t = 0.1$  s 时微粒在  $b$  点, 在  $t = 0.3$  s 时微粒在  $c$  点.

微粒沿水平方向的分运动为匀速运动,分速度为

$$v_x = v_0 \cos 45^\circ = \sqrt{2} v_0 / 2$$

设微粒在竖直向下方向所受的合力为  $F$ , 则根据动量定理, 从  $a$  到  $b$ ,

$$\begin{aligned} F(t_b - t_a) &= 0.1F = mv_0 \sin 45^\circ \\ &= \sqrt{2} mv_0 / 2 \end{aligned}$$

从  $b$  到  $c$ ,

$$F(t_c - t_b) = 0.2F = mv_{cy}$$

因此

$$v_{cy} = \sqrt{2} v_0$$

在  $c$  点微粒的动能为

$$E_c = \frac{1}{2} m (v_{cx}^2 + v_{cy}^2) = \frac{1}{2} m \left( \frac{1}{2} v_0^2 + 2v_0^2 \right) = 5mv_0^2 / 4$$

由题设条件知道  $E_c = 750 \text{ eV}$ , 因而

$$E_0 = \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{2}{5} E_c = 300 \text{ eV}$$

本题考查学生对于动量和动能两个概念及有关的关系的掌握. 题目并未给出微粒的质量和带电量, 因而必须在不知具体受力大小的情况下解决此题. 解题的关键是微粒所受的力一定是竖直方向上的恒力.

三、在  $K$  被打开前, 推动  $F$  的过程是绝热过程, 对气体所做的功  $W$  等于气体内能的增加量. 因为理想气体的内能只与温度有关, 所以若用  $c$  表示每  $1 \text{ mol}$  理想气体温度升降  $1 \text{ K}$  时内能的改变, 则可知

$$c = \frac{W}{n(T_1 - T_0)}$$

打开  $K$  后所进行的过程, 实际上只能将活塞推进一段距离, 而不可能把它推到  $A$  的右端. 这是因为此过程是绝热过程, 同时外力对气体做功, 因此气体内能一定增加, 温度必升高. 假如能将气体全部压缩到容器  $B$  中, 这时气体的体积和这一过程的初态相同, 压强也相同, 而温度却升高, 这是不可能的. 因此, 实际上此过程最后只能进行到这样一种状态, 即在容器  $A$  中还有体积为某一值  $V'$  的气体. 用  $p$  表示此时气体的压强,  $T_2$  表示其温度,  $V$  表示容器  $B$  的容积, 根据状态方程, 对初态和终态分别有

$$pV = nRT_1$$

$$p(V + V') = nRT_2$$

又由于在绝热过程中对气体所做的功等于气体内能的增加量, 则有

$$p(V - V') = nc(T_2 - T_1)$$

由以上四式, 经运算可得气体最后的温度  $T_2$  为

$$T_2 = \frac{2nR(T_1 - T_0) + W}{nR(T_1 - T_0) + W} T_1$$

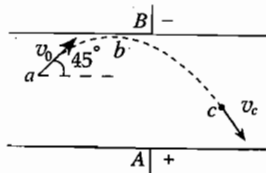


图 8'-7



本题是理想气体状态变化的题目. 关键在于理想气体的内能只与其温度有关. 题目中要求达到的末态是“此过程的最后”, 这是本题的难点所在. 有的学生认为过程的最后应当是活塞达到 A 的最右端, 而没有注意到在题目的条件, 即在“A 中气体压强不变”的条件下, 活塞达到 A 的最右端是不可能的.

四、因为 B、B' 是直接相连的, 而 A、B 与 A'、B' 从题给测量数据看有对称性, 故可设计如图 8'-8 和图 8'-9 所示的两种电路.

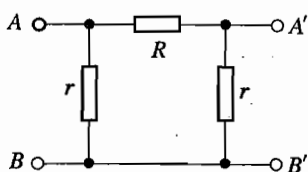


图 8'-8

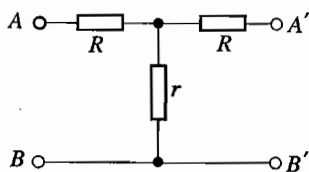


图 8'-9

在图 8'-8 中, 由题给测量电阻的结果可得

$$\frac{(R+r)r}{(R+r)+r} = 8.0 \Omega$$

由题给测量电压的结果可得

$$R+r = 10r$$

由此可解出

$$R = 79.2 \Omega, \quad r = 8.8 \Omega$$

在图 8'-9 中, 同理可得

$$R+r = 8.0 \Omega$$

$$R+r = 10r$$

由此可解出

$$R = 7.2 \Omega, \quad r = 0.8 \Omega$$

这是一个简单的衰减器的实用电路. 要求学生把用电阻降压的电路设计成对称的, 本题考查学生运用已知知识独立分析和解决问题的能力.

五、设小球从 B 下滑到滑块 A 槽底端时的速度为  $\vec{v}_0$ , 根据机械能守恒, 有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgH \quad (1)$$

在小球 B 刚到达滑块 A 槽顶端时, 设其速度为  $\vec{v}$ , 其水平方向和竖直方向的分量分别为  $v_x$  和  $v_y$ , 滑块向左运动的速度为  $\vec{V}$ , 根据机械能守恒, 有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}MV^2 + mgh \quad (2)$$

在小球冲上滑块的过程中, 小球-滑块系统动量的水平分量守恒, 按图 8'-10 所示坐标系有

$$mv_0 = mv_x + MV \quad (3)$$

又设 B 球在滑槽顶端相对于滑块的速度为  $\vec{v}'$ , 则

$$v_x = v'_x + V \quad (4)$$

$$v_y = v'_y \quad (5)$$

由滑槽是 1/8 圆周知, B 球相对于 A 的速度跟水平方向夹角是  $45^\circ$ , 所以

$$\frac{v'_y}{v'_x} = \text{tg } 45^\circ = 1 \quad (6)$$

由①~⑥式解得:

$$v_x'^2 = \frac{2MgH - 2(M+m)gh}{2M+m} \quad (7)$$

为要击中平台, B 球相对于台面的射程  $L'$  需满足如下关系:

$$h \geq L' \geq 0 \quad (8)$$

而

$$L' = v_x' \frac{2v_y'}{g} \quad (9)$$

由⑥、⑦、⑨式解  $L'$ , 再代入⑧式整理得

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{5m}{4M}\right)h \geq H \geq \frac{m+M}{M}h \quad (10)$$

已知  $m/M = 0.4$ , 代入⑩式得

$$2 \geq \frac{H}{h} \geq 1.4$$

这是一道相对运动的题目. 为创造相对运动的起始条件, 设计了一些装置, 需要用能量和动量的关系来求出小球与滑块相对运动的起始条件. 若只用小球与滑块二者的绝对运动来计算, 则要复杂得多.

六、设氟利昂被压缩后, 其液态部分的质量为  $M_1$ , 体积为  $V_1$ , 气态部分的质量为  $M_2$ , 体积为  $V_2$ , 其压强即为饱和蒸汽压  $p_s$ . 根据假设, 气态服从理想气体的状态方程, 即

$$p_s V_2 = \frac{M_2}{\mu} RT \quad (1)$$

其中  $\mu$  为氟利昂的摩尔质量. 而

$$V_1 + V_2 = V \quad (2)$$

$$M_1 + M_2 = M \quad (3)$$

$$M_1 = \rho_f V_1 \quad (4)$$

式中  $V$  为被压缩后的氟利昂的体积,  $M$  为氟利昂的质量. 解以上四式, 得

$$M_1 = \frac{M \frac{RT}{\mu} - p_s V}{\frac{RT}{\mu} - \frac{p_s}{\rho_f}}$$

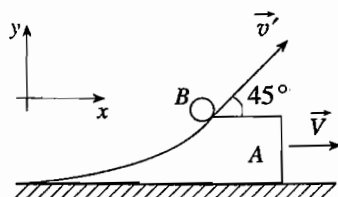


图 8'-10

$$= \frac{2 \times \frac{8.31 \times (273 - 13)}{121 \times 10^{-3}} - 2.08 \times 0.10 \times 10^5}{\frac{8.31 \times (273 - 13)}{121 \times 10^{-3}} - \frac{2.08 \times 10^5}{1.44 \times 10^3}} \text{ kg}$$

$$= 0.84 \text{ kg}$$

假设压缩前全部氟利昂都以气态存在, 则其压强  $p_i$  可由状态方程求得, 即

$$p_i V_i = \frac{M}{\mu} RT$$

式中  $V_i$  为压缩前氟利昂的体积. 则

$$p_i = \frac{MRT}{\mu V_i} = \frac{2 \times 8.31 \times (273 - 13)}{121 \times 10^{-3} \times 0.19} \text{ Pa} = 1.87 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$p_i < p_s$ , 所以压缩前氟利昂全部处于气态的假设成立. 故压缩过程中有 0.84 kg 氟利昂液化.

本题是一道综合热学题, 学生容易遗忘的是需要设法认证压缩前氟利昂是否全部处于气态.

七、设  $a_A, a_B$  与  $a'_A, a'_B$  分别为  $A, B$  相对桌面的加速度的大小和相对  $C$  的加速度的大小, 设水平向右为  $x$  轴的正方向, 竖直向上为  $y$  轴的正方向. 因为  $B$  开始时相对桌面静止, 以后相对桌面无水平方向的位移, 可知  $a_B$  沿水平方向的分量为零. 即

$$a_{Bx} = a'_{Bx} - a = 0$$

由此得

$$a'_{Bx} = a = 3 \text{ m/s}^2$$

因为绳不可伸长, 又是绷紧的, 故有

$$a'_A = a'_B$$

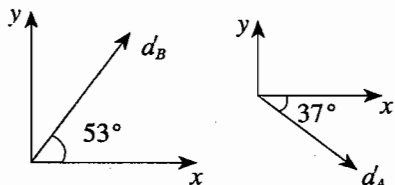


图 8'-11

它们的方向分别沿所在的斜面, 如图 8'-11 所示. 各分量的大小

$$a'_{Bx} = a'_B \cos 53^\circ$$

$$a'_{By} = a'_B \sin 53^\circ$$

$$a'_{Ax} = a'_A \cos 37^\circ$$

$$a'_{Ay} = -a'_A \sin 37^\circ$$

由此得

$$a'_B = a'_A = 5 \text{ m/s}^2, \quad a_{By} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$a'_{Ax} = 4 \text{ m/s}^2, \quad a'_{Ay} = -3 \text{ m/s}^2$$

相对地面的各加速度的分量的大小为

$$a_{Ax} = a'_{Ax} - a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$a_{Ay} = a'_{Ay} = -3 \text{ m/s}^2$$

$$a_{By} = a'_{By} = 4 \text{ m/s}^2$$

对于由  $A, B$  和  $C$  组成的系统, 在水平方向受到的外力是桌面对  $C$  的摩擦力  $f$ , 方向向右; 推力  $F$ , 方向向左. 根据动量定理

$$(f - F)\Delta t = m_A \Delta v_{Ax} + m_B \Delta v_{Bx} - m_C \Delta v$$

或

$$f - F = m_A \frac{\Delta v_{Ax}}{\Delta t} + m_B \frac{\Delta v_{Bx}}{\Delta t} - m_C \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

即

$$f - F = m_A a_{Ax} + m_B a_{Bx} - m_C a$$

将有关数值代入得

$$f = 10 \text{ N}$$

系统在竖直方向受到的外力是：桌面作用于C的弹力N，方向竖直向上；各物体的重力，方向竖直向下。因此有

$$[N - (m_A + m_B + m_C)g]\Delta t = m_C \Delta v_{Cy} + m_A \Delta v_{Ay} + m_B \Delta v_{By}$$

即

$$N = (m_A + m_B + m_C)g + m_A a_{Ay} + m_B a_{By}$$

代入有关数值，得

$$N = 93 \text{ N}$$

故摩擦因数

$$\mu = \frac{f}{N} = \frac{10}{93} \approx 0.11$$

本题是匀加速运动题与相对运动题的组合。主要考查学生对相对加速度的概念是否清楚。

八、为了便于定位，令木块的左端面为a，木盒的左内壁为b。开始运动时 $\overline{ab} = 0$ ，其后， $\overline{ab}$ 开始增大。当 $\overline{ab} = L - l$ 时，二者在右端发生碰撞。碰后， $\overline{ab}$ 开始减小，直到 $\overline{ab} = 0$ 时又在左端发生碰撞。如此反复直到停止。当二者停止时，若恰好满足 $\overline{ab} = 0$ 或 $\overline{ab} = L - l$ 时，即为二者发生轻轻接触。

1. 除相互碰撞的瞬间外，木块与木盒均做匀减速运动，其加速度分别为 $a_A = -\mu_A g$ ， $a_B = -\mu_B g$ ，当二者发生碰撞时，由于是完全弹性的，而质量又相同，两者速度交换。

设开始运动经过时间T后，第一次碰撞在右端发生，用 $s_A$ 和 $s_B$ 分别表示木块和木盒在这段时间内通过的路程，则

$$L - l = s_A - s_B = (\mu_B - \mu_A)gT^2/2 \quad \text{①}$$

由①式得到

$$T = \sqrt{\frac{2(L-l)}{(\mu_A - \mu_B)g}} \quad \text{②}$$

碰前木块和木盒的速度分别为

$$v'_A = v_0 - \mu_A gT, \quad v'_B = v_0 - \mu_B gT$$

由于 $\mu_B > \mu_A$ ， $v'_A > v'_B$ ，二者相碰，交换速度。碰后速度分别为

$$v_A = v'_B = v_0 - \mu_B gT, \quad v_B = v'_A = v_0 - \mu_A gT$$

设第一次碰后又经过 $T_1$ 时间，二者在左端相遇，在这段时间内木块和木盒通过的路程分别为 $s_{2A}$ 与 $s_{2B}$ ，则有

$$L - l = s_{2B} - s_{2A}$$

$$\begin{aligned}
 &= [(v_0 - \mu_A g T)T_1 - \mu_B g T_1^2 / 2] \\
 &\quad - [(v_0 - \mu_B g T)T_1 - \mu_A g T_1^2 / 2] \\
 &= (\mu_B - \mu_A)g T T_1 - (\mu_B - \mu_A)g T_1^2 / 2
 \end{aligned} \tag{3}$$

由①、③两式得到

$$T_1 = T$$

在左端相碰前,木块和木盒的速度分别为

$$v_{2A}' = (v_0 - \mu_B g T) - \mu_A g T = v_0 - (\mu_A + \mu_B)g T$$

$$v_{2B}' = (v_0 - \mu_A g T) - \mu_B g T = v_{2A}'$$

可见在左端二者相遇达到接触时其速度恰好相同,我们称这种情形为“同速会合”.此后,木块与木盒又逐渐分开.对其后的运动情况的分析与开始时相同,只需将初速由  $v_0$  改为  $v_{2A}'$  即可.用  $\Delta v_0$  表示  $v_{2A}'$  与  $v_0$  的速度差,则

$$\Delta v_0 = (\mu_A + \mu_B)g T$$

由②式可知,  $T$  与初速无关.因此,再经过  $2T$  时间又会发生一次在左端的同速会合,会合时的共同速度为  $v_0 - 2\Delta v_0$ .以后的情形可依此类推.因而可得出结论:只要  $v_0$  是  $\Delta v_0$  的整数倍,则木块与木盒最后一定能达到共同速度为零的同速会合.即

$$v_0 = k\Delta v_0 = k(\mu_A + \mu_B) \sqrt{\frac{2g(L-l)}{\mu_B - \mu_A}}$$

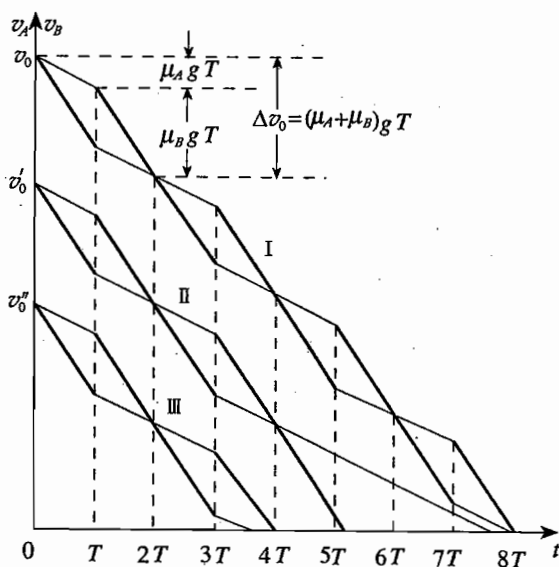


图 8'-12

式中  $k$  为整数,且  $k \geq 1$ .木块  $A$  与木盒  $B$  的运动过程的  $v-t$  图线的一例如图 8'-12 中图线 I 所示,图中细线为  $v_A$ ,粗线为  $v_B$ .

2. 使木盒  $B$  先停下来的这种情况发生在  $B$  慢  $A$  快时,即图 8'-12 中图线 II 所示的情况.

图 8'-13 表示左端最后同速会合以后的情况. 由两图中的图线可以看出, 这时初速  $v'$  满足

$$v_0' = k\Delta v_0 + v_1 \quad (0 < v_1 < \mu_{BG}T)$$

式中  $k \geq 0$ .

这时要分析两种情况. 当  $A, B$  以共同速度从同速会合点出发后, 木盒  $B$  在通过  $s_B$  距离后首先停止,  $A$  仍在运动, 第一种情况是  $A$  在其右端与  $B$  的右壁接触时恰好停止; 第二种情况是  $A$  与  $B$  在右端发生碰撞时其速度不为零, 碰撞后  $A$  停下来, 木盒  $B$  以碰前  $A$  的速度前进, 直到其左内壁与  $A$  的左端面恰好接触时停止. 这两种情况是否都是可能的? 如果可能,  $v_0'$  应取何值?

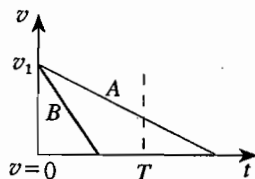


图 8'-13

第一种情况: 设最后一次同速会合时的共同速度为  $v_1$ .  $B$  先停止, 停止点距最后的会合点的距离为  $s_B$ , 则

$$s_B = \frac{v_1^2}{2a_B} = \frac{v_1^2}{2\mu_{BG}} \quad (4)$$

此时  $A$  仍在前进, 不久  $A$  也停止, 停止点到最后会合点的距离为  $s_A$ , 则

$$s_A = \frac{v_1^2}{2a_A} = \frac{v_1^2}{2\mu_{AG}}$$

$A$  停止时右端恰好与木盒右壁轻轻接触的条件是  $\overline{ab} = L - l$ ,

$$\text{即} \quad \frac{v_1^2}{2\mu_{AG}} - \frac{v_1^2}{2\mu_{BG}} = L - l$$

由此得

$$v_1 = \sqrt{\mu_A \mu_B} \sqrt{\frac{2g(L-l)}{\mu_B - \mu_A}} = \sqrt{\mu_A \mu_B g T} < \mu_{BG} T$$

这一结果符合  $0 < v_1 < \mu_{BG} T$ , 由此可求得

$$v_0' = k\Delta v_0 + v_1 = \left[ k(\mu_A + \mu_B) + \sqrt{\mu_A \mu_B} \right] \sqrt{\frac{2g(L-l)}{\mu_B - \mu_A}}$$

式中  $k \geq 0$ .

关于第二种情况是否可能出现, 这正是本题第 3 小题所要讨论的问题.

3. 第二种情况: 当  $B$  通过 (4) 式所表示的距离  $s_B$  以后停止,  $A$  继续前进, 达到右端碰撞之前  $v_A \neq 0$ , 这时  $v_A$  应满足

$$v_1^2 - v_A^2 = 2\mu_{AG}(s_B + L - l)$$

此时  $A$  的动能为

$$E_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\mu_A}{\mu_B} \right) m v_1^2 - \mu_A m g (L - l)$$

这些动能要恰好等于使  $B$  通过  $L - l$  距离克服摩擦力所做的功

$$W_B = \mu_B m g (L - l)$$

才能使  $B$  恰好与  $A$  发生左端接触而停在一起. 如果可能,  $E_A = W_B$ , 则

$$\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\mu_A}{\mu_B} \right) m v_1^2 - \mu_A m g (L - l) = \mu_B m g (L - l)$$

得到

$$v_1 = \sqrt{\mu_B (\mu_A + \mu_B) g T} > \mu_B g T.$$

由于  $v_1$  应小于  $\mu_B g T$ , 所以, 这种情况是不可能出现的.

[附录] 此题还可进一步讨论: 若要使  $A$  先停下, 而且最后全部停下时  $A$  与  $B$  轻轻接触, 初速  $v_0''$  应取何值. 解答如下:

由图 8'-12 中图线 II 可看出, 使木块  $A$  先停下的这种情况发生在  $A$  慢  $B$  快时. 木块先停止, 木盒仍在前进, 木盒可能到恰好与木块接触时停止, 也可能与木块在左端发生碰撞, 碰后木盒停止, 木块以碰前木盒的速度继续前进, 然后停止, 这时其右端恰好与木盒右内壁轻轻接触. 由图 8'-12 中的图线 III 及图 8'-14 可知, 在这种情况下, 初速  $v_0''$  的条件是

$$v_0'' = k \Delta v_0 + v_2, \quad \mu_B g T < v_2 < \Delta v_0$$

设最后一次同速会合时的共同速度为  $v_2$ . 同速会合后还要经过一次交换速度的右端碰撞, 碰后  $A$ 、 $B$  的速度分别是

$$v_A = v_2 - \mu_B g T$$

$$v_B = v_2 - \mu_A g T$$

碰后,  $A$  经过距离  $s_A$  后停止, 则

$$s_A = \frac{v_A^2}{2\mu_A g} = \frac{1}{2\mu_A g} (v_2 - \mu_B g T)^2$$

在  $A$  停止后, 可分为两种情况. 第一种情况是木盒前进时其左内壁恰好接触木块的左端面时停止; 第二种情况是木盒与木块发生碰撞, 碰后木盒停止, 木块前进到木盒的右内壁时, 即恰好  $\overline{ab} = L - l$  时停止.

如果这两种情况都是可能出现的, 则初速  $v_0''$  所满足的方程分别为:

第一种情况:

$$(v_2 - \mu_A g T)^2 = 2\mu_B g \left[ \frac{1}{2\mu_A g} (v_2 - \mu_B g T)^2 + L - l \right] \quad (5)$$

第二种情况:

$$(v_2 - \mu_B g T)^2 + 2\mu_A g (L - l) = 2\mu_B g \left[ \frac{1}{2\mu_A g} (v_2 - \mu_B g T)^2 + L - l \right] \quad (6)$$

⑤式和⑥式化简后为

$$v_2^2 - 2(\mu_A + \mu_B) g T v_2 + (\mu_A + \mu_B)^2 g^2 T^2 = 0 \quad (7)$$

$$v_2^2 - 2(\mu_A + \mu_B) g T v_2 + [\mu_A^2 + (\mu_A + \mu_B)^2] g^2 T^2 = 0 \quad (8)$$

⑦式和⑧式的判别式  $B^2 - 4AC$  分别为

$$\text{第一种情况: } B^2 - 4AC = 0$$

$$\text{第二种情况: } B^2 - 4AC = -\mu_A^2 < 0$$

由此可知, 第二种情况是不可能发生的. 第一种情况的解为

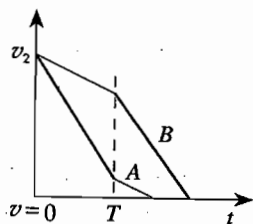


图 8'-14

$$v_2 = (\mu_A + \mu_B)gT = \Delta v_0$$

这一结果表明,此解即为二者同速会合的情况.因此,不可能发生  $A$  先停止的情况.

本题问题本身很简单,只是两个质量相同物体的完全弹性碰撞问题,其结果是二者交换速度,这是学生很熟悉的.但是由于把其中一个物体设计成木盒,使二物体可以来回多次碰撞,问题就变得复杂起来.特别是又是已知最后结果,由此倒过来推出开始的情况,使此题成为一道难题,需要进行大量的逻辑推理.在本题的解析过程中,图解法发挥了特殊重要的作用,哪种情况可能发生,哪种情况不可能发生,在图中均可一目了然.因此,图解法是形象地帮助思维推理的一个有力的武器.

## 实 验

一、1. 制作部分:剪取适量的保险丝,用细铜丝悬挂在玻管底部的小钩上,使玻管在两种密度已知的液体中均成悬浮状态,玻管既不沉没,大玻泡(直径不均匀部分)也不露出液面(这往往要细心地多次调整保险丝的量才能办到).注意重物的悬挂点,使玻管在液体中呈竖直状态.

2. 用坐标纸作定标曲线:设玻管和重物的总质量为  $M$ ,零刻度(假定零刻度在玻管的均匀部分.不过,零刻度不在玻管的均匀部分亦不影响结论的正确性)以下的体积为  $V$ ,玻管均匀部分的半径为  $r$ ,液面的读数为  $L$ ,则有

$$Mg = V\rho g + \pi r^2 L\rho g$$

所以

$$1/\rho = V/M + (\pi r^2/M)L$$

见,  $1/\rho$  与  $L$  有线性关系.因此,如用坐标纸作  $(1/\rho)-L$  关系曲线,它是一条直线.由密度已知的两液体的数据定出  $(1/\rho_1, L_1)$ 、 $(1/\rho_2, L_2)$  两点,该直线即可作出.

3. 测未知液体的密度:在待测液体中读出  $L_x$ ,从定标曲线中查出对应的  $1/\rho_x$ ,再求出  $\rho_x$ .

二、1. 线路如图 8'-15,  $R_{p1}$  为电阻箱,  $R_{p2}$  为变阻器,

$E_1$  为工作电源,  $E_a$  为已知电池,  $E_x$  为待测电池,  $R_a$  为已知电阻.调节  $R_{p1}$ ,若  $E_a > E_x$ ,电位差计平衡后,  $E_x = E_a - E' = E_a - IR_a$ .若  $E_x > E_a$ ,则  $E_a$  与  $E_x$  的位置应交换,此时

$$E_x = E_a + IR_a$$

$R_{p2}$  在开始时要置于最大,最后要置于 0.

2. 电流表用到 15 mA 档,则可测  $E_a$  和  $E_x$  的最大差值  $E' = 15 \times 3 \text{ mV} \approx 45 \text{ mV}$ .实验室给出的电池的电动势实际上满足  $E' \leq 45 \text{ mV}$  的条件,故下式可成立:

$$\begin{aligned} \Delta E' &= I\Delta R_a + R_a\Delta I \leq 15 \times 0.001 \text{ mV} + 3 \times 15 \times 0.5\% \text{ mV} \\ &= 0.015 \text{ mV} + 0.23 \text{ mV} \approx 0.3 \text{ mV} \end{aligned}$$

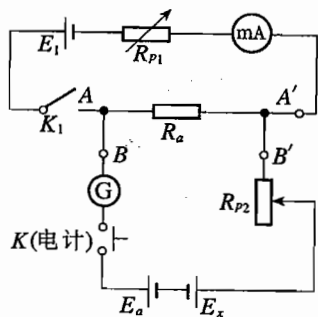


图 8'-15



实验室给出  $E_a$  的误差为  $0.0001 \text{ V}$ .

故

$$\Delta E_x = \Delta E_a + \Delta E' \leq 0.4 \text{ mV}$$

实验结果有 5 位有效数字.

[注] 也可以用别的办法论证. 例如, 根据电流表的级别, 正确读出  $I$ , 用有效数字的运算规则, 亦可说明最终结果有 5 位有效数字.

## □ 试

一、1. 由电容器的串联公式, 不难求得整个网络的输入端  $ab$  间的等效电容  $C_{ab} = C$ .

第  $k$  个单元的输入端后的网络的等效电容  $C_k = C$ .

设第  $k$  个单元的输入端间的电压为  $U_k$ , 它等于第  $k-1$  个单元的输出端间的电压, 而后者等于第  $k-1$  个单元输入端间的电压  $U_{k-1}$  的  $1/3$ , 即  $U_k = U_{k-1}/3$ .

而  $U_{k-1}$  为第  $k-2$  个单元的输出电压, 它等于该单元的输入电压  $U_{k-2}$  的  $1/3$ , 即  $U_{k-1} = U_{k-2}/3$ .

由此得 
$$U_k = \frac{1}{3}U_{k-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 U_{k-2} = \dots = \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} U_1$$

$U_1$  即网络  $ab$  间的电压  $U$ , 由于第  $k$  个单元的输入端电压为  $U_k$ , 其输入端以后的等效电容  $C_k = C$ , 则这些电容器的总电能

$$W_k = \frac{1}{2}C_k U_k^2 = \frac{1}{2}C \left(\frac{1}{3}\right)^{2(k-1)} U^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{2k-2} CU^2$$

2. 第一个单元与后面各单元断开, 除去电源后, 其电荷分布如图 8'-16(a) 所示. 当输入端短路后, 设各电容器极板上的电荷分布和两极板间的电压如图 8'-16(b) 所示, 即每一电容器两极板所带电量应等值异号, 但数值未知, 根据电荷守恒定律

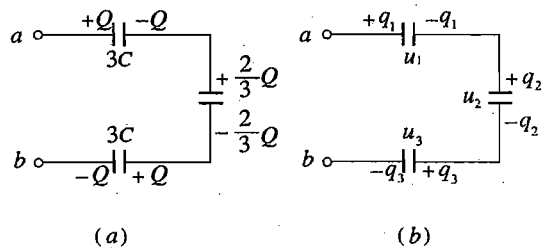


图 8'-16

$$q_1 - q_3 = Q - Q = 0$$

$$-q_1 + q_2 = -Q + \frac{2}{3}Q = -\frac{1}{3}Q$$

$$-q_2 + q_3 = -\frac{2}{3}Q + Q = \frac{1}{3}Q$$

由于  $ab$  间等势

$$u_1 + u_2 + u_3 = \frac{q_1}{3C} + \frac{q_2}{2C} + \frac{q_3}{3C} = 0$$

解以上四式得

$$q_1 = \frac{1}{7}Q, q_2 = -\frac{4}{21}Q, q_3 = \frac{1}{7}Q$$

这三个电容器所贮存的电能

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{3C} - \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{2C} + \frac{1}{2} \frac{q_3^2}{3C} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{C} \left( \frac{1}{3} \frac{Q^2}{49} + \frac{1}{2} \frac{16}{21^2} Q^2 + \frac{1}{3} \frac{Q^2}{49} \right) = \frac{1}{63} \frac{Q^2}{C} \end{aligned}$$

二、由于空气阻力很小,在分析圆珠的运动时,可先不考虑空气阻力,然后再讨论阻力的影响.只要圆珠处于运动状态,它一定受到空气阻力,运动状态一定要改变,最终状态必为圆珠静止于某一位置,此时它所受合力等于零.

设圆珠所在位置和圆环中心的连线与竖直方向成  $\theta$  角,如图 8'-17 所示.圆珠下滑到  $\theta = 60^\circ$  时,软绳被拉直,以后圆珠继续下滑.软绳的弹性力( $T$ )沿切向的分力是向上的,重力( $mg$ )沿切向的分力是向下的.由此可求出圆珠所受切向力为零的平衡位置( $\theta = \theta'$ )如下:

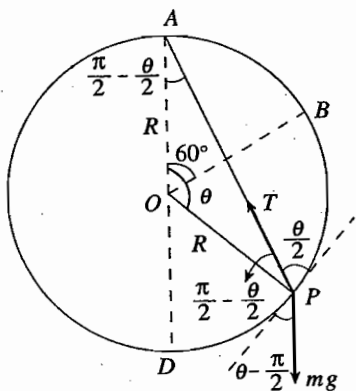


图 8'-17

$$k \left( 2R \sin \frac{\theta'}{2} - R \right) \cos \frac{\theta'}{2} = mg \sin \theta' \quad (1)$$

由于  $\sin \theta' = 2 \sin \frac{\theta'}{2} \cos \frac{\theta'}{2}$ , 代入 (1) 式, 得到

$$\left[ 2 \left( 1 - \frac{mg}{kR} \right) \sin \frac{\theta'}{2} - 1 \right] kR \cos \frac{\theta'}{2} = 0$$

其解为

$$(a) \quad \cos (\theta'/2) = 0, \quad \theta' = 180^\circ$$

即图中的  $D$  点, 此解与下述的  $c$  值大小无关, 总是存在的.

$$(b) \quad \sin \frac{\theta'}{2} = \frac{1}{2(1-c)}, \quad c = \frac{mg}{kR}$$

由于  $\theta'$  应满足  $60^\circ < \theta' < 180^\circ$  的条件, 故此式不一定有解. 当  $c > 1/2$  时 (即  $mg > kR$  时),

(b) 式无解; 当  $0 \leq c \leq 1/2$  时, (b) 式有解, 其解为

$$\theta' = 2 \arcsin \left[ \frac{1}{2(1-c)} \right]$$

此位置在图中的  $B, D$  之间. 由于左右对称, 在  $180^\circ < \theta' \leq 300^\circ$  之间也有一平衡位置. 当  $c = 1/2$  时,  $\theta' = 180^\circ$ .

结论:

I.  $c \geq 1/2$  时, 只有一个平衡位置,  $\theta' = 180^\circ (D \text{ 点})$ .

I.  $1/2 > c > 0$  时, 有三个可能的平衡位置,  $\theta' = 180^\circ$ ,  $\theta' = 2\arcsin \left[ \frac{1}{2(1-c)} \right]$ , 后者有两个解, 处于对称位置.

关于这几个平衡位置的平衡稳定性:

当圆珠位于平衡位置附近时, 设  $\theta = \theta' + \Delta\theta$ , 切向力的合力(下滑方向)为

$$\begin{aligned} F_t &= mg\sin\theta - k\left(2R\sin\frac{\theta}{2} - R\right)\cos\frac{\theta}{2} \\ &= (mg - kR)\sin\theta + kR\cos(\theta/2) \\ &= kR[(c-1)\sin\theta + \cos(\theta/2)] \end{aligned}$$

由于

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \sin(\theta' + \Delta\theta) = \sin\theta'\cos\Delta\theta + \cos\theta'\sin\Delta\theta, \\ \cos(\theta/2) &= \cos(\theta'/2 + \Delta\theta/2) \\ &= \cos(\theta'/2)\cos(\Delta\theta/2) - \sin(\theta'/2)\sin(\Delta\theta/2) \end{aligned}$$

又由于  $\Delta\theta$  很小, 采用近似  $\sin\Delta\theta = \Delta\theta$ ,  $\cos\Delta\theta = 1$ ,  $\sin(\Delta\theta/2) = \Delta\theta/2$ ,  $\cos(\Delta\theta/2) = 1$ , 将此代入上式, 再考虑到  $\theta'$  满足  $(c-1)\sin\theta' + \cos(\theta'/2) = 0$ , 得

$$F_t = kR\left[(c-1)\cos\theta' - \frac{1}{2}\sin\frac{\theta'}{2}\right]\Delta\theta$$

如果  $(c-1)\cos\theta' - \frac{1}{2}\sin\frac{\theta'}{2} > 0$ ,  $\theta$  增大时,  $F_t > 0$ , 为不稳定平衡; 如果  $(c-1)\cos\theta' - \frac{1}{2}\sin\frac{\theta'}{2} < 0$ ,  $\theta$  增大时,  $F_t < 0$ , 为稳定平衡. 据此讨论以上各平衡位置的稳定性.

I  $c \geq 1/2$  时, 只有一个平衡位置  $\theta' = 180^\circ$ , 从物理上考虑, 圆珠最后一定停在此处, 此处为稳定平衡位置. 从上式也可得此结论.

I  $c < 1/2$  时,

(a)  $D$  点:  $kR\left(\frac{1}{2} - c\right) > 0$ , 不稳定平衡;

(b)  $\theta' = 2\arcsin \frac{1}{2(1-c)}$  点:

$$F_t = kR\left[(c-1)\cos\theta' - \frac{1}{2}\sin\frac{\theta'}{2}\right]\Delta\theta$$

因  $\cos\theta' = 1 - 2\sin^2\frac{\theta'}{2} = \frac{1-4c+c^2}{2(1-c)^2}$ , 代入上式得

$$F_t = kR\frac{1-4(1-c)^2}{4(1-c)}\Delta\theta$$

因  $0 < c < \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1-4(1-c)^2}{4(1-c)} < 0$ , 故为稳定平衡.

下面讨论圆珠的下滑过程:

圆珠从  $A$  处下滑, 设滑至  $\theta''$  处速度等于零. 则由机械能守恒可得

$$2mgR\sin\frac{\theta''}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta''}{2}\right) = \frac{1}{2}k\left(2R\sin\frac{\theta''}{2} - R\right)^2$$

化简, 并令  $mg/(kR) = c$ , 得

$$\frac{1}{2}kR^2 \left[ 2(\sqrt{c} - 1)\sin \frac{\theta''}{2} + 1 \right] \left[ 2(\sqrt{c} + 1)\sin \frac{\theta''}{2} - 1 \right] = 0$$

此式的解为

$$\sin \frac{\theta''}{2} = \frac{1}{2(1 - \sqrt{c})} \quad \text{或} \quad \sin \frac{\theta''}{2} = \frac{1}{2(1 + \sqrt{c})}$$

由于 $\theta''$ 必须在 $60^\circ$ 和 $180^\circ$ 之间,上面的第二个解不符合要求,应舍去.对第一个解来说,只在 $0 \leq c \leq 1/4$ 时才有解,即只有 $0 \leq c \leq 1/4$ 时,圆珠在第一次下滑过程中才有速度等于零的时候.否则,直到圆珠滑至 $D$ 点,速度也不等于零,一直滑到左侧 $A$ 点附近,然后来回滑动.但由于空气阻力的存在,圆珠的机械能越来越小,后来有可能滑至某一点时,其速度变为零,然后在平衡位置 $\theta' = 2\arcsin \left[ \frac{1}{2(1 - c)} \right]$ 附近来回滑动,最后停在平衡位置处,最后结论为:

圆珠的运动过程及最后状态与 $c = mg/(kR)$ 的值有关.

I.  $c \geq 1/2$ 时,圆珠只有一个平衡位置,圆珠将在 $D$ 点两侧滑来滑去,由于空气阻力的存在,机械能逐渐减小,最后停于 $D$ 点.

II.  $1/4 < c < 1/2$ 时,有三个平衡点:

$\theta' = 180^\circ, \theta' = 2\arcsin \left[ \frac{1}{2(1 - c)} \right]$ 的两个值,互相对称.圆珠从 $D$ 滑至右侧 $\theta'$ 处是加速过程,再减速滑至 $D$ 点,此时速度不等于零,因而将滑过 $D$ 点,到达比 $A$ 点稍低的地方(由于空气阻力).如此来回滑动.由于 $D$ 点为不稳定平衡位置.圆珠在任何情况下都不可能停在 $D$ 点.最后将停在左侧或右侧平衡位置上,停在哪一侧视圆珠下滑速度减为零时在哪一侧而定.

III.  $c < 1/4$ 时,圆珠将滑不到 $D$ 点,而在右侧平衡位置附近来回滑动,并停在该处.

# 第九届竞赛试题解答与剖析

## 预赛(第一试)

一、1. 某温度时空气中的水蒸气压强跟同一温度下水的饱和汽压的百分比;  $4.2 \times 10^3$ ;  
4;  $1.0 \times 10^5$ .

这些内容都是一些基本知识. 命这些题的目的, 主要是希望引导学生重视这些基本知识.

2. a.

根据量子力学, 氢原子基态(即  $1s$  态) 的波函数是

$$\begin{aligned}\Psi_{1,0,0}(r, \theta, \varphi) &= R_{1,0}(r) \times Y_{0,0}(\theta, \varphi) \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \times 2 \left( \frac{1}{a} \right)^{3/2} e^{-r/a}\end{aligned}$$

$\Psi_{1,0,0}$  的平方在空间各点的分布即是电子云密度的分布, 用黑点的疏密表示即为电子云图. 正确的图形是中间最密, 向外逐渐变疏的球对称图形, 即  $a$  图. 参见 ①《高级中学物理课本(乙种本)》下册 325 页图 10-7; ② 杨福家:《原子物理学》第二版 355, 356, 362 页或其他原子物理学.

有的中学物理教材中画成上面  $b$  图, 这是不对的. 有的中学物理教材中虽画的是  $a$  图, 但在解说中却没有把它与电子轨道半径的关系说清楚. 其实, 氢原子基态电子云分布的正确图像应是  $a$ , 即为中间最密, 向外逐渐变疏的球形对称图. 也就是说, 若取相同的小体积来比较, 则电子在中间出现的几率最大, 越往外越小. 但是如果取同样厚(即  $\Delta r$  相同) 的球壳来比较则可证在  $r = a = 0.53 \times 10^{-10} \text{m}$  处电子出现的几率最大. 有的中学教材把这一点与电子云的分布图混淆起来了.

3. 受控核聚变.

命这种题的目的, 是希望引导学生平时注意电台和报纸上所报导的世界上一些重大的科学研究成果.

4. 钟摆摆动一次, 指针相应地转过一定的角度, 这一角度的大小是恒定的, 与摆长无关. 因此, 在摆钟的指针指示已经过 24 h 这段时间内, 钟摆摆动的次数也是恒定的, 设为  $N$ . 用  $l$  表示摆长应调到的值, 用  $T_1$  和  $T$  分别表示摆长为  $l_1$  和  $l$  时钟摆的周期, 则由题意可知

$$NT_1 = 24 \times 3600 \text{ s} - 12 \times 60 \text{ s}$$

$$NT = 24 \times 3600 \text{ s} \quad \text{①}$$

由单摆公式可知

$$\sqrt{l_1}/\sqrt{l} = T_1/T \quad \text{②}$$

由①、②两式可得

$$l = 1.017l_1$$

解决这个问题的关键,是要弄清钟摆摆动一次指针所转过的角度是恒定的,与摆长无关;但转过这一角度所需的时间,则是与摆长有关系的.

二、设线框的边长为  $L$ , 线框导线的截面积为  $S$ , 则线框的质量为

$$m = 4LSD$$

电阻为

$$R = 4L\rho/S$$

线框落下, 其下缘开始进入磁场时速度为

$$v = \sqrt{2gh}$$

题设在通过磁场区域的过程中, 线框的速度不变, 所以, 线框中的感应电动势保持为

$$E = BLv$$

感生电流为

$$I = E/R$$

在磁场中, 线框所受的安培力方向向上, 大小为

$$F = IBL$$

根据题设条件, 线框在通过磁场时速度恒定, 因而安培力应与重力大小相等、方向相反. 即

$$F = mg$$

由以上各式可解得

$$h = 128D^2\rho^2g/B^4$$

三、1. 设气体的摩尔质量为  $M$ , 三部分气体的质量分别为  $m_1, m_2, m_3$ . 起始时体积分别为  $V_1, V_2, V_3$ . 起始温度已知为  $T_1 = 270 \text{ K}, T_2 = 320 \text{ K}, T_3 = 300 \text{ K}$ . 由气态方程可知

$$p_0V_1 = \frac{m_1}{M}RT_1, \quad p_0V_2 = \frac{m_2}{M}RT_2, \quad p_0V_3 = \frac{m_3}{M}RT_3 \quad \text{①}$$

由题意知

$$V_1 : V_2 : V_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 \quad \text{②}$$

最后达到平衡时, 三部分气体的压强和温度都相同, 所以它们的体积  $V_1', V_2', V_3'$  与其质量成正比. 设那时对应的角度为  $\alpha_1', \alpha_2', \alpha_3'$ , 则有

$$\alpha_1' : \alpha_2' : \alpha_3' = V_1' : V_2' : V_3' = m_1 : m_2 : m_3 \quad \text{③}$$

另外, 有

$$\alpha_1' + \alpha_2' + \alpha_3' = 360^\circ \quad \text{④}$$

由以上各式可解得

$$\alpha_1' \approx 99^\circ, \quad \alpha_2' \approx 112^\circ, \quad \alpha_3' \approx 149^\circ \quad \text{⑤}$$

2. 设单位质量的这种理想气体温度变化  $1 \text{ K}$  时其内能的变化量为  $c$ , 气体最后平衡时温度和压强分别为  $T$  和  $p$ , 由能量守恒可得

$$m_1c(T - T_1) + m_2c(T - T_2) + m_3c(T - T_3) = 0 \quad (6)$$

由③、⑤、⑥三式可得

$$T = \frac{m_1T_1 + m_2T_2 + m_3T_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{\alpha_1'T_1 + \alpha_2'T_2 + \alpha_3'T_3}{\alpha_1' + \alpha_2' + \alpha_3'} = 298 \text{ K}$$

用  $V$  表示三部分的总体积,由①式可得

$$pV = (m_1T_1 + m_2T_2 + m_3T_3)R/M \quad (7)$$

达到平衡时有

$$pV = (m_1 + m_2 + m_3)RT/M \quad (8)$$

由⑥式可知,⑦、⑧两式的右边相等,所以得到

$$p = p_0$$

四、如图 9'-1 所示. 设杆秤的提纽  $C$  (支点) 与秤盘悬挂点  $A$  的距离为  $d$ , 零刻度  $O$  (定盘星) 到支点的距离为  $l_0$  ( $O$  点若在  $C$  点左边, 与  $A$  点在提纽的同一侧, 则  $l_0$  为负值; 反之,  $l_0$  为正值), 每千克刻度长为  $\lambda$ , 秤砣的质量为  $m_0$ . 当秤盘中不放物体的情况下, 为使秤平衡, 秤砣应放在  $O$  点处, 这时秤杆和秤盘对  $C$  点的合力矩  $M$  (逆时针方向为正) 与秤砣产生的力矩 (顺时针方向为正) 相等, 即  $M = m_0gl_0$ . 当秤盘中放有质量为  $m$  千克的物体时, 平衡条件为

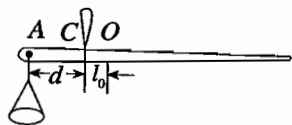


图 9'-1

$$mgd + M = m_0g(l_0 + \lambda m)$$

即

$$md = m_0\lambda m, \quad d = \lambda m_0$$

这是每一杆秤都满足的关系.

用双砣称量质量为  $m$  的物体时, 设读数为  $m'$ , 平衡时应有

$$mgd + M = 2m_0g(l_0 + \lambda m')$$

即

$$md = m_0l_0 + 2dm', \quad m' = (md - m_0l_0)/(2d)$$

得到

$$2m' = m - (m_0l_0/d)$$

因此, 用  $2m'$  作为称量的结果时, 其值与实际质量之差为

$$\Delta m = 2m' - m = -m_0l_0/d$$

此差值与  $m$  无关. 当  $l_0 > 0$  时,  $2m'$  偏小,  $l_0 < 0$  时,  $2m'$  偏大. 由店员乙的检验可知

$$\Delta m = -m_0l_0/d = -2 \text{ kg}$$

既然  $\Delta m$  与所称物体质量无关, 可知店员甲卖给顾客的那个西瓜的实际质量为

$$m = 2m' + m_0l_0/d = 13 \text{ kg} + 2 \text{ kg} = 15 \text{ kg}$$

在未经店员乙验证之前, 能否肯定店员甲的做法一定不对呢? 让我们来分析一下. 在上

面的陈述中得到  $d = \lambda m_0$  和  $2m' = m - \left(\frac{m_0 l_0}{d}\right)$ , 这两点结论是对任何杆秤都是成立的, 不管在推导过程中秤本身的重力矩  $M$  和  $l_0$  为何值. 但是, 如果提纽  $C$  (支点) 正好与秤杆和秤盘的重心重合, 这时定盘星也必将处于  $C$  点, 即  $l_0 = 0$ . 在这种特殊情况下,  $\Delta m = 0$ . 这时店员甲的做法就碰巧对了. 因为这时秤砣对  $C$  点的力矩是正比于  $m_0 m \lambda$ , 当  $m_0$  用  $2m_0$  代替时, 则平衡时双砣的位置必在  $\frac{m}{2}$  处. 这时将读数乘以 2, 即得被称物的质量  $m$ .

当然一般的杆秤的定盘星都不是正好在提纽处, 所以店员甲的做法是不对的.

五、1. 设电极所带的电量为  $Q$ , 则球壳内壁的电量为  $-Q$ . 电极与球壳之间的电势差为

$$U_0 = k \frac{Q}{R_1} - k \frac{Q}{R_2} = kQ \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \quad (1)$$

式中  $k$  为静电力常量. 靠近电极表面处的场强为

$$E = Qk/R_1^2 \quad (2)$$

由 ①、② 两式消去  $Q$ , 得

$$E = \frac{U_0}{R_1(1 - R_1/R_2)}$$

当  $R_1$  一定,  $R_2 \rightarrow \infty$  时,  $E$  有最小值

$$E = E_{\min} = U_0/R_1$$

2. 由  $E = \frac{U_0}{R_1(1 - R_1/R_2)} = 4 \frac{U_0}{R_1}$  可得

$$R_1/R_2 = 3/4$$

六、1.  $\theta = 23.5^\circ$ .

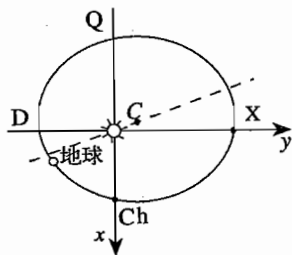


图 9'-2

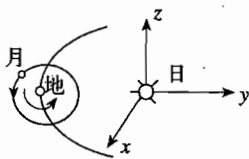


图 9'-3

2. 春分(Ch)、秋分(Q)、夏至(X)、冬至(D)时地球所在位置见图 9'-2.

3. 月球绕地运行的方向如图 9'-3 所示. 理由如下:

由于地球的自转, 在地球上, 人可以观察到太阳和月亮均做反方向的视运动. 在图 9'-3 中, 此视运动是顺时针方向, 其大小等于地球的自转角速度, 设为  $\omega$ . 由于地球绕日公转, 太阳相对于地球还有一个逆时针方向的视运动, 但此角速度很慢, 一年才转一周. 因此观察到的太阳的视运动角速度比  $\omega$  稍小一点. 由于月亮绕地球运行, 月球也还有一个视运动, 其方向与月亮运行方向相同, 其大小约为每月一周, 比地球绕日公转角速度大得多. 我们观察到



每晚月亮上升时间逐日推迟达数十分钟之多,说明月亮运行的方向是逆时针的,所以它的视运动角速度比  $\omega$  小得很多,因而落在太阳的后面。

本题是关于一些重要的天文知识的题目.有相当多的考生答对了第1问,但有很多考生第2问答错了.他们误把近日点处作为冬至,远日点处作为夏至,因而把春分、秋分、夏至、冬至填在图中虚线的四个端点处.虽然题中已知地球自转轴是与  $oz$  轴垂直的,而不是与轨道短轴垂直,但很多考生仍未鉴别清楚在短轴的端点处太阳光不是垂直照射到地球的赤道上,而是在  $oz$  轴与轨道相交处太阳光才垂直照射到地球赤道上。

很多考生也解释不清楚第3问.在题给的图中,已可知地球自转及公转的方向,因而进一步不难判断在地球上由于地球自转而观察到的太阳和月亮的视运动方向,以及由于地球公转而造成的太阳视运动的较小的修正.然后对月亮绕地运动的两种可能方向造成的视运动的快慢进行比较并与观察到的实际对比,就可定出月亮绕地球运动的方向.可能很多考生平时并未考虑这个问题,但在题中已给的条件的基础上,若对空间概念和相对运动的运用能力较强,并知道月亮每晚上升时间逐日推迟的实际知识,还是有可能作出正确解释的。

七、令光线进入材料后的折射角为  $\varphi_0$  (见图 9'-4), 则有

$$\sin \theta_0 = n_0 \sin \varphi_0 \quad (1)$$

此光线射至薄层 1 时,入射角为  $\pi/2 - \varphi_0$ , 设光线进入薄层 1 后与  $OO'$  的夹角为  $\varphi_1$ , 则有  $n_0 \cos \varphi_0 = n_1 \cos \varphi_1$ , 依此逐层考虑, 可得

$$n_0 \cos \varphi_0 = n_1 \cos \varphi_1 = \dots = n_k \cos \varphi_k = \text{常数} \quad (2)$$

式中  $\varphi_k$  为薄层  $k$  中光线与  $OO'$  的夹角. 已知  $n_k = n_0 - k\nu$ ,  $n_0 = 1.4142$ ,  $\nu = 0.0025$ , 即  $n_k$  随序号  $k$  的增大而减小, 故  $\cos \varphi_k$  随  $k$  的增大而增大,  $\varphi_k$  随  $k$  的增大而减小. 满足 (2) 式的各  $\cos \varphi_k$  值中最接近于 1 的那个值所对应的  $k$  即光线能进入的最远的薄层的序号. 在这薄层的上表面将发生全反射, 光线返回, 经逐层折射进入材料的下半部, 到达第  $k$  层后又被反射回去, 来回传播. \* 因此, 需要求出能满足

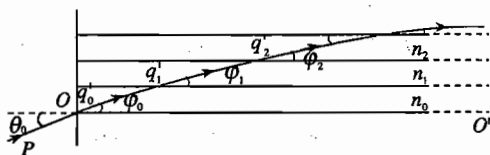


图 9'-4

$$\cos \varphi_k = \frac{n_0 \cos \varphi_0}{n_k} = \frac{n_0 \cos \varphi_0}{n_0 - k\nu} < 1 \quad (3)$$

的  $k$  的最大值. 由 (1) 式得

$$n_0 \cos \varphi_0 = n_0 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0 / n_0^2} = \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \theta_0}$$

代入 (3) 式, 化简得

$$k < (n_0 - \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \theta_0}) / \nu$$

代入数值得

$$k < 36.52$$

取小于 36.52 的最大整数, 得  $k = 36$ .  $k$  层上表面即光线能到达的离  $OO'$  最远处, 它与  $OO'$  的距离为

$$h = (k + 1)d = 3.7 \text{ mm}$$

在特殊情况下, 即  $(n_0 - \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \theta_0})/\nu$  恰等于某整数  $k'$  时, 光线由  $k' - 1$  层进入  $k'$  层时光线即与  $OO'$  平行, 故  $k' - 1$  层的上表面即为光线能达到之最远处. 这时

$$h = (k' - 1 + 1)d = k'd$$

另一种解法: 从标有 \* 处开始改用以下解法.

若光线进入薄层  $k$  时,  $\varphi_k \leq \pi/2 - i_{ck}$ ,  $i_{ck} = \arcsin(n_{k+1}/n_k)$  为临界角, 则光线到达薄层  $k$  上表面时将发生全反射而返回, 薄层  $k$  的上表面即为光线能到达的离  $OO'$  最远处. 为求  $k$  值, 可利用下列条件:

光线能进入薄层  $k$ ,

$$\varphi_{k-1} > \pi/2 - \arcsin(n_k/n_{k-1}) \longrightarrow \cos \varphi_{k-1} < n_k/n_{k-1}$$

光线不能进入薄层  $k + 1$ ,

$$\varphi_k \leq \pi/2 - \arcsin(n_{k+1}/n_k) \longrightarrow \cos \varphi_k \geq n_{k+1}/n_k$$

利用 ② 式得

$$n_{k+1} \leq n_0 \cos \varphi_0 < n_k$$

以  $n_0 \cos \varphi_0 = \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \theta_0}$ ,  $n_k = n_0 - k\nu$ ,  $n_{k+1} = n_0 - k\nu - \nu$  代入, 得

$$k < (n_0 - \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \theta_0})/\nu \leq k + 1$$

代入数值得

$$k < 36.52 \leq k + 1$$

故得  $k = 36$ ,  $h = (36 + 1)d = 3.7 \text{ mm}$ .

如果介质的折射率是线性连续变化, 即若  $n = n_0 - \nu y$ , 其中  $y$  轴沿图中  $OA$  方向,  $\nu = 25 \text{ m}^{-1}$ , 则参看前图可知

$$n_0 \cos \varphi_0 = n \cos \varphi = (n_0 - \nu y) \cos \varphi$$

当  $y$  达到最远时  $\varphi = 0$ , 得

$$y = \frac{n_0}{\nu} (1 - \cos \varphi_0)$$

由于

$$\sin \varphi_0 = n_0 \sin \varphi_0 = n_0 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0}$$

将  $\cos \varphi_0$  代入解

$$y = \frac{1}{\nu} (n_0 - \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \varphi_0})$$

代入数值, 可得

$$y = 3.65 \text{ mm}$$

八、1. 小球在球壳最低点时弹性绳具有的弹性势能为

$$E_p = ka^2/2 = 9mga/4$$

释放小球后,在弹性力作用下,小球克服重力向上运动,到达球壳中心时,弹性势能转化成重力势能  $mga$  和动能. 小球到达球壳中心后的运动是上抛运动,设小球到达球壳内部最高点时的速度为  $v_0$ ,则

$$mv_0^2/2 = ka^2/2 - 2mga = 9mga/4 - 2mga$$

由此得

$$v_0 = \sqrt{ga/2}$$

2. 小球到达球壳内部最高点后与球壳发生完全弹性碰撞,碰撞后,小球的速度为零,球壳的速度为  $v_0$ ,方向向上.

3. 碰撞后,小球  $A$  自由下落,球壳  $B$  做上抛运动. 取  $y$  轴竖直向上为正,原点在桌面上(如图 9'-5),  $g$  为重力加速度的绝对值,则在时刻  $t$ ,  $A$  和  $B$  的速度和位置分别为

$$v_A = -gt$$

$$y_A = 2a - gt^2/2$$

$$v_B = v_0 - gt$$

$$y_B = 2a + v_0 t - gt^2/2$$

$B$  上升到最高点又回到桌面经历的时间为

$$t_1 = 2v_0/g$$

在这段时间内,  $A$  下降的距离

$$y_A = 2a - g(2v_0/g)^2/2 = a$$

即当  $B$  落到桌面时,  $A$  刚好到达  $B$  的中心,绳刚拉直. 这时  $A$  的速度

$$v_A = -g2v_0/g = -2v_0$$

负号表示方向向下.

4. 小球  $A$  开始以大小为  $2v_0$  的速度从球壳中心  $O$  向下运动,在运动过程中,  $A$  除受到重力作用外,还受到绳的弹力作用. 若以球壳中心为原点、竖直向下作为  $x$  轴的正方向(如图 9'-6),则当  $A$  的坐标为  $x$  时,作用于  $A$  的合力

$$F = mg - kx = -k(x - mg/k)$$

$A$  的平衡位置  $x_0$  可由  $F = 0$  求得,为

$$x_0 = mg/k = 2a/9$$

即平衡位置在球壳中心以下  $2a/9$  处. 作用于  $A$  的合力为

$$F = -k(x - x_0)$$

从上式可看出,  $F$  与  $A$  离开其平衡位置  $x_0$  的位移  $(x - x_0)$  成正比,方向指向平衡位置. 故小球  $A$  在  $F$  作用下的运动是简谐振动. 振动的圆频率

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{9g/2a}$$

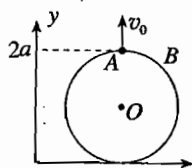


图 9'-5

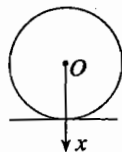


图 9'-6

振动周期

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{2a/g}/3$$

设  $A$  向下运动可能到达的最低点到球壳中心  $O$  的距离为  $x_1$ , 则由于机械能守恒, 有

$$m(2v_0)^2/2 + mga = kx_1^2/2 + mg(a - x_1)$$

注意到  $ka = 9mg/2$ ,  $v_0^2 = ga/2$ , 得

$$9x_1^2 - 4ax_1 - 4a^2 = 0$$

解此方程, 舍去不合理的根, 得

$$x_1 = 2a(1 + \sqrt{10})/9$$

由于  $x_1 < a$ , 故小球  $A$  在向下运动的过程中不可能与球壳  $B$  发生碰撞. 小球振动的振幅

$$X = x_1 - x_0 = 2(1 + \sqrt{10})a/9 - 2a/9 = 2\sqrt{10}a/9$$

在时刻  $t$ ,  $A$  离开其平衡位置  $x_0$  的位移  $x - x_0$  可表示成

$$x - x_0 = X \cos(\omega t + \alpha)$$

若取  $A$  处在  $x - x_0 = X$  时作为时间的起点, 即  $t = 0$  时,  $x = x_0 + X$ ,  $A$  的速度为零, 可得  $\alpha = 0$ . 故  $A$  的振动可表示成

$$x = x_0 + X \cos \omega t$$

小球在球壳中心以下的运动是简谐振动.

5. 小球自最低点  $x = x_0 + X$  处向上运动, 直到  $x = 0$ , 属于简谐振动的一部分. 设这一段运动经历的时间为  $t_2$ , 则

$$0 = x_0 + X \cos \omega t_2$$

$$\cos \omega t_2 = -x_0/X = -1/\sqrt{10}$$

$$t_2 = \frac{\pi}{\omega} - \frac{\arccos(1/\sqrt{10})}{\omega}$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2a}{g}} [\pi - \arccos(1/\sqrt{10})]$$

到达  $O$  点时的速度, 可由能量关系求得, 其方向向上, 大小为  $2v_0$ .

6.  $A$  自  $O$  点向上的运动是以  $2v_0$  为初速度的上抛运动

$$y_A = a + 2v_0 t - gt^2/2$$

$$v_A = 2v_0 - gt$$

设  $A$  上升到最高点的时间为  $t_3$ , 则

$$t_3 = 2v_0/g = 2\sqrt{ga/2}/g = \sqrt{2a/g}$$

上升的最大高度

$$y_{Am} = a + 2v_0 \frac{2v_0}{g} - \frac{1}{2}g \frac{4v_0^2}{g^2} = a + \frac{1}{2} \frac{4v_0^2}{g} = a + \frac{2}{g} \frac{1}{2}ga = 2a$$

即小球刚好能上升到球壳内部的最高点, 这时,  $A$  的速度

$$v_A = 2v_0 - g2v_0/g = 0$$

故在 A 向上运动的过程中,虽能达到球壳内部的最高处,但不发生碰撞,球壳始终静止.

以后小球又自由落下,到达球壳中心 O 时,速度为  $2v_0$ ,此后开始做简谐振动.

7. 小球的运动具有周期性,在 O 点以上属竖直上抛运动,在 O 点以下属简谐振动.往返一次经历的时间为

$$\tau = 2t_2 + 2t_3 = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2a}{g}} [\pi - \arccos(1/\sqrt{10})] + 2\sqrt{\frac{2a}{g}}$$

对具体事物进行具体分析,弄清研究对象所处的状况和经历的过程,是对学生的能力要求的一个重要方面.在上述这一题中,应当说其中每一步都是一个比较简单的过程,但能否独立地系统地分析清楚全过程,并抓住其中一些转折点的状态和条件,则是对学生能力高低的考验.有些学生只能弄清其中一两步,而不能全面地系统地分析到底.有些考生甚至对分析一个较复杂的过程缺乏信心,望而生畏,这是他们平时缺乏独立分析问题的训练造成的.还有一些学生,他们只习惯于做一些要求计算出某一两个量的结果的题目,而缺乏对某一问题主动地全面地进行开放性分析讨论的能力和素质.

九、连接控制电路的基本思路如图 9'-7 所示,其关键在于:

1. 利用电磁开关的辅助接点  $B_2$  与  $B_2'$  作自保接点,使电磁铁通电时,辅助接点同时接通.
2. 将两个开机按钮的  $E_1$ 、 $E_1'$  和  $E_3$ 、 $E_3'$  接点分别与自保接点并联.
3. 将两个停机按钮的  $D_2$ 、 $D_2'$  和  $D_4$ 、 $D_4'$  接点相串联并和自保接点串联.

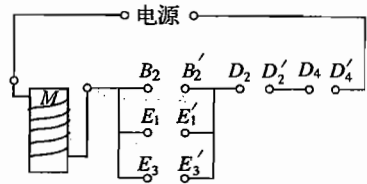


图 9'-7

一种参考接法如图 9'-8 所示.

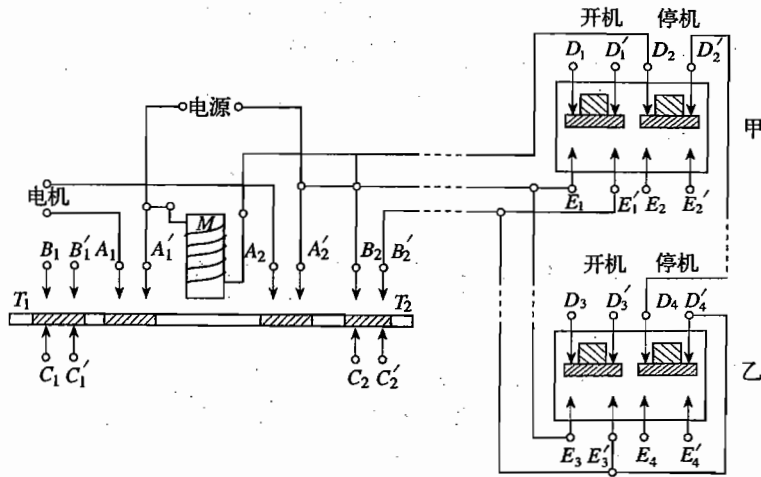


图 9'-8

命此题的目的,并不是要求学生事先知道这方面的实际知识,靠着准确的或模糊的记忆来回答问题,而是要求学生能现看懂题目,现想办法.此题涉及的物理概念和原理很少且很简单,但对学生的设计思想和创造性等思维能力都有较高的要求.

## 决 赛

### 笔 试

一、建立坐标系如图 9'-9. 运动员在  $t = 0$  时,从  $O$  点以速度  $v$  起跳, $v$  的大小可由机械能守恒定律求出,

$$mv^2/2 = mgh$$

起跳后做斜抛运动. 设  $t$  时刻落到坡面  $B$  处,则此时坐标为

$$x = v t \cos \theta$$

$$y = v t \sin \theta - g t^2 / 2$$

它们当然要满足坡面方程

$$y = -\operatorname{tg} \alpha \cdot x$$

由以上三方程解得

$$g t [t - 2v(\operatorname{tg} \alpha \cos \theta - \sin \theta) / g] / 2 = 0$$

$t = 0$  不合题意,故知落地时刻为

$$t = 2v(\operatorname{tg} \alpha \cos \theta + \sin \theta) / g = 2v \sin(\alpha + \theta) / (g \cos \alpha)$$

而着地点  $B$  的  $x$  坐标为

$$x = 2v^2 \cos \theta \sin(\alpha + \theta) / (g \cos \alpha)$$

坡面  $OB$  距离为

$$L(\theta) = x / \cos \alpha = 2v^2 \cos \theta \sin(\alpha + \theta) / (g \cos^2 \alpha)$$

为求最佳起跳角和最高记录,需把  $L(\theta)$  对  $\theta$  求最大值. 由于

$$\cos \theta \sin(\alpha + \theta) = [\sin(2\theta + \alpha) + \sin \alpha] / 2$$

故知,当  $2\theta + \alpha = \pi/2$  时,即

$$\theta = \theta_0 = (\pi/2 - \alpha) / 2 = \pi/6$$

时,记录最高为

$$\begin{aligned} L_{\max} &= L(\theta_0) = \frac{2v^2 \cos(\pi/6) \sin[(\pi/6) + (\pi/6)]}{g \cos^2(\pi/6)} \\ &= 4h = 200 \text{ m} \end{aligned}$$

即最佳起跳角为  $\theta_0 = \pi/6$ ,最高记录可达 200 m.

二、把球内外气体都当作理想气体. 当气球胀足刚要升起时,气球所受浮力等于气球连同装载所受的重力,由此得质量关系为

$$M_1 = M_2 + 300 \text{ kg}$$

其中  $M_2$  为此时球内气体质量, $M_1$  为气球排开空气的质量,它的大小为

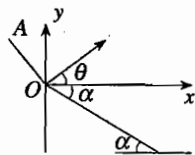


图 9'-9

$$M_1 = 4\pi(d/2)^3\rho/3$$

式中  $d = 18 \text{ m}$  是气球的直径,  $\rho$  为此时(温度  $T_1 = 273 \text{ K} + 27 \text{ K} = 300 \text{ K}$ , 压强  $p_1 = 1 \text{ atm}$ ) 空气的密度, 它与标准状态下 ( $T_0 = 273 \text{ K}$ ) 的空气密度  $\rho_0$  的关系为

$$\rho = \rho_0 \times 273/300 = 1.18 \text{ kg/m}^3$$

于是我们得到

$$M_1 = 3603 \text{ kg}$$

设膨胀后的气球内空气体积和压强为  $V_2$  和  $p_2$ , 温度为  $T_2$ , 则由理想气体状态方程知

$$p_2V_2 = M_2RT_2/\mu$$

另一方面, 考虑被气球排开的那一部分大气, 应有

$$p_1V_1 = M_1RT_1/\mu$$

$p_1, V_1, T_1$  为那部分空气的压强、体积和温度, 由题设知,  $p_2 = p_1, V_2 \approx V_1$ , 故有

$$T_2 = M_1T_1/M_2 = 3603 \times 300/(3603 - 300) \text{ K} = 327 \text{ K}$$

即当气球内气体被加热到  $54^\circ\text{C}$  时气球开始上浮。

三、建立坐标系如图 9'-10 所示,  $X$  轴竖直向下, 原点与电容器上端重合。用  $x(t)$  表示金属板下端在  $t$  时刻的坐标。显然  $x(t) = gt^2/2$ 。

当金属板落入电容器极板间时, 电容器的电容发生变化。设原来电容为  $C_0$ , 金属板落入部分长度为  $x$ , 当  $x \leq L'$  时, 总电容相当于图 9'-11 所示的电容器的串联, 故有

$$C(x) = C_0 \left( 1 + \frac{1}{p-1} \frac{x}{L'} \right)$$

当  $L' < x \leq L$  时, 电容不发生变化

$$C(x) = C_0 \left( 1 + \frac{1}{p-1} \frac{L'}{L} \right)$$

当  $L < x \leq L + L'$  时, 在电容器内的金属板部分高为  $L + L' - x$ , 故电容为

$$C(x) = C_0 \left[ 1 + \frac{L + L'}{(p-1)L} - \frac{1}{p-1} \frac{x}{L} \right]$$

当  $x > L + L'$  时, 金属板全部落入电容器

$$C(x) = C_0$$

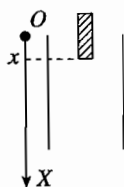


图 9'-10

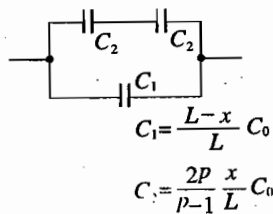


图 9'-11

利用公式  $Q = CU_0$ , 加上  $x$  与时间的关系, 我们得到电容器板上电量  $Q$  随时间的变化情形

$$Q(t) = \begin{cases} Q_0[1 + gt^2/2(p-1)L], & 0 < t \leq \sqrt{2L'/g} \\ Q_0[1 + L'/(p-1)L], & \sqrt{2L'/g} < t \leq \sqrt{2L/g} \\ Q_0[1 + (L + L')/(p-1)L - gt^2/2(p-1)L], & \sqrt{2L/g} \leq t \leq \sqrt{2(L + L')/g} \\ Q_0, & t > \sqrt{2(L + L')/g} \end{cases}$$

其中  $Q_0 = C_0 U_0$ ,  $C_0 = \epsilon L^2 / 4\pi k D$ .  $\epsilon$  为极板间电介质的介电常数,  $k$  为静电力常量.

在电容器中插入导体或电介质, 都会改变电容器的电容. 当插入导体时, 在较简单的情况下, 常相当于将单一电容器变为两个或几个电容器的联接. 这时, 只要把每个电容器的电容搞清楚, 就可算出总的等效电容, 并可进一步求电压或电量.

在本题中, 从金属板下端开始落入原电容器两极板之间, 到上端开始落入的过程中, 整个电容器的结构相当于图中所示. 即金属板的左侧面与原电容器的左极板构成一个电容器  $C_2$ , 金属板的右侧面与原电容器的右极板也构成一个电容器  $C_2$ , 这两者通过金属板相串联. 再与原电容器中未插入金属板的部分的电容  $C_1$  相并联.

因为电容是和极板面积成正比的, 所以电容  $C_1$  应等于  $C_0$  的  $\frac{L-x}{L}$  倍, 即  $C_1 = C_0 \frac{L-x}{L}$ , 其余部分应为  $C_0 \frac{x}{L}$ . 当插入金属板后, 这后一部分变为两个  $C_2$  的串联, 可求每个  $C_2$  的电容再求串联电容. 但也可这样看, 即两个  $C_2$  串联, 其效果相当于原电容器间的距离缩短了  $\frac{1}{p} D$ , 即变为  $(1 - \frac{1}{p}) D$ . 由于电容是和间距成反比的, 所以两个  $C_2$  串联后的总电容应为  $C_0 \frac{x}{L} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{p}}$ . 它是与  $C_1$  并联的, 所以可得总的等效电容为

$$\begin{aligned} C &= C_0 \frac{L-x}{L} + C_0 \frac{x}{L} \frac{1}{1 - \frac{1}{p}} \\ &= C_0 \left( 1 + \frac{1}{p-1} \frac{x}{L} \right) \end{aligned}$$

这就是解答中的 ① 式, 同理可求其他式.

四、由题意可知, 原来物距大于焦距, 所以必在透镜上方成实像, 且可求得实像的位置. 又因为已知此实像的大小, 所以可求出光源的大小. 当往容器中注水, 由于水的折射率大于空气的折射率, 所以由物点经水后折射出的光束是发散式的, 因此等效物点向上移了, 也就是等效物距减小了, 减小到多少与水深有关. 算出等效物距就可算出第 2 问中的像距. 当注入的水足够多, 使得等效物距变成小于透镜焦距后, 将在透镜下方成虚像, 根据给定的数据可求得虚像位置. 因为光源的大小已求出, 所以也可求出虚像的大小.

1. 设  $u, v, f$  分别为物距、像距和焦距, 由成像公式  $1/u + 1/v = 1/f$ , 得

$$v = uf / (u - f)$$

代入  $u = 100 \text{ mm}$ ,  $f = 90 \text{ mm}$ , 得

$$v = 900 \text{ mm}$$

即此实像在透镜上方 900 mm 处.

又从放大率公式知光源的半径  $b$  为

$$b = ub' / v = 5 \text{ mm}$$

2. 注进水后, 当水面高于光源  $h \text{ mm}$  时, 由于水面的折射作用, 使光源等效于上浮一段



距离,等效光源在距水面  $h'$  处. 设  $i, r$  分别为入射角和折射角, 则  $h' \propto \text{ctg } r, h \propto \text{ctg } i$  (图 9'-12). 对近轴光线

$$h'/h = \text{tg } i / \text{tg } r \approx \sin i / \sin r = n/n_{\text{水}} = 3/4$$

故原来的物距  $u$  在注水后变为等效物距  $u^*$ ,

$$u^* = u - h + h' = u - h/4$$

于是像距为

$$u^* = u^* f / (u^* - f) = (u - h/4) f / (u - h/4 - f)$$

在本小题中,  $h = 10 \text{ mm}, u = 100 \text{ mm}$ , 故得

$$u^* = 1170 \text{ mm}$$

实像在透镜上方 1170 mm 处.

3. 当水注满而又恰好不碰上透镜时, 仍可用上面的公式, 但此时  $h = 100 \text{ mm}, u^* = u - h/4 = 75 \text{ mm}$ , 等效光源已在焦距之内, 此时像的半径为

$$b' = b v^* / u^* = b f / (u^* - f) = -30 \text{ mm}$$

此时所成像是个半径为 30 mm 的正立虚像, 位于透镜下方.

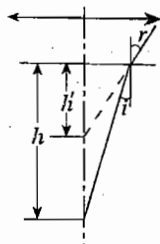


图 9'-12

五. 1. 当  $n = 3$  时,  $V_1, V_2, V_3$  各取 0、1 两值, 共有  $2^3 = 8$  种情况. 相应地  $B$  点的输出电压有 8 种可能的值, 分别为 0 V、 $1/12 \text{ V}$ 、 $1/6 \text{ V}$ 、 $1/3 \text{ V}$ 、 $1/4 \text{ V}$ 、 $5/12 \text{ V}$ 、 $1/2 \text{ V}$  和  $7/12 \text{ V}$ .

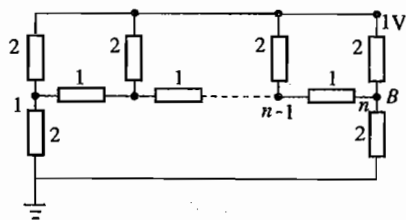


图 9'-13

2. 由于是分压输出, 显然只有当  $v_1 = v_2 = \dots = v_n = 1$  时,  $B$  点输出电压最大, 否则至少有一个电阻接地, 则  $B$  点等效接地电阻变小, 输出电压也相应变小.

故当  $n$  固定时, 有最大输出电压的电路如图 9'-13 所示. 这时输出电压  $U(n)$  等于每一电源单独作用时提供的输出电压之和

$$U(n) = \sum_{i=1}^n U_i$$

其中  $U_i$  为  $V_i = 1, V_{k \neq i} = 0$  的情况下的输出电压. 从图 9'-14 可算出为

$$U_i = (1/3)(1/2)^{n-1}$$

故有

$$U(n) = \sum_{i=1}^n U_i = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2^k}$$

当  $n$  趋于无限大时, 我们得到最大输出电压为

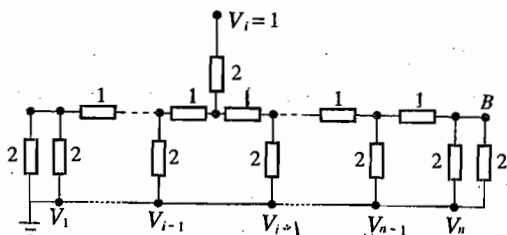


图 9'-14

$$U = \lim_{n \rightarrow \infty} U(n) = \frac{1}{3} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2^i} = \frac{2}{3} \text{ V}$$

六、1. 在不考虑摩擦时, 滑块在杆上运动的加速度即为重力加速度的切向分量(图 9'-15)

$$a = g \sin \theta$$

其中  $\theta$  为滑块所在点杆的法线与重力方向的夹角.  $a$  一般不为零, 且一定不超过  $g$ . 当  $z \rightarrow \infty$  时, 杆近于竖直,  $a$  趋近于  $g$ , 于是可判断

$$a = 2g \sqrt{z/(4z+k)}$$

由此算得

$$\sin \theta = 2 \sqrt{z/(4z+k)}$$

$$\operatorname{tg} \theta = 2 \sqrt{z/k}$$

2. 考虑摩擦而杆不动, 则滑块静止为静力平衡. 滑块受重力影响有下滑趋势, 摩擦力朝上, 支持力和摩擦力大小分别为

$$N = mg \cos \theta, \quad f = mg \sin \theta$$

平衡条件要求

$$f/N \leq \mu N/N = \mu$$

或

$$\operatorname{tg} \theta \leq \mu$$

设  $z = z_0$  时,  $\operatorname{tg} \theta = \mu$ , 则滑块静止的条件为

$$z \leq z_0 = \mu^2 k / 4$$

3. 当杆匀速转动时, 则在滑块相对于杆不动时, 支持力和摩擦力在竖直方向的分力之和与重力平衡, 在水平方向的分力之和使滑块产生水平的向心加速度, 由此可得(不妨设摩擦力沿杆向上)

$$N \sin \theta - f \cos \theta = m \omega^2 \sqrt{kz} = (m \omega^2 k \operatorname{tg} \theta) / 2$$

$$N \cos \theta + f \sin \theta = mg$$

由此二式可解得

$$\frac{f}{N} = \frac{(1-A) \operatorname{tg} \theta}{1 + A \operatorname{tg}^2 \theta}, \quad A = \omega^2 k / 2g$$

在本小题, 当  $\omega = \sqrt{2g/k}$  时,  $A = 1$ , 有  $f/N = 0$ , 即不受摩擦力, 向心加速度完全由重力和支持力的合力提供. 这个关系对任何  $\theta$  值都能满足, 即此时滑块在任何位置都相对于杆保持静止.

4. 当  $\omega = \sqrt{6g/k}$  时,  $A = 3$ , 由上小题中  $f/N$  的表达式可见,  $f < 0$ , 即摩擦力实际是朝下的. 由于旋转太快而滑块有上移趋势. 那么滑块相对静止的条件为

$$|f|/N \leq \mu N/N = \mu$$

即

$$\left| \frac{(1-A) \operatorname{tg} \theta}{1 + A \operatorname{tg}^2 \theta} \right| = \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{1 + 3 \operatorname{tg}^2 \theta} \leq \mu = \frac{1}{2}$$

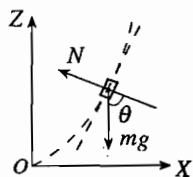


图 9'-15

或

$$3\operatorname{tg}^2 \theta - 4\operatorname{tg} \theta + 1 \geq 0$$

此二次函数不等式的判别式

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 3 \times 1 = 4 > 0$$

故不等式满足的条件为

$$\operatorname{tg} \theta \leq 1/3 \quad \text{或} \quad \operatorname{tg} \theta \geq 1$$

用  $\operatorname{tg} \theta = 2\sqrt{z/k}$  代入, 即得滑块相对不动应满足的条件为

$$0 \leq z \leq k/36 \quad \text{或} \quad z \geq k/4$$

此题的第1问也可用简单的微商知识, 导出加速度  $a$  与  $z$  的关系式. 当对滑块受的每个力都沿杆的方向和垂直于杆的方向分解后, 由于不考虑摩擦, 则杆对滑块的作用力在沿杆方向的分力为 0. 所以沿杆方向, 滑块只受到重力分力的作用, 在此方向的加速度应为

$$a = g \sin \theta$$

因为  $z = \frac{x^2}{k}$ , 由图及三角关系可知

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dz}{dx} = \frac{2x}{k}$$

所以得

$$\sin \theta = \frac{2x}{\sqrt{4x^2 + k^2}}$$

因为  $z = \frac{x^2}{k}$ , 将  $x$  代入得

$$\sin \theta = 2\sqrt{\frac{z}{4z + k}}$$

所以

$$a = g \sin \theta = 2g\sqrt{\frac{z}{4z + k}}$$

这就解出了第1问的答案.

## 实 验

一、1. 盒内元件判别: 根据整流二极管正向电阻较小, 反向电阻较大; 小型低电压输出变压器次级绕组电阻较小和电容充放电现象, 用万用表  $\times 1 \text{ k}$  档可判别出各元件, 电解电容正负极性可用如下方法判别: 当用黑表笔测“+”、红表笔测“-”端时, 有较大电阻, 反之, 电阻相对较小, 测出的盒内元件连接如图 9'-16 所示.

2. 全波整流滤波电路如图 9'-17 所示.

3.  $R_A$ 、 $R_B$  的测量

(1) 电桥法: 接线如图 9'-18 所示.  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_0$  是可变电阻箱,  $R_4$  为保护电阻,  $G$  为检流计.

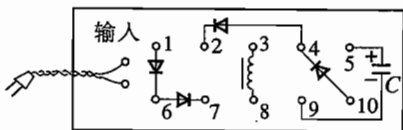


图 9'-16

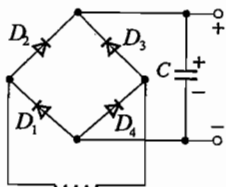


图 9'-17

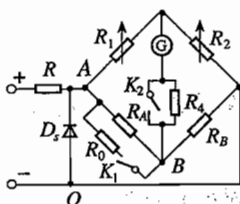


图 9'-18

利用电桥平衡原理和并联  $R_0$  于  $R_A$  (或  $R_B$ ), 以改变桥路状态, 即可测得  $R_A, R_B$ . 断开  $K_1, K_2$ , 调节  $R_1, R_2$  使电桥接近平衡, 然后闭合  $K_2$ , 进一步使电桥完全平衡, 则有

$$R_A/R_B = R_1'/R_2' \quad (1)$$

闭合  $K_1$ , 重调  $R_1, R_2$  使电桥完全平衡, 则有

$$\frac{R_A R_0}{R_A + R_0} / R_B = R_1''/R_2'' \quad (2)$$

由 ①、② 式得

$$R_A = R_0 \left( \frac{R_2'' R_1'}{R_1'' R_2'} - 1 \right), \quad R_B = R_0 \left( \frac{R_2''}{R_1''} - \frac{R_2'}{R_1'} \right)$$

$R_1, R_2$  开始时应置于较大阻值位置,  $R_1 + R_2$  不得太小, 否则导致  $AO$  两点间电压不稳.

(2) 电势差法: 接线如图 9'-19 所示.  $R_1, R_2, R_0$  皆为可变阻值电阻箱,  $E$  为低压稳压电源, 电压值为  $E, R_4$  为保护电阻,  $G$  为检流计.

利用  $R_1, R_2$  组成的分压电路, 测出  $AO$  和  $BO$  间的电压比, 然后并联  $R_0$  于  $R_A$  (或  $R_B$ ), 以改变电路状态, 再测出改变后的电压比, 即可计算出  $R_A, R_B$ .

断开  $K_1, K_2, K_4$  倒向“1”, 闭合  $K_3$ , 调节  $R_1, R_2$  使流过检流计的电流  $I_g \approx 0$ . 然后闭合  $K_2$ , 使  $I_g = 0$ . 设这时  $R_1, R_2$  的阻值分别是  $R_{11}, R_{21}$ , 则

$$U_{AO} = I(R_A + R_B) = R_{11}E/(R_{11} + R_{21}) \quad (1)$$

$K_4$  倒向“2”, 再调节  $R_1, R_2$ , 使  $I_g = 0$ , 这时  $R_1, R_2$  的阻值分别是  $R_{12}, R_{22}$ . 则

$$U_{BO} = IR_B = R_{12}E/(R_{12} + R_{22}) \quad (2)$$

闭合  $K_1$ , 重测  $U_{AO}, U_{BO}$ , 阻值读数分别为  $R_{13}, R_{23}, R_{14}, R_{24}$ . 则

$$U_{AO} = I_1 \left( \frac{R_A R_0}{R_A + R_0} + R_B \right) = \frac{R_{13}}{R_{13} + R_{23}} E \quad (3)$$

$$U_{BO} = I_1 R_B = R_{14}E/(R_{14} + R_{24}) \quad (4)$$

由 ①、② 式得

$$(R_A + R_B)/R_B = R_{11}(R_{12} + R_{22})/[R_{12}(R_{11} + R_{21})] = \alpha$$

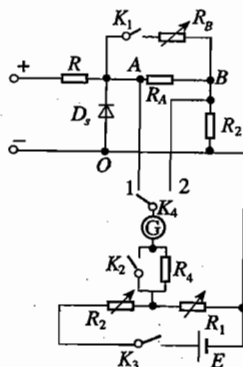


图 9'-19

由③、④式得

$$\left( \frac{R_A R_0}{R_A + R_0} + R_B \right) / R_B = \frac{R_{13}(R_{14} + R_{24})}{R_{14}(R_{13} + R_{23})} = \beta$$

将此二式简化,得

$$R_A = R_B(\alpha - 1) \quad (5)$$

$$R_A R_0 / (R_A + R_0) = R_B(\beta - 1) \quad (6)$$

由⑤、⑥式得

$$R_A = R_0(\alpha - \beta) / (\beta - 1)$$

$$R_B = R_0(\alpha - \beta) / (\beta - 1)(\alpha - 1)$$

4. 思考题:要提高测量结果的精确度,可采用准确度更高的电阻箱,用灵敏度更高的检流计,改善电源的稳定性并做多次测量。

本题的第一部分是要求考生在规定的时间内(15分钟)对一个黑盒子中(元件已知)元件的联接结构做出判断.这就要求学生对元件的特性有一定的了解,并能根据这些特性利用一只万用电表将它们判别出来.同时要能较快地进行判别,还要合理地安排判别的顺序,即先找哪个元件,后找哪个元件。

本题的第二部分主要是考查考生灵活地设计测量方法的能力.典型的惠斯登电桥法和电势差计法同学都有所了解.但这里要求利用三个电阻箱(和检流计、电源)来测量已焊接好并通电的电路中的电阻,则学生除了要掌握比较平衡原理外,还必须灵活地运用此方法,设计出能满足测量要求的电路。

考试的结果显示,此题能较好地考查学生某些重要的实验能力,区分度也较大。

二、1. 设计方案的光路图如图9'-20.图中S为光源,A为物(幻灯片),P为像屏,u为物距, $L_1$ 为聚光透镜,孔径 $\phi_1 \approx 7$  cm,焦距 $f_1 \approx 11$  cm, $L_2$ 为成像透镜,孔径 $\phi_2 \approx 6$  cm,焦距 $f_2 = 13.2$  cm,放大率 $\beta = 10$ . $f_1$ 及 $\phi_1$ 可不必提出具体规格要求。

2. 电源选择:选择2 kVA调压变压器,使输出电压调至12 V,再接到光源上。

3. 参数测量:

(1)测凸透镜焦距,可采用平行光法、物像距法、位移法(4倍焦距法)等任选一种即可,有效数字要求三位。

(2)放大率测定:直接测物长与像长之比或物距与像距之比均可.前者只能得两位有效数字,后者应得三位有效数字。

4. 思考题:应改为反射式投影系统,画出如图9'-21或图9'-22两种光路之一均算正确。

说明:

(1)关键是改为反射式照明,加平面镜为的是使系统结构紧凑,使用方便。

(2)为使物得到足够亮且均匀照明,一般均采用双灯对称照明。

图9'-21和图9'-22中,A为物(不透明图片等),L为成像透镜,P为像屏,S为光源,M为

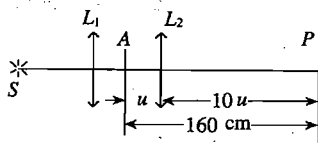


图9'-20

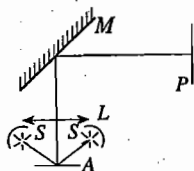


图 9'-21

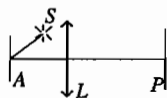


图 9'-22

平面镜.

### □ 试

一、取原中性粒子所在处为坐标原点 ( $x = 0, y = 0$ ). 设分裂后粒子  $a$  的质量为  $m$ , 速度大小为  $v$ , 电荷为  $q_a$ ; 粒子  $b$  的质量为  $m'$ , 速度大小为  $v'$ , 电荷为  $q_b$ .

设粒子  $a$  的电量  $q_a = q > 0$ , 则由电荷守恒定律, 有

$$q_b = -q_a = -q$$

根据动量守恒定律, 有

$$mv = m'v' \quad (1)$$

粒子  $b$  沿  $-y$  方向运动.

由于  $a, b$  所带电量符号相反, 它们在磁场中将做转动方向相反的回旋运动. 粒子  $a$  在  $B_1$  区内运动时的回旋半径  $r_1$  和周期  $T_1$  分别为

$$r_1 = mv/(qB_1), \quad T_1 = 2\pi m/(qB_1) \quad (2)$$

当  $t = t_1 = T_1/2 = \pi m/(qB_1)$  时,  $a$  第一次回到分界面, 其  $x$  坐标为

$$x_1 = d_1 = 2r_1 = 2mv/(qB_1) \quad (3)$$

然后,  $a$  进入  $B_2$  区, 在  $B_2$  区中,  $a$  的回旋半径  $r_2$  和周期  $T_2$  分别为

$$r_2 = mv/(qB_2) \quad (4)$$

$$T_2 = 2\pi m/(qB_2)$$

当  $a$  再经过时间间隔  $t_2 = T_2/2$ , 即

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\pi m}{q} \left( \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \right)$$

时,  $a$  第二次回到界面. 此时其  $x$  坐标为

$$x_2 = 2(r_1 - r_2) = d_1 - d_2 \quad (5)$$

由于  $B_2 > B_1$ , 故  $d_1 > d_2, x_2 > 0$ , 这样回旋下去, 粒子  $a$  各次回到分界面的坐标和时间分别为:

$$d_1, d_1 - d_2, 2d_1 - d_2, 2(d_1 - d_2) \dots \quad (6)$$

$$t_1, t_1 + t_2, 2t_1 + t_2, 2(t_1 + t_2) \dots \quad (7)$$

写成普遍的形式,则  $a$  的坐标和时间分别为:

$$x_a = d_1 + k(d_1 - d_2) = (k+1)d_1 - kd_2 \text{ 或 } (k+1)(d_1 - d_2) \quad (8)$$

$$t_a = (k+1)t_1 + t_2 \quad \text{或 } (k+1)(t_1 + t_2) \quad (9)$$

其中  $k = 0, 1, 2, \dots$

对粒子  $b$  可作类似的讨论. 由于  $m'v' = mv$ , 粒子  $b$  在  $B_1$  区和  $B_2$  区的回旋半径与粒子  $a$  一样, 即  $r_1' = r_1, r_2' = r_2$ , 但回旋周期不同,  $b$  在  $B_2$  区和  $B_1$  区的回旋半周期分别为

$$t_2' = \pi m' / (qB_2) \quad \text{和} \quad t_1' = \pi m' / (qB_1) \quad (10)$$

粒子  $b$  各次回到分界面的坐标和时间分别为:

$$x_b = d_2 + k'(d_2 - d_1) = (k'+1)d_2 - k'd_1 \text{ 或 } (k'+1)(d_2 - d_1) \quad (11)$$

$$t_b = (k'+1)t_2' + k't_1' \quad \text{或 } (k'+1)(t_2' + t_1') \quad (12)$$

其中  $k' = 0, 1, 2, \dots$

按题目要求, 粒子  $a, b$  在分界面处相遇, 则  $x_a = x_b, t_a = t_b$ . 由于  $x_a$  总是正的, 而  $(k'+1)(d_2 - d_1) < 0$ , 故考虑二者相遇时, 可排除  $(k'+1)(d_2 - d_1) < 0$  的情形, 而只研究下面两种情形:

$$(k+1)d_1 - kd_2 = (k'+1)d_2 - k'd_1 \quad (13)$$

$$(k+1)t_1 + t_2 = (k'+1)t_2' + k't_1' \quad (14)$$

和  $(k+1)(d_1 - d_2) = (k'+1)d_2 - k'd_1 \quad (15)$

$$(k+1)(t_1 + t_2) = (k'+1)t_2' + k't_1' \quad (16)$$

对于第一种情况, 由坐标方程解出  $k + k' = -1$ .

因  $k$  和  $k'$  都为非负整数, 所以这种情况也不可能出现, 对于第二种情况, 由坐标方程解出

$$d_1/d_2 = (k + k' + 2)/(k + k' + 1) \quad (17)$$

由于  $d_1/d_2 = r_1/r_2 = B_2/B_1$ , 得

$$B_2/B_1 = (k + k' + 2)/(k + k' + 1), \quad k, k' = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

这是  $a, b$  在分界面上通过同一点的情况下  $B_1$  和  $B_2$  的数值必须满足的关系. 若要  $a, b$  相遇, 则还必须满足  $t_a = t_b$ .

将  $t_1 = \pi m / (qB_1), t_2 = \pi m / (qB_2), t_1' = \pi m' / (qB_1), t_2' = \pi m' / (qB_2)$  代入, 即可解出  $m$  和  $m'$  必须满足的关系式

$$\frac{m'}{m} = \frac{(k+1)(B_2/B_1 + 1)}{k'+1 + k'B_2/B_1} = \frac{2k^2 + 2kk' + 5k + 2k' + 3}{2k'^2 + 2kk' + k + 4k' + 1} \quad (19)$$

其中  $k, k' = 0, 1, 2, \dots$  如果令  $k + k' + 1 = n$ , 则有

$$B_2/B_1 = (n+1)/n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{(2n+1)(k+1)}{2n(n+1) - (2n+1)(k+1)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (21)$$

这是  $a, b$  在分界面相遇必须满足的两个条件.

在本题中,  $B_2/B_1 = 4/3$ , 故  $n = 3$ . 若  $a, b$  在分界面上相遇, 则它们的质量比必须为

$$m'/m = 7/17, 7/5, 7 \quad (22)$$

对应于上式中  $k = 0, 1, 2$ . 在这三种情况下二者可以在分界面相遇, 而且只有这三种情况.

本题是关于电磁漂移运动的问题. 带电粒子射入磁场中时, 如果磁场是不均匀的, 则一般说来, 粒子除了回旋运动外, 还有漂移运动. 本题把非均匀磁场简化为每半边都是均匀磁场但两边的磁感应强度不同.

若把带电粒子  $a, b$  在磁场中运动的轨迹画出来, 则如图 9'-23 所示. 图中相遇点 1 对应于  $k = 0$ ,

$k' = 2$ . 即  $\frac{m'}{m} = \frac{7}{17}$ . 这时由 (15) 式可知,  $a$  粒子先在  $B_1$  区向上回旋到 4 处, 然后在  $B_2$  区向下回旋到 1 处.  $b$  粒子先在  $B_2$  区向上回旋到 3 处, 再在  $B_1$  区向下回旋到 -1 处, 再在  $B_2$  区向上回旋到 2 处, 再在  $B_1$  区向下回旋到 -2 处, 再在  $B_2$  区向上回旋到 1 处, 与  $a$  相遇. 图中相遇点 2 对应  $k = 1, k' = 1$ . 即

$\frac{m'}{m} = \frac{7}{5}$ . 这时由 (15) 式可知,  $a$  先在  $B_1$  区运动到 4, 再在  $B_2$  区运动到 1, 再在  $B_1$  区运动到 5, 再在  $B_2$  区运动到 2. 而  $b$  只在  $B_2$  区运动到 3, 再在  $B_1$  区运动到 -1, 再在  $B_2$  区运动到 2, 与  $a$  相遇. 图中相遇点 3 对应  $k = 2, k' = 0$ , 即  $\frac{m'}{m} = 7$ . 这时  $a$  先到 4, 再到 1, 再到 5, 再到 2, 再到 6, 再到 3. 而  $b$  则由 0 处开始在  $B_2$  区中向上回旋到 3 与  $a$  相遇.

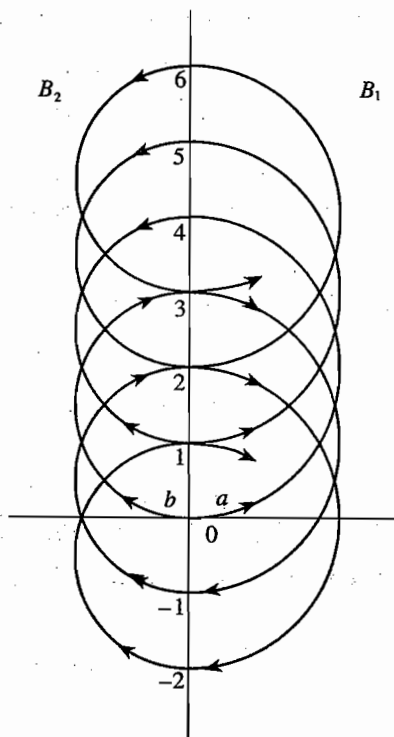


图 9'-23

二、电子与核之间的作用力是库仑力, 它与距离的关系也是平方反比关系, 所以在本题中可以用引力的规律进行处理.

在发生俘获前电子绕核做圆周运动, 设其速度为  $v_0$ , 则有

$$Ze^2/r_0^2 = mv_0^2/r_0$$

由此可求得  $v_0$  和动能  $E_k$  分别为

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e^2}{mr_0}}, \quad E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{Ze^2}{2r_0}$$

此时电子的电势能为

$$E_p = -Ze^2/r_0$$

故电子的总能量为

$$E = E_k + E_p = -Ze^2/(2r_0)$$



电子运动周期为

$$T = \frac{2\pi r_0}{v_0} = 2\pi(r_0)^{3/2} \sqrt{\frac{m}{Ze^2}}$$

设在  $e_1$  位于  $A$  点时另一个电子被俘获,以后  $e_1$  将如何运动呢?根据题设,俘获结束时  $e_1$  的速度  $v_A' = v_0$ , 动能

$$E'_{kA} = mv_A'^2/2 = E_k$$

但由于核上的电荷由  $Ze$  变为  $(Z-1)e$ , 电势能变为

$$E_p'(r_0) = -(Z-1)e^2/r_0$$

因而总能量变为

$$\begin{aligned} E' &= E'_{kA} + E_p'(r_0) = \frac{Ze^2}{2r_0} - \frac{(Z-1)e^2}{r_0} \\ &= -\frac{(Z-2)e^2}{2r_0} > E \end{aligned}$$

由上式可知,  $Z$  一定大于 2, 因为若  $Z \leq 2$ ,  $E' \geq 0$ , 电子  $e_1$  将运动到无穷远处而脱离原子, 与题设矛盾. 由上式还可以看到, 此时库仑力小于维持圆周运动所需的向心力, 故电子  $e_1$  将作椭圆运动, 而  $A$  应位于长轴上的近日点或远日点, 因为  $e_1$  在此处的速度垂直于电子与核的连线. 假设长轴上的另一端点为  $B$ , 与核的距离为  $r_B$ ,  $e_1$  在  $B$  点处的速度为  $v_B$ , 则根据面积速度守恒及能量守恒有:

$$\text{面积速度: } S = \frac{1}{2}r_B v_B = \frac{1}{2}r_0 v_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Ze^2 r_0}{m}}$$

$$\text{能量: } \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{(Z-1)e^2}{r_B} = -\frac{(Z-2)e^2}{2r_0}$$

由此二式可得  $r_B$  的方程式

$$\frac{(Z-2)r_B^2}{Zr_0^2} - \frac{2(Z-1)r_B}{Zr_0} + 1 = 0$$

解出  $r_B = r_0$  和  $r_B = Zr_0/(Z-2)$ . 第一个解即为  $A$  点, 第二个解为  $B$  点. 由于  $r_B = Zr_0/(Z-2) > r_0$ , 可知  $A$  点为近日点,  $B$  为远日点. 设  $a, b, c$  为此椭圆轨道的半长轴、半短轴和半焦距, 则有

$$r_0 = a - c$$

$$Zr_0/(Z-2) = a + c$$

由此可求出此椭圆的轨道参数:

$$a = \frac{Z-1}{Z-2}r_0, \quad c = \frac{1}{Z-2}r_0, \quad b = \sqrt{\frac{Z}{Z-2}}r_0$$

和  $e_1$  的运动周期

$$T' = \frac{\pi ab}{S} = \frac{2\pi(r_0)^{3/2}}{e} \frac{Z-1}{Z-2} \sqrt{\frac{m}{Z-2}} > T$$

$$= \frac{2\pi(r_0)^{3/2}}{e} \sqrt{\frac{m}{Z}}$$

当电子绕核做圆轨道运动时,它所受的核对它的库仑力即向心力和加速度 $\frac{v^2}{r}$ 之间满足牛顿定律.此时,如果电子的速度的大小或方向突然变化而向心力不变,或者向心力的大小突然变化而速度的大小和方向不变,则此后的运动就不能再继续维持原来的圆周运动,其轨迹将变为椭圆或抛物线.在本题所给的条件是变为椭圆.

在本题中,如果过程反过来,即若原子核放出电子,这时核的电荷变为 $(Z+1)e$ ,引力势能就变得更小,电子 $e_1$ 的动能和引力势能相比,相对变小,此后电子 $e_1$ 也将变为椭圆轨迹.或者说,此时由于引力变大即向心力变大,而动能不变,从而速度不变,这样电子 $e_1$ 此后的运动也不能继续维持圆周运动,而要在向心力作用下向里偏,运动轨道就变为椭圆.此时所在点为椭圆轨道的远日点,运动周期将变短.

# 第十届竞赛试题解答与剖析

## 预赛(第一试)

一、1. D.      2. C; H.

二、1. 如图 10'-1. BC 斜率的绝对值应为  $h/e$ .

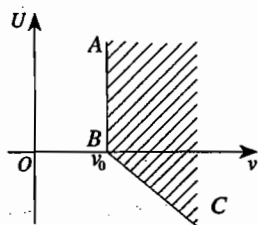


图 10'-1

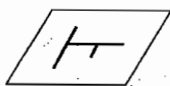


图 10'-2

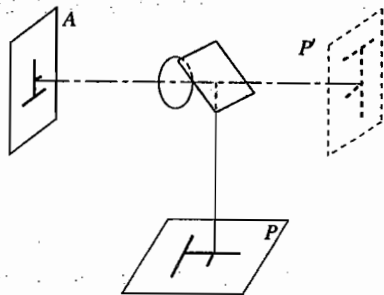


图 10'-3

2. 如图 10'-2.

如果没有反射镜,应在像面  $P'$  上成一绕光轴转  $180^\circ$  的实像,如图 10'-3 中虚线所示.因此,对于平面反射镜,这就是光束会聚在镜后各点的成像问题.从镜面反射的光束应会聚在镜前的像面  $P$  上,实际成的像与  $P'$  上假想像对于镜面对称.故得如图 10'-2 的答案.

三、作用在球上的力有重力  $M_1g$ 、AD 绳的拉力  $T$  和 ACE 绳的压力  $N$ . 由于不考虑绳与球的摩擦,所以  $N$  的方向沿半径指向球心. 重力也是通过球心的. 由于球平衡,所以绳 AD 的拉力也必过球心,因此可判断绳一定沿 OA 方向(如图 10'-4).

对球和重物组成的系统,根据平衡条件,  $M_1g$  和  $M_2g$  对 A 点的力矩大小相等. 即

$$M_1g \cdot \overline{OB} = M_2g \cdot \overline{BC} \quad (1)$$

由图可知  $\overline{OB} = L \sin \theta$ ,  $\overline{BC} = R - L \sin \theta$

代入①式,可解得

$$\sin \theta = \frac{M_2 R}{L(M_1 + M_2)}$$

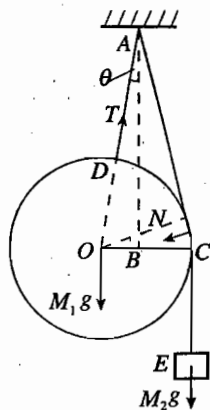


图 10'-4

$$\theta = \arcsin \frac{M_2 R}{L(M_1 + M_2)}$$

利用对  $A$  点的力矩的平衡关系, 要比讨论过球心的三力平衡要简捷得多, 因为无需知道  $T$  和  $N$  的大小.

四、当有磁场存在时, 设电离气体(相当于导体)的流速为  $v$ , 因其切割磁感线, 将产生横向的感应电动势, 其大小为

$$E = vaB \quad (1)$$

因为电离气体是匀速流动, 当无磁场时, 管两端电离气体的压力差与摩擦力平衡. 当有磁场时, 由于感应电流的存在, 电离气体还将受到安培力作用, 这时压力差与安培力以及这时的摩擦力平衡. 已知摩擦力与流速成正比, 因而可通过这两次平衡求得流速  $v$  的值, 与 (1) 式结合即可求得  $E$ . 由欧姆定律可知, 感应电流

$$I = E/R$$

$R$  是整个电路的电阻,

$$R = \rho a/lb + R_L$$

管内电离气体所受的安培力

$$F = IBa$$

其方向可由  $E$  及  $I$  的方向判断出是和流速方向相反的, 即图 10-5 中向左的方向.

当无磁场时, 用  $f$  表示摩擦力, 由力的平衡可知

$$pab = f$$

当有磁场时, 用  $f'$  表示摩擦力, 由力的平衡可知

$$pab = F + f'$$

已知流速与摩擦力成正比, 所以有

$$v_0/v = f/f'$$

由以上诸式可解得

$$E = Bv_0a/[1 + B^2v_0a/pb(\rho a/lb + R_L)]$$

五、已知没有导体板  $bc$  时, 电容器  $ad$  的电容为  $C$ , 当有  $bc$  存在时, 电容器的电容  $C'$  相当于两个电容器  $ab$  和  $cd$  串联, 而每个电容器的电容和  $C$  相比是其 3 倍(因距离减为原来的  $1/3$ ), 所以得

$$1/C' = (1/3C) + (1/3C), \quad C' = (3/2)C \quad (1)$$

电容器中的电能原来为  $(1/2)C'E^2 = (3/4)CE^2$ , 后来为  $(1/2)CE^2$ . 在抽走  $bc$  过程中电能的减少量为

$$\Delta U_1 = (3/4)CE^2 - (1/2)CE^2 = (1/4)CE^2 \quad (2)$$

电容器极板上的电量原来为  $C'E = (3/2)CE$ , 后来为  $CE$ , 所以电量的减少量为

$$(3/2)CE - CE = (1/2)CE$$

由此可知电源充电电能为

$$\Delta U_2 = (1/2)CE^2 \quad (3)$$

用  $W$  表示电阻上消耗的电能,由能量守恒可知

$$A + \Delta U_1 = \Delta U_2 + W$$

所以

$$W = A + \Delta U_1 - \Delta U_2 \quad (4)$$

将②、③两式代入④式得

$$W = A - (1/4)CE^2$$

这是一道能量守恒的题目,分析时要注意各量的正负号.

六、1. 如图 10'-5 所示.

以电源负极为电势零点(见图 10-7).

(1) 当输入电压  $U_1 = 0$  时,  $U_{B1} - U_{E1} = 0 < 0.6 \text{ V}$ , 故三极管 I 关断, 这时  $U_{E2} = U_{E1} = 0$ .  $U_{B2} - U_{E2} = 10 \times 12 / (4 + 20 + 10) \text{ V} \approx 3.5 \text{ V} > 0.6 \text{ V}$ , 所以三极管 II 导通, 输出电压为

$$U_2 = 510 \times 12 / (2000 + 510) \text{ V} \approx 2.4 \text{ V}$$

三极管 II 导通后, 在  $R_1$  (指  $510 \Omega$  那个电阻) 上有电压降, 使发射极电势升高. 这时

$$U_{E2}' = U_{E1}' = 12 \times 510 / (2000 + 510) \text{ V} \approx 2.4 \text{ V}$$

$$U_{B1} - U_{E1}' = 0 - 2.4 \text{ V} = -2.4 \text{ V} < 0.6 \text{ V}$$

$$U_{B2} - U_{E2}' = 3.5 \text{ V} - 2.4 \text{ V} = 1.1 \text{ V} > 0.6 \text{ V}$$

故三极管 I 仍关断, II 仍导通, 处于稳定状态.

(2) 使输入电压增加到  $U_1 = U_{B1}' = 3.0 \text{ V}$  时,

$$U_{B1}' - U_{E1}' = 3.0 \text{ V} - 2.4 \text{ V} = 0.6 \text{ V}$$

使三极管 I 导通, 导通后, 由于  $R_1$  上的电压降使  $U_{E1}'$  变为

$$U_{E1}'' \approx 12 \times 510 / [510 + 4000 \times 2000 / (4000 + 2000)] \text{ V} \approx 3.3 \text{ V}$$

(此式中忽略了并联的  $20 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega$ .) 而

$$U_{B2}' = 3.3 \times 10 / (10 + 20) \text{ V} \approx 1.1 \text{ V}$$

$$U_{B2}' - U_{E2}'' = 1.1 \text{ V} - 3.3 \text{ V} = -2.2 \text{ V} < 0.6 \text{ V}$$

使三极管 II 关断, 这样  $U_{E1}''$  由  $3.3 \text{ V}$  变为

$$12 \times 510 / (510 + 4000) \text{ V} = 1.3 \text{ V}$$

$$U_{B1}' - U_{E1}'' = 3.0 \text{ V} - 1.3 \text{ V} = 1.7 \text{ V} > 0.6 \text{ V}$$

故三极管 I 仍保持导通, 因为三极管 II 关断,  $U_{C2} = 12 \text{ V}$ . 这时输出端电压  $U_2' = 12 \text{ V}$ , 电路处于稳定状态.

(3) 继续增加输入电压时, 输出电压不再变化, 仍为  $U_2' = 12 \text{ V}$ .

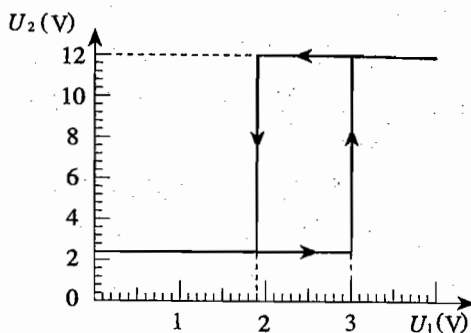


图 10'-5

(4) 从  $U_1 = 3.0 \text{ V}$  减小输入电压时, 由于现在  $U_{E1}'' = 1.3 \text{ V}$ , 因此, 输入电压降低到  $U_1' = U_{B1}'' = 1.9 \text{ V}$ , 能使

$$U_{B1}'' - U_{E1}'' = 0.6 \text{ V}$$

电压再降一点, 即达到(1)中所讨论的情况, 三极管 I 关断, II 导通, 这时输出电压又变到

$$U_2 = 2.4 \text{ V}$$

当输入电压  $U_1$  由  $1.9 \text{ V}$  变到  $0$  时, 仍与(1)中所讨论的情况相同, 输出电压保持在  $U_2 = 2.4 \text{ V}$ , 不再改变.

2. 例如用来控制水塔自动上水、冰箱自动启动等.

关于硅 NPN 开关三极管的性能, 中学生是完全没有学过的, 施密特触发器的电路更没有见过. 本题要求用刚刚获得的知识去分析一个未见过的电路, 能在完全平等的基础上考查学生分析问题的能力.

七、1. 入射光线进入透镜底面时, 方向不变, 只在锥面上发生折射, 如图 10'-6 所示. 由图可得, 过锥面的折射角  $\gamma$  满足折射定律

$$n \sin \beta = \sin \gamma$$

而光线的偏向角, 即折射线与光轴的夹角  $\delta = \gamma - \beta$ . 这也是所有入射的平行光线的偏向角.

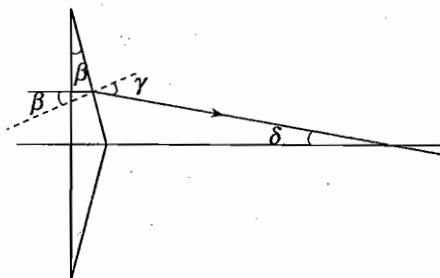


图 10'-6

图 10'-7 画出在图面上的入射光线经透镜后的折射光束的范围. 通过锥面  $S$  处和  $S'$  处的折射线分别相互平行, 构成两个平面光束, 交角为  $2\delta$ , 把图 10'-7 绕光轴旋转  $180^\circ$  就得到经过透镜后的全部出射光线的空间分布.

下面分析在屏上看到的图像及屏向远处移动时图像的变化.

(1) 当屏在  $A$  处时, 照到屏上的光束不重叠, 屏上是一个明亮程度均匀的圆盘, 半径略小于  $R$ .

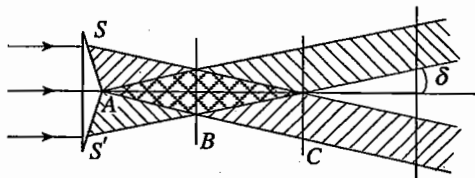


图 10'-7

(2) 屏在  $A$ 、 $B$  之间时, 照到屏上的光束有部分重叠, 在光束重叠处屏上亮度较不重叠处大. 特别是在屏与光轴的交点, 即屏上图像中央处会聚了在透镜底面上一个极细的圆环上的全部入射光的折射线, 因此这一点最亮. 在这点周围是一个以这点为中心的弱光圆盘, 再外面是更弱的光圆环, 如图 10'-8(a).

(3) 在屏从  $A$  到  $B$  远移过程中, 屏上图像中央的亮点越远越亮(这是因为会聚在这里的入射光细圆环半径增大、面积增大), 外围光圆盘越远越大, 再外的弱光圆环则外径减小, 宽度减小. 直到屏在  $B$  点时弱光环消失.

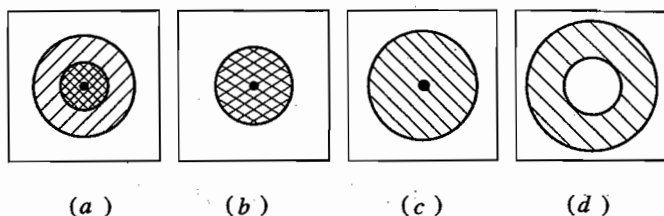


图 10'-8

(4) 屏在  $B$  点时,在中央亮点之外有一个亮度均匀的光圆盘,如图 10'-8(b).

(5) 屏继续远移时,图像又一般地如图 10'-8(a) 形状,只是屏越远中央亮点越亮,亮点周围光圆盘越小,再外弱光环越宽,越大.

(6) 当屏移到  $C$  点时,图像中央亮点达到最大亮度. 外围是一个由弱光圆环扩大而成的光圆盘. 如图 10'-8(c).

(7) 屏移过  $C$  点后到达光束不重叠的区域,这时屏上图像为中央一个暗圆盘,外围一个弱光圆环,不再有中央亮点. 如图 10'-8(d).

(8) 屏继续远移,图像形状仍如图 10'-8(d),只是越远暗盘半径越大,外围弱光环也扩大,但环的宽度不变.

2. 在  $\beta$  小时,  $\gamma$  也小,有  $\sin \beta \approx \beta, \sin \gamma \approx \gamma, \gamma = n\beta$ , 故  $\delta = (n - 1)\beta$ . 略去透镜厚度,同  $B, C$  处距  $A$  的距离分别为

$$x_C = R/\delta \approx R/[(n - 1)\beta]$$

$$x_B = x_C/2 \approx R/[2(n - 1)\beta]$$

因此在第 1 问解答中,

(1)、(2)、(3)、(4) 所述的变化过程对应于  $0 \leq x \leq x_B$ ;

(5)、(6) 所述的图像变化过程对应于  $x_B < x \leq x_C$ ;

(7)、(8) 所述的图像变化过程对应于  $x > x_C$ .

本题是几何光学中的一个新题型,学生事前不会接触此题. 本题考查学生当场分析一个新问题的能力.

八、铅块在第 1 个木块上滑行时受到摩擦阻力为

$$f_1 = \mu_1 Mg = 2.0 \text{ N} \quad \textcircled{1}$$

此力的反作用力作用在第 1 个木块上,要使木块也运动,此力必须大于所有木块所受最大静摩擦力之和  $f$ .

$$f = 9\mu_2 mg + \mu_2 (m + Mg) = 5.0 \text{ N} \quad \textcircled{2}$$

由 ①、② 可知,  $f_1 < f$ . 所以铅块在第 1 个木块上滑行时,所有木块都不动.

进一步分析,铅块运动到何处时木块开始运动. 每个木块与地面间的最大静摩擦力为

$$\mu_2 mg = 0.4 \text{ N} \quad \textcircled{3}$$

铅块压在那个木块与地面间的最大静摩擦力为

$$\mu_2(m+M)g = 1.4 \text{ N} \quad (4)$$

而铅块压在那个木块所受铅块对它的摩擦力的大小总是  $f_1 = 2.0 \text{ N}$ . 由①、③、④可知, 只有当铅块刚滑到倒数第 2 个木块上时, 这最后两个木块才能被铅块带动. 至于铅块能否滑到该木块上去, 还要作如下分析:

设铅块能滑至倒数第 2 个木块时的速度为  $V$ , 其动能即  $MV^2/2$ . 如果由题设条件求出此动能为正值, 则表示铅块能滑到此木块上. 铅块从第 1 个木块开始到滑过第 8 个木块时, 克服摩擦力所做的功为

$$\mu_1 Mg \times 8l = 8.0 \text{ J}$$

因此

$$MV^2/2 = MV_0^2/2 - 8.0$$

代入数值可得

$$V^2 = 2.49 \text{ m}^2/\text{s}^2 > 0 \quad (5)$$

可见铅块能滑到倒数第 2 个木块上, 并带动最后两个木块向右运动. 以后的运动过程的起始状态如图 10'-9 所示.

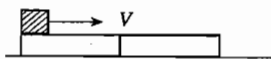


图 10'-9

进一步分析铅块能否滑到最后的木块上. 如果能, 则其过程将如图 10'-10 所示, 且必须有  $V' \geq v'$ ,  $V'$  和  $v'$  分别表示铅块刚滑到最后木块上时铅块和木块的速度. 图中  $S$  为木块在此过

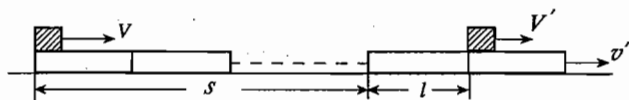


图 10'-10

程中运动的距离. 下面计算  $V'$  和  $v'$ , 看是否满足上述要求. 应用牛顿定律可求得铅块和木块的加速度的大小分别为

$$a_M = \mu_1 Mg/M = \mu_1 g = 2.0 \text{ m/s}^2 \quad (6)$$

$$a_m = [\mu_1 Mg - \mu_2 mg - \mu_2(m+M)g]/(2m) = 0.25 \text{ m/s}^2 \quad (7)$$

将此值代入运动学公式, 得

$$V'^2 = V^2 - 2a_M(s+l) = 2.49 - 4(s+0.5) \quad (8)$$

$$v'^2 = 2a_m s = 0.5s \quad (9)$$

$$V' = V - a_M t = \sqrt{2.49} - 2t \quad (10)$$

$$v' = a_m t = 0.25t \quad (11)$$

由⑧、⑨消去  $s$ , ⑩、⑪消去  $t$ , 可得

$$V'^2 = 0.49 - 8v'^2 \quad (12)$$



$$V = \sqrt{2.49} - 8v' \quad (13)$$

由此可解得

$$\begin{cases} V' = 0.611 \text{ m/s} \\ v' = 0.121 \text{ m/s} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} V' = -0.26 \text{ m/s} \\ v' = 0.23 \text{ m/s} \end{cases} \quad (14)$$

(15)

第一组解为合理值. 可见  $V' > v'$ , 即铅块能运动到最后一块木块上去.

最后再来讨论铅块能否脱离最后一块木块而落在地面上. 若铅块能落在地面上, 则图 10'-11 所示的  $V''$  要大于  $v''$ . 图中  $V''$  和  $v''$  分别表示铅块将要脱离木块时铅块和木块的速度. 对铅块应用牛顿定律可得

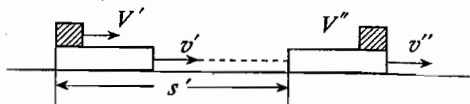


图 10'-11

$$\mu_1 Mg = Ma_M$$

由运动学公式可得

$$V''^2 = V'^2 - 2a_M(s' + l)$$

将 (14) 式中  $V'$  的数值以及  $\mu_1$ 、 $g$ 、 $l$  的数值代入, 可得

$$V''^2 = -1.63 - 4s' < 0$$

由此可知不合理. 故铅块不可能达到木块的左端, 而只能停在(相对于木块)它上面, 最后和木块一起相对于地面停下来.

本题是一道综合性力学题, 需要把动力学, 运动学, 静摩擦力和滑动摩擦力等知识联合运用去解决本题. 但本题没有曲折的地方, 只要一步一步地分析, 就能得出正确结果.

九、活塞 A 的位置与 A 上方的气体的温度有关, 只要活塞 A 不达到上部圆筒的底部, 上方气体和下方气体所进行的过程都是等压过程, 用  $p_1$  和  $p_2$  分别表示上、下气体的压强, 有

$$p_1 = p_2 - (2mg/2S) \quad (1)$$

$$p_2 = p_0 - (mg/S) \quad (2)$$

令  $V_0$  表示温度为  $T_0$  时, 上方气体的体积, 则起始时活塞 A 不达到上部圆筒的底部的条件是

$$V_0 = RT_0/p_1 < V_m \quad (3)$$

由以上三式得到,

$$T_0 < (V_m/R)[p_0 - (2mg/S)] \quad (4)$$

1. 情况 I. 若  $T_0$  过高, 条件 (3) 不满足, 即

$$T_0 \geq (V_m/R)[p_0 - (2mg/S)]$$

A 上方气体的体积  $V_1 = V_m$ , 加热时气体体积不变, 为等容过程, 不做功. 根据热力学第一定律

$$Q_0 = \Delta U_1 = cT_i - cT_0$$

即

$$T_i = (Q_0/c) + T_0 \quad (5)$$

情况 I. 若满足等压过程条件 ③, 则上方气体的初始体积  $V_0$  为

$$V_0 = RT_0/p_1 \quad (6)$$

在加热过程中, 活塞 A 向下移动. 设移动的距离为  $\Delta x$ , 则上方气体对外做的功

$$W = p_1 2S\Delta x$$

$2S\Delta x$  为加热过程中, 上方气体体积的增加量. 若  $V'$  为上方气体末态的体积, 则  $2S\Delta x = V' - V_0$ , 上方气体在等压过程中做的功为

$$W = p_1(V' - V_0) \quad (7)$$

由热力学第一定律

$$Q_0 = \Delta U_1 + W = cT_f - cT_0 + p_1(V' - V_0) \quad (8)$$

下面再分两种情况讨论:

(1) 设整个过程完成后, 活塞 A 仍未达到上圆筒的底部, 则有

$$p_1 V' = RT_f \quad (9)$$

将此式及⑥式代入⑧式中, 得

$$T_f = [Q_0/(R+c)] + T_0 \quad (10)$$

因为此情况成立的条件是  $V' < V_m$ , 反映到⑧式中则要求

$$Q_0 \leq c(T_f - T_0) + p_1(V_m - V_0) = Q_{\max}$$

而

$$\begin{aligned} Q_{\max} &= c(T_f - T_0) + p_1 V_m - RT_0 \\ &= cp_1 V_m/R - (c+R)T_0 + p_1 V_m \\ &= (c+R)[(p_0 - 2mg/S)V_m/R - T_0] \end{aligned} \quad (11)$$

所以此情况成立的条件是③式和

$$Q_0 \leq (c+R)[(p_0 - 2mg/S)V_m/R - T_0] \quad (12)$$

(2) 当⑫式不成立时, 即所加的热量过多, 热量加到⑪式所表示的  $Q_{\max}$  时, 活塞 A 已经到达底部, 设这时上方气体的温度为  $T$ , 根据⑩式有

$$T = Q_{\max}/(R+c) + T_0 \quad (13)$$

在此之后, 连续加入热量  $(Q_0 - Q_{\max})$  时, 上方气体经历的过程是等容过程, 其温度的增加服从⑤式, 即

$$T_f = (Q_0 - Q_{\max})/c + T$$

将⑪、⑬式代入, 得

$$\begin{aligned} T_f &= (Q_0 - Q_{\max})/c + Q_{\max}/(R+c) + T_0 \\ &= Q_0/c - RQ_{\max}/(R+c) + T_0 \\ &= [Q_0 - (p_0 - 2mg/S)V_m + (R+c)T_0]/c \end{aligned} \quad (14)$$

总结以上, 可知

$$T_i = \begin{cases} (Q_0/c) + T_0 & \text{当 } T_0 \geq (V_m/R)[p_0 - (2mg/S)] \text{ 时} \\ Q_0/(R+c) + T_0 & \text{当 } \begin{cases} T_0 < (V_m/R)[p_0 - (2mg/S)] \\ Q_0 \leq (R+c)[(p_0 - 2mg/S)V_m/R - T_0] \end{cases} \\ [Q_0 - (p_0 - 2mg/S)V_m + (R+c)T_0]/c & \text{当 } \begin{cases} T_0 > (V_m/R)[p_0 - (2mg/S)] \\ Q_0 > (R+c)[(p_0 - 2mg/S)V_m/R - T_0] \end{cases} \end{cases}$$

2. 活塞 A 下部的气体的压强始终保持恒定不变, 与外界亦不发生热交换. 如果该气体对外界做了一定量的功, 则由 ⑥ 式可知气体的体积将增大. 根据该气体的气态方程和内能表示式  $p_2V = \nu RT, U_2 = \nu cT$  (式中  $\nu$  为下部气体的摩尔数). 气体体积的增加将导致温度上升, 内能增加. 但根据热力学第一定律, 在绝热的条件下, 若气体对外界做了一定量的功, 其内能必减少. 这一矛盾的结论表明 气体不可能对外界做功, 气体的体积也不会减小. 即在绝热的条件下, 一定质量的理想气体, 若其压强恒定不变, 则其体积也恒定不变. 在本题中, 体积保持恒定不变有几种不同的情况.

情况 I. A 上方体积  $V_1 = V_m$ . 即活塞已到达圆筒的底部, 活塞 A 不移动, 活塞 B 也不移动, 活塞 B 对大气做功

$$W = 0 \quad (15)$$

情况 II. (1) 活塞 A 未达到上部圆筒的底部, 向下移动一定的距离后仍未达到上部圆筒的底部, 活塞 B 向下移动适当的距离  $x$ , 从而保持下部气体的体积不变. 在这种情况下, 活塞 B 对大气的压力为  $p_0S$ , 它对大气所做的功

$$W = p_0Sx \quad (16)$$

式中  $Sx$  是活塞 B 扫过的体积. 由于下部气体的体积不变, 所以活塞 B 扫过的体积等于活塞 A 扫过的体积, 即等于上部气体体积的增加, 由 ⑥ 和 ⑨ 式可知

$$Sx = V' - V_0 = R(T_i - T_0)/p_1$$

代入 ⑩ 式并利用 ⑩ 式可得

$$W = [p_0/(p_0 - 2mg/S)][RQ_0/(R+c)] \quad (17)$$

(2) 当  $Q_0 > Q_{\max}$  时,  $Q_0 = Q_{\max} + (Q_0 - Q_{\max})$ , 其中在  $Q_{\max}$  传给 A 上部气体的过程中, 活塞 B 对大气做的功仍由 ⑩ 式表示; 而在  $(Q_0 - Q_{\max})$  传给 A 上部气体的过程中, 活塞 A 不动, 所以活塞 B 亦不动, 对大气做功为零. 因此由 ⑩ 式和 ⑪ 式得

$$\begin{aligned} W &= [p_0/(p_0 - 2mg/S)][RQ_{\max}/(R+c)] \\ &= p_0V_m - [p_0RT_0/(p_0 - 2mg/S)] \end{aligned} \quad (18)$$

总结以上, 可知

$$W = \begin{cases} 0 & \text{[情况 I]} \\ [p_0/(p_0 - 2mg/S)][RQ_0/(R + c)] & \text{[情况 II (1)]} \\ p_0V_m - [p_0RT_0/(p_0 - 2mg/S)] & \text{[情况 II (2)]} \end{cases}$$

这是一道热学综合题. 此题的特点在于有几种不同的情况, 不仅末态有不同情况, 初态也有不同的情况. 做题时不应忽略任何一种情况, 对每一种情况都要加以讨论.

## 决 赛

### 笔 试

一、用积木搭成图 10'-12 所示的单孔桥时, 跨高

$$H = 10h - h = 9h \quad (1)$$

最大跨度  $L$  可求得如下: 由于积木块是光滑的, 最上层两块积木间应无水平方向的相互作用力, 其他各积木块之间也无水平作用力. 设第  $n$  块积木端点与第  $n+1$  块积木端点的距离为  $\Delta x_n$  (见图 10'-13), 则第  $n$  块以上共有  $n-1$  块积木, 其合重力的作用线应在第  $n$  块积木的边缘  $B$  点的左方或通过  $B$  点, 否则上面的积木将不能维持平衡. 现要求跨度最大, 因此合重力应通过  $B$  点. 选择第

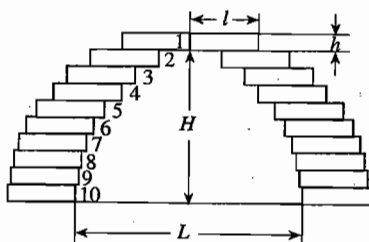


图 10'-12 拱桥示意图

$n+1$  块积木边缘  $A$  点为支点, 第  $n$  块积木的力矩平衡条件为

$$(n-1)G\Delta x_n = G(l/2 - \Delta x_n) \quad (2)$$

式中  $G$  为每个积木块所受重力. 由 (2) 式可得

$$\Delta x_n = l/2n = 2h/n$$

因此

$$\begin{aligned} L &= 2 \sum_{n=1}^9 \Delta x_n = 4h \sum_{n=1}^9 (1/n) \\ &= 4h(1 + 1/2 + \dots + 1/9) = 11.32h \end{aligned}$$

所以

$$L : H = 11.32h : 9h = 1.258$$

这是一道静力学的题目, 与平常题目不同在于不是一两个物体的平衡而是很多物体的平衡. 不翻倒的条件 (2) 式是解决本题的关键.

二、由于电路中的电阻和电感均可忽略不计, 电容器两端电压  $U_c$  等于金属杆  $ef$  在磁场中沿金属导轨下滑产生的动生电动势, 即

$$U_c = BLv \quad (1)$$

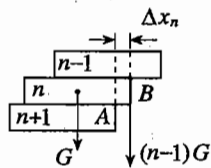


图 10'-13

金属杆的运动方程为

$$ma = mg - BLI \quad (2)$$

② 式中  $I$  为电容器充电电流.

$$I = \Delta Q / \Delta t = C \Delta U_C / \Delta t = CBL \Delta v / \Delta t = CBLa \quad (3)$$

把③式代入②式得到

$$a = mg / (m + CB^2L^2) \quad (4)$$

④ 式表明金属杆  $ef$  以恒定加速度  $a$  沿导轨下滑, 因此下滑速度  $v$  为

$$v = v_0 + at = v_0 + mgt / (m + CB^2L^2) \quad (5)$$

当电容器两端电压  $U_C = U_b$  时, 电容器被击穿, 由①式知此时的速度

$$v = U_b / BL \quad (6)$$

将⑥式代入⑤式得电容器被击穿所需的金属杆  $ef$  下滑的时间为

$$t = (U_b / BL - v_0)(m + CB^2L^2) / (mg)$$

三、当球 1 与球 2 连接后, 用  $Q_1'$  和  $Q_2$  分别表示球 1 和球 2 上的电量, 可得  $Q_2 = Q_1' = Q/2$ . 球 1 与球 3 连接后, 因球 1 和球 3 处于对称位置, 其电量  $Q_1''$  和  $Q_3$  相等, 故可得  $Q_3 = Q_1'' = Q/4$ . 球 1 与球 4 连接后, 电荷分布已呈不对称状态, 设连接后球 1 与球 4 上的电量分别为  $Q_1$  与  $Q_4$ . 它们可利用等电势方法求出, 即

$$U_1 = kQ_1/a + kQ_2/r + kQ_3/(\sqrt{2}r) + kQ_4/r$$

$$U_4 = kQ_1/r + kQ_2/(\sqrt{2}r) + kQ_3/r + kQ_4/a$$

以上各式中, 计算各球上的电荷在另一球处引起的电势时利用了  $r \gg a$  的条件. 由于  $U_1 = U_4$ , 且  $Q_1 + Q_4 = Q_1'' = Q/4$ ,

$$\text{故 } Q_1 = Q\{1 - a(\sqrt{2} - 1)/[\sqrt{2}(r - a)]\}/8$$

$$Q_4 = Q\{1 + a(\sqrt{2} - 1)/[\sqrt{2}(r - a)]\}/8$$

利用  $r \gg a$  的条件, 略去二阶小量, 上式可写成

$$Q_1 \approx Q[1 - a(\sqrt{2} - 1)/(\sqrt{2}r)]/8$$

$$Q_4 \approx Q[1 + a(\sqrt{2} - 1)/(\sqrt{2}r)]/8$$

最后将球 1 与球 4 断开并把球 1 接地. 设接地后球 1 所带电量为  $q_1$ , 电势为  $U_1'$ , 则球 1 的电势为

$$U_1 = kQ_1/a + kQ_2/r + kQ_3/(\sqrt{2}r) + kQ_4/r = 0$$

$$q_1 = -a(Q_2 + Q_3/\sqrt{2} + Q_4)/r$$

$$= -aQ[5/8 + 1/(4\sqrt{2}) + (\sqrt{2} - 1)a/(8\sqrt{2}r)]/r$$

$$\approx -aQ[5/8 + 1/(4\sqrt{2})]/r$$

此时球 1 上带负电, 故流入大地之电量  $Q_{\text{入地}}$  为

$$Q_{\text{入地}} = Q_1 + |q_1|$$

$$\begin{aligned}
 &= Q[1 - a(\sqrt{2} - 1)/(\sqrt{2}r)]/8 + aQ[5/8 + 1/(4\sqrt{2})]/r \\
 &= Q[1 + a(5 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}/2)/r]/8 \\
 &= Q[1 + a(4 + 3\sqrt{2}/2)/r]/8
 \end{aligned}$$

此题只需利用电荷  $q$  在某点的电势公式即可解出, 注意利用对称性可使工作量减轻.

四、根据题给已知条件(A)可画光路图如图 10'-14. 当透镜的平面镀银时, 其作用等同于一个焦距是 30 cm 的凹面镜, 即这时透镜等效于一个曲率半径是 60 cm 的球面反射镜. 根据凹面镜的成像性质, 当物点置于等效曲率中心  $C_1$  处时, 任一近轴光线经凸面折射、再经平面反射后将沿原路返回, 因此再经凸面折射后, 光线还通过  $C_1$  点, 物像重合, 从而可知光线在透镜内的方向必垂直于平面, 即平行于主光轴.

由近轴条件下折射定律和图中几何关系, 有

$$i = ni' \quad \text{和} \quad i = u + i'$$

故  $u + i' = ni'$

即  $n = 1 + u/i'$

依题意  $u = h/60, i' = h/30$

故  $n = 1.5$

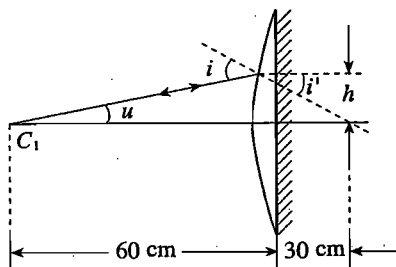


图 10'-14

在(B)的情形中, 若凸面镀银, 光路如图 10'-15 所示. 按上面的思路, 在已知条件(B)情况下只需找到等效曲率中心即可求出焦距  $f$ .

通过凸面任一点  $A$  作一垂直于球面指向曲率中心  $C$  的光线, 此光线经平面折射后交主光轴于  $C_2$ , 令  $C_2O' = r$ , 根据近轴条件下的折射定律

$$ni = i'$$

其中  $i = h/R, i' = h'/r$

对于薄透镜, 可以认为图 10'-15 中  $h' = h, O$  与  $O'$  重合, 即

$$C_2O \approx C_2O' = r, \text{ 则有}$$

$$n/R = 1/r$$

可得  $r = R/n$

根据光路可逆性, 在图 10'-15 中由  $C_2$  发出的光线经平面折射、球面反射、再经平面折射后, 仍回到  $C_2$  点. 由条件(B)可知,  $C_2$  即是等效凹面镜的曲率中心, 等效凹面镜的顶点在  $O$  (或  $O'$ ) 处, 故等效凹面镜的焦距为

$$f = r/2 = R/(2n)$$

由前面求出的  $n = 1.5$ , 可得  $f = 10$  cm.

这是一道很好的融反射和折射为一体的几何光学题目. 已知情况(A)是为求出玻璃的

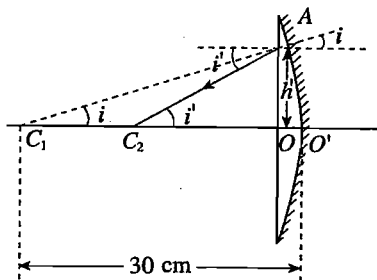


图 10'-15

折射率用的,但也要做巧妙的光路分析.

### 五、1. 计算 $P$ 、 $Q$ 的左移距离 $L_0$ .

如图 10'-16 所示,物块释放后在弹簧作用下滑动至平衡位置  $O$  处分离,其后物块  $P$  做简谐振动,物块  $Q$  做匀速运动.分离时两者具有相同速度  $v_0$ ,即

$$(m_P + m_Q)v_0^2/2 = kL_0^2/2 \quad (1)$$

已知  $m_Q = 2.5m_P = 2.5m$ , 于是

$$v_0 = \sqrt{2k/(7m)L_0} \quad (2)$$

依题意,物块  $P$  做一次全振动后将在  $O$  处与物块  $Q$  碰撞,应有

$$t_P = T = 2\pi \sqrt{m/k} \quad (3)$$

$$t_Q = 2L/v_0 = (2L/L_0) \sqrt{7m/(2k)} \quad (4)$$

由  $t_P = t_Q$  可得初始  $P$ 、 $Q$  的左移距离为

$$L_0 = \sqrt{7/2}L/\pi = 14 \sqrt{7/2}/13 \approx 2.01 \text{ cm} \quad (5)$$

### 2. 计算在题给第一段时间间隔内 $P$ 至分离点 $O$ 的最远距离.

物块  $P$  与  $Q$  分离后做第一次简谐振动的振幅,就是在物块分离后至第一次相碰这段时间内物块  $P$  至分离点的最远距离,记为  $A_1$ . 由机械能守恒,有

$$(1/2)mv_0^2 = (1/2)kA_1^2 \quad (6)$$

由 (2)、(5) 式可得  $v_0 = 14 \sqrt{k/m}/13$ , 所以

$$A_1 = \sqrt{m/k}v_0 = \sqrt{2/7}L_0 \approx 1.08 \text{ cm} \quad (7)$$

3. 计算在题给第二段时间间隔内,  $P$  至分离点  $O$  的最远距离. 设  $v_P$  与  $v_Q$  分别为  $P$  与  $Q$  第一次相碰后瞬间的速度, 则根据动量守恒与动能守恒, 有

$$m_P v_0 - m_Q v_0 = m_P v_P + m_Q v_Q \quad (8)$$

$$(1/2)m_P v_0^2 + (1/2)m_Q v_0^2 = (1/2)m_P v_P^2 + (1/2)m_Q v_Q^2 \quad (9)$$

解之可得

$$\begin{aligned} v_P &= (m_P - 3m_Q)v_0/(m_P + m_Q) = -13v_0/7 \\ &= -2 \sqrt{k/m} \text{ (方向向左)} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} v_Q &= (3m_P - m_Q)v_0/(m_P + m_Q) = v_0/7 \\ &= 2 \sqrt{k/m}/13 \text{ (方向向右)} \end{aligned} \quad (11)$$

此后,物块  $P$  做第二次简谐振动. 设其振幅为  $A_2$ . 由于  $m_Q > m_P$ , 所以第一次碰撞后  $Q$  的速度大小必小于  $v_0$  (这点从 (11) 式可直接看出). 已知当  $Q$  的速度为  $v_0$  时, 它往返一次的时间恰等于  $P$  的周期, 现在  $Q$  的速度小于  $v_0$ , 因此它不可能在  $P$  第一次碰后的  $1/2$  周期内与  $P$  再相碰. 因此  $A_2$  即为在两物块的第一次与第二次相碰之间的时间内,  $P$  至两物块第一次分离点的最远距离. 由能量守恒知:

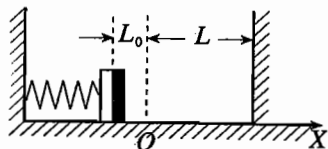


图 10'-16

$$m_P v_P^2 / 2 = k A_2^2 / 2$$

故

$$A_2 = \sqrt{m/k} v_P = 2 \text{ cm}$$

4. 图解法确定两物块第二次相碰的时刻  $t'$ .

以两物块第一次相碰的时刻作为计时起点, 位移以向右为正. 由  $t=0$  时  $x_P=0$  可知, 物块  $P$  的振动方程为

$$x_P = 2 \cos(\sqrt{k/m}t \pm \pi/2)$$

由 ⑩ 知物块  $P$  在  $t=0$  时刻以最大负向速度通过平衡位置, 由简谐振动的参考圆知上式中的初位相应取  $(+\pi/2)$ , 因此

$$x_P = 2 \cos(\sqrt{k/m}t + \pi/2)$$

根据此方程在题给余弦图上画出时间轴和时间起点  $O$ , 通过  $O$  点的纵轴(方向向上)就是位移  $X$  的轴线. 由  $A_2 = 2 \text{ cm}$  可给  $X$  轴定标.  $t$  轴则以振动周期  $T$  为时间单位.

物块  $Q$  达到右壁之前的运动方程为

$$x_Q = v_Q t = 2 \sqrt{k/m} t / 13$$

当  $t = T = 2\pi \sqrt{m/k}$  时,

$$x_Q = 4\pi/13 \text{ cm} \approx 1 \text{ cm} < L$$

故  $Q$  达到右壁之前的位移 - 时间曲线是一条通过原点和  $(T, 1 \text{ cm})$  的直线, 将此直线画在图上, 两条位移 - 时间图线的交点的横坐标  $t'$  即是两物块第二次相碰的时刻(图 10'-17).

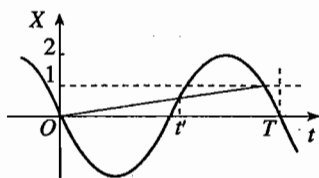


图 10'-17

简谐运动是中学阶段唯一能处理的变力下的运动. 本题以物块  $P$  的简谐运动的计算为主, 加上物块  $Q$  使问题复杂化, 只要牢固地掌握简谐运动的概念和规律, 这道题虽然复杂, 也不难逐步解出.

六、有两种情况, 如图 10'-18 和图 10'-19 所示.

设转动的角速度为  $\omega$ , 摆长为  $L$ , 质点的质量为  $m$ , 上下摆线与铅垂线所成的夹角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ , 上下摆线中的张力分别为  $T_1$  和  $T_2$ , 则上下两质点的运动方程如下:

情况 I (图 10'-18):

$$T_1 \cos \alpha = mg + T_2 \cos \beta$$

$$\text{上质点 } mL(\sin \alpha)\omega^2 = T_1 \sin \alpha - T_2 \sin \beta$$

$$T_2 \cos \beta = mg$$

$$\text{下质点 } mL(\sin \alpha + \sin \beta)\omega^2 = T_2 \sin \beta$$

情况 II (图 10'-19):

$$T_1 \cos \alpha = mg + T_2 \cos \beta$$

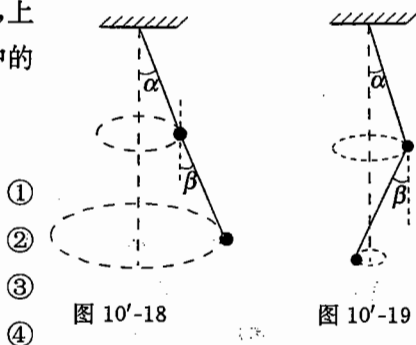


图 10'-18

图 10'-19



上质点  $mL(\sin \alpha)\omega^2 = T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta$  ②'

$$T_2 \cos \beta = mg$$
 ③'

下质点  $mL(\sin \beta - \sin \alpha)\omega^2 = T_2 \sin \beta$  ④'

比较两种情况,我们发现,只要认为情况 I 中的  $\beta > 0$ ,情况 II 中的  $\beta < 0$ ,则两种情况完全可用同一方程组 ①、②、③、④ 来描述和求解.由 ③、④ 式消去  $T_2$  得

$$gtg \beta - L(\sin \alpha + \sin \beta)\omega^2 = 0$$

由 ①、②、③ 式消去  $T_1、T_2$  得

$$2gtg \alpha - L(\sin \alpha)\omega^2 - gtg \beta = 0$$

由于  $\alpha、\beta$  较小,可取下列近似: $\cos \alpha \approx \cos \beta \approx 1, \sin \alpha \approx tg \alpha \approx \alpha, \sin \beta \approx tg \beta \approx \beta$ . 得到

$$L\omega^2 \alpha + (L\omega^2 - g)\beta = 0 \text{ 和 } (L\omega^2 - 2g)\alpha + g\beta = 0$$
 ⑤

根据题设,  $\beta \neq 0, \alpha \neq 0$ , 由 ⑤ 式可求得

$$\alpha/\beta = (g - L\omega^2)/(L\omega^2) = g/(2g - L\omega^2)$$

即

$$\omega^4 - (4g/L)\omega^2 + 2(g/L)^2 = 0$$

解出

$$\omega = \sqrt{(2 \pm \sqrt{2})g/L}$$

代入 ⑤ 式得

$$\omega_1 = \sqrt{(2 - \sqrt{2})g/L} \text{ 时, } \beta_1 = \sqrt{2}\alpha$$

$$\omega_2 = \sqrt{(2 + \sqrt{2})g/L} \text{ 时, } \beta_2 = -\sqrt{2}\alpha$$

前者就是情况 I 的解,后者就是情况 II 的解.

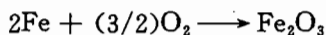
两质点轨道半径之比分别为:

$$\text{情况 I: } \alpha/(\alpha + \beta) = 1/(1 + \sqrt{2}) \approx 0.414$$

$$\text{情况 II: } \alpha/(\beta - \alpha) = 1/(\sqrt{2} - 1) \approx 2.414$$

本题容易出错的地方是有两种不同的情况.这一点在题目中并无暗示,需要做题时做全面的分析,周密的思考.

七、1. 缸内的化学反应是



因铁氧化,反应完毕后缸内气体的摩尔数减少,  $\Delta n = -1.5 \text{ mol}$ , 气体体积也将随之减少

$$\Delta V = (T/p)R\Delta n$$

在此等温等压过程中,外界对系统所做的功为

$$W = -p\Delta V = -RT\Delta n = -8.31 \times 300 \times (-1.5) \text{ J} = 3739.5 \text{ J}$$

用  $Q$  表示系统吸收的热量,已知系统放热,所以

$$Q = -8.24 \times 10^5 \text{ J}$$

系统内能的改变量可由热力学第一定律得出,为

$$\Delta E = W + Q = -8.203 \times 10^5 \text{ J}$$

即系统内能减少  $8.203 \times 10^5 \text{ J}$ .

2. 缸内气体温度恒定,氧气的内能不会因温度而变化,但氧气的内能会因其摩尔数减少而减小,因此缸内气体内能的改变量为

$$\begin{aligned}\Delta E' &= (5/2)RT\Delta n = 2.5 \times 8.31 \times 300 \times (-1.5) \text{ J} \\ &= -9349 \text{ J}\end{aligned}$$

3. 由于缸内生成物是  $1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3$ ,可知缸内原有氧气的质量  $M_1$  和氮气质量  $M_2$  分别为

$$M_1 = 1.5 \times 32 \times 10^{-3} \text{ kg} = 48 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$M_2 = 48 \times 10^{-3} \times (76.9/23.1) \text{ kg} = 159.8 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

用  $p_0$  表示  $1 \text{ atm}$ ,  $p$  表示反应前氮气压强,  $V_0$  表示反应前缸内空气的体积(等于氮气的体积,也等于氧气的体积),  $V$  表示反应后氮气体积,  $\mu_1$  和  $\mu_2$  分别表示氧和氮的摩尔质量,  $\Delta\rho$  表示缸内氮气密度的改变量,则有

$$pV_0 = (M_2/\mu_2)RT$$

$$(p_0 - p)V_0 = (M_1/\mu_1)RT$$

反应后对氮气有

$$p_0V = (M_2/\mu_2)RT$$

$$\Delta\rho = (M_2/V) - (M_2/V_0)$$

解以上方程并代入数据,可得

$$\Delta\rho = \frac{\mu_2 p_0 M_1 / \mu_1}{[(M_2/\mu_2) + (M_1/\mu_1)]RT} = 0.236 \text{ kg/m}^3$$

这是一道综合热学题,含有化学反应.加入化学反应的目的无非是使各物质的摩尔数发生变化.掌握了这一点,能量计算就不困难了.

八、导线框  $bc$  边进入磁场( $ad$  边仍在磁场外)后,  $bc$  边中的动生电动势与自感电动势平衡,即

$$L\Delta I/\Delta t = Blv$$

$$L\Delta I = Blv\Delta t = Bl\Delta x$$

故

$$LI = Blx \quad (1)$$

导线框  $bc$  边在磁场中受到安培力作用产生加速度  $a$

$$F = -BI = ma \quad (2)$$

将①式代入②式得

$$F = ma = -Bl(Blx/L)$$

故

$$a = [-B^2 l^2 / (mL)]x$$

令  $\omega = Bl/\sqrt{mL}$ , 则

$$a = -\omega^2 x \quad (3)$$

③式说明  $bc$  边进入磁场后( $ab$  边还在磁场外)导线框作简谐振动,振动周期  $T$  为

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{mL}/(Bl)$$

$$= 2\pi \sqrt{10^{-1} \times 10^{-3}} / (0.5 \times 0.8) \text{ s} = \pi/20 \text{ s} \quad (4)$$

借助于振动学中参考圆可知

$$x = A \cos(\omega t + \alpha) \quad (5)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \alpha) \quad (6)$$

由初始条件  $t = 0$  时,  $x = 0$ ,  $v = v_0$  可得

$$\alpha = -\pi/2$$

$$A = v_0/\omega = v_0 \sqrt{mL}/(Bl) \quad (7)$$

将⑦式代入⑤、⑥式,得

$$x = (\sqrt{mL}/Bl)v_0 \sin(\omega t) = A \sin(\omega t)$$

$$v = v_0 \cos(\omega t) \quad (8)$$

1. 若初速  $v_0 = 4 \text{ m/s}$ , 则

$$A = v_0 \sqrt{mL}/(Bl) = 4 \sqrt{10^{-1} \times 10^{-3}} / (0.5 \times 0.8) \text{ m} = 0.1 \text{ m}$$

在这种情形中, 线框  $bc$  边可达  $s/2$  处, 然后返回. 当  $\omega t_1 = \pi$ , 即经过  $t_1 = \pi/\omega$  的时间,  $bc$  边回到  $x = 0$  处, 此时速度  $v = -v_0$ , 从此线框沿  $x$  轴负方向以速度  $v$  作匀速直线运动, 在  $t = \pi/36 \text{ s}$  时,  $bc$  边的位置  $x_1$  为

$$\begin{aligned} x_1 &= v(t - t_1) = -4(\pi/36 - \pi/\omega) \text{ m} \\ &= -4(\pi/36 - \pi/40) \text{ m} \approx -0.035 \text{ m} \end{aligned}$$

2. 若初速度为  $v_0' = 4v_0/\sqrt{3}$ , 则  $A'$  为

$$A' = v_0' \sqrt{mL}/(Bl) = 0.4/\sqrt{3} \approx 0.231 \text{ m}$$

故在此情况下,  $bc$  边的振幅可达  $0.231 \text{ m}$ , 这表明  $bc$  边可越过磁场区. 设  $bc$  边达到  $x = s = 0.2 \text{ m}$  处的时间为  $t_2$ , 由⑧式有

$$s = A' \sin(\omega t_2)$$

即  $\sin(\omega t_2) = s/A' = 0.2/(0.4/\sqrt{3}) = \sqrt{3}/2$

故  $\omega t_2 = \pi/3$ ,  $t_2 = \pi/(3\omega) = \pi/120 \text{ s}$

在  $t_2$  时刻,  $bc$  边的速度  $v_2$  为

$$v_2 = v_0' \cos(\omega t_2) = v_0'/2 = 2v_0/\sqrt{3}$$

$bc$  边离开磁场后, 直至  $ad$  边进入磁场中时止,  $bc$  边将以  $v_2$  沿  $x$  轴正方向作匀速直线运动, 在  $t = \pi/36 \text{ s}$  时刻,  $bc$  边的位置  $x_2$  为

$$x_2 = s + v_2(t - t_2) = 0.2 \text{ m} + (8/\sqrt{3})(\pi/36 - \pi/120) \text{ m} = 0.483 \text{ m}$$

因  $l = 0.8 \text{ m}$ ,  $x_2 < l$ , 故此时线框  $ad$  边尚未进入磁场区, 因此, 以上解法正确.

## 实 验

一、[实验方法] 本实验用物理天平称大米的质量  $m$ , 用 U 型压强计测量所称大米的体积  $V$  (包括用读数显微镜测量玻璃管的内径).

### [实验步骤]

1. 用物理天平称衡适量大米的质量  $m$  (要有四位有效数字).
2. 用读数显微镜测出小段玻璃管的内直径  $D$ .
3. 用 U 型压强计测所称大米的体积  $V$ : 实验装置的原理如图

10'-20.

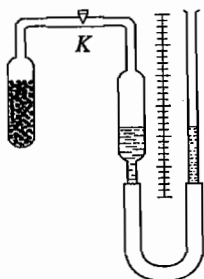


图 10'-20

- (1) 测量未装大米时压强计封闭空气的体积  $V_1$

将空玻璃泡  $A$  装到 U 型压强计的左管上 (用凡士林封好插口, 不漏气). 打开管上的阀门  $K$ , 使左管和玻璃泡中的空气与大气相通, 再升降右管, 将水银面调到靠近标尺下端某一刻度处. 关闭阀门  $K$ , 在右管上标记此时水银面在右管上的位置  $a$  (如用笔划一细线). 这时压强计左管所封闭的空气在大气压  $H$  下占有一体积  $V_1$ . 然后上升右管, 将右管中的水银面调到靠近标尺上端某一刻度处. 这时右管中水银面比左管水银面高出  $h_1$ , 测出  $h_1$  的值 (要有四位有效数字), 同时测出此时水银面在右管上的位置  $b$  与原来水银面在右管上的位置  $a$  之间的管长  $L_1$  (要有四位有效数字). 现在被压强计左管所封闭的空气, 在压强  $(H + h_1)$  之下占有另一体积  $(V_1 - SL_1)$ ,  $S$  为右管的内横截面积, 根据玻 - 马定律得出

$$V_1 H = (V_1 - SL_1)(H + h_1)$$

即

$$V_1 = SL_1(H + h_1)/h_1 \quad (1)$$

- (2) 测量装大米时压强计封闭空气的体积  $V_2$

取下玻璃泡, 用镜头纸擦去口上的凡士林, 将称好的大米装入其中, 再将它装到 U 型压强计上, 打开阀门  $K$ , 升降右管, 把水银面调回到上述 (1) 步时右管上的起始位置  $a$  处, 关闭阀门  $K$ , 然后完全照上述 (1) 步的方法操作, 可得出被封闭空气的相应测量量  $h_2$ 、 $L_2$  和体积  $V_2$ , 得到

$$V_2 H = (V_2 - SL_2)(H + h_2)$$

即

$$V_2 = SL_2(H + h_2)/h_2 \quad (2)$$

- (3) 计算所测大米的体积  $V$

$$V = V_1 - V_2 = \pi D^2 [L_1(H + h_1)/h_1 - L_2(H + h_2)/h_2] / 4 \quad (3)$$

4. 计算所测大米的密度  $\rho$

$$\rho = m/V$$

$$= 4mh_1h_2 / \{ \pi D^2 [L_1h_2(H + h_1) - L_2h_1(H + h_2)] \}$$

[附注]如果在上述步骤(2)的测量中,封闭的“初始空间”体积为  $V_1 \pm S\Delta L$ ,则③式应修正为

$$V = V_1 - V_2 \pm S\Delta L \\ = \pi D^2 [L_1(H + h_1)/h_1 - L_2(H + h_2)/h_2 \pm \Delta L] / 4$$

式中  $\Delta L$  为两次右管上水银面初始位置之差的管长,初始位置第二次比第一次高时取“+”,反之取“-”。

## 二、

1. 线路设计:线路如图 10'-21 所示。

2. 测量操作:

(1) 照图连接电路。

(2) 调节  $c, e$  两端的电压量程:先将  $R_1$  的值旋至最大,  $R_2$  旋至  $100 \Omega$ ,  $R$  滑至最右端,然后合上开关  $K$ 。同时调节  $R_1$  和  $R$ ,使  $R$  自零滑至最小值时,表头指示恰好自零增至  $50 \mu A$ ,则得  $c, e$  两端的电压量程为  $0 \sim 5 \text{ mV}$ 。

(3) 测量热电偶的温差电动势:将热电偶的两个接头  $a, b$  分别与  $c, e$  相接,把它的两个接点分别放入空杯和装有冷水的杯中,再在冷水中投入适量的冰块,始终维持冰水混合物的状态,接着把热水倒入空杯中,然后观察热水温度的变化,每降低  $4^\circ \text{C}$  或  $5^\circ \text{C}$  按正确使用补偿法测量电动势的方法测量  $(E, t)$  数据。

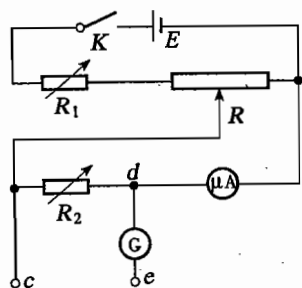


图 10'-21

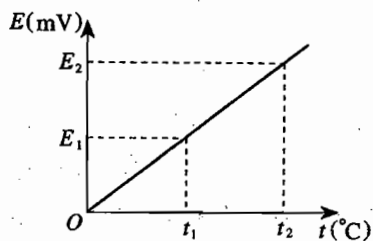


图 10'-22

3. 作  $E-t$  图线,以  $E$  为纵坐标,  $t$  为横坐标,作出图线。

4. 求电偶常数:在  $E-t$  图线上找两组数据  $(E_1, t_1)$  和  $(E_2, t_2)$ ,如图 10'-22 所示,则

$$c = (E_2 - E_1) / (t_2 - t_1)$$

5. 求高温接点为  $100^\circ \text{C}$  时的温差电动势:用  $c$  代入理论式计算该电动势,或者从  $E-t$  图线上查出电动势。

# 全国中学生物理竞赛内容提要

**编者按：**按照中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会第9次全体会议的建议，由中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会常务委员会根据《全国中学生物理竞赛章程》中关于命题原则的规定，结合我国目前中学生的实际情况，制订了《全国中学生物理竞赛内容提要》，作为今后物理竞赛预赛和决赛命题的依据。它包括理论基础、实验基础、其他方面等部分。其中理论基础的绝大部分内容和国家教委制订的《全日制中学物理教学大纲》中的附录，即1983年教育部发布的《高中物理教学纲要(草案)》的内容相同。主要差别有两点：一是少数地方做了几点增补；二是去掉了教学纲要中的说明部分。此外，在编排的次序上做了一些变动，内容表述上做了一些简化。1991年2月20日经全国中学生物理竞赛委员会常务委员会扩大会议讨论通过并开始试行。1991年9月11日在南宁由全国中学生物理竞赛委员会第10次全体会议正式通过，开始实施。

## 一、理论基础

### 力 学

#### 1. 运动学

参照系. 质点运动的位移和路程. 速度. 加速度. 相对速度.

矢量和标量. 矢量的合成和分解.

匀速及匀变速直线运动及其图象. 运动的合成. 抛体运动. 圆周运动.

刚体的平动和绕定轴的转动.

#### 2. 牛顿运动定律 力学中常见的几种力

牛顿第一、二、三运动定律. 惯性参照系的概念.

摩擦力.

弹性力. 胡克定律.

万有引力定律. 均匀球壳对壳内和壳外质点的引力公式(不要求导出). 开普勒定律. 行星和人造卫星的运动.

#### 3. 物体的平衡

共点力作用下物体的平衡.

力矩. 刚体的平衡条件. 重心.

物体平衡的种类.

#### 4. 动量

冲量, 动量, 动量定理.

动量守恒定律.

反冲运动及火箭.

#### 5. 机械能

功和功率.

动能和动能定理.

重力势能, 引力势能, 质点及均匀球壳壳内和壳外的引力势能公式(不要求导出), 弹簧的弹性势能.

功能原理, 机械能守恒定律.

碰撞.

#### 6. 流体静力学

静止流体中的压强.

浮力.

#### 7. 振动

简谐运动 $[x = A\cos(\omega t + \alpha)]$ , 振幅, 频率和周期, 相位.

振动的图象.

参考圆, 振动的速度和加速度.

由动力学方程确定简谐运动的频率.

阻尼振动, 受迫振动和共振(定性了解).

#### 8. 波和声

横波和纵波, 波长、频率和波速的关系, 波的图象.

波的干涉和衍射(定性).

声波, 声音的响度、音调和音色, 声音的共鸣, 乐音和噪声.

## 热 学

#### 1. 分子动理论

原子和分子的量级.

分子的热运动, 布朗运动, 温度的微观意义.

分子力.

分子的动能和分子间的势能, 物体的内能.

#### 2. 热力学第一定律

热力学第一定律.

### 3. 气体的性质

热力学温标.

理想气体状态方程. 气体常量.

理想气体状态方程的微观解释(定性).

理想气体的内能.

理想气体的等容、等压、等温和绝热过程(不要求用微积分运算).

### 4. 液体的性质

液体分子运动的特点.

表面张力系数.

浸润现象和毛细现象(定性).

### 5. 固体的性质

晶体和非晶体. 空间点阵.

固体分子运动的特点.

### 6. 物态变化

熔化和凝固. 熔点. 熔化热.

蒸发和凝结. 饱和汽压. 沸腾和沸点. 汽化热. 临界温度.

固体的升华.

空气的湿度和湿度计. 露点.

### 7. 热传递的方式

热传导、热对流和热辐射.

### 8. 热膨胀

热膨胀和膨胀系数.

## 电 学

### 1. 静电场

库仑定律. 电荷守恒定律.

电场强度. 电场线. 点电荷的场强. 场强叠加原理. 均匀带电球壳壳内的场强和壳外的场强公式(不要求导出). 匀强电场.

电场中的导体. 静电屏蔽.

电势和电势差. 等势面. 点电荷电场的电势公式(不要求导出). 电势叠加原理. 均匀带电球壳壳内和壳外的电势公式(不要求导出).

电容. 电容器的连接. 平行板电容器的电容公式(不要求导出).

电容器充电后的电能.

电介质的极化. 介电常数.



## 2. 恒定电流

欧姆定律. 电阻率和温度的关系.

电功和电功率.

电阻的串、并联.

电动势. 闭合电路的欧姆定律.

一段含源电路的欧姆定律.

电流表. 电压表. 欧姆表.

惠斯通电桥. 补偿电路.

## 3. 物质的导电性

金属中的电流. 欧姆定律的微观解释.

液体中的电流. 法拉第电解定律.

气体中的电流. 被激放电和自激放电(定性).

真空中的电流. 示波器.

半导体的导电特性. P型半导体和N型半导体.

晶体二极管的单向导电性. 三极管的放大作用(不要求机理).

超导现象.

## 4. 磁场

电流的磁场. 磁感应强度. 磁感线. 匀强磁场.

安培力. 洛伦兹力. 电子荷质比的测定. 质谱仪. 回旋加速器.

## 5. 电磁感应

法拉第电磁感应定律.

楞次定律.

自感系数.

互感和变压器.

## 6. 交变电流

交流发电机原理. 交变电流的最大值和有效值.

纯电阻、纯电感、纯电容电路.

整流和滤波.

三相交流电及其连接法. 感应电动机原理.

## 7. 电磁振荡和电磁波

电磁振荡. 振荡电路及振荡频率.

电磁场和电磁波. 电磁波的波速. 赫兹实验.

电磁波的发射和调制. 电磁波的接收、调谐. 检波.

## 光 学

### 1. 几何光学

光的直进、反射、折射、全反射。

光的色散、折射率与光速的关系。

平面镜成像、球面镜成像公式及作图法。

薄透镜成像公式及作图法。

眼睛、放大镜、显微镜、望远镜。

### 2. 波动光学

光的干涉和衍射(定性)。

光谱和光谱分析、电磁波谱。

### 3. 光的本性

光的学说的历史发展。

光电效应、爱因斯坦方程。

波粒二象性。

## 原子和原子核

### 1. 原子结构

卢瑟福实验、原子的核式结构。

玻尔模型、用玻尔模型解释氢光谱、玻尔模型的局限性。

原子的受激辐射、激光。

### 2. 原子核

原子核的量级。

天然放射现象、放射线的探测。

质子的发现、中子的发现、原子核的组成。

核反应方程。

质能方程、裂变和聚变。

基本粒子。

## 数 学 基 础

1. 中学阶段全部初等数学(包括解析几何)。

2. 矢量的合成和分解、极限、无限大和无限小的初步概念。

3. 不要求用微积分进行推导或运算.

## 二、实验基础

1. 要求掌握国家教委制订的《全日制中学物理教学大纲》中的全部学生实验.

2. 要求能正确地使用(有的包括选用)下列仪器和用具:

米尺. 游标卡尺. 螺旋测微器. 天平. 停表. 温度计. 量热器. 电流表. 电压表. 欧姆表. 多用电表. 电池. 电阻箱. 变阻器. 电容器. 变压器. 电键. 二极管. 光具座(包括平面镜. 球面镜. 棱镜. 透镜等光学元件在内).

3. 有些没有见过的仪器, 要求能按给定的使用说明书正确使用仪器. 例如: 电桥. 电势差计. 示波器. 稳压电源. 信号发生器等.

4. 除了国家教委制订的《全日制中学物理教学大纲》中规定的学生实验外, 还可安排其它的实验来考查学生的实验能力, 但这些实验所涉及到的原理和方法不应超过本提要第一部分(理论基础), 而所用仪器应在上述第 2、3 指出的范围内.

5. 对数据处理, 除计算外, 还要求会用作图法. 关于误差只要求: 直读示数时的有效数字的误差; 计算结果的有效数字(不做严格的要求); 主要系统误差来源的分析.

## 三、其他方面

物理竞赛的内容有一部分有较大的开阔性, 主要包括以下三方面:

1. 物理知识在各方面的应用. 对自然界、生产和日常生活中一些物理现象的解释.
2. 近代物理的一些重大成果和现代的一些重大信息.
3. 一些有重要贡献的物理学家的姓名和他们的主要贡献.

### 参考资料

1. 全国中学生物理竞赛委员会办公室主编的历届《全国中学生物理竞赛参考资料》.
2. 人民教育出版社出版的《高级中学课本(试用) 物理(甲种本)》《高中物理读本》.

# 附录:1992 ~ 1996 年国际物理奥林匹克(IPhO) 试题及解答

## 第 23 届试题及解答\*

(1992, 芬兰)

### 理论部分

#### [题 1] 旋转的人造卫星

待讨论的人造卫星在地球赤道平面上沿着近似为圆形的轨道围绕地球运转, 该卫星由质量可忽略的中心体即点  $P$  和四个质量均为  $m$  的外围小物体  $B$  组成, 各个  $B$  分别用长度同为  $r$  且不可伸长的细金属丝与  $P$  相连. 所有这五个物体, 即  $P$  与四个  $B$ , 均处在地球赤道平面上, 并在此平面内旋转. 上述四个径向细丝彼此间又用金属丝连接起来, 以保持相邻细丝之间的夹角恒为  $90^\circ$  (参阅图 23-1). 系统中这第二组细丝可防止各个  $B$  物体发生摆动, 否则摆动会使运动问题的分析变得格外复杂. 此外, 我们还将略去  $B$  物体的径向与切向振动. 现在假设各个  $B$  相对于恒星参照系均以同样的角速度  $\omega$  围绕  $P$  旋转, 而且细丝网组的运动可视为刚体的运动.

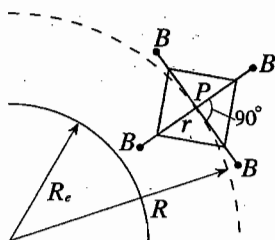


图 23-1

试对下述各问题作一般性的分析, 考虑所有可能的情况, 而且对问题 1 和 2 给出数值计算的结果, 有关数据将在后面给出.

问题: 1. 试就  $\vec{R}$  与  $\vec{r}$  (参见图 23-1) 相互平行、反平行和垂直的三种位置, 确定径向细丝作用于  $\vec{r}$  所指的  $B$  物体上的力, 这些位置对应的力可近似认为是最大或最小的力.

2. 假设在每个  $B$  物体中都有一个太阳能启动的相同机械装置与径向细丝相连. 当上一问题中某个  $B$  所受合力为最大时, 这个  $B$  中的机械装置在一很短的时间内将细丝的一小段拉入其内; 而当合力为最小时, 此装置又将这一小段细丝释放出去. 细丝被拉入、放出的长度量为径向细丝平均长度量  $r$  的 1%, 长时间运动过程中细丝平均长度保持不变. 试问: 每一个机械装置提供的平均净机械功率为多少?

3. 讨论上述机械装置对人造卫星运动的影响, 并就下面答题表所列问题分析卫星运动变化的各种可能性. 这里, 变化的卫星运动轨道均作圆近似处理. 将你的解答填写在表中 (请先看后面的建议).

\* 本届赛题的原答案部分颇为令人费解且多有不妥之处, 今按沈克琦、赵凯华、丛树桐教授建议重新编写, 但仍然尽可能地符合原题解者的主观意图. 原题文中欠妥之处, 将给出译注说明.

## 答 题 表

用等式或不等式(如果需要,也可用简短的文字叙述)填写此表,而后随答卷一起交上.  
人造卫星是否可能因机械装置做功而进入到更高的运动轨道?答:是[ ];否[ ].

人造卫星是否可能因此进入到任意高度的运动轨道,以至于完全摆脱地球引力的束缚?  
为什么?

答: \_\_\_\_\_.

讨论量 \ 讨论内容	增加的条件	减小的条件	不变的条件	任何情况下都不变的可能性
卫星的轨道速度 $v$				
卫星的轨道半径 $R$				
卫星的自转角速度 $\omega$				
卫星的引力势能 $E_p$				

数值解答采用数据如下:

1. 人造卫星中心体的轨道半径  $R = R_e + 500 \text{ km}$ ;
2. 径向细丝的平均长度  $r = 100 \text{ km}$ , 因此卫星的系统直径为  $200 \text{ km}$ ;
3. 每个  $B$  的质量  $m = 1000 \text{ kg}$ ;
4. 开始时四个  $B$  物体相对于恒星参照系围绕中心点  $P$  的转速为  $10 \text{ 转/h}$ ;
5. 所有细丝的质量及中心体  $P$  的质量均可略。

建议:应考虑  $\omega$  的两种旋转方向;不必给出严格解,计算结果的相对误差允许达到  $5\%$ ;  
略去太阳和月球万有引力的影响。

物理常数:

地球质量  $M_e = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$

引力常量  $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

地球赤道半径  $R_e = 6378 \text{ km}$

乘积  $GM_e$  可记为  $K$ , 则  $K = 3.983 \times 10^{14} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$

[解答]

1. 略去地球围绕太阳的运动,地球中心相对于题文所给恒星参照系便是不动点.在地球赤道平面上建立以地球中心为坐标原点且相对于上述的恒星参照系为静止的  $OXY$  坐标平面,如图 23-2 所示.卫星中心体  $P$  的位矢记为  $\vec{R}$ ,位矢  $\vec{R}$  与  $X$  轴夹角记为  $\phi$ ,则卫星绕地

球运转角速度为

$$\Omega = d\phi/dt$$

此处  $\Omega$  可正可负。因  $P$  为卫星的质心，近似为卫星的引力中心，故有

$$GM_e(4m)/R^2 = (4m)\Omega^2 R$$

即得  $|\Omega| = \sqrt{GM_e/R^3} = \sqrt{K/R^3}$  ①

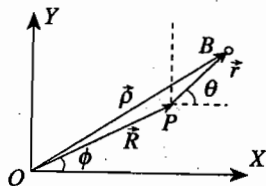


图 23-2

卫星的某个外围小物体  $B$  相对  $P$  的位矢记为  $\vec{r}$ ，位矢  $\vec{r}$  与  $X$

轴夹角记为  $\theta$ ，则据题文有  $\omega = d\theta/dt$ 。因已设  $\Omega$  可正、可负，故总可使初始  $\omega$  恒取正。 $B$  相对  $O$  点的位矢应为

$$\vec{\rho} = \vec{R} + \vec{r} = (R\cos\phi + r\cos\theta)\vec{i} + (R\sin\phi + r\sin\theta)\vec{j} \quad ②$$

其中  $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$  分别为沿  $X$ 、 $Y$  轴的单位矢量。考虑到  $B$  受地球引力和径向细丝的拉力(记为  $\vec{T}$ )，有

$$-GM_em\vec{\rho}/\rho^3 + \vec{T} = m d^2\vec{\rho}/dt^2 \quad ③$$

$r$  可近似处理为不变量， $\Omega$  与  $\omega$  已分别由 ① 式与题文定为常量，因此

$$\begin{aligned} d^2\vec{\rho}/dt^2 &= (-\Omega^2 R\cos\phi - \omega^2 r\cos\theta)\vec{i} + (-\Omega^2 R\sin\phi - \omega^2 r\sin\theta)\vec{j} \\ &= -\Omega^2[(R\cos\phi)\vec{i} + (R\sin\phi)\vec{j}] - \omega^2[(r\cos\theta)\vec{i} + (r\sin\theta)\vec{j}] \\ &= -\Omega^2\vec{R} - \omega^2\vec{r} \end{aligned} \quad ④$$

将①、②、④式代入③式后，可得

$$-m\Omega^2 R^3(\vec{R} + \vec{r})/\rho^3 + \vec{T} = -m\Omega^2\vec{R} - m\omega^2\vec{r}$$

两边点乘  $\vec{r}/r$ ，并考虑到  $\vec{T} = -T\vec{r}/r$ ，

$$\begin{aligned} \vec{R} \cdot \vec{r} &= Rr(\cos\phi\cos\theta + \sin\phi\sin\theta) = Rr\cos(\theta - \phi) \\ \rho^2 &= R^2 + 2Rr\cos(\theta - \phi) + r^2 \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned} -m\Omega^2 \frac{R^3[R\cos(\theta - \phi) + r]}{[R^2 + 2Rr\cos(\theta - \phi) + r^2]^{3/2}} - T \\ = -m\Omega^2 R\cos(\theta - \phi) - m\omega^2 r \end{aligned}$$

将  $R^3/[R^2 + 2Rr\cos(\theta - \phi) + r^2]^{3/2}$

$$= 1/[1 + 2r\cos(\theta - \phi)/R + r^2/R^2]^{3/2}$$

$$\approx 1/[1 + 2r\cos(\theta - \phi)/R]^{3/2} \approx 1 - 3r\cos(\theta - \phi)/R$$

代入上式，便得径向细丝的拉力大小为

$$T = mr\{\omega^2 + \Omega^2[3\cos^2(\theta - \phi) - 1 + 3r\cos(\theta - \phi)/R]\}$$

略去最后一项,便有

$$T = mr\{\omega^2 + \Omega^2[3\cos^2(\theta - \phi) - 1]\}$$

因此:(1)当  $\vec{R}$  与  $\vec{r}$  相互平行或反平行时,即  $\theta - \phi = 0$  或  $\pi$  时,

$$T = T_{\max} = mr(\omega^2 + 2\Omega^2) \quad (5)$$

(2)当  $\vec{R}$  与  $\vec{r}$  相互垂直时,即  $\theta - \phi = \pi/2$  或  $3\pi/2$  时

$$T = T_{\min} = mr(\omega^2 - \Omega^2) \quad (6)$$

由题文所给数据,作如下数值计算:

$$\omega = 10 \times 2\pi/3600 \text{ s} = 1.745 \times 10^{-2}/\text{s}$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \sqrt{K/R^3} = \sqrt{3.983 \times 10^{14}/[(6378 + 500) \times 10^3]^3}/\text{s} \\ &= 1.106 \times 10^{-3}/\text{s} \end{aligned}$$

由⑤式算得

$$T_{\max} = 1000 \times (100 \times 10^3) \times [(1.745 \times 10^{-2})^2 + 2 \times (1.106 \times 10^{-3})^2] = 3.0695 \times 10^4 \text{ N}$$

$$T_{\min} = 1000 \times (100 \times 10^3) \times [(1.745 \times 10^{-2})^2 - (1.106 \times 10^{-3})^2] = 3.0328 \times 10^4 \text{ N}$$

2. 机械装置在  $\theta - \phi = 0$  或  $\pi$  时做正功  $T_{\max}\Delta r$ , 在  $\theta - \phi = \pi/2$  或  $3\pi/2$  时做负功 ( $-T_{\min}\Delta r$ ), 因此在  $\theta - \phi$  每变换一周(即  $2\pi$ ) 时, 每一个机械装置做净功为

$$W = 2(T_{\max} - T_{\min})\Delta r$$

平均功率便为  $P = W/T$ , 其中  $T = 2\pi/|\omega - \Omega|$  为  $\theta - \phi$  每变换一周所经时间, 式中  $\Omega$  可正

( $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  平行)、可负( $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  反平行). 从而

$$P = (T_{\max} - T_{\min})\Delta r|\omega - \Omega|/\pi \quad (7)$$

将⑤、⑥式及  $\Delta r = 0.01r$  代入, 便得

$$P = 3 \times 10^{-2}mr^2\Omega^2|\omega - \Omega|/\pi \quad (8)$$

利用⑦式得前面算得的  $T_{\max}$ 、 $T_{\min}$ 、 $\omega$  和  $\Omega$  值, 作数值计算

$$\begin{aligned} P &= (3.0695 \times 10^4 - 3.0328 \times 10^4) \times (0.01 \times 100 \times 10^3) \\ &\quad \times (1.745 \times 10^{-2} \pm 1.106 \times 10^{-3})/\pi \text{ W} \end{aligned}$$

可得  $P = 2.17 \times 10^3 \text{ W}$ ,  $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  反向

$P = 1.91 \times 10^3 \text{ W}$ ,  $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  同向

3. 机械装置吸收太阳能对  $B$  物体做功, 这可使卫星总机械能  $E$  及答题表中所列  $v$ 、 $R$ 、 $\omega$ 、 $E_p$  诸量发生变化. 卫星轨道速度及引力势能分别可表述为

$$v = \sqrt{GM_c/R} = \sqrt{K/R} \quad (9)$$

$$E_p = -GM_c(4m)/R = 4mK/R \quad (10)$$

卫星动能  $E_k$  等于质心轨道动能与四个  $B$  相对质心的动能之和, 即

$$E_k = (4m)v^2/2 + (4m)(\omega r)^2/2 = 2m(K/R + \omega^2 r^2)$$

因此

$$E = E_k + E_p = 2m(-K/R + \omega^2 r^2)$$

式中  $r$  为不变量,  $R$  与  $\omega$  为可变量.  $dt$  时间内四个机械装置对卫星做功引起  $E$  的增加量为

$$4Pdt = dE = 2m(KdR/R^2 + 2\omega r^2 d\omega)$$

或利用①式改写为

$$2m(\Omega^2 R dR + 2\omega r^2 d\omega) = 4Pdt \geq 0 \quad (11)$$

卫星相对坐标原点  $O$  的运动角动量  $\vec{L}$  等于质心相对  $O$  的角动量与四个  $B$  相对质心的角动量之和, 即有

$$\vec{L} = 4m(R^2 \vec{\Omega} + r^2 \vec{\omega})$$

$\vec{L}$  在  $\vec{\omega}$  方向上的标量式为  $L = 4m(r^2 \omega + R^2 \Omega)$ , 注意式中  $\Omega$  可正 ( $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  平行)、可负 ( $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  反平行). 利用①式可将  $L$  改写为

$$L = \begin{cases} 4m(r^2 \omega + \sqrt{KR}) & \text{当 } \vec{\omega} \text{ 与 } \vec{\Omega} \text{ 平行时} \\ 4m(r^2 \omega - \sqrt{KR}) & \text{当 } \vec{\omega} \text{ 与 } \vec{\Omega} \text{ 反平行时} \end{cases}$$

$L$  为守恒量, 取微分后有

$$2r^2 d\omega = \begin{cases} -\sqrt{K/R} dR = -|\Omega| R dR \\ \sqrt{K/R} dR = |\Omega| R dR \end{cases}$$

或简写为

$$2r^2 d\omega = -\Omega R dR \quad (12)$$

这里的  $\Omega$  仍可正、可负. 联合①、⑫式, 可得

$$2m\Omega^2 R(1 - \omega/\Omega) dR = 4Pdt \geq 0 \quad (13)$$

下面将分两种情况对⑬式进行讨论.

(1)  $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  平行.  $\Omega$  取正,  $\omega$  与  $\Omega$  间有三种大小关系, 分别讨论之.

i)  $\omega > \Omega$ : 据⑧式,  $P > 0$ , 由⑬、⑨、⑩和⑫式相继可得

$$dR < 0; R \text{ 减小, } v \text{ 增大, } E_p \text{ 减小;}$$

$$d\omega > 0; \omega \text{ 增大.}$$

值得一提的是  $\Omega$  也将随  $R$  减小而增大, 据①式有

$$d\Omega = -3/(2R^2) \sqrt{K/R} dR$$

与⑫式前面一个式子联立, 可得

$$d\Omega = 3r^2 d\omega / R^2 \quad (14)$$

一般来说  $3r^2 < R^2$ , 因此  $d\Omega < d\omega$ . 即  $\Omega$  比  $\omega$  增大得慢, 这将使  $\omega > \Omega$  的关系继续保持.



ii)  $\omega = \Omega$ : 据⑧式,  $P = 0$ , 从而  $R, v, E_p$  和  $\omega$  均保持不变.

iii)  $\omega < \Omega$ : 据⑧式,  $P > 0$ , 由⑬、⑨、⑩和⑫式相继可得

$$dR > 0; R \text{ 增大}, v \text{ 减小}, E_p \text{ 增大};$$

$$d\omega < 0; \omega \text{ 减小}.$$

由⑭式可以看出, 在  $d\omega$  取负时,  $d\Omega$  也将取负, 即  $\Omega$  也将减小. 对一般  $3r^2 < R^2$  的情况,  $\Omega$  将比  $\omega$  减小得慢, 这将使  $\omega < \Omega$  的关系继续保持. 无论  $\omega$  是否会减小成负值(这意味着  $\vec{\omega}$  反向),  $dR > 0$  始终成立, 因此  $R$  可继续增大, 卫星可能会进入到任意高度的运动轨道以至完全脱离地球引力的束缚.

(2)  $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  反平行.  $\Omega$  取负, 据⑧式仍有  $P > 0$ , 由⑬、⑨、⑩和⑫式相继可得

$$dR > 0; R \text{ 增大}, v \text{ 减小}, E_p \text{ 增大};$$

$$d\omega > 0; \omega \text{ 增大}.$$

此时①式可表述为  $\Omega = -\sqrt{K/R^3}$

取微分关系  $d\Omega = 3/(2R^2) \sqrt{K/R} dR = -3/(2R)\Omega dR$  与⑫式联立, 仍可得

$$d\Omega = 3r^2 d\omega / R^2$$

即⑭式依然成立. 此式表明  $\omega$  增大时 ( $d\omega > 0$ ),  $\Omega$  也增大 ( $d\Omega > 0$ ), 这与  $R$  增大时,  $\Omega$  从开始的负值朝零方向变化相符. 在  $\omega$  增大,  $\Omega$  未达零值之前,  $R$  将继续增大, 直至  $R$  趋向无穷大 ( $\Omega$  趋向零值), 卫星完全脱离地球引力的束缚.

根据上面的讨论, 可填写答题表如下:

讨论内容 讨论量	增加的条件	减小的条件	不变的条件	任何情况下都不变的可能性
卫星的轨道速度 $v$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega > \Omega$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega < \Omega$ 或 $\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 反平行	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega = \Omega$	无
卫星的轨道半径 $R$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega < \Omega$ 或 $\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 反平行	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega > \Omega$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega = \Omega$	无
卫星的自转角速度 $\omega$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega > \Omega$ 或 $\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 反平行	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega < \Omega$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega = \Omega$	无
卫星的引力势能 $E_p$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega < \Omega$ 或 $\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 反平行	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega > \Omega$	$\vec{\omega}$ 与 $\vec{\Omega}$ 平行且 $\omega = \Omega$	无

人造卫星是否可能因机械装置做功而进入到更高的运动轨道?

答: 是[]; 否[].

人造卫星是否可能因此进入到任意高度的运动轨道,以至于完全摆脱地球引力的束缚?为什么?

答:可能.如前所述,在  $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  平行且  $\omega < \Omega$  时,或在  $\vec{\omega}$  与  $\vec{\Omega}$  反平行时,有可能出现这种情况.理由已在前面述及.究竟能不能,则需考虑做功的收敛情况,因答题时间所限,不必作此讨论.

[题 2] 线形分子的纵向运动

引言:本题将讨论直线形分子的纵向运动,即沿着分子轴方向的运动.分子的旋转与弯曲均不考虑.假设分子由  $N$  个质量分别为  $m_1, m_2 \dots m_N$  的原子所组成,各个原子通过化学键与相邻原子联结,每个键近似处理为遵守胡克定律的无质量弹簧,相应的劲度系数分记为  $k_1, k_2 \dots k_{N-1}$ ,这样的分子如图 23-3 所示.

为解这一问题,给出以下知识:一个直线形分子的纵向自由振动可分解为若干个分振动,后者称为简正振动或简正模.每一简正模中,所有原子均以相同的频率同时通过各自的平衡位置.

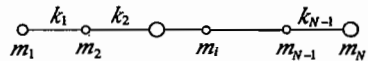


图 23-3

问题:1. 令  $x_i$  为第  $i$  个原子相对其平衡位置朝同一方向的位移坐标,请将第  $i$  个原子所受力  $F_i$  (其正方向与  $x_i$  正方向一致) 表述成位移坐标  $x_1, x_2 \dots x_N$  和劲度系数  $k_1, k_2 \dots k_{N-1}$  的函数.试由这些函数出发,求出这些力  $F_1, F_2 \dots F_N$  之间应满足什么样的整体关系?进而利用这一关系来导出位移量组  $x_1, x_2 \dots x_N$  满足的整体关系,并给出后者的物理解释.

2. 求解双原子分子 AB (参见图 23-4) 的纵向运动.

设  $k$  为化学键的劲度系数,试导出原子 A 和 B 所受力的表述式.确定分子的各种可能运动形式及相应的简正振动频率,并对结果给以适当的解释,特别是为什么两个原子的质量即使不相同,但它们仍能以相同的频率振动.

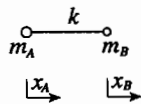


图 23-4

3. 求解三原子分子  $A_2B$  (参见图 23-5) 的纵向运动.将每个原子所受的线性回复力表述成仅含该原子位移坐标的函数,导出分子的各种可能运动及相应的简正振动频率.

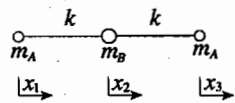


图 23-5

4.  $CO_2$  分子的两个纵向简正振动频率分别为  $3.998 \times 10^{13}$  Hz 和  $7.042 \times 10^{13}$  Hz,试导出 C-O 键劲度系数的数值.你认为分子键结构的上述弹簧近似能否很好地描述真实分子的振动?已知碳(C)原子的原子量为 12,氧(O)原子的原子量为 16,一个原子量单位的质量为  $1.660 \times 10^{-27}$  kg.

[解答]

1. 设在某实验室参照系中第  $i$  原子平衡位置的坐标为  $X_{i,0}$ ,第  $i$  原子相对其平衡位置有偏移量  $x_i$  时,它相对实验室参照系的坐标便为  $X_i = X_{i,0} + x_i$ .

第  $i$  原子所受力可表述为(注意,无外力)

$$F(i) = \begin{cases} k_i(x_2 - x_1) & i = 1 \\ -k_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + k_i(x_{i+1} - x_i) & i = 2, 3 \cdots N-1 \\ -k_{N-1}(x_N - x_{N-1}) & i = N \end{cases} \quad (1)$$

求和可得  $F_i$  之间满足的整体关系

$$\sum_{i=1}^N F_i = 0 \quad (2)$$

(此关系与质点组内力和必为零相符.)

利用 (2) 式,再结合  $F_i = d(m_i v_i)/dt$

可得

$$\frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^N m_i v_i \right) = 0$$

其中

$$v_i = \frac{dX_i}{dt} = \frac{d}{dt}(X_{i,0} + x_i)$$

积分后便有

$$\sum_{i=1}^N m_i v_i = \text{常量}$$

总可令此常量为  $Mv_c$ , 其中

$$M = \sum_{i=1}^N m_i$$

$v_c$  则为某速度常量(其实即为质心速度). 于是有

$$\sum_{i=1}^N m_i v_i = Mv_c$$

再积分,便可得

$$\sum m_i (X_{i,0} + x_i) = Mv_c t + MX_{c,0}$$

或

$$\left( \sum_{i=1}^N m_i X_{i,0} \right) + \left( \sum_{i=1}^N m_i x_i \right) = Mv_c t + MX_{c,0} \quad (*)$$

其中  $X_{c,0}$  为一新引入的位置性常量(其实即为质心的初位置). 总可设  $t = 0$  时,各原子均在平衡位置,则有

$$\sum_{i=1}^N m_i X_{i,0}(t=0) = MX_{c,0}$$

现在来讨论一下,何谓“平衡位置”?或者说如何确定  $t$  时刻各原子的平衡位置?如果仅将  $t$  时刻各原子平衡位置定义为能使  $t$  时刻各原子受力均为零的空间位置(注意平衡位置是空间位置,它们并不是  $t$  时刻原子的位置),那么这必定会使  $t$  时刻允许有无穷多组平衡位置. 因为只要有一组平衡位置,它们整体平移任何一段距离后,便仍然是力平衡位置. 平衡

位置不确定的结果自然是原子偏移量  $x_i$  的不确定, 这显然是不合适的. 事实上平衡位置是在质心参照系中定义的, 即定义为质心系中原子未振动的位置, 这些位置在质心系中是固定的位置, 从而也是唯一的位置. 在实验室参照系中它们必与质心一起以质心速度运动, 因此任意  $t$  时刻也是确定的位置. 然而本题希望学生解答时回避质心系, 因此我们只能以补充定义的方式来限定只取一组平衡位置了. 为防止更复杂化的讨论, 我们补充定义或者说要求各平衡位置在任意时刻的速度均为前面已引入的量  $v_c$  (其实这是质心系中定义方式的另一种表述), 即任意  $t$  时刻均有

$$X_{i,o} = X_{i,o}(t=0) + v_c t$$

于是

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N m_i X_{i,o} &= \left( \sum_{i=1}^N m_i X_{i,o}(t=0) \right) + \left( \sum_{i=1}^N m_i v_c t \right) \\ &= M X_{c,o} + M v_c t \end{aligned}$$

代入前面(\*)式, 即得

$$\sum_{i=1}^N m_i x_i = 0 \quad (3)$$

这便是位移量组  $x_1, x_2, \dots, x_N$  满足的整体关系.

现在按原题内容安排的逻辑可引入分子的质心. 设想有一质量为  $M$  的质点, 任意  $t$  时刻位于

$$X_c = X_{c,o} + v_c t$$

位置, 那么此质点相对实验室参照系的速度为  $v_c$ , 它与分子中各原子的参量有如下关系

$$\sum_{i=1}^N m_i x_i = M X_c, \quad \sum_{i=1}^N m_i v_i = M v_c$$

称这样的质点为分子质心. 引入以质心为坐标原点, 且随质心一起运动的所谓质心参照系, 此参照系代替原实验室参照系, 那么仿照前面的讨论同样可导得上述两式, 只是  $X_c$  (及  $v_c$ ) 改取零值, 即有

$$\sum_{i=1}^N m_i (X_{i,o} + x_i) = \sum_{i=1}^N m_i X_i = 0$$

因平衡位置相对质心不动, 即

$$\sum_{i=1}^N m_i X_{i,o} = 0$$

不仅在  $t=0$  时 ( $x_i$  均为零时) 成立, 且在任意  $t$  时刻都成立, 因此  $\sum_{i=1}^N m_i x_i = 0$ .

综上所述可见 (3) 式的得来与平衡位置定义有关, 这一关系在质心参考系更易简洁导出.

2. 对双原子分子, 由 (1) 式可得原子  $A$  和  $B$  各自受力为

$$F_A = k(x_B - x_A), \quad F_B = -k(x_B - x_A) \quad (4)$$

据题文所给知识,原子 A、B 的位移量均可分解为若干个(实为两个)简正振动,每一简正振动中 A、B 均以相同频率同时通过各自的平衡位置. 即对每一简正振动,  $x_A$ 、 $x_B$  可分别表述为

$$x_A = A \cos(\omega t + \phi), \quad x_B = B \cos(\omega t + \phi)$$

因此  $x_B = Bx_A/A$ , 或  $x_B = \alpha x_A$

其中  $\alpha = B/A$  为一与  $t$  无关的常量.

现在 ④ 式可表述为

$$\begin{cases} \ddot{x}_A = a_A = F_A/m_A = -k(1-\alpha)x_A/m_A \\ \ddot{x}_B = a_B = F_B/m_B = -k[1-(1/\alpha)]x_B/m_B \end{cases}$$

$x_A$ 、 $x_B$  分别为简谐运动,这就要求  $1-\alpha \geq 0$  与  $1-(1/\alpha) \geq 0$ . 即要求  $\alpha = 1$  或  $\alpha < 0$ .

考虑到  $x_A$ 、 $x_B$  的简正振动频率相同,因此

$$k(1-\alpha)/m_A = k[1-(1/\alpha)]/m_B$$

即

$$m_B \alpha^2 + (m_A - m_B) \alpha - m_A = 0$$

其解为  $\alpha = 1$  和  $\alpha = -m_A/m_B$ , 均满足  $\alpha = 1$  或  $\alpha < 0$  的要求. 由  $\alpha$  解可得  $x_A$ 、 $x_B$  的简谐运动方程为

$$\ddot{x}_A = -\omega^2 x_A, \quad \ddot{x}_B = -\omega^2 x_B$$

其中角频率

$$\omega = \begin{cases} 0 & \text{对应 } \alpha = 1 \\ \sqrt{(m_A + m_B)k/(m_A m_B)} & \text{对应 } \alpha = -m_A/m_B \end{cases}$$

因此双原子纵向运动包含两种运动形式,其一为  $\omega = 0$  的零振动,这相当于原子 A 和 B 随分子质心作匀速运动;其二为

$$\omega = \sqrt{(m_A + m_B)k/(m_A m_B)}$$

或者说频率为

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(m_A + m_B)k/(m_A m_B)} \quad (5)$$

的简正振动,这可视为原子 A 和 B 相对质心的简谐运动.

原子 A 和 B 的质量即使彼此不同,但它们的简正振动频率仍然相同,其原因自然已包含在上述数理推导过程中. 此外,也可从其他方面来解释,即由质心的性质要求

$$m_A x_A + m_B x_B = 0$$

因此或  $x_B = x_A = 0$  (零振动), 或  $x_B = -m_A x_A/m_B$ .

这相当于 A、B 各自与质心(不动)间等效弹簧  $k'$  值与质量成正比,故  $\omega = \sqrt{k'/m}$  相同.

3. 据 ① 式,三原子分子中各个原子受力可表述为

$$\begin{aligned} F_1 &= k(x_2 - x_1) \\ F_2 &= -k(x_2 - x_1) + k(x_3 - x_2) \\ F_3 &= -k(x_3 - x_2) \end{aligned} \quad (6)$$

仿第 2 问中的解答,  $x_1, x_2, x_3$  间有线性关系

$$x_2 = \alpha x_1, \quad x_3 = \beta x_1$$

代入 (6) 式可得

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = F_1/m_A = -C_1 x_1/m_A \\ \ddot{x}_2 = F_2/m_B = -C_2 x_2/m_B \\ \ddot{x}_3 = F_3/m_A = -C_3 x_3/m_A \end{cases}$$

其中  $C_1 = k(1 - \alpha)$ ;  $C_2 = k[2 - (1/\alpha) - (\beta/\alpha)]$ ,  $\alpha \neq 0$  时; 和  $C_3 = k[1 - (\alpha/\beta)]$ ,  $\beta \neq \alpha$  时. 为使谐振量  $x_1, x_2$  与  $x_3$  在它们振幅不为零时能有共同的角频率, 要求

$$C_1/m_A = C_2/m_B = C_3/m_A = \omega^2$$

即  $1 - \alpha = m_A[2 - (1/\alpha) - (\beta/\alpha)]/m_B = 1 - (\alpha/\beta)$

或  $\begin{cases} 1 - \alpha = 1 - (\alpha/\beta) \Rightarrow \alpha[1 - (1/\beta)] = 0 \\ 1 - \alpha = m_A[2 - (1 + \beta)/\alpha]/m_B \end{cases}$

(1) 设  $\alpha = 0$ , 则  $x_2 = 0$ , 且由 (6) 式得  $F_1 = -kx_1$ ,  $F_3 = -kx_3$  及  $F_2 = k(x_1 + x_3)$ , 因此有  $x_3 = -x_1$ . 因此分子的第一种运动方式为: 原子 B 不振动、两个原子 A 彼此反向振动, 振动的角频率为

$$\omega = \sqrt{k/m_A}$$

频率便为

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m_A}$$

需要说明的是原子 B 既然不振动(或者说振幅为零), 故前面的方程式  $\ddot{x}_2 = -(C_2/m_B)x_2$  中系数  $C_2/m_B$  无论取什么有限量均成立, 而  $\omega^2 = C_2/m_B$  及  $1 - \alpha = m_A[2 - (1 + \beta)/\alpha]/m_B$  都已失去计算意义, 因此不必去考虑这两个式子是否仍然成立.

(2) 设  $\alpha \neq 0$ , 则必有  $\beta = 1$ , 而且

$$1 - \alpha = m_A[2 - (2/\alpha)]/m_B$$

解为  $\alpha = 1$  和  $\alpha = -2m_A/m_B$ .

在  $\alpha = 1$  (即  $x_2 = x_1$ )、 $\beta = 1$  (即  $x_3 = x_1$ ) 时,  $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ , 从而  $\omega = 0$ , 即三个原子都作零振动, 它所对应的分子第二种运动方式为三个原子随分子质心一起作匀速运动.

在  $\alpha = -2m_A/m_B$  (即  $x_2 = -2m_A x_1/m_B$ )、 $\beta = 1$  (即  $x_3 = x_1$ ) 时,

$$C_1 = C_3 = k(2m_A + m_B)/m_B$$

$$C_2 = k(2m_A + m_B)/m_A$$

对应的角频率为

$$\omega = \sqrt{C_1/m_A} = \sqrt{C_2/m_B} = \sqrt{k(2m_A + m_B)/(m_A m_B)}$$

因此分子的第三种运动方式为三个原子相对分子质心作频率为

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k(2m_A + m_B)/(m_A m_B)}$$

的简谐(简正)振动.

4. 仿照上一问的讨论,记

$$m_A = m_O = 16 \times 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_B = m_C = 12 \times 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

则有

$$\left(\sqrt{k/m_A}\right)/2\pi = \nu(\text{小}) = 3.998 \times 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\left[\sqrt{k(2m_A + m_B)/m_A m_B}\right]/2\pi = \nu(\text{大}) = 7.042 \times 10^{13} \text{ Hz}$$

可解得

$$k = \begin{cases} 1\ 676 \text{ N/m} & (\text{对应 } \nu \text{ 小}) \\ 1\ 418 \text{ N/m} & (\text{对应 } \nu \text{ 大}) \end{cases}$$

方程的两个  $k$  值较为接近,但有相当的偏差.由此可见,分子键的上述弹簧近似能较粗略地描述真实分子的振动,但精确程度明显地不够高.

### [题 3] 阳光中的人造卫星

本题欲计算一颗太空中人造卫星的温度.卫星的主体假设是直径为 1 m 的球,而且卫星主体各处温度均匀一致.卫星的整个球表面用同一种涂料覆盖.卫星处于地球附近的太空中,但不在地球的阴影中.

太阳表面温度(黑体温度) $T_{\text{sun}}$ 为 6 000 K,太阳半径为  $R_{\text{sun}} = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$ ,太阳与地球的间距为  $R = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ .卫星在阳光中升到某一温度时,卫星的黑体辐射功率等于它对阳光的吸收功率.据斯忒藩-玻耳兹曼定律,黑体表面每单位面积的辐射功率  $P = \sigma T^4$ ,此处  $\sigma$  是一普适常量,其值为  $5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ .我们先假设太阳与卫星都近似为黑体.

1. 导出卫星热平衡温度  $T_s$  的表述式并计算其数值.

2. 物体在温度为  $T$  时的黑体辐射谱  $u(T, f)$  遵从普朗克辐射定律

$$u(T, f)df = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$$

式中  $u df$  为频率处于  $[f, f + df]$  间隔内的电磁辐射的能量密度,而  $\eta = hf/kT$ .有关常量如下:

$$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}, \quad c = 3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}, \quad k = 1.4 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

其中  $h$  为普朗克常量,  $c$  为真空光速,  $k$  为玻耳兹曼常量.黑体辐射谱对所有频率和反射方向进行积分,便可得到单位面积的全辐射功率  $P = \sigma T^4$ ,此即为上面给出的斯忒藩-玻耳兹曼

定律,其中

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$$

图 23-6 给出了归一化的谱(参见题后译注)

$$\frac{kT}{h} \left[ \frac{c^3 h^3}{8\pi k^4} \frac{u(T, f)}{T^4} \right] = \frac{\eta^3}{e^\eta - 1}$$

与  $\eta$  的函数关系曲线.

在人造卫星的许多应用方面,必须使卫星尽可能地冷.

为冷却卫星,工程师们使用一种反射涂料,它可全反射掉高

于某截止频率的入射光,但是不反射低于该截止频率的热辐射. 设这一截止频率为  $f_c = (1200 \text{ K}) k/h$ , 试估算卫星现在可达到的温度.

不必求严格解,不必进行繁琐的积分,凡是需要之处均可作近似计算. 给出一个积分值如下:

$$\int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

函数  $\eta^3/(e^\eta - 1)$  的极大值出现在  $\eta \approx 2.82$  处.  $\eta$  较小时,可取指数函数的近似展开式  $e^\eta \approx 1 + \eta$ .

3. 现在假设有一颗真实的人造卫星,它有几块向外展开的太阳能电池板来发电,卫星主体内电子器件的焦耳热形成了额外的热的来源. 设这种内部产热功率为  $1 \text{ kW}$ , 试问上面第 2 小题中卫星的温度又将为多少?

4. 某家厂商广告宣传一种特殊的油漆如下:

“本油漆对所有入射辐射(可见光与红外线)均反射能量的 90% 以上,但其本身又能像黑体一样在所有频率(可见光与红外线)上进行反射,从而使卫星释放出的热量始终多于吸收的热量. 据此,本油漆将能使卫星越来越冷.”

试问这样的油漆可能存在吗?为什么?

5. 为使一个像人造卫星一样的球体的温度上升到比第 1 小题算得的温度还要高,球表面的涂料应具有什么样的性质?

[译注] 关于第 2 小题目文的若干解释

在我国大学物理教材中,常引入黑体在温度为  $T$  时的热平衡辐射场能量密度随辐射圆频率的分布函数,它可表述为

$$u_0(T, \omega) = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar \omega^3}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}$$

其中  $\hbar = h/2\pi$ . 现  $\omega \rightarrow \omega + d\omega$  范围内辐射场的能量密度便为  $u_0(T, \omega)d\omega$ . 若以辐射频率  $f = \omega/2\pi$  置换  $\omega$  作为能量密度参量,那么能量密度随辐射频率的分布函数  $u(T, f)$  与上面的

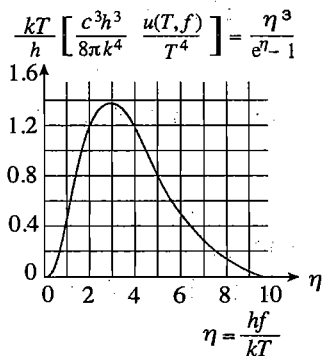


图 23-6



$u_0(T, \omega)$  应有如下关联:

$$u(T, f)df = u_0(T, \omega)d\omega$$

此处  $u(T, f)$  即为第 2 小题所称“物体在温度为  $T$  时的黑体辐射谱”。结合  $u_0(T, \omega)$  表述式, 可得

$$u(T, f)df = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \frac{1}{e^{hf/kT} - 1} df$$

引入无量纲参数  $\eta = hf/(kT)$ , 便得第 2 小题给出的公式

$$u(T, f)df = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta$$

通过对辐射方向的积分, 黑体表面单位面积向外辐射的功率随辐射频率  $f$  的分布函数为

$$r(T, f) = cu(T, f)/4$$

再对频率积分, 可得单位面积向外辐射的全(频率)辐射功率为

$$\begin{aligned} P(T) &= \int_0^\infty r(T, f)df = \frac{c}{4} \int_0^\infty u(T, f)df \\ &= \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta \end{aligned}$$

因

$$\int_0^\infty \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta = \frac{\pi^4}{15}$$

即得题中所给斯忒藩 - 玻耳兹曼定律:

$$\begin{cases} P = \sigma T^4 \\ \sigma = 2\pi^5 k^4 / (15c^2 h^3) \end{cases}$$

$u(T, f)$  也可表述为

$$\begin{aligned} u(T, f) &= \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} \frac{d\eta}{df} \\ &= \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} \frac{h}{kT} \end{aligned}$$

因此

$$\frac{kT}{h} \left[ \frac{c^3 h^3}{8\pi k^4} \frac{u(T, f)}{T^4} \right] = \frac{\eta^3}{e^\eta - 1}$$

由于

$$\int_0^\infty \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta = \frac{\pi^4}{15} \text{ (常数)}$$

函数

$$\frac{kT}{h} \left[ \frac{c^3 h^3}{8\pi k^4} \frac{u(T, f)}{T^4} \right]$$

可称为归一化的谱. 题中原文引入

$$\frac{c^3 h^3}{8\pi k^4} \frac{u(T, f)}{T^4} = \frac{1}{f} \frac{\eta^3}{e^\eta - 1}$$

为归一化的谱, 实属不妥, 且与所给图线不符. 翻译时对此表达式作了修改, 并对图 23-6 的纵坐标量也作了相应的修改.

[解答] 1. 太阳全表面的黑体辐射功率为

$$4\pi R_{\text{sun}}^2 P = 4\pi R_{\text{sun}}^2 \sigma T_{\text{sun}}^4$$

人造卫星与太阳的间距近似取为地球与太阳的间距  $R$ . 对太阳而言,  $R$  球面上单位面积辐射流的功率为

$$4\pi R_{\text{sun}}^2 \sigma T_{\text{sun}}^4 / (4\pi R^2) = \sigma T_{\text{sun}}^4 R_{\text{sun}}^2 / R^2$$

卫星吸收的功率便为

$$\pi r_s^2 \sigma T_{\text{sun}}^4 R_{\text{sun}}^2 / R^2$$

其中  $r_s = 0.5 \text{ m}$  为卫星半径.

卫星自身表面的黑体辐射功率为  $4\pi r_s^2 \sigma T_s^4$ , 其中卫星温度  $T_s$  为待求量. 热平衡时有

$$\pi r_s^2 \sigma T_{\text{sun}}^4 R_{\text{sun}}^2 / R^2 = 4\pi r_s^2 \sigma T_s^4$$

因此

$$T_s = \sqrt{R_{\text{sun}}/2R} T_{\text{sun}}$$

将所给数据代入后, 可算得

$$T_s = \sqrt{\frac{6.96 \times 10^8}{2 \times 1.5 \times 10^{11}}} \times 6000 \text{ K} = 289 \text{ K}$$

2. 据题意, 低于截止频率  $f_c = (1200 \text{ K})k/h$  的太阳辐射可被卫星吸收并转化为热, 高于  $f_c$  者均被反射. 由本题题文后面的“译注”可知, 太阳表面单位面积向外辐射的功率随辐射频率  $f$  的分布函数为

$$p(T, f) = cu(T, f)/4 \quad (T = T_{\text{sun}} = 6000 \text{ K})$$

频率在  $[0, f_c]$  区间的单位面积辐射功率为

$$P'(T) = \int_0^{f_c} p(T, f) df = \frac{c}{4} \int_0^{f_c} u(T, f) df$$

将

$$u(T, f) df = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$$

及  $f_c$  对应的  $\eta_c = hf_c/(kT) = 1200 \text{ K}/T = 0.2$  代入后, 便有

$$P'(T) = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^{0.2} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$$

而太阳表面单位面积向外辐射的全(频率)辐射功率为

$$P = P(T) = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$$

因此

$$P'(T) = \left[ \int_0^{0.2} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} / \int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} \right] P$$

利用  $\eta$  较小时的展开式  $e^\eta \approx 1 + \eta$ , 可得

$$\int_0^{0.2} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{\eta^3}{3} \Big|_0^{0.2} = \frac{0.2^3}{3}$$

再利用

$$\int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

便得

$$P'(T) = 4.1 \times 10^{-4} P$$

对人造卫星,上述截止频率  $f_c$  对应

$$\eta_c' = hf_c / (kT_s) = 1200 \text{ K}/T_s$$

卫星的热平衡温度  $T_s \gg 1200 \text{ K}$ , 故  $\eta_c' \gg 1$ , 卫星表面涂料对卫星高频辐射的阻止作用可忽略不计, 卫星向太空的热辐射可近似处理为绝对黑体全频率辐射.

现在  $P'(T)$  代替第 1 小题解答中一开始的  $P$ , 从而使得解答过程中卫星吸收项多出一个系数  $4.1 \times 10^{-4}$ , 便可知卫星的新温度  $T_s'$  应满足关系式

$$T_s'^4 = 4.1 \times 10^{-4} \left[ \frac{R_{\text{sun}}^2}{4R^2} - T_{\text{sun}}^4 \right] = 4.1 \times 10^{-4} T_s^4$$

即有

$$T_s' = (4.1 \times 10^{-4})^{1/4} T_s$$

将第 1 小题中卫星温度  $T_s = 289 \text{ K}$  代入后, 算得

$$T_s' = 41 \text{ K}$$

3. 第 2 小题解出的卫星温度值很低, 仅为  $41 \text{ K}$ , 截止频率  $f_c$  对应的

$$\eta_c' = 1200 \text{ K}/T_s' = 30$$

确为一个较大数值, 这反过来说明第 2 小题解答过程中将卫星向空间的热辐射近似处理为绝对黑体全频率辐射是完全可接受的.

现在的情况有所不同, 卫星内部焦耳热功率  $P_J = 1 \text{ kW}$  较大, 它必使卫星温度  $T_s''$  升高,  $\eta_c''$  随之降低, 若再将卫星的热辐射处理为全频率辐射便属不妥.

作为零级近似, 先设卫星作全频率辐射, 卫星自身表面的黑体辐射功率为

$$P_s = 4\pi r_s^2 \sigma T_s''^4$$

据第 2 小题可算得卫星吸收太阳辐射的功率为

$$P'(T) = (4.1 \times 10^{-4}) \pi r_s^2 \sigma T_{\text{sun}}^4 R_{\text{sun}}^2 / R^2 = 0.51 \text{ W}$$

卫星热平衡时

$$P_s = P_J + P'(T)$$

因  $P_J \gg P'(T)$ , 近似有  $P_s = P_J$ , 得卫星温度

$$T_s'' = (P_J / 4\pi r_s^2 \sigma)^{1/4} = (10^3 / 4\pi \times 0.5^2 \times 5.67 \times 10^{-8})^{1/4} = 274 \text{ K}$$

对应

$$\eta_c'' = 1200 \text{ K}/T_s'' = 4$$

现在可对卫星温度  $T_s''$  作第一次修正. 因  $\eta > \eta_c''$  对应的频率辐射被卫星表面涂料反射

回卫星体内,真正被辐射出去的功率便为

$$P_s'' = \left[ \int_0^{\eta_c''} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} \right] / \left[ \int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} \right] P_s$$

$$= \left[ \int_0^{\eta_c''} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} / \frac{\pi^4}{15} \right] P_s$$

或写为  $P_s'' = \alpha P_s$ , 其中  $\alpha = \frac{1}{6.5} \int_0^{\eta_c''} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1}$ .

利用图 23-6, 对  $\eta_c'' = 4$  估算出曲线下面积约含 18 个方格, 每一方格的“面积”为 0.2, 便可近似得到

$$\int_0^{\eta_c''} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = 18 \times 0.2 = 3.6$$

因此

$$\alpha = 3.6/6.5 = 0.55$$

热平衡方程为  $P_s'' = P_J$ , 即  $\alpha(4\pi r_s^2 \sigma T_s''^4) = P_J$ .

得 
$$T_s'' = \alpha^{-1/4} (P_J/4\pi r_s^2 \sigma)^{1/4} = \alpha^{-1/4} \times 274 \text{ K}$$

$$= (0.55)^{-1/4} \times 274 \text{ K} = 318 \text{ K}$$

对应新的  $\eta_c'' = 1200 \text{ K}/T_s'' = 3.8$ .

再对  $T_s''$  作第二次修正. 利用图 23-6, 近似得

$$\int_0^{\eta_c''} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = 16.8 \times 0.2 = 3.4$$

因此

$$\alpha = 3.4/6.5 = 0.52, \quad T_s'' = \alpha^{-1/4} \times 274 \text{ K} = 322 \text{ K}$$

对应

$$\eta_c'' = 1200 \text{ K}/T_s'' = 3.7$$

对  $T_s''$  作第三次修正如下:

$$\int_0^{\eta_c''} \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = 16.2 \times 0.2 = 3.24$$

$$\alpha = 3.24/6.5 = 0.50, T_s'' = \alpha^{-1/4} \times 274 \text{ K} = 326 \text{ K}$$

对应

$$\eta_c'' = 1200 \text{ K}/T_s'' = 3.7$$

此  $\eta_c''$  值与上一次修正值相同, 故卫星温度取为

$$T_s'' = 326 \text{ K}$$

是合理的.

本小题原解答给出的卫星热平衡温度为 274 K, 即为前面给出的零级近似解, 它与合理解 326 K 相差 52 K.

4. 这样的卫星油漆不可能存在. 因为若有这种卫星油漆存在, 那么可设想有一个温度

为  $T_0$  的大热源包围着此卫星, 卫星放热多于吸热必导致大热源吸热多于放热. 若开始时卫星温度  $T_1$  高于  $T_0$ , 则  $T_1$  必可降至低于  $T_0$ . 据题设此时卫星放热仍多于吸热, 便形成从低温热源(卫星)向高温热源(大热源)的自发热传导, 这显然违反热力学第二定律.

5. 为使卫星热平衡温度高于第1小题计算值, 要求表面涂料具有类似地球大气的性能. 这就是说, 涂层可将它从阳光中及卫星体辐射中吸收的红外部分转化为热能, 而后此热能的一部分转化为其他形式的能量被卫星体吸收并再转化为热能. 这样就使卫星体吸收的总热量有所增加, 卫星体热平衡时辐射出去的能量也相应增加, 从而使其热平衡温度增高.

## 实验部分\*

### [题4] 空气电击穿的研究

本实验利用压电晶体产生的高电压来研究室内空气的电击穿问题. 实验装置如图 23-7 所示. 让一个质量为  $m$  的锤体沿槽轨下滑, 然后与两个圆柱形的压电晶体组合件相碰并进而压缩这两个压电晶体, 从而在其端面聚积电荷. 把产生的电压加于一个可调节的空气间隙两端, 若间隙足够小, 就会看到间隙中产生的电火花. 对于一个给定的间隙宽度, 能产生电火花的最小电压称为该空气间隙的击穿电压.

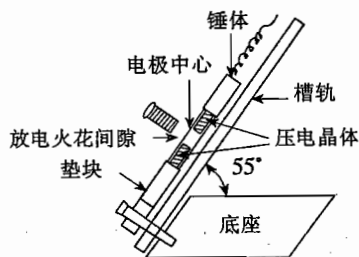


图 23-7

欲确定击穿电压与间隙宽度的函数曲线关系. 估计实验结果的误差; 讨论各种误差的来源及影响; 说明本实验结果是否适用于其他环境中的空气. 实验报告还要求包括以下几点: 实验方法、步骤; 简述你是如何解决实验测量中的一些困难问题的. 记下压电晶体的号数.

压电晶体简介: 一个圆柱形压电晶体可视为一个弹性体, 它的两个端面之间形成一个平行板电容器. 晶体受压时, 一部分电荷将从一个端面迁移到另一个端面, 而这两个端面之间便具有一定电压. 迁移的电荷正比于压缩量. 这个过程是可逆的. 当压力消失时, 电荷又会反向迁移. 例如, 下面依序发生三个事件, 并设晶体电容量为  $C$ .

1. 对晶体施加压力;
2. 晶体两端面被瞬时短路;
3. 取消压力.

在 1 中, 电荷迁移量为  $Q$ , 晶体端面间电压为  $U = Q/C$ . 在 2 中, 电压降为零  $U = 0$ . 在 3 中, 产生一个反向电压, 即  $-U$ .

一块晶体电容器的电容记为  $C_p$ . 设开始时, 晶体既不带电也无形变. 当它被压缩时, 外力对其作功, 记为  $E$ . 然后能量  $KE$  转变为电能并贮存于电容器  $C_p$  中. 其中  $K$  是一个由晶体

\* 原实验部分没有题解, 为了读者阅读方便, 我们编写了题解, 以供参考.

材料确定的常数. 对本实验所用晶体, 厂商提供量  $K = 0.5$ .

[实验] 已经组装好的实验装置使两块晶体一受压时, 在其相邻的两个端面上均带正电荷. 在图 23-7 中标为 + 号. 两个端彼此连接, 又与中心电极相连, 中心电极作为火花间隙的一个电极. 两块晶体的另一对端面在实验中会分别通过锤体金属垫块与金属槽轨连通, 而槽轨又通过一根铜导线与一个可调螺丝连接, 螺丝此时作为火花间隙的另一个电极. 图中较大的金属垫块的作用是, 它和锤块会一起对晶体施加压力. 垫块下方有一块塑料橡胶, 可使实验装置的底座不会受到垫块的冲击力. 槽轨上方有一限位装置, 它使锤块运动的范围不超过 1.3 cm, 实验时请勿超过这一范围.

有两种检测电火花的方法.

1. 肉眼观察. 为此, 必须将可调螺丝与槽轨短接(简称“接地”).

2. 用一只手两个手指来“感觉”电火花. 此时, 必须拆去“接地”导线, 并同时用一手指接触螺丝, 另一手指接触槽轨, 于是火花电流会在你的手中通过. 用这一方法, 你可以通过感觉来检测是否产生了电火花.

你可以随意选取一种你认为较合适的方法, 也可以同时用这两种方法. 如果你确实检测不出电火花, 请告诉监考老师. 另外, 还为你提供三角尺, 一个小木夹, 一个小螺丝刀和一些坐标纸.

实验用数据: 芬兰的重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ; 一块压电晶体的电容量  $C_p = 20 \text{ pF} \pm 2 \text{ pF}$ ; 锤块质量  $m = 34.6 \text{ g}$ ; 垫块与两块晶体组成的联合体的质量  $M = 87.5 \text{ g} \pm 0.5 \text{ g}$ , 此联合体按绝对刚体处理; 螺丝用来调节火花间隙, 其螺距为 0.80 mm, 槽轨与水平底座的夹角为  $55^\circ \pm 1^\circ$ .

[注意]

1. 晶体电容器的漏电阻非常高, 因此可使电荷长时间保持在其两个端面上, 你的实验方案可利用这一事实.

2. 晶体端面的电荷非常少, 对人体无伤害. 实验时可用手来“感觉”到电火花的存在, 而决不会伤害你.

3. 实验中锤块要多次与晶体相撞, 注意防止将晶体碰碎. 万一碰碎, 请报告监考老师, 以更换备用品. 为防止晶体被碰碎, 要确保晶体组合件紧靠在槽轨上, 而每次碰撞前应先将其组合体朝槽轨紧压一下. 锤块释放前, 可用提供的细绳和木夹吊住, 然后使它平稳下滑, 以防跳动.

4. 火花间隙的电容量是很小的, 可以忽略.

[解答]

(一) 实验原理: 设锤块下滑初速度  $v_0 = 0$ , 末速为  $v$ . 沿槽下滑距离为  $l$ , 此时动能为  $E_{k_0}$ , 它与垫块和晶体组成的联合体做完全非弹性碰撞, 碰撞后两者以速度  $V$  共同运动.

$$E_{k_0} = mv^2/2$$

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \alpha = 55^\circ$$

$$E_{k0} = mlg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

完全非弹性碰撞:  $V = mv/(m + M)$

$$\Delta E_k = mv^2/2 - (m + M)V^2/2$$

$$= Mmlg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)/(m + M)$$

由于两晶体电容器是并联,其电容量为  $2C_p$ . 由题设条件,  $K\Delta E_k$  将转换成电能储存于电容器中,所以

$$K\Delta E_k = 2C_p U^2/2$$

$$U = \left[ \frac{KMmlg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{C_p(M + m)} \right]^{1/2} \quad (1)$$

实验中,首先要测出摩擦系数  $\mu$ ,再对一组给定的火花间隙宽度  $d$ ,分别测出产生电火花的  $l$  值,最后再由式 (1) 计算出相应的击穿电压,并作图给出  $U-d$  关系曲线.

(二) 实验数据处理:

晶体序号为 87.

1. 测量摩擦系数  $\mu$ . 如图 23-8 所示,由测量可知  $AB \parallel CD$ . 若锤块在槽轨上刚好匀速滑动的临界角为  $\theta$ ,则有

$$mg \sin \theta = \mu mg \cos \theta$$

因此

$$\mu = \operatorname{tg} \theta$$

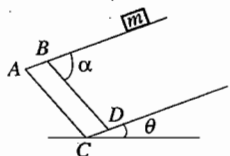


图 23-8

次 数	1	2	3	4
临界角 $\theta(^{\circ})$	13.0	12.5	13.0	12.0
$\mu$	0.231	0.222	0.231	0.213

$$\bar{\mu} \pm \Delta\mu = 0.224 \pm 0.004$$

2. 测不同间隙的击穿电压. 火花间隙  $d$  用螺丝的螺距测量. 开始时使两电极接触,然后旋转提升螺丝,每转一圈测一点.

测量  $l$ , 使锤体下滑长度  $l$  由小到大. 记下刚刚产生电火花时的  $l$  值,并在计算中对锤体在槽轨标尺上的零点误差(1 mm)进行了修正. 为保证锤块下滑初速度为零,用夹子夹住锤的细绳,然后放开夹子,使锤自由下滑. 由于压电晶体的内阻很高,每次碰撞后,必须使之短路放电.

$d(\text{mm})$	1.60	2.40	3.20	4.00	4.80	5.60
$l_1(\text{cm})$	3.6	4.3	4.8	5.2	5.8	6.3
$l_2(\text{cm})$	3.6	4.3	4.9	5.3	5.6	6.2
$l_3(\text{cm})$	3.6	4.3	4.8	5.2	5.9	6.3
$\bar{l}(\text{cm})$	3.6	4.3	4.8	5.2	5.8	6.3
$U(10^4 \text{ V})$	1.23	1.34	1.42	1.48	1.56	1.63

作  $U-d$  关系曲线, 见图 23-9. 从图可见这是一直线关系.

### (三) 讨论:

1. 空气击穿是由于在强电场下空气雪崩式电离而造成的, 火花在间隙中何处产生以及火花的路径是不确定的, 具有随机性.

2. 在一定的间隙宽度  $d$  下, 击穿电压与气体种类、空气的压力和温度、电极的材料、大小、形状等因素密切相关, 所以本实验的测量结果不具有普遍的适用性.

### 3. 测量误差分析和估计.

火花间隙  $d$  测量误差估计: 螺距误差 1%, 转角一圈约有  $5^\circ$ , 误差为 1%; 初始零点位置估计误差平均约为 3%, 所以共有 5% 的误差.

击穿电压的测量误差: 下滑距离  $l$  的误差约 1%,  $M$  的误差 0.5%,  $\mu$  的误差 0.5%, 夹角  $55^\circ \pm 1^\circ$  引起的误差 1%, 电容引起的误差 5%,  $K$  的误差 (设  $K = 0.5 \pm 0.05$ ) 5%, 总的测量误差估计为 13%.

此外中心电极的形状, 螺丝作为一个电极其端面的形状及平整否都会影响击穿电压和间隙宽度的测量. 虽然与  $U$  有关的直接测量值  $l$  的重复性很好, 但与  $U$  有关的各计算参量的误差之和较大, 所以测量的准确度不高.

### [题 5] 光栅和滤光片

为你提供以下实验器材: 一个小的手电筒; 一个固定在塑料底座上的非标准的反射光栅, 这个光栅的槽纹是圆形的, 所以与通常的反射光栅相比, 其反射有些畸变; 可作为支架的几个塑料玩具块; 几块光学元件, 分别编号为 1(红色), 2(红), 3(蓝), 4(粉红), 5(紫红), 6(灰), 7(白色); 三张坐标纸; 一个可用来支撑测量装置的厚纸板盒; 一把尺子.

1. 尽可能精确地测量反射光栅的光栅常数. 要求给出测量原理, 画出测量装置图, 列出原始数据, 最后结果及其绝对误差, 并需说明你是如何得到光栅常数的.

2. 光学元件 1 至 5 是五块滤光片, 实验测定它们分别通过或吸收光的波长范围, 并估计可能的误差. 此外还要求用曲线表示其实验结果, 最后请确定元件 6 是什么光学元件?

3. 元件 7 是一个二维正交线网, 请在两个正交方向上分别确定相邻网线的间距, 图示测量方案.

可见光的波长范围是  $(0.4 \sim 0.7) \times 10^{-6} \text{ m}$ .

注意: 手电筒内电池工作 40 min 后, 灯光要明显减弱, 颜色变红. 所以在你不需要测量时, 务必将灯关闭.

### [解答]

#### (一) 测反射光栅的光栅常数

1. 平面反射光栅的光栅方程为

$$d(\sin \theta + \sin i) = \pm K\lambda \quad (1)$$

式中  $d$  为光栅常数,  $\theta$  为衍射角,  $i$  是入射角. 当  $\theta$  与  $i$  在法线同侧,  $\theta = i$

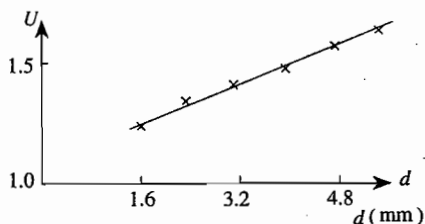


图 23-9  $U-d$  关系图

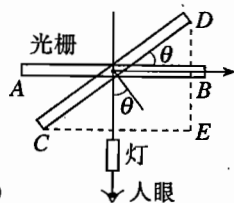


图 23-10



时, 方程便化为

$$2d\sin\theta = K\lambda \quad (2)$$

若已知入射光波长  $\lambda$ , 则只需测量与  $K$  级衍射光相对应的衍射角  $\theta$ , 即可求出光栅常数  $d$ .

2. 测量装置如图 23-10, 将装置放于坐标纸上, 入射光与坐标纸上一组线平行(定为  $Y$  轴), 并与光栅平面  $AB(X$  轴) 垂直. 调整装置使得人眼视线沿  $Y$  轴从灯上方看到光栅上光源反射像(零级衍射). 在零级衍射两侧, 可看到一级、二级等衍射图. 由于光栅的衍射强度与槽的形状有很大关系, 因此一般只在光栅的一侧可看到清晰的衍射图像. 本实验只要求测量一侧的衍射角, 如  $K = +1, +2 \dots$

3. 测量衍射角的方法. 视线仍沿  $Y$  轴方向注视  $O$  点不变, 转动光栅平面, 使每一级谱线两端的光线(深红  $\lambda = 0.7 \mu\text{m}$ , 蓝紫  $\lambda = 0.4 \mu\text{m}$ ) 依次对准视线, 如当视线对准一级光谱  $\lambda = 0.7 \mu\text{m}$  的红光时, 光栅处于  $CD$  位置, 则衍射角  $\theta = \angle DCE$ ;  $\sin\theta = DE/CD$ . 由坐标纸上读出坐标数值, 即可求出  $\sin\theta$ . 上述测量中, 入射线与视线组成的平面始终与光栅刻槽平行. 此时, 入射角等于衍射角, 可以用公式 (2) 计算光栅常数.

4. 数据处理: 光栅宽  $L = CD = 31.5 \text{ mm}$ .

	$K = 1$ 级		$K = 2$ 级	
	红端	紫端	红端	紫端
$DE(\text{mm})$	7.0	4.0	13.5	8.0
$\sin\theta$	0.222	0.127	0.429	0.254
$d(\mu\text{m})$	1.58	1.57	1.63	1.57

计算得  $\bar{d} \pm \Delta\bar{d} = 1.61 \pm 0.02 \mu\text{m}$ .

由于入射光不是平行光, 坐标纸上读数不准, 以及人眼观察的原因, 估计结果为

$$d \pm \Delta d = 1.61 \mu\text{m} \pm 0.05 \mu\text{m}$$

### (二) 测定滤光片 1 至 5 的滤光范围

1. 在图 23-10 所示装置的人眼前放上滤光片, 用上述方法观察通过滤光片的衍射图. 测量谱线两端对应的  $\theta$  角, 最后由公式求出滤光片所通过的光波的波长范围. 这里强度是用肉眼观测的, 由于视觉函数的影响, 主观感觉与其正确强度差距较大. 测量只能是定性的. 在作图中, 以视觉强度标注.

估计误差为 5%. 图 23-11 给出视觉透光强度与波长的关系.

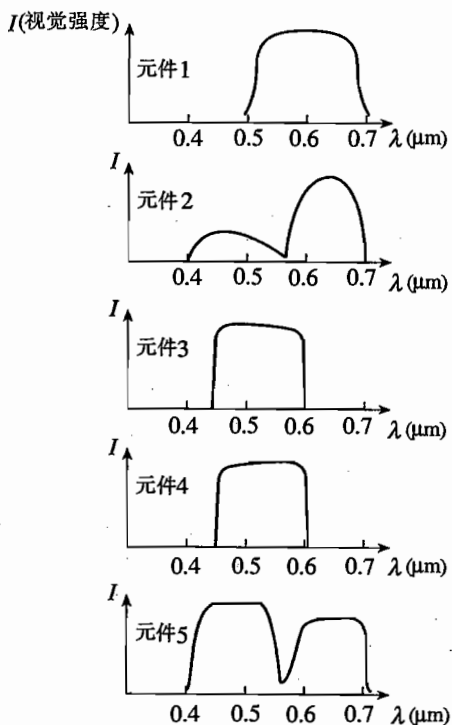


图 23-11

## 数据处理

元件编号	紫端	红端	峰值	谷值
1. $y(\text{mm})$	5.0	7.0	6.5	
$\sin\theta$	0.159	0.222	0.206	
$\lambda(\mu\text{m})$	0.51	0.71	0.66	
2. $y(\text{mm})$	4.5	7.0	4.2 6.2	5.5
$\sin\theta$	0.143	0.222	0.133 0.197	0.175
$\lambda(\mu\text{m})$	0.46	0.71	0.43 0.63	0.56
3. $y(\text{mm})$	4.0	6.0	5.0	
$\sin\theta$	0.127	0.190	0.159	
$\lambda(\mu\text{m})$	0.41	0.61	0.51	
4. $y(\text{mm})$	4.5	7.0	6.0	
$\sin\theta$	0.143	0.222	0.190	
$\lambda(\mu\text{m})$	0.46	0.71	0.61	
5. $y(\text{mm})$	4.0	7.0	4.5 6.5	5.5
$\sin\theta$	0.127	0.222	0.143 0.206	0.175
$\lambda(\mu\text{m})$	0.41	0.71	0.41 0.66	0.56

2. 眼睛通过元件 6 观察玻璃表面或桌面的反射光,转动元件,观察到光强改变,由此确定元件 6 是一个偏振片.

### (三) 正交线网相邻网线间距的测定

正交线网可作为一个二维平面透射光栅处理,测量装置如图 23-12 所示. 尺子放在小灯处并与其共面,在小灯与眼睛之间放上光栅,使视线与尺子及光栅平面垂直,并使线网的某组平行线与尺子刻线平行. 眼睛聚焦在尺子上,观察白光的衍射图. 可读出  $\pm 1$  级衍射斑的间距  $x$ . 设  $x_a, x_b$  分别为间距为  $a$  和  $b$  的网线与尺子垂直时读出的  $x$  值. 此时,光栅方程为

$$a \sin \theta = K \lambda$$

$$b \sin \beta = K \lambda$$

式中  $a, b$  为网线间距,  $\theta, \beta$  为衍射角. 对 1 级衍射, 由于  $\theta, \beta$  很小,

$$\sin \theta \approx \theta \approx \text{tg } \theta = x / (2L)$$

所以

$$a = \lambda / \theta = 2L\lambda / x_a$$

$$b = 2L\lambda / x_b$$

实验数据处理:  $L = 50.0 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$

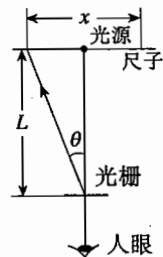


图 23-12

$x_a(\text{mm})$	$x_b(\text{mm})$	$a(\text{mm})$	$b(\text{mm})$
10.	9.6	0.055	0.057

误差估计为 10%. 由于衍射角很小,若在灯前放一小孔,使小孔与尺子共面,其测量结果会更好些.

(北京大学 舒幼生 朱世嘉译)

# 第 24 届试题及解答

(1993, 美国)

## 理论部分

### 物理常数表

地球平均半径	$R_E = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
地面重力加速度	$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
引力常量	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$
真空介电常量	$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$
真空磁导率	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$
真空光速	$c = 3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
电子电量绝对值	$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
电子质量	$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
质子质量	$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
普朗克常量	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$
阿伏加德罗常量	$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
玻耳兹曼常量	$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
气体常量	$R = 8.31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$

### [题 1] 大气电性

照按静电学观点, 可以认为地球表面是良导体. 设地球表面所带总电量为  $Q_0$ , 平均面电荷密度为  $\sigma_0$ .

(1) 天气晴好时, 大气中有一垂直向下的电场, 记为  $\vec{E}$ , 在地球表面附近其值约为  $E_0 = 150 \text{ V/m}$ , 试求地球表面的面电荷密度和地球表面所带的总电量.

(2) 电场强度的绝对值随高度的增加而减少, 在距地面 100 m 的高处, 场强约为 100 V/m, 试求 100 m 高处与地球表面间平均每立方米大气中净电荷量.

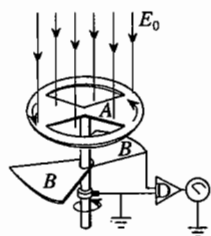
(3) 在(2)中求得的净电荷体密度, 实际上是数值几乎相等的单位体积内单价正离子(数密度为  $n_+$ )电量和负离子(数密度为  $n_-$ )电量的代数和. 天气晴好时, 地面附近  $n_+ \approx n_- \approx 6 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ . 这些离子会在竖直向下电场的作用下运动, 它们(实指其中的正离子——译注)的运动速度与场强的关系为

$$v \approx 1.5 \times 10^{-4} E$$

式中  $v$  的单位取为 m/s,  $E$  的单位取为 V/m. 若无其他过程(例如闪电)为地球表面充电, 试

问因大气离子运动需经多长时间才能使地球表面的电荷中和掉一半?

(4) 用图 24-1 所示的实验装置, 可测出大气电场强度  $E$  和地球表面的面电荷密度  $\sigma_0$ . 图中一对固定的金属象限板互相连通, 但与转轴绝缘. 它们被放在一个具有象限形开孔、匀速转动的金属盘下面, 金属盘及其转轴接地(为了看得清楚, 图中象限板  $B$  与转动盘  $A$  之间的距离系属夸大). 金属盘每旋转一周, 象限板完全暴露于电场下两次, 使转动盘完全屏蔽两次. 完全暴露与完全屏蔽之间的时间间隔为  $T/4$ ,  $T$  为圆盘转动周期. 如图 24-2 所示, 设  $r_1$  和  $r_2$  分别为象限板内圆弧和外圆弧的半径, 并设象限板某次被完全屏蔽时  $t = 0$  (注意: 图 24-1 中的导线尚未接通). 试求在时间  $t = 0$  和  $t = T/2$  之间, 象限板的上表面由于感应而产生的全部面电荷  $q$  与时间  $t$  的函数关系, 并作出与之相应的  $q-t$  图线(此处大气中离子流的影响可以忽略不计).



A: 转动盘 D: 放大器  
B: 固定象限板

图 24-1

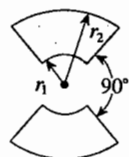


图 24-2

(5) 将(4)中描述的装置与一个放大器相连接, 如图 24-3 所示, 放大器的输入电路相当于一个电容器(电容量为  $C$ ) 与一个电阻器(电阻值为  $R$ ) 并联的电路(假设象限板系统的电容量与  $C$  相比可以忽略不计). 试求出在下述两种情况下, 在  $t = 0$  与  $t = T$  之间, 图 24-3 中  $M$ 、 $N$  两点间的电势差  $U$  随  $t$  的变化关系, 并作出  $U-t$  图线.

(a)  $T = T_a \ll CR$ ;

(b)  $T = T_b \gg CR$  (设  $C$  和  $R$  的值是固定的, 在(a)、(b)两种情形中  $T$  的值不同).

将(a)、(b)两种情形中  $U(t)$  的极大值分别记为  $U_a$ 、 $U_b$ , 试求  $U_a/U_b$  的近似表达式.

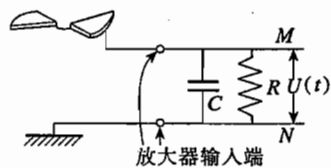


图 24-3

(6) 设  $E_0 = 150 \text{ V/m}$ ,  $r_1 = 1 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 7 \text{ cm}$ ,  $C = 0.01 \mu\text{F}$ ,  $R = 20 \text{ M}\Omega$ , 假定金属盘每秒旋转 50 周, 在这种情况下试求一个周期内  $U(t)$  极大值的近似值.

[解答]

(1) 据高斯定理, 地球(导体)表面附近的电场强度  $E_0$  与表面的面电荷密度  $\sigma_0$  之间有如下关系:

$$\sigma_0 = \epsilon_0 E_0$$

即得  $\sigma_0 = (8.85 \times 10^{-12}) \times (-150) \text{ C/m}^2 = -1.3 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$

$$\begin{aligned} Q_0 &= 4\pi R^2 \sigma_0 = 4\pi \times (6.4 \times 10^6)^2 \times (-1.3 \times 10^{-9}) \text{ C} \\ &= -6.7 \times 10^5 \text{ C} \end{aligned}$$

(2) 取一截面积为  $A$ 、下端面离地高度为零、上端面离地高度为  $l = 100 \text{ m}$  的圆柱面, 如图 24-4 所示. 据高斯定理, 有

$$E(0)A - E(100)A = \rho_{\text{平均}} l A / \epsilon_0$$

即得平均每立方米大气中净电荷量为

$$\rho_{\text{平均}} = \epsilon_0 [E(0) - E(100)] / l$$

$$= 8.85 \times 10^{-12} \times [150 - 100] / 100 \text{ C/m}^3 = 4.4 \times 10^{-12} \text{ C/m}^3$$

(3) 如果导体中每单位体积有  $n$  个带电粒子, 每个粒子所带电量同为  $q$  且均以速度  $v$  运动, 则单位垂直截面积上的电流(即电流密度)为

$$j = nqv$$

大气中同时存在正电荷粒子和负电荷粒子, 粒子带电量分别为  $e$  与  $-e$ . 在向下电场的作用下, 显然正电荷粒子朝下运动, 负电荷粒子朝上运动. 对本题所述情况, 正电荷粒子才能起到中和地球表面电荷的作用. 据此有(按需要取朝下为正方向)

$$j = n_+ ev = (6 \times 10^8) \times (1.6 \times 10^{-19}) \times (1.5 \times 10^{-4} E_0) \\ = 1.44 \times 10^{-14} E_0$$

这里的  $j$  也是地球表面电荷面密度(改记为变量  $\sigma$ ) 随时间的变化率( $d\sigma/dt$ ),  $E_0$ (取向向下为正方向) 则等于  $(-\sigma/\epsilon_0)$ . 因此, 上式可改成为

$$\frac{d\sigma}{dt} = 1.44 \times 10^{-14} \left( -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right) = -\frac{1.44 \times 10^{-14}}{8.85 \times 10^{-12}} \sigma \approx -\frac{1}{600} \sigma$$

这完全类似于放射性衰减的关系式,  $\sigma$  的解是一个随时间  $t$  作指数衰减的函数, 即

$$\sigma = \sigma_0 e^{-t/\tau}, \quad \tau = 600 \text{ s}$$

取  $\sigma(t) = \sigma_0/2$ , 可得地球表面电荷中和掉一半所需时间为

$$t = \tau \ln 2 = 600 \times 0.693 \text{ s} = 416 \text{ s} \approx 7 \text{ min}$$

一种更简单的近似解法是假设  $j$  保持为初值  $j_0$  不变, 即

$$j = j_0 = 1.44 \times 10^{-14} E_0 = 1.44 \times 10^{-14} \times 150 \text{ A/m}^2 \\ = 2.16 \times 10^{-12} \text{ A/m}^2$$

由(1)得  $|\sigma_0| = 1.3 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$ , 考虑到中和掉的一半电荷由  $j$  提供, 即

$$|\sigma_0/2| = jt$$

便得  $t = |\sigma_0| / (2j) = 1.3 \times 10^{-9} / (2 \times 2.16 \times 10^{-12}) \text{ s} = 300 \text{ s} = 5 \text{ min}$

(4) 设  $t = 0$  时刻绝缘的象限板被完全屏蔽, 则有下列关系:

$$q = \begin{cases} -2\pi(r_2^2 - r_1^2)\epsilon_0 E_0 t / T & 0 \leq t \leq T/4 \\ -\pi(r_2^2 - r_1^2)\epsilon_0 E_0 (1 - 2t/T) & T/4 < t \leq T/2 \end{cases}$$

以后每两个四分之一周期内都将重复上述变化.

感应电荷的最大(负)值由下式给出:

$$q_{\text{max}} = -\pi(r_2^2 - r_1^2)\epsilon_0 E_0 / 2$$

$q-t$  图线如图 24-5 所示.

(5) 讨论本小题内容时, 不必求出电路的解析解. 要求学生能理解到的只是流入放大器

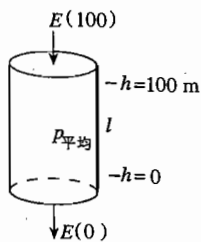


图 24-4

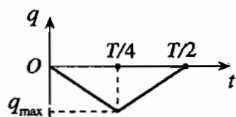


图 24-5

的电流中一部分为电容器充电,即  $CdU/dt$  量;另一部分流过电阻,即  $U/R$  量. 依据每一个四分之一周期内通过电阻流掉的电荷量究竟是远小于  $CU$  值,还是远大于  $CU$  值,来讨论两种极端情况.

$$(a) CU \gg (U/R)(T/4), \text{ 即 } T = T_a \ll CR$$

在  $T/4$  时间内,只有非常少量的电荷通过电阻  $R$  流掉.

这样,当绝缘象限板因感应而带负电时,几乎等量的正电荷充电到电容器  $C$ ,故在  $t = 0$  到  $t = T/4$  期间内  $U$  近似于线性增加,而在  $t = T/4$  到  $t = T/2$  期间内  $U$  近似于线性减小.  $U-t$  图线如图 24-6 所示,且有

$$U_{\max} = U_a \approx |q_{\max}|/C$$

其中  $q_{\max}$  已在(4)中给出.

$$(b) CU \ll (U/R)(T/4),$$

即

$$T = T_b \gg CR$$

则绝大部分电荷迅速地经电阻  $R$  流掉. 当  $q$  的绝对值增大时有一正的常量电流流过电阻  $R$ ,  $q$  的绝对值减小时有一负的等量电流流过电阻  $R$ . 电流的大小近似等于  $|q_{\max}|/(T_b/4)$ , 电阻  $R$  两端间的电压在每一个四分之一周期内大小相同,正、负交替,如图 24-7 所示. 此时

$U_{\max} = U_b \approx 4|q_{\max}|R/T_b$ , 联合(a)、(b)两个  $U_{\max}$  解, 便得

$$U_a/U_b \approx T_b(4CR)$$

(6) 因  $CR = 10^{-8} \times 20 \times 10^6 \text{ s} = 0.2 \text{ s}$ ,  $T = 1/50 = 0.02 \text{ s}$ , 故  $CR = 10T$ , 满足  $T \ll CR$  的条件, 即属(5)(a)的情况. 绝缘象限板最大静电感应面积为

$$\begin{aligned} A_{\max} &= \pi(r_2^2 - r_1^2)/2 = \pi \times (7^2 - 1^2)/2 \text{ cm}^2 = 75 \text{ cm}^2 \\ &= 7.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

又由  $E_0 = 150 \text{ V/m}$ , 得象限板上感应电荷的面密度为

$$\sigma = \epsilon_0 E_0 = 1.33 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

因此  $|q_{\max}| = \sigma A_{\max} = (1.33 \times 10^{-9}) \times (7.5 \times 10^{-3}) \text{ C}$   
 $= 1.0 \times 10^{-11} \text{ C}$

便得  $U_{\max} = |q_{\max}|/C = 1.0 \times 10^{-11}/(1.0 \times 10^{-8}) \text{ V}$   
 $= 10^{-3} \text{ V} = 1 \text{ mV}$

### [题 2] 激光对透明棱镜的作用力

一束强激光通过小的透明物体时,由于折射作用而对物体产生相当的作用力. 为对此有所理解,取一个很小的玻璃三棱镜,其顶角为  $A = \pi - 2\alpha$ ,底边长为  $2h$ ,厚度为  $w$ ,折射率为  $n$ ,密度为  $\rho$ .

设该棱镜处在一束沿水平  $x$  轴方向传播的激光之中(本题自始至终假定棱镜不发生转动,即其顶角总是对准激光束射来的方向,它的两个三角形侧面总是平行于  $xy$  平面,底面总



图 24-6

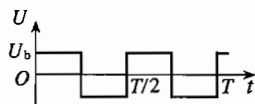


图 24-7

是平行于  $yz$  平面,如图 24-8 所示). 周围空气的折射率取为  $n_a = 1$ , 并设棱镜各面均镀有防反射膜,确保不发生反射.

激光束的强度沿  $z$  轴方向均匀分布,但是从  $x$  轴开始,沿  $y$  轴正、负方向的光强按线性关系减弱. 在  $y = 0$  处强度最大,其值为  $I_0$ ,而到  $y = \pm 4h$  处,光强降为零(参见图 24-9)(光的强度即为每单位面积的功率,单位是  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ).

(1) 在激光射到棱镜上表面时,参考图 24-10,试求偏转角  $\theta$ (用  $\alpha$  和  $n$  表示).

(2) 将棱镜顶端由原来的位置  $x$  轴处沿  $y$  轴方向平移  $y_0$  量,且设  $|y_0| \leq 3h$ ,试用  $I_0, \theta, h, w$  和  $y_0$  来表述激光作用在棱镜上的净作用力的  $x, y$  分量. 作图表示出作用力在水平方向( $x$  轴方向)和竖直方向( $y$  轴方向)的分量随位移  $y_0$  的变化关系.

(3) 设激光束在  $z$  方向的宽度为  $1 \text{ mm}$ , 在  $y$  方向的宽度为  $80 \mu\text{m}$ , 棱镜的参量为  $\alpha = 30^\circ, h = 10 \mu\text{m}, n = 1.5, w = 1 \text{ mm}, \rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$ . 当棱镜的顶端位于激光束对称面以下的  $y_0 = -h/2 (= -5 \mu\text{m})$  处时,需要多少瓦的激光束功率才能使棱镜克服重力(朝  $-y$  方向)的作用处于平衡状态?

(4) 用与(3)中相同的棱镜和激光束,在没有重力的条件下做实验,且设定  $I_0 = 10^8 \text{ W/m}^2$ . 移动棱镜使其顶端静止地处于  $y_0 = h/20$  的位置,而后释放棱镜,它将发生振动,试求振动周期.

### [解答]

(1) 这是一个涉及折射定律的简单几何光学问题. 参照图 24-11, 因  $\alpha_1 = \alpha$  和  $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_2 + \alpha_3 = 90^\circ$ , 故入射角  $\alpha_3 = \alpha$ . 据折射定律,有  $\sin \alpha = n \sin \beta$ , 可确定折射角  $\beta = \arcsin(\sin \alpha/n)$ . 光束对棱镜底面的入射角应为

$$(\pi/2) - [\pi - \alpha - (\pi/2 - \beta)] = \alpha - \beta$$

对底面应用折射定律,有

$$\sin \theta = n \sin (\alpha - \beta)$$

最后可解得

$$\theta = \arcsin \{ n \sin [\alpha - \arcsin (\sin \alpha/n)] \}$$

(2) 棱镜所受力与激光束通过棱镜时的动量改变率的大小相同、方向相反. 为进行分析,先考虑入射在棱镜上半面激光的动量改变量.

设激光束中每秒有  $\tau_n$  个光子沿着平行于  $x$  轴的方向射到棱镜的上表面,一个光子的能量记为  $E$ ,其动量为  $\vec{P}_i = (E/c) \vec{i}$ . 以相对于  $x$  轴为  $\theta$  角的方向离开棱镜的光子与入射光子相

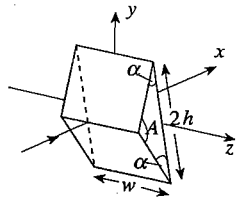


图 24-8

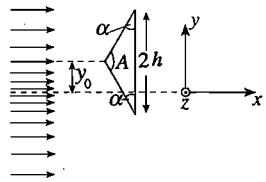


图 24-9

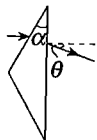


图 24-10

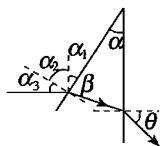


图 24-11

比较,对应的动量变化量为

$$\delta \vec{P} = (E/c)(\cos \theta - 1) \vec{i} - (E/c)\sin \theta \vec{j}$$

$\tau_u$  个光子总的动量改变量便是

$$\tau_u \delta \vec{P} = (\tau_u E/c)[(\cos \theta - 1) \vec{i} - \sin \theta \vec{j}]$$

$\tau_u E$  量即为照射在上表面的激光功率  $P_u$ , 故棱镜因上表面对激光的折射而受到的作用力为

$$\vec{F}_u = \tau_u \delta \vec{P} = (P_u/c)[(1 - \cos \theta) \vec{i} - \sin \theta \vec{j}]$$

由同样的分析,可得棱镜因下表面对激光的折射而受到的作用力为

$$\vec{F}_l = (P_l/c)[(1 - \cos \theta) \vec{i} - \sin \theta \vec{j}]$$

其中  $P_l$  为激光束照射在棱镜下表面的功率.

从上面两个结果,可知作用在棱镜的净力为

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_u + \vec{F}_l \\ &= (1/c)[(P_u + P_l)(1 - \cos \theta)] \vec{i} + (1/c)[(P_u - P_l)\sin \theta] \vec{j} \end{aligned}$$

其中角  $\theta$  已由角  $\alpha$  和棱镜折射率  $n$  确定[参见(1)].

为得到  $P_u$  和  $P_l$  量,需计算棱镜上、下表面的平均光强  $\bar{I}_u$ 、 $\bar{I}_l$ ,再各自乘以上、下表面在垂直于激光束方向上的投影面积  $hw$ . 光强  $I$  随  $y$  的分布是线性函数,故平均光强很容易确定. 据题文所述,有

$$I(y) = \begin{cases} I_0[1 - y/(4h)] & 0 \leq y < 4h \\ I_0[1 + y/(4h)] & -4h < y < 0 \end{cases}$$

现在假设棱镜顶端从  $x$  轴向上提升  $y_0$  ( $y_0 > 0$ ) 量,则可分下述两种情况讨论.

(a)  $h \leq y_0 \leq 3h$

整个棱镜都处于激光束的上半部分,这种情况下,如图 24-12 所示,平均光强等于两个表面各自中央位置的值. 棱镜上表面中央位置在  $(y_0 + h/2)$  处,下表面中央位置在  $(y_0 - h/2)$  处. 据此得

$$\bar{I}_u = I_0 \left( 1 - \frac{y_0 + h/2}{4h} \right) = I_0 \left( \frac{7}{8} - \frac{y_0}{4h} \right)$$

$$\bar{I}_l = I_0 \left( 1 - \frac{y_0 - h/2}{4h} \right) = I_0 \left( \frac{9}{8} - \frac{y_0}{4h} \right)$$

这样,不难算得

$$F_x = (2hwI_0/c)[1 - y_0/(4h)](1 - \cos \theta)$$

$$F_y = - [hwI_0/(4c)]\sin \theta$$

(b)  $0 < y_0 < h$

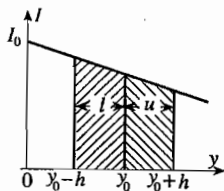


图 24-12



则棱镜的下表面有一部分处在激光束的下半部分,如图 24-13 所示. 棱镜下表面中从  $y = 0$  到  $y = y_0$  部分的面积为下表面面积的  $y_0/h$  倍,其平均光强等于  $y = y_0/2$  处的光强,即为

$$\bar{I}_{11} = I(y_0/2) = I_0[1 - y_0/(8h)]$$

从  $y = 0$  到  $y = y_0 - h$  部分的面积为下表面面积的  $(1 - y_0/h)$  倍,其平均光强等于  $y = (h - y_0)/2$  处的光强,即为

$$\bar{I}_{12} = I[(h - y_0)/2] = I_0[(7/8) + y_0/(8h)]$$

联合起来考虑,便得

$$\begin{aligned} P_l &= (hw y_0/h) \bar{I}_{11} + hw(1 - y_0/h) \bar{I}_{12} \\ &= hw I_0 [(7/8) + y_0/(4h) - y_0^2/(4h^2)] \end{aligned}$$

上表面平均光强与  $y_0$  的函数关系同(a)中所述,即得

$$P_u = hw I_0 [(7/8) - y_0/(4h)]$$

于是有

$$\begin{aligned} P_u + P_l &= hw I_0 [(7/4) - y_0^2/(4h^2)] \\ P_u - P_l &= -hw I_0 (y_0/2h) [1 - y_0/(2h)] \end{aligned}$$

由此可得

$$\begin{aligned} F_x &= (hw I_0/c) [(7/4) - (y_0^2/4h^2)] (1 - \cos \theta) \\ F_y &= - (hw I_0/c) [y_0/(2h)] [1 - y_0/(2h)] \sin \theta \end{aligned}$$

考虑到光强分布相对于  $y = 0$  面对称,故  $y_0 < 0$  的解与  $y_0 > 0$  的解之间具有镜面对称.  $F_x$  和  $F_y$  对  $y_0$  的函数关系如图 24-14 所示.

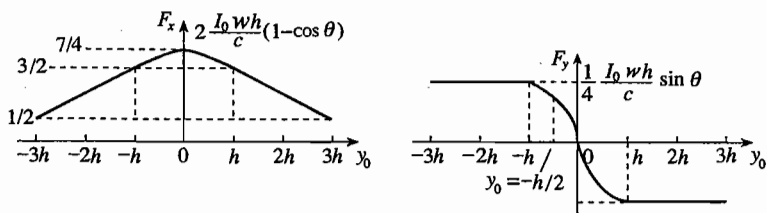


图 24-14

(3) 由  $F_y$  的表述式及图线均可看出,为使  $F_y > 0$  以克服棱镜所受重力,便必定要求  $y_0 < 0$ . 为获得克服棱镜所受重力必须对应的  $F_y$  力,需先求出棱镜的质量,再使激光束提供的这  $F_y$  力等于棱镜所受重力. 根据已给的数据可进而求出  $I_0$ ,最后再求得激光束的总功率. 计算中可用平均光强与激光束截面积的乘积来算出光束功率. 棱镜的体积为

$$\begin{aligned} V &= h^2 w t g \alpha = (10 \times 10^{-6})^2 \times 10^{-3} \times \text{tg} 30^\circ \text{ m}^3 \\ &= (\sqrt{3}/3) \times 10^{-13} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

其质量便为

$$m = \rho V = (2.5 \times 10^3) \times (\sqrt{3}/3) \times 10^{-13} \text{ kg} = 1.44 \times 10^{-10} \text{ kg}$$

所受重力为

$$mg = 1.44 \times 10^{-10} \times 9.8 \text{ N} = 1.41 \times 10^{-9} \text{ N}$$

上面(2)中之解对应  $y_0 > 0$  而得, 但因  $y_0 < 0$  与  $y_0 > 0$  两者间具有对称性, 故可利用该解, 因此  $I_0$  需满足

$$(hwI_0/c)[y_0/(2h)][1 - y_0/(2h)]\sin \theta = mg = 1.41 \times 10^{-9} \text{ N}$$

其中  $\theta = \arcsin\{n\sin[\alpha - \arcsin(\sin \alpha/n)]\} = 15.9^\circ$

$$y_0 = h/2, \quad h = 10 \times 10^{-6} \text{ m}, \quad w = 10^{-3} \text{ m}$$

即可算得

$$I_0 = 8.29 \times 10^8 \text{ W/m}^2$$

由  $P = \bar{I}S$  (其中  $\bar{I} = I_0/2$ ,  $S$  为激光束截面积) 可算得

$$P = (0.5 \times 8.29 \times 10^8) \times (10^{-3} \times 80 \times 10^{-6}) \text{ W} = 33.2 \text{ W}$$

(4) 最大位移量  $y_0 = h/20$ , 对应  $y_0/h = 0.05 \ll 1$ , 故  $|y| \ll y_0$  位移量对应的竖直方向分力

$$F_y = - (hwI_0/c)[y/(2h)][1 - y/(2h)]\sin \theta$$

可近似取为

$$F_y = - [wI_0 \sin \theta / (2c)] y$$

这是一个线性回复力, 对应的谐振动频率为

$$\omega = \sqrt{wI_0 \sin \theta / (2cm)} = \sqrt{I_0 \sin \theta / (2c\rho h^2 \text{tg } \alpha)}$$

振动周期便为

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{2c\rho h^2 \text{tg } \alpha / (I_0 \sin \theta)}$$

数值计算可得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2 \times (3 \times 10^8) \times (2.5 \times 10^3) \times (10^{-5})^2 \times \text{tg } 30^\circ}{10^8 \times \sin 15.9^\circ}} \text{ s}$$

$$= 1.12 \times 10^{-2} \text{ s}$$

### [题3] 电子束

通过加速电压  $U_0$  产生一平行均匀的高能电子束. 这些电子射向一条直长的带正电荷的铜线, 铜线的长度方向与电子束初始的入射方向垂直, 如图 24-15 所示. 图中  $b$  表示某个电子入射方向的延长线与铜线轴线之间的距离. 现在在铜线带正电荷的条件下, 入射电子束经铜线射向前方荧光屏的表面, 屏与铜线间的距离为  $L (\gg b)$ , 如图所示. 设电子束初始宽度为  $2b_{\text{max}}$ , 相

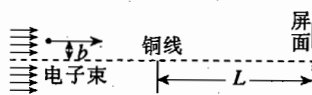


图 24-15

对铜线的轴线上、下对称。在垂直于图平面方向，电子束的线度和铜线的长度皆可视为无穷大。

某些数据提供如下，另一些数据在卷首数据中可找到。铜线的半径  $r_0 = 10^{-6} \text{ m}$ ， $b$  的最大值  $b_{\text{max}} = 10^{-4} \text{ m}$ ，铜线每单位长度所带的电量  $q_{\text{线密度}} = 4.4 \times 10^{-11} \text{ C} \cdot \text{m}^{-1}$ ，给电子束加速的电压  $U_0 = 2 \times 10^4 \text{ V}$ ，铜线到屏面的距离  $L = 0.3 \text{ m}$ 。

注意事项：对于下面第(2)、(3)、(4)小题，用合理的近似方法进行分析并得出数值解答。

(1) 计算带电铜线所产生的全空间场强分布，并画出场强大小  $E$  与到铜线轴之间距离的函数关系图线。

(2) 从经典物理出发，在入射的电子中对于其  $b$  值不至于使它碰撞铜线的电子，用  $\theta_0$  表示它们的偏转角，即电子入射的初速度与到达屏面时的末速度之间的小夹角，试计算  $\theta_0$  的值。

(3) 用经典物理方法，粗定电子束越过铜线到达屏上时在屏上形成的图样（即强度分布图样），并画出图样。

(4) 量子物理对强度分布的表述则有明显的区别（相对于经典物理的表述而言），试给出量子方法的定量处理步骤，并据此画出屏上的图样。

**[解答]**

(1) 考虑到对称性，电场相对于铜线为径向朝外分布，场强大小仅由径向距离  $r$ （取柱坐标系）来确定。围绕铜线取一假想的圆柱面，据高斯定理可得

$$2\pi r E(r) = q_{\text{线密度}} / \epsilon_0$$

这里已设柱面半径  $r > r_0$ ，柱面长度为 1 个单位。由上式得

$$E(r) = q_{\text{线密度}} / (2\pi r \epsilon_0) = (0.791/r) \text{ N/C} \quad (r > r_0)$$

当  $r < r_0$  时，电场为零（因为铜线是良导体），即铜线内部场强处处为零。 $E-r$  图线如图 24-16 所示。

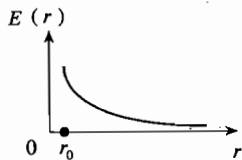


图 24-16

(2) 据题文所述，偏转角很小，如图 24-17 所示，可将偏转角  $\theta_0$  估算为在垂直于初速度方向（即横向）上动量变化量的大小与初始动量大小的比值，即

$$\theta_0 \approx |\Delta P_{\perp}| / (mv_0)$$

横向动量变化量大小的一种估算方法如下：

电子所受横向力的数量级显然为

$$F_{\perp} \approx eq_{\text{线密度}} / 2\pi\epsilon_0 b$$

此力作用时间可估算为电子通过  $2b$  距离的时间，即

$$\Delta t \approx 2b/v_0$$

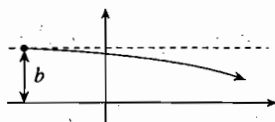


图 24-17

力与作用时间的乘积即给出横向动量变化量的大小, 即有

$$|\Delta \vec{P}_\perp| = F_\perp \Delta t \approx \frac{eq_{\text{线密度}}}{2\pi\epsilon_0 b} \frac{2b}{v_0} = \frac{eq_{\text{线密度}}}{\pi\epsilon_0 v_0}$$

由此可得

$$\theta_0 = \frac{eq_{\text{线密度}}}{\pi\epsilon_0 m v_0^2} = \frac{q_{\text{线密度}}}{2\pi\epsilon_0 U_0} = 3.96 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

中间过程利用了能量转换关系

$$(1/2)mv_0^2 = eU_0$$

应当注意到偏转角非常小, 而且偏转角与  $b$  值无关. 由于带正电荷的导线与电子之间的作用力是吸引性的, 电子将稍稍朝着铜线方向偏转, 如图 24-17 所示.

一种较精确的估算是按下述方式进行积分, 以确定

$|\Delta \vec{P}_\perp|$ :

将电子的真实轨道近似为一条与铜线相距  $b$  的直线, 如图 24-18 所示. 轨道中电子所受电场力的横向分量为

$$F_\perp = eq_{\text{线密度}} \cos \phi / (2\pi\epsilon_0 r)$$

又由

$$v_0 dt \cos \phi = r d\phi$$

可得

$$dt = r d\phi / v_0 \cos \phi$$

于是

$$F_\perp dt = eq_{\text{线密度}} d\phi / (2\pi\epsilon_0 v_0)$$

积分可得

$$|\Delta \vec{P}_\perp| = \int F_\perp dt = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{eq_{\text{线密度}}}{2\pi\epsilon_0 v_0} d\phi = \frac{eq_{\text{线密度}}}{2\epsilon_0 v_0}$$

这一较精确的估算与第一种方法的估算差一个  $\pi/2$  的因子, 结果为

$$\theta_0 = \frac{eq_{\text{线密度}}}{2\epsilon_0 m v_0^2} = \frac{q_{\text{线密度}}}{4\epsilon_0 U_0} = 6.21 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

(3) 轨道弯曲程度最显著处约在距铜线  $b$  处, 与  $L$  量相比,  $b$  是非常小的, 故可将轨道近似表述成两条直线段, 它们在靠近铜线处偏转地交接, 如图 24-19 所示. 在屏面上, 每一轨道的横向位移量为

$$d_i = \theta_0 L = 6.21 \times 10^{-5} \times 0.3 \text{ m} = 1.86 \times 10^{-5} \text{ m} \approx 19r_0 \gg r_0$$

电子束在屏面上相对铜线的两侧有互相交叠的区域, 这已在图 24-19 中示出. 交叠区域的全宽度为

$$d_f = 2(\theta_0 L - r_0) \approx 36r_0 = 3.6 \times 10^{-5} \text{ m}$$

非交叠区中的强度为常量, 交叠区中的强度加倍.

(4) 电子束对应一量子波, 它的德布罗意波长为

$$\lambda = h / (m v_0) = h / \sqrt{2m e U_0} = 8.68 \times 10^{-12} \text{ m}$$

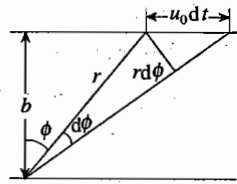


图 24-18

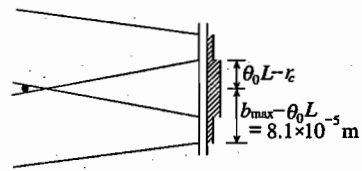


图 24-19

德布罗意波长远小于原始波束全宽度  $2b_{\max}$ , 完全可以略去原始波束的“单缝衍射”效应. 在铜线右侧, 原始波束分为彼此交角为  $2\theta_0$  的两列平面波, 产生交叠和干涉. 在屏面上的经典交叠区域内, 将出现干涉极大和极小.

(为方便读者, 将原文中以下解答部分的文字和图形略作修改后译出 —— 译注.)

参考图 24-20, 设下侧波线 1 与上侧波线 1' 在  $P_k$  处相遇时相干叠加成  $k$  级极大, 下侧波线 2 与上侧波线 2' 在  $P_{k+1}$  处相遇时相干叠加成  $k+1$  级极大. 由于对称性, 必定 1' 比 1 多走(或少走)  $\lambda/2$  路程, 2' 比 2 少走(或多走)  $\lambda/2$  路程. 由图 24-20 中小三角形所示的几何关系, 可知相邻两个干涉极大之间的距离为

$$y = \frac{\lambda/2}{\sin \theta_0} \approx \frac{\lambda}{2\theta_0} = \frac{8.68 \times 10^{-12}}{2 \times 6.21 \times 10^{-5}} \text{ m} = 7.0 \times 10^{-8} \text{ m}$$

因交叠区的全宽度  $d_f = 3.6 \times 10^{-5} \text{ m}$ , 故此区域内约有 500 个干涉极大位置, 图 24-20 中则象征性地只画出 3 个干涉极大位置. 应该注意到相邻干涉极大之间的距离与  $b$  或  $b_{\max}$  都没有关系, 这是与双缝干涉不相同之处.

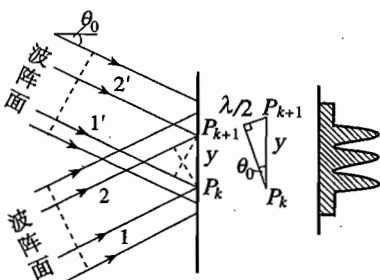


图 24-20

## 实验部分

### [题 4] 液氮的汽化热

本实验的目的, 是用两种方法测定单位质量液氮的汽化热 ( $L$ ). 方法 1 是把一铝块放入液氮试杯, 并测量因铝块冷却而汽化的液氮的质量. 方法 2 是将电功率确定的焦耳热加入到待测液氮中, 并测量由此引起的液氮汽化的速率.

有一贮存液氮的容器, 实验时可将其其中的一部分液氮倒进液氮试杯中, 后者可放在天平上测量. 液氮汽化时, 天平读数将减小. 究其原因: (1) 容器并非理想的绝热器; (2) 铝块冷却时能量以热的形式传给液氮(方法 1); (3) 电流通过放在液氮中的电阻器时, 能量以热的形式传给液氮(方法 2). 实验室提供一个可测电压 ( $U$ )、电流 ( $I$ ) 和电阻 ( $R$ ) 的万用表和一块停表, 两者的使用说明见图 24-21 和图 24-22.



图 24-21

- 1—10A 档时红色插头
- 2—非 10A 档红色插头
- 3—黑色插头
- 4—电压档、电阻档红色插头
- 5—标度盘旋钮

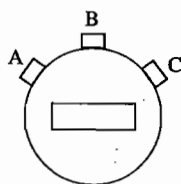


图 24-22

- A—分段计时 / 复零
- B—计时方式
- C—开始 / 停止

进行时间测定.按“计时方式”键,直到停表显示 000000.

记录单次时间间隔.

1. 按“开始 / 停止”,使停表开始计时.
2. 按“开始 / 停止”,使停表停止计时.
3. 按“分段计时 / 复零”,使停表复零.

记录多次事件而不关掉停表.

1. 按“开始 / 停止”,开始计时.
2. 按“分段计时 / 复零”,显示不变,但停表继续计时.
3. 按“分段计时 / 复零”,再次显示实际计时.
4. 当最后事件完成时,按“开始 / 停止”,停止计时.
5. 按“分段计时 / 复零”,使停表复零.

警告:(1) 液氮温度极低,不要让它以及被它冷却了的物品与你的身体或衣服有任何接触.

(2) 不能将任何物品掉入液氮,实验时应始终戴上防护镜.

(3) 铝块应慢慢放入液氮中,因为在达到热平衡前液氮会快速沸腾.铝块上的一根线即作此慢放使用.

(4) 在电阻器完全放入容器并被液氮浸没前切勿通电,否则电阻器会变得非常热.

方法 1:从室温到液氮在 1 大气压下迅速汽化的温度(77 K),铝的比热( $c$ )有显著的变化, $c$  随温度( $T$ )的变化曲线见图 24-23.试测定由于铝块冷却而被汽化的液氮的质量,然后用此数据与铝块的比热曲线求出液氮的汽化热.室温约为  $21\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,一定要对所求得的汽化热数值的精度作出定量估算.

方法 2:将电阻器放入待测液氮中,测定由于电流通过电阻器而引起的液氮汽化速率.实验室提供的直流电源,只用其 8 V 档,不要拆下跨接在输出端的电容器.由所测得的结果求出液氮的汽化热,且应对汽化热数值的精度作出定量估算.

注意:(1) 实验报告一定要包括实验示意图、标明物理量名称及单位的数据表、求得的物理量的数值与单位等等,以便阅卷人能确切知道你做了些什么.

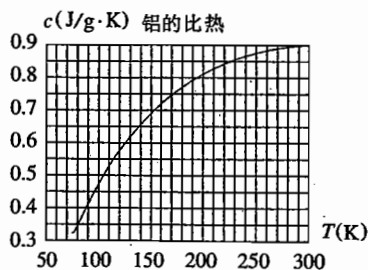


图 24-23

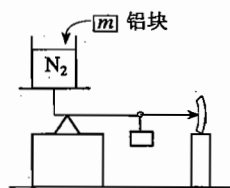


图 24-24  
 $\text{N}_2$ ——液氮

(2) 如果某一设备工作不正常,可请求帮助.

[解答]

方法 1. 铝块质量可测出为

$$m = (19.4 \pm 0.1) \text{ g}$$

实验装置如图 24-24 所示.

将实验测量数据列表于下:

	总质量 (g)	停表读数 (min:s)	累积时间 (s)
未 加 铝 块	153	0:00.0	0
	152	0:36.8	36.8
	151	1:19.1	79.1
	150	2:00.7	120.7
	149	2:40.5	160.5
	148	3:23.1	203.1
铝块 加入 且已 降至 液氮 温度	150(130.6)	5:31.8	331.8
	149(129.6)	6:21.6	381.6
	148(128.6)	7:17.3	457.3
	147(127.6)	8:08.6	488.6
	146(126.6)	9:00.9	540.9
	145(125.6)	9:54.6	594.6

当液氮与杯质量之和为 148 g 时加入铝块,经一小段时间(3:23.1 ~ 5:31.8)后总质量降为 150 g(液氮与杯质量之和对应为 130.6 g),此过程中铝块放热,而后因其温度已与液氮温度相同而不放热.表中所示的总质量减少是由于从环境中吸热使液氮不断汽化造成的.表中圆括号内的数值为液氮与杯质量之和.数表对应的曲线如图 24-25 所示.两条曲线(实为直线)之间的质量差值便为仅由铝块放热造成的液氮汽化质量  $\Delta M$ ,由图可得

$$\Delta M = 146.5 \text{ g} - 132.0 \text{ g} = (14.5 \pm 0.3) \text{ g}$$

由图 24-23 可估算出每克铝从室温 294 K 降温到 77 K 所放出的热量约为

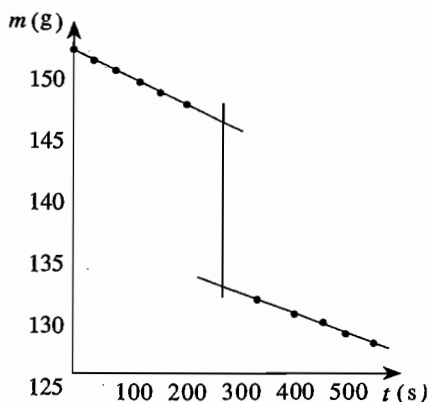


图 24-25

$$\int_{77}^{294} cdT \approx (151 \pm 2) \text{ J/g}$$

铝块总的放热量便为

$$Q = \int_{77}^{294} mcdT = (19.4 \pm 0.1) \times (151 \pm 2) \text{ J}$$

$$= (2930 \pm 42) \text{ J}$$

最后可算得液氮汽化热为

$$L = Q/\Delta M = (2930 \pm 42)/(14.5 \pm 0.3) \text{ J/g}$$

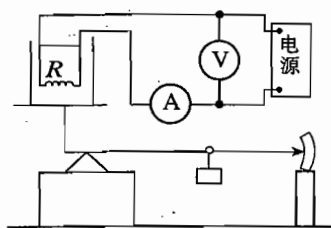
$$= (202 \pm 5) \text{ J/g}$$

方法 2: 实验装置如图 24-26 所示, 电路数据为:

$$R = 23.0 \Omega$$

$$U = 12.7 \text{ V}$$

$$I = 0.56 \text{ A}$$



实验测量数据列表于下, 数据对应的曲线如图 24-27 所示.

图 24-26

	总质量(g)	停表读数 (min:s)	累积时间 (s)
数组 I (无电功率)	156	0:00.0	0
	155	0:45.2	45.2
	154	1:31.4	91.4
	153	2:16.2	136.2
	152	2:60.0	180.0
	151	3:47.2	227.2
数组 I (有电功率)	150	4:13.6	253.6
	149	4:32.1	272.1
	148	4:50.1	290.1
	147	5:08.9	308.9
	146	5:27.2	327.2
	145	5:45.7	345.7
	144	6:04.1	364.1
	143	6:21.9	381.9
数组 II (无电功率)	142	7:02.3	422.3
	141	7:58.4	478.4
	140	8:51.2	531.2
	139	9:43.7	583.7
	138	10:34.6	634.6
	137	11:30.7	690.7



无电功率时,液氮因从环境中吸热而汽化的速率为

$$\left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_I = \frac{156 - 140}{720 - 0} \text{ g/s} = 0.0222 \text{ g/s}$$

$$\left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_R = \frac{147 - 135}{800 - 180} \text{ g/s} = 0.0194 \text{ g/s}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_{P=0} &= \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_I + \left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_R \right] \\ &\approx (0.020 \pm 0.001) \text{ g/s} \end{aligned}$$

有电功率时,液氮因从环境中和电阻器中吸热而汽化的速率为

$$\left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_I = \frac{153 - 140}{440 - 200} \text{ g/s} = 0.0542 \text{ g/s}$$

液氮从电阻器中吸热而汽化的速率便为

$$\left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right) = \left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_I - \left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)_{P=0} \approx (0.034 \pm 0.0014) \text{ g/s}$$

电阻器的热功率为

$$\left. \begin{aligned} \text{算式 1:} & P = IU = 7.11 \text{ W} \\ \text{算式 2:} & P = I^2 R = 7.21 \text{ W} \\ \text{算式 3:} & P = U^2 / R = 7.01 \text{ W} \end{aligned} \right\} \text{取 } P = (7.1 \pm 0.1) \text{ W}$$

由热传导平衡关系

$$P = L(\Delta M / \Delta t)$$

得液氮汽化热为

$$L = P / \left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right) = \frac{7.1 \pm 0.1}{0.034 \pm 0.0014} \text{ J/g} = (209 \pm 9) \text{ J/g}$$

### [题 5] 磁矩和磁场

本实验包括两部分:

**第一部分:** 确定一小圆柱形永久磁铁对的磁矩绝对值  $\mu_x$ , 该磁铁对放在标有字母“X”的一个信封中。(实验中还需要用到的另一永久磁铁对放在标有字母“A”的信封中, 两磁铁对的形状、大小颇为相似。)

**第二部分:** 研究其磁场是轴对称分布的圆柱形永久磁铁轴线上磁场的分布, 该磁铁放在标有字母“B”的信封中。

实验中需要用到的物理知识如下:

(1) 圆柱形小磁铁对在中央轴上与磁铁对中心相距  $x$  处的磁感应强度  $\vec{B}$  的方向与中央轴线平行, 大小为

$$B(x) = 2\mu K / |x|^3$$

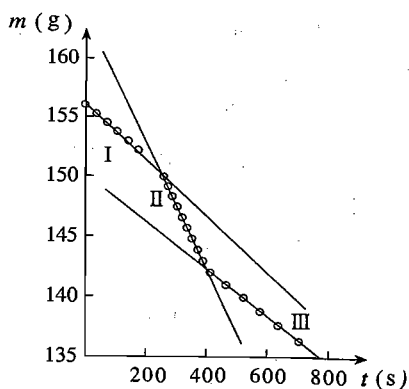


图 24-27

其中  $B$  的单位为特斯拉 ( $T = \text{NA}^{-1}\text{m}^{-1}$ ), 常量  $K = 10^{-7} \text{ Tm/A}$ ,  $x$  的单位为米 (m), 磁矩  $\mu$  的单位为安·米<sup>2</sup> ( $\text{Am}^2$ ).

(2) 中间用细线自由悬挂起来且呈水平状态的圆柱形小磁铁对, 当处于水平磁场 (例如地球磁场的水平分量) 中时, 可以绕细线作小角度扭转振动. 这类似于“罗盘磁指针”的小扭动, 扭转振动的周期为

$$T = 2\pi \sqrt{I/\mu B_h}$$

其中  $B_h$  为合外磁场在小磁铁对所在位置处的磁感应强度的水平分量,  $I$  为小磁铁对绕中间悬线扭转的转动惯量.

### 实验装置:

实验装置见图 24-28. 在木制平台的上方平板的下面有一根悬挂的细线, 细线下端可水平地悬挂一块磁铁对 (“X” 或 “A”), 磁铁对与下方平板相距较近. 下方平板上可放一铜板, 需要时可用它来阻尼磁铁的运动. 另有两个小的木架, 其中一个小木架上有一小孔, 既可将磁铁对 “A” 也可将磁铁对 “X” 分别插在孔内 (本实验第一部分中用到); 另一个小木架上有一稍大些的孔, 可将磁铁 “B” 插在孔中 (本实验第二部分中用到). 悬挂的磁铁对和插在小木架上孔中的磁铁之间的距离, 可以用安装在小木架上的直尺读出.

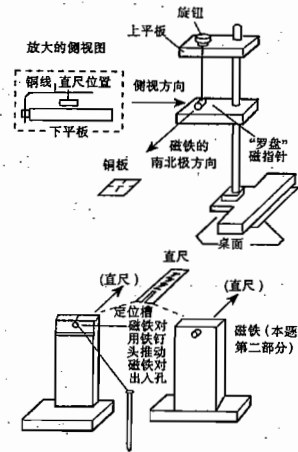


图 24-28

**警告:** 用手指夹拿磁铁时, 务必小心地将每块磁铁拿紧, 以防因磁铁相互作用而离开手指.

**第一部分实验:** 信封中的一对磁铁 (磁矩为待测的  $\mu_x$ ) 吸在一起成一联合体, 其两个端面上标有一个字母和一个数字. 在测量中, 需保持这两个磁铁总是吸在一起. 联合体的转动惯量  $I_x$  已被算出并标在信封 “X” 上. 信封 “A” 中一对磁铁的北极 (N 极) 用黑点标记, 南极 (S 极) 用红点标记. 这一对小磁铁与信封 “X” 中一对小磁铁的大小、形状相似, 但不能认为其磁矩  $\mu_A$  与待测的  $\mu_x$  也相同. 信封 “X” 和 “A” 中的磁铁对, 需要时都可以用手分开, 在其间放一小圆铜片后仍合成一体. 用线吊住小圆铜片便构成一个“罗盘磁指针”, 在外磁场作用下, 其小角度扭动周期可测量. (注意, 信封 “X” 上给出的  $I_x$  已包括了小圆铜片的贡献量.)

在小木架圆孔中播放的一对小磁铁也能对悬挂着的“罗盘磁指针”起作用, 也就是可以影响它的扭转周期以及它的角平衡位置. 确定角平衡位置时, 最好的方法是将铜板平放在“罗盘磁指针”下面, 其间相距几个毫米, 这样可利用它起电磁阻尼的作用. 注意, 不要在铜板上作标记或写字.

在实验中, 你会需要采用不止一种的磁铁布置方式. 对实验中所用到的每一种布置方式均需画图, 并清楚地写下标记. 本实验还需写出相应的方程式, 以表示如何从各测量结果联

合地求出  $\mu_x$  值.

务必使所有磁铁对都保持在同一水平面上. 注意, 木制台架的上方平板顶部有一可转动的旋钮, 可通过它来调节悬线长度, 两块平板的位置也是可调节的.

#### 操作细节(仔细阅读!)

(1) “罗盘磁指针”的组装和使用: 用一只手的拇指和食指捏出一对磁铁中的一块, 在其一个端面上齐整地贴住小圆铜片, 然后细心而缓慢地与另一块磁铁合并, 铜片便夹在中间. 这一操作过程中不要拉动悬挂的细线. 这样, 便可将 X 或 A 组装成“罗盘磁指针”. 同样, 在使“罗盘磁指针”分离时, 也不能用手拉细线.

**警告:** 磁铁或磁铁对之间快速靠近时, 可能会拉断悬线或者撞碎磁铁. 若悬线断了, 可重新接上. (如果需要, 可请教员帮忙.)

(2) 本实验考查的是扭转式的振动, 为防止“单摆式摆动”, 在木制台架的下方平板上安装了一根铜丝, 并将它弯成了图 24-28 所示的形状. 转动铜丝, 使其水平部分恰靠在悬线的一侧, 并位于悬线下端点的上方约 2 mm 处. 再继续转动铜丝, 使水平铜丝再沿横向移动几毫米.

**警告:** 若没有做到这一点, 两种振动模式会“耦合”, 造成扭转振动振幅周期性变化, 并影响扭转振动的周期.

用铁钉轻碰“罗盘磁指针”, 以形成可控制的扭转振动.

(3) 所有磁性物体和可能磁化的物体, 诸如小铁钉、手表、钢笔等, 尽量不要移动, 并尽可能使这些东西远离实验区域. 实验桌某些部分是钢制品, 如果你要移动仪器位置, 需要考虑由此引起的影响.

#### 提示:

(I) 悬线的扭转系数是非常小的, 只要悬线有适当的长度, 例如 15 cm 左右, 则当小磁铁发生扭转振动时, 就可忽略悬线对它的回复力矩的作用.

(II) 你可能注意到, 所给的一对磁铁在被悬挂时并非处于水平状态, 这是由于地球磁场有竖直分量的缘故. 据分析可知其影响很小, 可以忽略不计. 换言之, 可认为悬挂的磁铁呈水平状态.

(III) 我们提醒你, 对第一部分实验的误差分析, 要推迟到做完第二部分实验中的测量之后再行.

(IV) 对地球磁场的量值, 不应当作任何先验的假设.

**第二部分实验:** 铝管(在信封 B 中)内装有与铝管中心轴 ( $x$  轴) 对称分布的磁铁. 它在  $x$  轴的磁感应强度  $B_x$  是距离  $x$  (从铝管中心算起) 的函数, 即

$$B_x(x) = cx^P$$

试通过实验确定指数  $P$  以及它的近似误差. 如图 24-29 所示, 要求研究的是铝管上标有黑斑的那一侧  $x$  轴上的磁场分布.

[解答]\*

第一部分实验

概述: 磁铁 X 作为罗盘使用时, 它的扭转振动周期  $T_x$  与 X 的磁矩  $\mu_x$  和地磁场水平分量  $B_h$  的乘积有关(参考下面①式). 将 X 放在与另一块用作罗盘的磁铁 A 相距  $R_0$  处, 以抵消地磁场对 A 的作用, 则  $R_0$  与  $\mu_x$  和  $B_h$  的比值有关(参考下面②式). 据此可设计两类相应的实验, 来确定  $\mu_x$  和  $B_h$ . 据说, 这一想法源出于高斯.

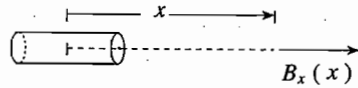


图 24-29

解法 1 (二参量法):

测  $T_x, R_0$  的两个实验装置图分别见图 24-30 的 #1 和 #2.

实验 #1、#2 对应的方程分别为

$$\mu_x B_h = I_x (2\pi/T_x)^2 \quad (1)$$

$$2K\mu_x/R_0^3 = B_x(R_0) = B_h \quad (2)$$

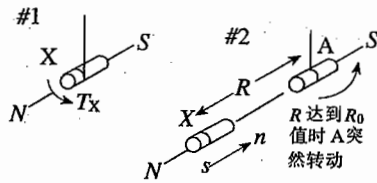


图 24-30

由此解得

$$\mu_x = [(R_0)^{3/2}/(2K)^{1/2}](2\pi/T_x)(I_x)^{1/2} \quad (3)$$

由实验 #1、#2 测出  $T_x, R_0$ , 结合已给的  $I_x$  数据便可确定  $\mu_x$ .

编者据以往的经验, 发现大多数学生想不到用这一方法来测  $\mu_x$  值.

解法 2 (三参量法):

学生较容易想到本方法, 相应有三个实验, 分别示于图 24-31 的 #1、#2 和 #3. 各自对应的方程为

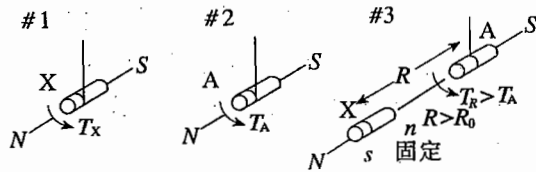


图 24-31

$$\mu_x B_h = I_x (2\pi/T_x)^2 \quad (4)$$

$$(\mu_A/I_A) B_h = (2\pi/T_A)^2 \quad (5)$$

$$(\mu_A/I_A) (B_h - 2K\mu_x/R^3) = (2\pi/T_R)^2 \quad (6)$$

其中  $\mu_A, I_A$  分别为 A 的磁矩和转动惯量. 上述三式中包含三个未知量, 即  $\mu_x, B_h$  和  $(\mu_A/I_A)$ , 可解得

$$\mu_x = \frac{R^{3/2}}{(2K)^{1/2}} \frac{2\pi}{T_x} (I_x)^{1/2} \left[ 1 - \left( \frac{T_A}{T_R} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

式中  $R > R_0, T_R > T_A$ . 测出  $T_x$  (#1)、 $T_A$  (#2) 和  $R, T_R$  (#3) 后, 结合已给的  $I_x$  数据, 便可确定  $\mu_x$  值.

若 #3 中 X 磁极反向放置, 即 X 的磁场方向与地磁场方向一致, 则因磁场的加强作用而

\* 原解答较为繁琐, 故作删改后译出 —— 译注

使  $T_R < T_A$ , ⑦ 式将改为

$$\mu_x = \frac{R^{3/2}}{(2K)^{1/2}} \frac{2\pi}{T_x} (I_x)^{1/2} \left[ \left( \frac{T_A}{T_R} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad (7')$$

同样可实验确定  $\mu_x$  值.

实验数据: 已给

$$I_x = (4.95 \pm 0.1) \times 10^{-8} \text{ kgm}^2$$

实验 #3 中取

$$R = (17.0 \pm 0.1) \text{ cm}$$

实验中对每 20 个周期作计时测量, 记录于下:

#1	$20T_x$ (s)	10.83	10.99	10.91	10.94
#2	$20T_A$ (s)	10.95	11.10	11.01	10.92
#3	$20T_R$ (s)	21.70	21.65	21.78	21.59

由此可得

$$T_x = (0.546 \pm 0.003) \text{ s}$$

$$T_A = (0.550 \pm 0.004) \text{ s}$$

$$T_R = (1.084 \pm 0.004) \text{ s}$$

由 ⑦ 式算得

$$\mu_x = (0.346 \pm 0.005) \text{ Am}^2$$

## 第二部分实验

方法 I ( $x$  较小): 实验装置如图 24-32 所示, 对于较小的  $x$  距离, 待测磁铁 B 在 A 处的磁感应强度  $\vec{B}$  的大小记为  $B_x(x)$ . 调节图中磁铁 X 到 A 的距离  $R$ , 使得 X 在 A 处的磁感应强度  $\vec{B}'$  恰好能抵消  $\vec{B}$ , 这可从罗盘磁指针 A 不再偏转得到确认. 于是有

$$B_x(x) = B' = 2K\mu_x/R^3$$

因磁铁 X 的磁矩  $\mu_x$  已在第一部分实验中测出, 故测定  $R$  后便可确定  $B_x(x)$ . 选取若干个  $x$ , 测出对应的  $B_x(x)$ , 便可得在  $x$  较小的范围内

$$B_x(x) \propto x$$

关系.

方法 II ( $x$  稍大):  $x$  稍大时  $B_x(x)$  较弱, 采用方法 I 不易测准, 改用图 24-33 所示的实验方法进行测量. 图中磁铁 X 作为罗盘磁指针使用, 其扭转振动周期  $T_x$  省略地记为  $T$ . 待测磁铁 B 在位置 1 时, 它在  $x$  处的磁场  $\vec{B}_x(x)$  的方向与地磁场  $\vec{B}_h$  的方向一致, 可加速 X 的扭转振动, 周期记为  $T_+$ . B 在位置 2 时, 它在  $x$  处的磁场  $\vec{B}_x(x)$  的方向与地磁场  $\vec{B}_h$  的方向相反, 令减慢 X 的扭转振动, 周期记为  $T_-$ . 由题文所给公式可得

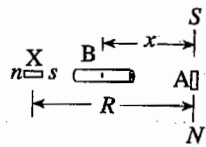


图 24-32

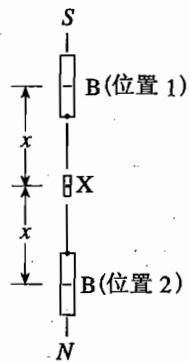


图 24-33

$$(1/T_{\text{小}})^2 = \mu_x [B_h + B_x(x)] / (4\pi^2 I_x)$$

$$(1/T_{\text{大}})^2 = \mu_x [B_h - B_x(x)] / (4\pi^2 I_x)$$

于是有

$$B_x(x) = (2\pi^2 I_x / \mu_x) [(1/T_{\text{小}})^2 - (1/T_{\text{大}})^2]$$

或表述成数学上的差分式:

$$B_x(x) = (2\pi^2 I_x / \mu_x) \Delta(1/T^2)$$

对于确定的  $x$  距离, 可测出  $T_{\text{小}}、T_{\text{大}}$ , 结合已有的  $I_x、\mu_x$  数据便可确定  $B_x(x)$  值. 用此方法, 可在  $x$  稍大的范围内得到  $B_x(x) \propto x$  关系.

方法 III ( $x$  更大): 距离  $x$  更大时,  $B_x(x)$  相对  $B_h$  更小,  $T_{\text{小}}$  与  $T_{\text{大}}$  之间的差别也就更小, 不易测准. 为此, 如图 24-34 所示放置磁铁 A, 它在  $x$  处的磁场起着削弱地磁场的作用, 使  $T_{\text{小}}$  与  $T_{\text{大}}$  之间的差别相对地得以增大.  $B_x(x)$  的计算公式仍同方法 I, 可在  $x$  更大的范围中得到  $B_x(x) \propto x$  关系.

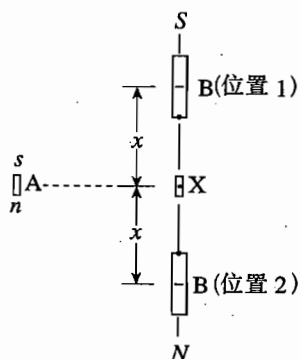


图 24-34

数据处理: 方法 I.

$$\begin{cases} B_x(x) = 2K\mu_x/R^3 \\ = [(2 \times 10^{-7}) \times (0.346 \pm 0.005)]/R^3 (\text{T}) \\ R: \text{m} \end{cases}$$

数据列表于下:

$x(\text{m})$	$R(\text{m})$	$B_x(x) (10^{-7} \text{T})$	$\Delta B/B$
$0.062 \pm 0.001$	$0.112 \pm 0.0015$	493	0.031
$0.0705 \pm 0.0015$	$0.133 \pm 0.0015$	294	0.019
$0.0845 \pm 0.0015$	$0.167 \pm 0.002$	149	0.039
$0.102 \pm 0.0015$	$0.206 \pm 0.005$	79	0.074

方法 II:

$$\begin{cases} B_x(x) = (2\pi^2 I_x / \mu_x) \Delta(1/T^2) \\ = (28.2 \pm 0.51) \times 10^{-7} \Delta(1/T^2) (\text{T}) \\ T: \text{s} \end{cases}$$

$$x = (0.120 \pm 0.001) \text{ m}$$

$$20T_{\text{大}}(\text{s}) \quad 14.56 \quad 14.50 \quad 14.52 \quad 14.58$$

$$20T_{\text{小}}(\text{s}) \quad 11.32 \quad 11.34 \quad 11.31 \quad 11.28$$

$$T_{\text{大}} = (0.727 \pm 0.0018) \text{ s}$$

$$T_{\text{小}} = (0.5656 \pm 0.0013) \text{ s}$$

$$\Delta(1/T^2) = (1.23 \pm 0.017) \text{ s}^{-2}$$

$$B_x(x) = (34.7 \pm 0.8) \times 10^{-7} \text{ T}$$

方法 III: 算式同方法 I.

$$x = (0.150 \pm 0.001) \text{ m}$$

$$20T_{\text{大}}(\text{s}) \quad 27.90 \quad 27.80 \quad 27.78 \quad 27.77$$

$$20T_{\text{小}}(\text{s}) \quad 19.56 \quad 19.66 \quad 19.50 \quad 19.64$$

$$T_{\text{大}} = (1.391 \pm 0.003) \text{ s}$$

$$T_{\text{小}} = (0.9795 \pm 0.0037) \text{ s}$$

$$\Delta(1/T^2) = (0.525 \pm 0.0082) \text{ s}^{-2}$$

$$B_x(x) = (14.8 \pm 0.35) \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$x = (0.170 \pm 0.001) \text{ m}$$

$$20T_{\text{大}}(\text{s}) \quad 24.97 \quad 24.97 \quad 24.87$$

$$20T_{\text{小}}(\text{s}) \quad 20.55 \quad 20.46 \quad 20.79 \quad 20.65$$

$$T_{\text{大}} = (1.2468 \pm 0.0029) \text{ s}$$

$$T_{\text{小}} = (1.0306 \pm 0.00708) \text{ s}$$

$$\Delta(1/T^2) = (0.298 \pm 0.013) \text{ s}^{-2}$$

$$B_x(x) = (8.4 \pm 0.4) \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$x = (0.190 \pm 0.001) \text{ m}$$

$$20T_{\text{大}}(\text{s}) \quad 17.17 \quad 17.15 \quad 17.11 \quad 17.10$$

$$20T_{\text{小}}(\text{s}) \quad 16.01 \quad 15.93 \quad 15.91 \quad 15.92$$

$$T_{\text{大}} = (0.8566 \pm 0.0017) \text{ s}$$

$$T_{\text{小}} = (0.797 \pm 0.0029) \text{ s}$$

$$\Delta(1/T^2) = (0.2112 \pm 0.029) \text{ s}^{-2}$$

$$B_x(x) = (6.0 \pm 0.8) \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$x = (0.220 \pm 0.001) \text{ m}$$

$$20T_{\text{大}}(\text{s}) \quad 23.80 \quad 23.76 \quad 23.70$$

$$20T_{\text{小}}(\text{s}) \quad 22.70 \quad 21.98 \quad 21.86 \quad 21.94$$

$$T_{\text{大}} = (1.1877 \pm 0.00252) \text{ s}$$

$$T_{\text{小}} = (1.1006 \pm 0.0089) \text{ s}$$

$$\Delta(1/T^2) = (0.1166 \pm 0.014) \text{ s}^{-2}$$

$$B_x(x) = (3.3 \pm 0.4) \times 10^{-7} \text{ T}$$

方法 I、II 测量结果列表于下:

$x(\text{m})$	方法	$B_x(x)(10^{-7} \text{ T})$	$\Delta B/B$
$0.120 \pm 0.001$	Ⅱ	34.7	0.023
$0.150 \pm 0.001$	Ⅲ	14.8	0.024
$0.170 \pm 0.001$	Ⅲ	8.4	0.05
$0.190 \pm 0.001$	Ⅲ	6.0	0.13
$0.220 \pm 0.001$	Ⅲ	3.3	0.12

设  $B_x(x)$  与  $x$  的关系为

$$B_x(x) = cx^P$$

其中  $c, P$  均为常量. 两边取对数, 即得

$$\log_{10} B_x(x) = \log_{10} c + P \log_{10} x$$

将方法 I、II、III 测得的  $B_x(x)$  和  $x$  数据画在对数坐标纸上, 如图 24-35 所示, 可以看出为一直线, 由此图可算出直线的斜率, 即  $P$  值为

$$P = -3.9 \pm 0.15$$

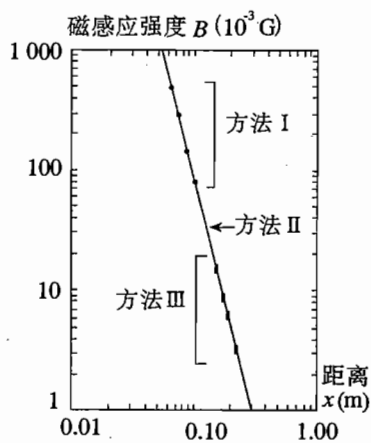


图 24-35

(北京大学 舒幼生 丛树桐 沈克琦  
北京师范大学 尚世铉 译)



## 第 25 届试题及解答

(1994, 中国)

### 理论部分

#### [题 1] 相对论性粒子

在狭义相对论里,一个质量为  $m_0$  的自由粒子的能量  $E$  和动量  $p$  之间有关系

$$E = (p^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2} = mc^2$$

当这样的粒子受到一个保守力作用时,其总能量,即  $(p^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2}$  与势能之和,是守恒的. 如果粒子的能量非常高,则它的静止能量可以被忽略(这样的粒子叫做极端相对论性粒子).

1) 考虑一个能量极高的作一维运动的粒子(忽略静止能量),受到一个大小为  $f$  的常数向心吸引力的作用. 设开始时( $t = 0$ ) 粒子处于力心( $x = 0$ ),具有初始动量  $p_0$ . 请在动量  $p$ -空间坐标  $x$  图上和在  $x$ - $t$  图上分别画出粒子运动的图象,至少画一个运动周期. 标出各转折点的坐标,用所给参数  $p_0$  和  $f$  表示,并在  $(p, x)$  图上用箭头指示出运动过程的方向.

2) 介子是一种由两个夸克构成的粒子. 介子的静止质量  $M$  等于两夸克系统的总能量除以  $c^2$ .

考虑一个关于静止介子的一维模型,其中两个夸克沿着  $x$  轴运动,它们之间存在着一个常数吸引力,大小为  $f$ . 并假定它们可以自由地互相穿透. 在分析夸克的高能运动时,它们的静止质量可以被忽略. 设开始计时时( $t = 0$ ) 两夸克都在  $x = 0$  处. 请在  $x$ - $t$  图上和  $p$ - $x$  图上指示出运动的方向并求出两夸克间的最大距离.

3) 上面第 2 问中所用的参照系记为  $S$ ; 今有一实验室参照系  $S'$ , 它相对于  $S$  以恒定速度  $v = 0.6c$  沿负  $x$  方向运动,两参照系的坐标这样选择: 使得  $S$  中的  $x = 0$  的点与  $S'$  中的  $x' = 0$  的点在  $t = t' = 0$  时重合. 请在  $x'$ - $t'$  图上画出两夸克的运动图象,标出转折点的坐标(用  $M, f$  和  $c$  表示),并给出实验室系  $S'$  观察到的两夸克间的最大距离.

在  $S$  系和  $S'$  系中观察到的粒子的坐标之间由洛伦兹变换决定:

$$x' = \gamma(x + \beta ct), \quad t' = \gamma(t + \beta x/c)$$

其中  $\beta = v/c, \gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}, v$  是  $S$  系相对于  $S'$  系的速度.

4) 已知一介子,其静止能量为  $Mc^2 = 140 \text{ MeV}$ , 相对于实验室系  $S'$  的速度为  $0.60c$ , 求出它在实验室系  $S'$  中的能量.

#### [解答]

1) 以力心作为空间坐标  $x$  的原点和零势能点,则粒子的势能为

$$U(x) = f|x| \quad (1)$$

总能量为  $W = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} + f|x|$

若忽略静止能量,可得

$$W = |p|c + f|x| \quad (2)$$

$W$  在整个运动过程中守恒,故有

$$W = |p|c + f|x| = p_0c \quad (3)$$

以粒子初始动量的方向为  $x$  的正方向,则上式便可以写作:

$$\left. \begin{aligned} x > 0, p > 0 \text{ 时, } pc + fx &= p_0c \\ x > 0, p < 0 \text{ 时, } -pc + fx &= p_0c \\ x < 0, p > 0 \text{ 时, } pc - fx &= p_0c \\ x < 0, p < 0 \text{ 时, } -pc - fx &= p_0c \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

当  $p = 0$  时,粒子到达离原点最远处,设此距离为  $L$ ,由 (3) 式可得

$$L = p_0c/f \quad (5)$$

由  $x = 0$  时  $p = p_0$  和牛顿定律

$$\frac{dp}{dt} = F = \begin{cases} -f, & x > 0 \\ f, & x < 0 \end{cases} \quad (6)$$

可求得粒子从原点运动至离原点最远处( $p = 0$ ) 所需时间,设为  $\tau$ ,则

$$\tau = p_0/f \quad (7)$$

由 (3) 式及 (6) 式可求得粒子运动的速率为

$$\left| \frac{dx}{dt} \right| = \frac{c}{f} \left| \frac{dp}{dt} \right| = c$$

即粒子总是以光速运动. 当它位于与  $x = \pm L$  点极为接近的区域时,由于获得 (3) 式的条件  $pc \gg m_0c^2$  不再被满足,此时粒子的速率不再等于  $c$ ,但在本题中以后的计算均忽略此差别引起的微小影响. 此粒子将在  $x = L$  和  $x = -L$  两点间往复运动,周期为  $4\tau = 4p_0/f$ ,速率为  $c$ , $x$  和  $t$  之间的关系式为

$$\left. \begin{aligned} x &= ct, & 0 \leq t \leq \tau \\ x &= 2L - ct, & \tau \leq t \leq 2\tau \\ x &= -2L + ct, & 2\tau \leq t \leq 3\tau \\ x &= ct - 4L, & 3\tau \leq t \leq 4\tau \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中  $\tau = p_0/f$ .

第一问的答案为图 25-1 和图 25-2 所示.

2) 两夸克系统的总能量可表达为

$$Mc^2 = |p_1|c + |p_2|c + f|x_1 - x_2| \quad (9)$$

其中  $x_1, x_2, p_1, p_2$  分别为夸克 1 和夸克 2 的位置坐标和动量. 在介子参照系中,两夸克

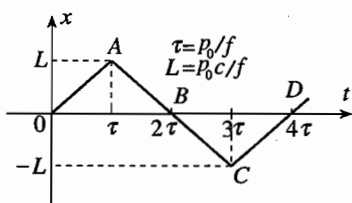


图 25-1

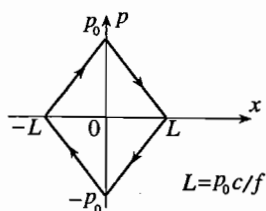


图 25-2

的总动量为零,且  $t = 0$  时两夸克都在  $x = 0$  处,因而有

$$p_1 = -p_2, \quad x_1 = -x_2 \quad (10)$$

即二者始终对称地在原点附近作相互反向的往复运动.

设夸克 1 在  $x = 0$  处的动量为  $p_0$ ,则有

$$Mc^2 = 2p_0c, \quad \text{或} \quad p_0 = Mc/2 \quad (11)$$

因  $|p_1| = |p_2|$ ,  $|x_1 - x_2| = 2|x_1|$ ,  $Mc^2 = 2p_0c$ , 代入 (9) 式得

$$p_0c = |p_1|c + f|x_1| \quad (12)$$

此式表明夸克 1 的运动与第一问中单粒子的运动一样,只是初始动量  $p_0 = Mc/2$ . 因而由第一问的答案即可得到夸克 1 的  $x_1-t$  图和  $p_1-x_1$  图,如图 25-3 和 25-4(a) 所示. 夸克 2 的情形与夸克 1 类似,只要改变  $x$  和  $p$  的正负号即可得夸克 2 的  $x_2-t$  图和  $p_2-x_2$  图,如图 25-3 和 25-4(b) 所示. 二者的运动方向分别由  $p = p_0$  和  $p = -p_0$  出发,夸克 1 向  $+x$  方向运动,夸克 2 向  $-x$  方向运动.

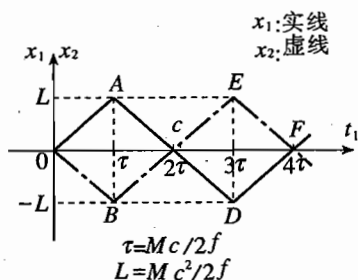


图 25-3

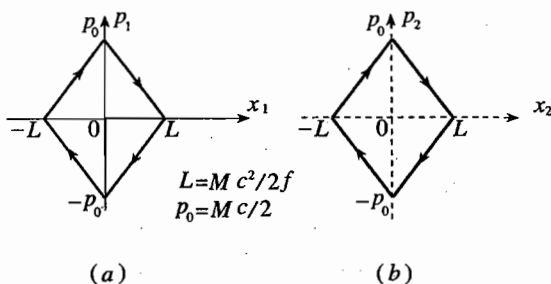


图 25-4

由图 25-3 很容易看出,两夸克间最大距离为

$$d = 2L = 2p_0c/f = Mc^2/f \quad (13)$$

3) 参照系以恒定速率  $v = 0.6c$  相对于实验室参照系  $S'$  沿  $x'$  轴方向运动, $S$  和  $S'$  的原点在  $t = t' = 0$  时重合. 这两个参照系间的洛伦兹变换为

$$x' = \gamma(x + \beta ct)$$

$$t' = \gamma(t + \beta x/c)$$

其中  $\beta = v/c = 0.6$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = 1.25$ .

因为洛伦兹变换是线性的,  $(x, t)$  图中的直线经变换后在  $(x', t')$  图中仍为直线,所以只

要计算出各转折点在  $S'$  系的  $x'$  和  $t'$  的数值,即可得到  $(x', t')$  图. 夸克 1 和夸克 2 应分别计算. 计算结果如下.

对于夸克 1, 计算结果为:

参照系  $S$

参照系  $S'$

		$x_1'$	$= \gamma(x_1 + \beta ct_1)$		$t_1'$	$= \gamma(t_1 + \beta x_1/c)$
$x_1$	$t_1$		$= \frac{5}{4}x_1 + \frac{3}{4}ct_1$			$= \frac{5}{4}t_1 + \frac{3}{4}x_1/c$
0	0		0		0	0
$L$	$\tau$		$\gamma(1 + \beta)L = 2L$			$\gamma(1 + \beta)\tau = 2\tau$
0	$2\tau$		$2\gamma\beta L = \frac{3}{2}L$			$2\gamma\tau = \frac{5}{2}\tau$
$-L$	$3\tau$		$\gamma(3\beta - 1)L = L$			$\gamma(3 - \beta)\tau = 3\tau$
0	$4\tau$		$4\gamma\beta L = 3L$			$4\gamma\tau = 5\tau$

其中  $L = p_0c/f = Mc^2/2f, \tau = p_0/f = Mc/2f, \beta = 0.6, \gamma = 1.25$

对于夸克 2, 则有:

参照系  $S$

参照系  $S'$

		$x_2'$	$= \gamma(x_2 + \beta ct_2)$		$t_2'$	$= \gamma(t_2 + \beta x_2/c)$
$x_2$	$t_2$		$= \frac{5}{4}x_2 + \frac{3}{4}ct_2$			$= \frac{5}{4}t_2 + \frac{3}{4}x_2/c$
0	0		0		0	0
$-L$	$\tau$		$-\gamma(1 - \beta)L = -\frac{1}{2}L$			$\gamma(1 - \beta)\tau = \frac{1}{2}\tau$
0	$2\tau$		$2\gamma\beta L = \frac{3}{2}L$			$2\gamma\tau = \frac{5}{2}\tau$
$L$	$3\tau$		$\gamma(3\beta + 1)L = \frac{7}{2}L$			$\gamma(3 + \beta)\tau = \frac{9}{2}\tau$
0	$4\tau$		$4\gamma\beta L = 3L$			$4\gamma\tau = 5\tau$

利用上面的结果可画出图 25-5 所示的  $(x_1', t_1')$  图和  $(x_2', t_2')$  图. 图中的直线  $OA$  和  $OB$  的方程式为

$$OA: x_1'(t') = ct'; \quad 0 \leq t' \leq \gamma(1 + \beta)\tau = 2\tau \quad (14a)$$

$$OB: x_2'(t') = -ct'; \quad 0 \leq t' \leq \gamma(1 - \beta)\tau = \tau/2 \quad (14b)$$

由图 25-5 可看出, 两夸克间的距离, 当  $t' = \tau/2$  时达最大值, 从而可求出此最大值的数值:

$$\begin{aligned} d' &= 2c\gamma(1 - \beta)\tau = 2c \times 1.25 \times 0.4Mc/(2f) \\ &= Mc^2/(2f) \end{aligned} \quad (15)$$

4) 已知介子的静止能量  $Mc^2 = 140 \text{ MeV}$ , 介子相对于实验室系的运动速度  $v = 0.60c$ , 在实验室中测出此介子的能量为

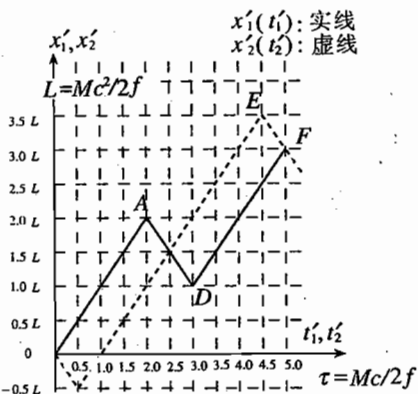


图 25-5

$$\begin{aligned}
 E' &= \sqrt{p^2 c^2 + M^2 c^4} \\
 &= \sqrt{\frac{M^2 v^2 c^2}{1 - v^2/c^2} + M^2 c^4} \\
 &= \sqrt{\frac{0.36}{0.64} + 1} M c^2 \\
 &= \frac{5}{4} \times 140 \text{ MeV} = 175 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

### [题 2] 超导磁体

实验室中常用超导磁体,超导磁体的最普通的形式是用超导线绕制的螺线管线圈  $M$ . 超导体突出的优点是在产生强磁场时没有因焦耳热而导致的能量损耗,因为当磁体浸泡在温度为  $4.2 \text{ K}$  的液体氮中时,超导线的电阻为零. 磁体上常配置一特别设计的超导开关  $S$ ,如图 25-6 所示. 开关电阻  $r$  可加以控制或处于  $r = 0$  的超导态,或处于  $r = r_n$  的正常态,当开关电阻处于超导态时,磁体可在持续电流模式下工作,此时电流通过磁体和超导开关持续地循环流动. 这样,可不再需要外电源供电而长时间地维持一极为稳定的磁场.

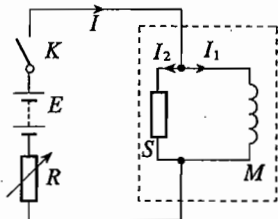


图 25-6  $S$ : 超导开关  
 $M$ : 超导磁体

超导开关结构的细节在图 25-6 中未画出. 它通常是由一小段超导线和加热丝绕在一起并和氦液池适当隔热而成. 加热时,超导线的温度上升并转变到有电阻的正常态.  $r_n$  的阻值约为几个欧姆,本题取为  $5 \Omega$ . 超导磁体的电感视磁体大小而定. 设图 25-6 中的磁体电感为  $10 \text{ H}$ ,总电流  $I$  可通过调节  $R$  的大小而改变.

1) 如控制总电流  $I$  和超导开关的电阻  $r$ ,使它们随时间的变化分别如图 25-7(a) 和 25-7(b) 所示. 假定开始时流经磁体的电流  $I_1$  和流经开关的电流  $I_2$  相等(图 25-7(c) 和 25-7(d)),则从时间  $t_1$  到  $t_4$ ,它们将如何改变?请将你的答案画在图 25-7(c) 和 25-7(d) 上.

2) 假定时间  $t = 0$  时,在  $r = 0, I_1 = 0, R = 2.5 \Omega$  的状态下接通电源开关  $K$ ,得到的总电流  $I = 0.5 \text{ A}$ ,随后  $K$  一直保持接通,但超导开关的电阻  $r$  按图 25-8(b) 所示的方式变化. 请分别在图 25-8(a)、25-8(c) 和 25-8(d) 中画出  $I, I_1$  和  $I_2$  相应的变化.

3) 超导开关处于正常态  $r = r_n$  时,仅能通过较小的电流,如小于  $0.5 \text{ A}$ . 否则开关会被烧坏. 假定超导磁体工作在持续电流模式,即  $I = 0, I_1 = i_1$  (如  $20 \text{ A}$ ),  $I_2 = -i_1$ ,如图中  $t = 0$  到  $3 \text{ min}$  段所示. 如要将通过磁体的电流减小到零,停止进行实验,你怎么办?这需要进行一系列的操作,请将相应的  $I, r, I_1$  和  $I_2$  的变化画在图 25-9 中.

4) 假定磁体工作在持续电流模式,电流大小为  $20 \text{ A}$  (如图 25-10 中  $t = 0$  到  $3 \text{ min}$  部分所示). 现要求磁体仍然工作于持续电流模式,但要求持续电流改变为  $30 \text{ A}$ . 请将你的答案画在图 25-10 中.

注意:本题只根据所画的图线评分!

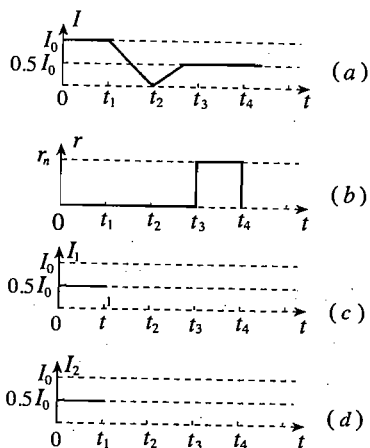


图 25-7

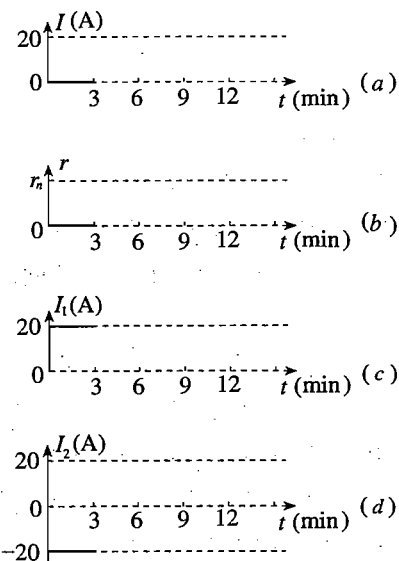


图 25-9

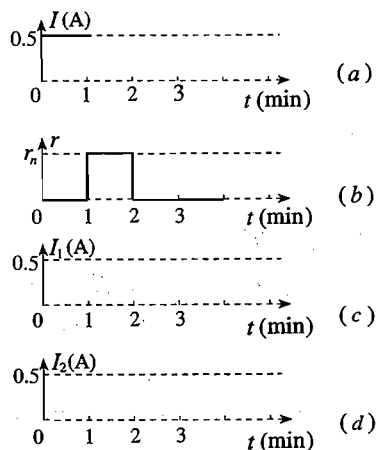


图 25-8

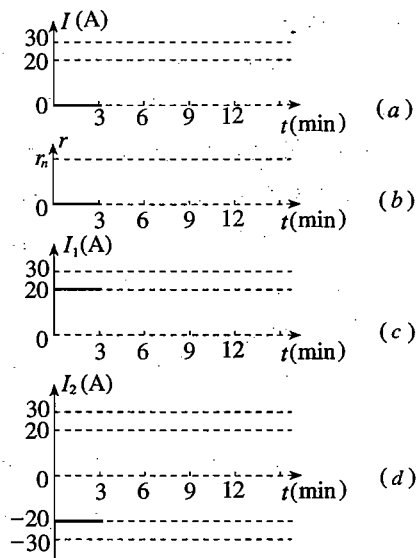


图 25-10

[解答]

1)  $t = t_1$  至  $t_3$  期间:

因为  $r = 0$ , 超导磁体两端的电压  $V_m = LdI_1/dt = 0$ , 于是

$$I_1 = I_1(t_1) = I_0/2, \quad I_2 = I - I_1 = I - I_0/2$$

$t = t_3$  至  $t_4$  期间: 因为在  $t = t_3$  时,  $I_2 = 0$ . 在  $t = t_3$  后,  $I$  的值保持  $I_0/2$ ,  $V_m = I_2 r_n = 0$ ,

于是,  $I_1$  和  $I_2$  将不改变.

$$I_1 = I_0/2, \quad I_2 = 0$$

这些结果如图 25-11 所示.

2)  $t = 0$  到  $t = 1$  min 期间:

因为  $r = 0, V_m = LdI_1/dt = 0$

$$I_1 = I_1(0) = 0, \quad I_2 = I - I_1 = 0.5 \text{ A}$$

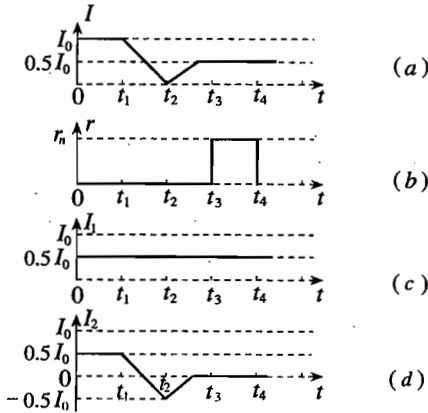


图 25-11

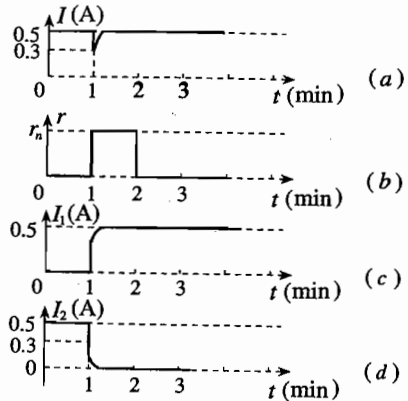


图 25-12

在  $t = 1$  min 时,  $r$  突然从 0 变到  $r_n$ .  $I$  将立即由  $E/R$  掉到  $E/(R + r_n)$ , 由于磁体线圈电感的作用,  $I_1$  不可能陡峭地变化.

由于  $E/R = 0.5 \text{ A}$ ,  $R = 7.5 \Omega$  和  $r_n = 5 \Omega$ ,  $I$  将掉到  $0.3 \text{ A}$ .

$t = 1$  min 至  $2$  min 期间:

$I, I_1$  和  $I_2$  逐渐趋于它们的稳定值:

$$I = E/R = 0.5 \text{ A}, \quad I_1 = I = 0.5 \text{ A}, \quad I_2 = 0$$

时间常数

$$\tau = L(R + r_n)/Rr_n$$

当  $L = 10 \text{ H}$ ,  $R = 7.5 \Omega$  和  $r_n = 5 \Omega$  时,  $\tau = 3 \text{ s}$ .

$t = 2$  min 至  $3$  min 期间:

因为  $r = 0, I_1$  和  $I_2$  将不改变, 即

$$I_1 = 0.5 \text{ A}, \quad I_2 = 0$$

这些结果如图 25-12 所示.

3) 操作步骤如下:

第 1 步: 将电源开关接通, 将总电流  $I$  增加到  $20 \text{ A}$ , 即使它等于  $I_1$ , 由于超导开关是处于  $r = 0$  的状态, 所以  $V_m = LdI_1/dt = 0$ , 即  $I_1$  不变而  $I_2$  增加  $20 \text{ A}$ , 换句话说,  $I_2$  从  $-20 \text{ A}$  变到  $0$ .

第 2 步: 超导开关的电阻由  $0$  变到  $r_n$ .

第 3 步: 逐渐将  $I$  减到  $0$ , 同时保持  $I_2 < 0.5 \text{ A}$ . 由于  $I_2 = \frac{V_m}{r_n}$  和  $V_m = L \frac{dI_1}{dt}$ , 当  $L = 10 \text{ H}$ ,

$r_m = 5 \Omega$  时,要求  $I_2 < 0.5 \text{ A}$ , 对应于  $\frac{dI_1}{dt} < 0.25 \text{ A/s}$ , 即每秒下降  $< 15 \text{ A}$ . 在图 25-13 中,  $\frac{dI}{dt} \approx 0.1 \text{ A/s}$ , 而  $\frac{dI}{dt}$  也是在此值附近, 所以能满足上述要求.

最后一步: 当  $V_m = 0$  时, 将  $r$  变为 0, 并断开电源开关  $K$ . 这些结果如图 25-13 所示.

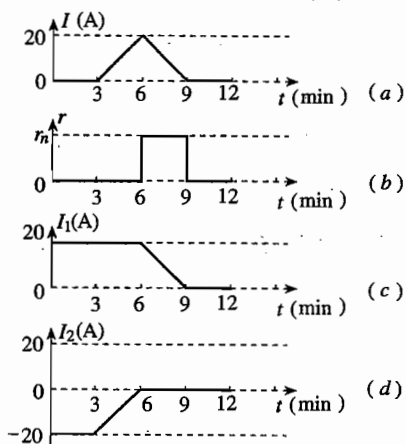


图 25-13

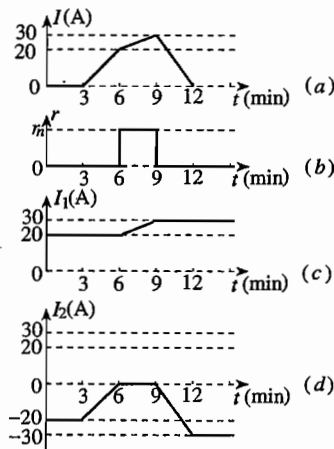


图 25-14

4) 操作步骤的第 1 步和第 2 步与第 3 小题中相同, 结果为  $I_2 = 0$ .

第 3 步: 按照  $I_2 < 0.5 \text{ A}$  的要求, 以某一速率将电流  $I$  增加 10 A, 即变为 30 A.

第 4 步: 当  $V_m = 0$  时, 将  $r$  变为 0.

第 5 步: 将  $I$  降到 0, 因为  $V_m = 0$ , 所以  $I_1 = 30 \text{ A}$ . 将不变.  $I_2 = I - I_1$  将变到  $-30 \text{ A}$ .

流经超导磁体和超导开关的电流形成闭合电流.

最后一步: 断开电源开关  $K$ . 超导磁体就处于持续电流模式.

这些结果如图 25-14 所示.

### [题 3] 有表面摩擦的圆盘的碰撞

一个质量为  $m$ 、半径为  $R_A$  的均匀圆盘  $A$  在光滑的、水平的  $x$ - $y$  平面内以速度  $v$  沿  $x$  方向平动, 圆盘中心与  $x$  轴的距离为  $b$  (如图 25-15 所示). 圆盘  $A$  与另一个静止的、其中心位于坐标原点的均匀圆盘  $B$  相碰.  $B$  的质量和厚度都与  $A$  相同, 但半径为  $R_B$ . 假定碰撞后在两盘接触点处两盘沿垂直于连心线的方向的速度是相等的, 并假定碰撞前和碰撞后两盘沿连心线方向的相对速度的大小是相等的.

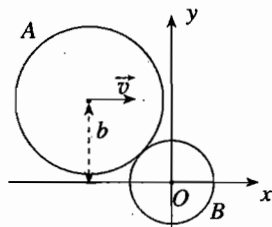


图 25-15

1) 在发生碰撞的情况下, 求出碰撞后两圆盘的速度的  $x$  分量和  $y$  分量  $v_{Ax}'$ ,  $v_{Ay}'$ ,  $v_{Bx}'$ ,  $v_{By}'$ , 结果要以给定的参数  $m$ ,  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $v$  和  $b$  表示.



2) 求出碰撞后圆盘 A 的动能  $E_A'$  和圆盘 B 的动能  $E_B'$ , 结果要以给定的参数  $m, R_A, R_B, v$  和  $b$  表示.

[解答]

1) 令  $\vec{n}$  表示接触点处沿表面法线方向的单位矢量,  $\vec{t}$  表示沿切线方向的单位矢量, 如图 25-16 所示. 令  $\varphi$  表示  $\vec{n}$  与  $x$  轴间的夹角, 则有

$$b = (R_A + R_B)\sin \varphi$$

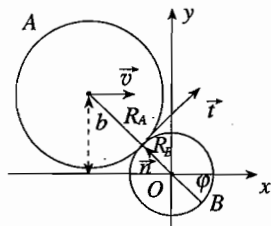


图 25-16

碰撞前 A 和 B 沿  $\vec{n}$  和  $\vec{t}$  方向的动量分量为

$$mv_{An} = mv \cos \varphi, \quad mv_{Bn} = 0$$

$$mv_{At} = mv \sin \varphi, \quad mv_{Bt} = 0$$

碰撞后, 若 A 和 B 的动量分量用  $mv_{An}'$ 、 $mv_{Bn}'$ 、 $mv_{At}'$  和  $mv_{Bt}'$  表示, 并令  $\omega_A$  和  $\omega_B$  分别表示碰撞后 A 和 B 绕通过各自中心的轴的角速度,  $I_A$  和  $I_B$  表示相应的转动惯量, 则

$$I_A = mR_A^2/2, \quad I_B = mR_B^2/2$$

由动量守恒可得

$$mv \cos \varphi = mv_{An}' + mv_{Bn}' \quad (1)$$

$$mv \sin \varphi = mv_{At}' + mv_{Bt}' \quad (2)$$

由绕通过 O 的轴的角动量守恒可得

$$mvb = mv_{At}'(R_A + R_B) + I_A\omega_A + I_B\omega_B \quad (3)$$

在碰撞期间, 作用在 B 上的摩擦力的冲量引起沿  $\vec{t}$  方向的动量变化  $mv_{Bt}'$ . 并同时产生角动量  $I_B\omega_B$ . 它们之间的关系为

$$mv_{Bt}'R_B = I_B\omega_B \quad (4)$$

题中假定碰撞后接触点处 A 和 B 具有同样的切向速度, 由此可知

$$v_{At}' - \omega_A R_A = v_{Bt}' + \omega_B R_B \quad (5)$$

题中又假定, 碰撞前和碰撞后两盘沿法线方向的相对速度的大小是相等的, 即

$$v \cos \varphi = v_{Bn}' - v_{An}' \quad (6)$$

从 ① 式和 ⑥ 式可得

$$v_{An}' = 0, \quad v_{Bn}' = v \cos \varphi$$

从 ② 至 ⑤ 式可得

$$v_{At}' = (5/6) v \sin \varphi, \quad v_{Bt}' = (1/6) v \sin \varphi$$

$$\omega_A = v \sin \varphi / (3R_A), \quad \omega_B = v \sin \varphi / (3R_B)$$

碰撞后沿  $x, y$  方向的速度分量分别是:

$$v_{Ax}' = v_{An}' \cos \varphi + v_{At}' \sin \varphi = \frac{5vb^2}{6(R_A + R_B)^2} \quad (7)$$

$$v_{Ay}' = -v_{Aa}' \sin \varphi + v_{At}' \cos \varphi = \frac{5vb \sqrt{(R_A + R_B)^2 - b^2}}{6(R_A + R_B)^2} \quad (8)$$

$$v_{Bx}' = v_{Ba}' \cos \varphi + v_{Bt}' \sin \varphi = \left[ 1 - \frac{5b^2}{6(R_A + R_B)^2} \right] \quad (9)$$

$$v_{By}' = -v_{Ba}' \sin \varphi + v_{Bt}' \cos \varphi = -\frac{5vb \sqrt{(R_A + R_B)^2 - b^2}}{6(R_A + R_B)^2} \quad (10)$$

2) 碰撞后, 圆盘 A 的动能是

$$E_A' = \frac{1}{2} m (v_{Ax}'^2 + v_{Ay}'^2) + \frac{1}{2} I_A \omega_A'^2 = \frac{3mv^2 b^2}{8(R_A + R_B)^2} \quad (11)$$

圆盘 B 的动能是

$$E_B' = \frac{1}{2} m (v_{Bx}'^2 + v_{By}'^2) + \frac{1}{2} I_B \omega_B'^2 = \frac{1}{2} mv^2 \left[ \frac{1 - 11b^2}{12(R_A + R_B)^2} \right]$$

## 实验部分

### [题 4] 测定透明介质表面的光的反射率

**实验装置:** 1. 氦氖激光器(功率 1.5 mW). 该激光器输出的光不是偏振光. 2. 带有角度刻度盘的偏振器两个. 其中之一被装在激光器出射窗前作起偏器用, 另一个则可根据需要放在绘图板上适当的地方, 并可用图钉加以固定(见图 25-17). 3. 两个光强探测器, 每个探测器由一个光电池和一个微安表构成(见图 25-18). 4. 玻璃分束板一块. 5. 要求测定其反射率和折射率的透明介质片一块. 6. 带有旋转臂和可旋转的样品架的半圆形刻度盘一个, 旋转臂和样品架可绕同一转轴分别转动. 7. 能将半圆形刻度盘固定在绘图板上的图钉一个, 它起转轴的作用(见图 25-19). 8. 狭缝和观察屏, 用于调整光束的方向和各光学元件的位置及取向. 要求激光束始终位于与转轴垂直的平面内. 9. 固定各光学元件时使用的橡皮泥. 10. 木制绘图板. 11. 绘图纸.

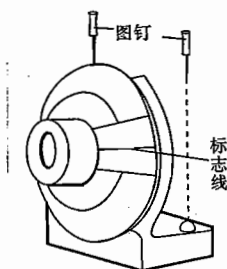


图 25-17 带有角度刻度盘的偏振器

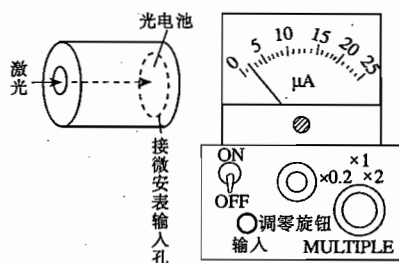


图 25-18 光强探测器

### 实验要求:

1. 测定入射光的  $P$  分量(电矢量在入射面内的分量称为  $P$  分量)的反射率与入射角之间的关系.

(a) 测量  $P$  分量反射率时起偏器 ( $P_1$ ) 的透光轴应在入射面内,记下此时  $P_1$  旋钮上的标志线在刻度盘上的位置(偏振器透射光的电矢量的振动方向称为透光轴).

(b) 任选一光强探测器,将微安表的量程置于“ $\times 5$ ”的位置.设法通过实验验证入射光强与微安表读数之间的线性关系.画出测量时的光路图.将测量所得数据和计算结果(包括计算公式)用表格的形式列出.画出能显示此线性关系的实验曲线.

(c) 测定入射光的  $P$  分量的反射率与入射角之间的关系.画出测量时的光路图.用表格的形式列出测量数据和计算所得反射率值,并给出计算所用的公式.画出反射率与入射角之间的关系曲线.

2. 尽可能准确地测定样品的折射率.

### 解释与提示:

1. 注意:眼睛不要正对激光束.

2. 由于激光器的输出功率有起伏,在实验中要对光强的起伏进行监测,并要求对于上述起伏对实验结果的影响进行修正.

3. 激光器应保持连续工作状态.当你做完实验离开实验室时也不要关闭激光器,令它仍处于点燃状态.

4. 当入射角等于布儒斯特角  $\theta_B$  时,反射光是完全线偏振光, $\theta_B$  符合下式  $\text{tg } \theta_B = n$ ,  $n$  为折射率.

### [解答]

1. (a) 利用“入射角等于布儒斯特角时  $P$  分量的反射率  $R_P = 0$ ”这一性质找到“使激光器射至样品的光只有  $P$  分量”时激光器前起偏器 ( $P_1$ ) 的取向.首先调整激光器和样品的取向,使入射光和反射光均位于与绘图板平行的平面内.转动  $P_1$ ,即改变出射光的偏振方向,同时改变入射角  $\theta_i$ (见图 25-20),由微安表读数 ( $i$ ) 可观察到反射光束强度 ( $I_r$ ) 的变化.通过多次反复试验,可得到这样的结果:当起偏器的取向在某一范围内,同时入射角在一定范围内时,观察到的  $i = 0$ .记下与此相应的  $P_1$  上标志线所指的角度 ( $\phi_1$ ) 和入射角

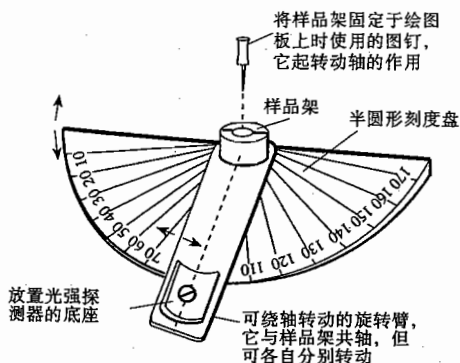


图 25-19

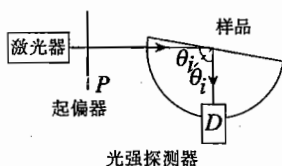


图 25-20

( $\theta_i$ ) 的数值. 由此可求出与  $I_r = 0$  (即入射光只有  $P$  分量) 相应的  $\psi_1$  和  $\theta_i$  (即  $\theta_B$ ), 在此测量中的光路图如图 25-20 所示.

实验数据:  $i = 0$  时  $\psi_1$  和  $\theta_1$  的数值:

$\psi_1$	140.0°	322.0°	141.0°	322.5°
$\theta_1$	56.4°	56.4°	56.2°	56.2°

由此可得与  $I_r = 0$  相应的  $\psi_1$  值为  $140.5^\circ \pm 0.5^\circ$  或  $322.3^\circ \pm 0.3^\circ$ , 布儒斯特角的值为  $\theta_B = 56.3^\circ \pm 0.1^\circ$

(b) 利用连续通过两个偏振器的偏振光的光强随二者透光轴间夹角  $\theta$  改变的性质可获得不同强度的光强. 设  $I_0$  为透过第一个偏振器  $P_1$  的光强,  $I_2$  为透过  $P_2$  的光强,  $\theta$  为二者透光轴间夹角, 则由 Malus 定律可知

$$I_2(\theta) = I_0 \cos^2 \theta, \quad I_2(0) = I_0$$

测量时采用的光路图如图 25-21 所示.

$D_1$ : 测量反射光强  $I_1$ , 可用以监视和校正激光器出射光强的起伏, 也就是  $I_0$  的起伏.

$D_2$ : 测量透射光强  $I_2$ .

转动  $P_2$  (即改变夹角  $\theta$ ), 当  $P_2$  与  $P_1$  的透光轴相互垂直 ( $\theta = 90^\circ$ ) 时, 透射光强  $I_2 = 0$ . 设此时  $P_2$  的标志线位置为  $\psi_1$ . 继续转动  $P_2$ , 当其标志线位置为  $\psi_2$  时,

$$\theta = |\psi_2 - \psi_1 \pm 90^\circ|$$

设  $i_1(\theta)$  和  $i_2(\theta)$  分别为夹角等于  $\theta$  时  $D_1$  和  $D_2$  中的读数, 所得实验数据如下:  $\psi_1 = 4.0^\circ$

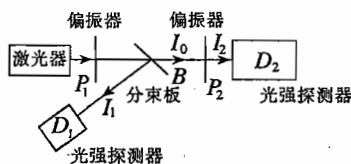


图 25-21

$\psi_2$	4.0°	34.0°	49.0°	64.0°	94.0°
$\theta$	90.0°	60.0°	45.0°	30.0°	0
$i_1(\theta)$ ( $\mu\text{A}$ )	5.7	5.7	5.7	5.7	6.3
$i_2(\theta)$ ( $\mu\text{A}$ )	0	20.0	41.0	63.5	93.5

当激光束光强有起伏时,  $I_1$  和  $I_0$  都按同一比例起伏, 故有

$$I_0(\theta)/I_0(0) = I_1(\theta)/I_1(0)$$

$$\text{故 } I_2(\theta) = I_0(\theta) \cos^2 \theta = I_0(0) \frac{I_1(\theta)}{I_1(0)} \cos^2 \theta$$

$$= I_2(0) \frac{I_1(\theta)}{I_1(0)} \cos^2 \theta$$

$$\text{即 } \frac{I_2(\theta)}{I_2(0)} \cdot \frac{I_1(0)}{I_1(\theta)} = \cos^2 \theta$$

如果光强探测器微安表读数 ( $i_1, i_2$ ) 和光强 ( $I_1, I_2$ ) 是线性关系, 则下式应成立, 反之亦然.

$$\frac{i_2(\theta)}{i_2(0)} \cdot \frac{i_1(0)}{i_1(\theta)} = \cos^2 \theta$$

用上列数据进行计算即可对此进行验证如下

$\theta$	90.0°	60.0°	45.0°	30.0°	0.0°
$\cos^2 \theta$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
$\frac{i_2(\theta)}{i_2(0)} \cdot \frac{i_1(0)}{i_1(\theta)}$	0.00	0.24	0.49	0.75	1.00

相应的图线见图 25-22.

(c) 首先测定入射光强  $I_0$ , 撤去图 25-21 中的  $P_2$ , 令  $P_1$  保持产生 P 光的取向, 即令  $\psi_1 = 140.5^\circ$ , 测出此时  $D_1$  和  $D_2$  的读数  $i_{10}$  和  $i_{20}$ . 然后按图 25-23 的光路图放置各光学元件, 并改变入射角  $\theta_i$  的数值, 测出相应的  $i_1(\theta_i)$  和  $i_2(\theta_i)$ . 由下式即可计算出入射角为  $\theta_i$  时样品的反射率  $R_P$ :

$$R_P(\theta_i) = \frac{I_2(\theta_i)}{I_0} = \frac{i_2(\theta_i)}{i_1(\theta_i)} \cdot \frac{i_{10}}{i_{20}}$$

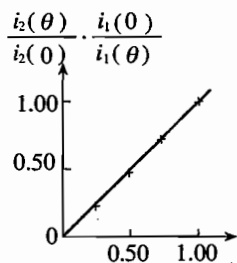


图 25-22

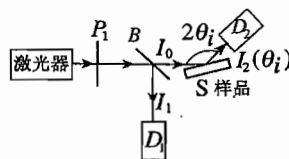


图 25-23

测量数据和计算结果:

$$\psi_1 = 140.5^\circ, i_{20} = 99 \mu\text{A}, i_{10} = 13.3 \mu\text{A}$$

入射角 $\theta_i(^{\circ})$	$D_2$ 的读数 $i_2(\theta_i)(\mu\text{A})$	$D_1$ 的读数 $i_1(\theta_i)(\mu\text{A})$	反射率(计算值) $R_P = \frac{i_2(\theta_i)}{i_1(\theta_i)} \cdot \frac{i_{10}}{i_{20}}$
5	3.02	11.1	0.037
10	2.98	11.2	0.036
20	2.66	11.1	0.032
30	2.28	12.2	0.025
40	1.56	14.7	0.014
50	0.46	16.9	0.0037
53	0.14	11.3	0.0017
55	0.06	11.3	0.00059

续表

入射角 $\theta_i(^{\circ})$	$D_2$ 的读数 $i_2(\theta_i)(\mu\text{A})$	$D_1$ 的读数 $i_1(\theta_i)(\mu\text{A})$	反射率(计算值) $R_r = \frac{i_2(\theta_i)}{i_1(\theta_i)} \cdot \frac{i_{10}}{i_{20}}$
56.3(黑)	$\sim 0$	11.5	$\sim 0$
58	0.06	11.5	0.0007
60	0.22	13.5	0.0024
64	1.30	16.7	0.011
66	1.56	11.8	0.018
68	3.26	15.0	0.029
72	5.30	11.7	0.061
76	13.1	14.0	0.13
80	22.0	11.7	0.25
84	49.5	14.5	0.42

$R_r(\theta_i)-\theta_i$  关系曲线如图 25-24 所示。

## 2. 样品的折射率 $n$

$$\theta_B = 56.3^{\circ} \pm 0.1^{\circ}$$

$$n = \text{tg } \theta_B = 1.50 \pm 0.01$$

误差来源: (1) 探测器灵敏度不够高, 使  $\theta_B$  的测定产生误差。

(2) 起偏器的取向未达到产生纯  $P$  光的要求。

(3) 刻度盘的刻度不够准确或圆形刻度的圆心与轴不重合。

### [题 5] 黑盒子

给出的黑盒子具有两个相同的接线端, 黑盒子内部由不多于三个的无源元件构成。要求确定此黑盒子的两个端点之间的等效电路和构成它的无源元件的电学特性值。此黑盒子不允许打开。

#### 实验装置:

1. 双踪示波器。附有面板图, 给出了各旋钮的名称及功能。
2. 音频信号发生器。附有面板图, 给出了各旋钮的名称及功能。
3. 阻值已设定为  $100 \Omega$  的电阻箱一个(精度  $< \pm 0.5\%$ )。
4. 几根连接用的导线。
5. 同轴电缆。其端点处颜色为黑色者是接地线。
6. 对数坐标纸、半对数坐标纸、普通坐标纸各一张, 供学生根据需要选用。

**注意事项:** 凡面板图上没有画出的旋钮, 由于在本实验中不需要拨动它们, 它们已被设定在正确的位置上, 请不要去拨动它们。

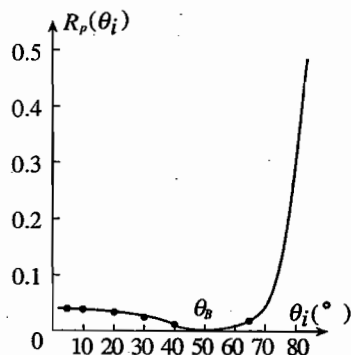


图 25-24

### 实验要求:

1. 画出测量用的电路图.
2. 用表格的形式列出测量数据与计算结果. 在提供的坐标纸上根据测量及计算结果画出实验曲线, 请标出图名、坐标名称及单位.
3. 画出黑盒子两端间的等效电路, 求出构成此等效电路的各元件的电学特性值, 写出计算公式.

提示: 1. 请在  $10\text{ Hz} \sim 50\text{ kHz}$  的频率范围内进行实验.

2. 信号发生器的输出信号的大小应保持小于  $1.0\text{ V}$  (峰—峰值). 请将“衰减档”放在  $20\text{ dB}$  (分贝) 的位置, 并始终保持不变.

3. 连线时, 请注意减少来自电源的  $50\text{ Hz}$  信号的干扰.

### XD-2 信号发生器的使用注意事项:

1. 将“衰减档”置于  $20\text{ dB}$  处, 并始终保持不变.
2. 将“阻尼开关”置于“快”的位置.
3. 信号发生器所附的伏特表, 只能显示输出信号的相对大小而不是输出信号的真实数值.
4. 信号频率读数的误差可以不予考虑.

注意事项: 对于 XD-22 型音频信号发生器, 面板上没有“阻尼开关”, 其信号输出钮应置于正弦信号输出“~”的位置.

### SS5702 型示波器的使用注意事项:

1. 请将“Vmode”开关置于“Dual”(双踪测量) 的位置.
2. 黑色的“Volts/div”钮和红色的“Variable control”钮都用于改变垂直输入放大器的增益. 只有当红色的“Variable control”钮置于顺时针最大的位置时, 黑色的刻度值的读数才是正确的.
3. 黑色的“Times/div”钮用于改变水平方向的扫描速率(由  $0.5\text{ }\mu\text{s}/\text{div}$  (格) 到  $0.2\text{ s}/\text{div}$  (格)), 只有当红色的“Variable control”钮置于顺时针最大位置时, 黑色的刻度值的读数才是正确的.

4. “触发源”(触发扫描信号) 旋钮用于选择触发信号的通道. “level” 旋钮用于调节触发信号幅度的大小.

5. 测量精度:  $\pm 4\%$ .

电阻箱的使用注意事项: 电阻箱已被设定在阻值等于  $100\text{ }\Omega$  处, 请不要改变它.

[解答] 测量采用的电路图如图 25-25 所示.

由测得的电压  $U_R$  的值和给定的  $R$  的值可求得通过黑盒子的电流为

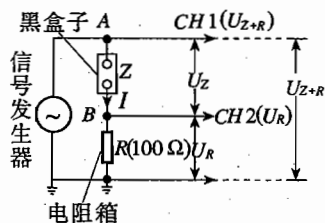


图 25-25

$$I = U_R/R$$

再由测得的电压  $U_{Z+R}$  的值和  $I$  的值可求得黑盒子两端间的阻抗  $Z$  和电阻  $R$  的总阻抗为.

$$Z + R = U_{Z+R}/I = (U_{Z+R}/U_R) \times R$$

测量不同频率  $f$  下的  $U_{Z+R}$  和  $U_R$  得到的实验数据和由此算出的  $Z + R$  的大小见下表. 用此数据和对数坐标纸可绘出  $(Z + R)-f$  曲线(图 25-26).

频率 $f(\times 10^3)(\text{Hz})$	$U_{Z+R}(\text{V})$	$U_R(\text{mV})$	$(Z + R)(\times 10^3 \Omega)$
0.100	0.600	22.0	2.73
0.200	0.600	45.0	1.33
0.400	0.600	94.0	0.638
0.700	0.300	92.0	0.326
0.900	0.300	121	0.248
1.00	0.300	136	0.220
1.10	0.300	140	0.214
1.16	0.300	141	0.213
1.25	0.300	140	0.214
1.50	0.300	120	0.250
2.00	0.300	88.0	0.341
4.00	0.600	78.0	0.769
8.00	0.600	38.0	1.58
15.0	0.600	20.0	3.00
30.0	0.600	10.0	6.00
50.0	0.600	6.0	10.0

由数据表及图 25-26 通过分析可得出下列结论:

(1) 黑盒子和  $R$  串联后的电路有共振现象, 共振频率为  $f_0 = 1.16 \times 10^3 \text{ Hz}$ , 共振时阻抗达极小值, 故为电流共振.

(2) 当  $f \ll f_0$  时, 阻抗  $Z + R$  几乎与频率成反比. 因为  $100 \Omega$  的  $R$  远小于此时的  $Z + R$  的数值, 故  $Z$  几乎与  $f$  成反比. 从示波器还观察到  $U_s$  的相位约落后于流过黑盒子的电流 ( $I$ ) 的相位  $\pi/2$  ( $\Delta\varphi = -\pi/2$ ), 所以低频时黑盒子的阻抗可看成是一个电容在起主导作用.

(3) 当  $f \gg f_0$  时,  $Z$  与  $f$  成正比, 从示波器上还可观察到  $\Delta\varphi = \pi/2$ , 所以黑盒子的阻抗在高频时可以看成是一个电感在起主导作用.

(4) 综上所述, 黑盒子的等效电路应是电阻  $r$ 、电感  $L$  和电容  $C$  的串联电路. 如图 25-27 所示.

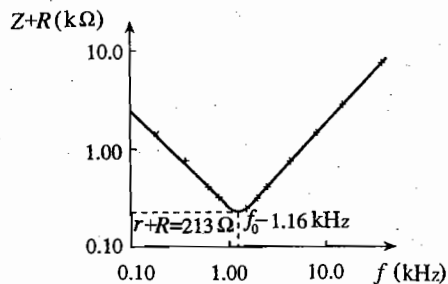


图 25-26



### $r, L$ 和 $C$ 的数值的确定

(a)  $r$ : 当  $f = f_0$  时, 图 25-27 中的  $U_C = -U_L, U_{Z+R} = I(r + R) = I(Z + R)$ , 由数据表查出, 此时  $Z + R = 213 \Omega$ , 故得

$$r = 113 \Omega$$

(b)  $C$ :  $f \ll f_0$  时, 等效电路中  $L$  的阻抗可以忽略不计, 即  $Z_L \approx 0$ , 图 25-27 可以看作一个  $RC$  串联电路, 其相位图如图 25-28 所示,  $I$  为电流的大小. 因而有

$$\frac{1}{\omega C} = \sqrt{(Z + R)^2 - (R + r)^2}$$

当  $f = 100 \text{ Hz}$  时,  $Z + R = 2.73 \times 10^3 \Omega \gg r + R = 213 \Omega$

$$C \approx 1/(200\pi \times 2.73 \times 10^3) \mu\text{F} \approx 0.583 \mu\text{F}$$

故  $C$  的值为  $0.583 \mu\text{F}$ .

(c)  $L$ :  $f \gg f_0$  时, 等效电路中  $C$  的阻抗可忽略不计, 即  $Z_C \approx 0$ , 图 25-27 看成是  $RL$  串联电路, 其相位图如图 25-29 所示, 因而有

$$\omega L = \sqrt{(Z + R)^2 - (R + r)^2}$$

$f = 50 \times 10^3 \text{ Hz}$  时,  $Z + R = 10^4 \Omega \gg 213 \Omega$

$$L = 10^4 / (10^5 \pi) \text{ mH} = 31.8 \text{ mH}$$

误差估计:

已知: 电阻箱的精度:  $\Delta R/R \approx 0.5\%$

电压测量精度:  $\Delta U_R/U_R = \Delta U_{Z+R}/U_{Z+R} \approx 4\%$

(a)  $r$  的误差估计

$$f = f_0 \text{ 时, } r + R = \frac{U_{Z+R}}{U_R} \times R$$

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta U_{Z+R}}{U_{Z+R}} + \frac{\Delta U_R}{U_R} + \frac{\Delta R}{R} \approx 8.5\%$$

(b)  $C$  的误差估计

$$Z + R = \frac{U_{Z+R}}{U_R} \times R, \quad \frac{\Delta(Z + R)}{Z + R} \approx 8.5\%$$

$$\frac{1}{\omega C} = \sqrt{(Z + R)^2 - (r + R)^2} \approx Z + R$$

由于  $\left(\frac{r + R}{Z + R}\right)^2 = \left(\frac{2.13}{27.3}\right)^2 \approx 6 \times 10^{-3}$ , 上述近似运算引起的误差仅为  $0.3\%$ , 因而由  $Z + R$  的测量误差引起的  $C$  的误差是主要的.

$$\frac{\Delta C}{C} \approx \frac{\Delta(Z + R)}{Z + R} + 0.3\% \approx 8.8\%$$

(c)  $L$  的误差估计, 与  $C$  的误差估计相同,  $\Delta L/L = 8.5\%$ . 此时  $(r + R)^2 / (Z + R)^2 = 0.0213^2 \approx 4.5 \times 10^{-4}$ , 近似计算所引起的误差更小, 可忽略不计.

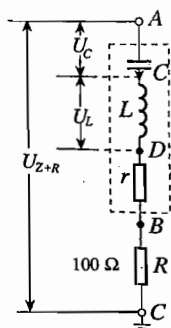


图 25-27

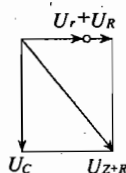


图 25-28

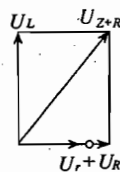


图 25-29

# 第 26 届试题及解答

(1995, 澳大利亚)

## 理论部分

### [题 1] 引力红移和恒星质量的测定

(a) 频率为  $f$  的一个光子具有惯性质量  $m$ , 此质量由光子的能量确定. 在此假定光子也有引力质量, 量值等于惯性质量. 与此相应, 从一颗星球表面向外发射出的光子, 逃离星球引力场时, 便会损失能量. 试证, 初始频率为  $f$  的光子从星球表面到达无穷远处, 若将它的频移 (频率增加量) 记为  $\Delta f$ , 则当  $\Delta f \ll f$  时, 有

$$\Delta f/f \approx -GM/(Rc^2)$$

式中  $G$  为引力常量,  $R$  为星球半径,  $c$  为真空光速,  $M$  为星球质量. 这样, 在距星球足够远处对某条已知谱线频率红移的测量, 可用来测出比值  $M/R$ , 如果知道了  $R$ , 星球的质量  $M$  便可确定.

(b) 在一项太空实验中发射出一艘无人驾驶的宇宙飞船, 欲测量银河系中某颗恒星的质量  $M$  和半径  $R$ . 宇宙飞船径向接近目标时, 可以监测到从星球表面  $\text{He}^+$  离子发射出的光子对飞船实验舱内的  $\text{He}^+$  离子束进行共振激发. 共振吸收的条件是  $\text{He}^+$  离子朝着星球的速度必须与光子引力红移严格地相适应. 共振吸收时的飞船  $\text{He}^+$  离子相对星球速度  $v$  (记为  $v = \beta c$ ), 可随着飞船到星球表面最近距离  $d$  的变化而进行测量, 实验数据在下面表格中给出. 请充分利用这些数据, 作图求出星球半径  $R$  和质量  $M$ . 解答中不必进行误差估算.

共振条件数据表

速度性参量 $\beta = v/c(10^{-5})$	3.352	3.279	3.195	3.077	2.955
到星体表面距离 $d(10^8 \text{ m})$	38.90	19.98	13.32	8.99	6.67

(c) 为在本实验中确定  $R$  和  $M$ , 通常需要考虑因发射光子时离子的反冲造成的频率修正. (热运动对发射谱线仅起加宽作用, 不会使峰分布移位, 因此可以假定热运动的全部影响均已被审查过了.)

(i) 令  $\Delta E$  为原子 (或者说离子) 在静止时的两个能级差, 假定静止原子在能级跃迁后产生一个光子并形成反冲原子. 考虑相对论效应, 试用能级差  $\Delta E$  和初始原子静止质量  $m_0$  来表述发射光子的能量  $hf$ .

(ii) 现在, 对  $\text{He}^+$  离子这种相对论频移比值  $[\Delta f/f]_{\text{反冲}}$  作出数值计算. 计算结果应当得出这样的结论, 即反冲频移远小于 (b) 问中所得的引力红移.

计算用常量:真空光速	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$
He 的静质量	$m_0 c^2 = 4 \times 938 \text{ MeV}$
玻尔能级	$E_n = -\frac{13.6 Z^2}{n^2} \text{ eV}$
引力常量	$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

[解答]

(a) 一个光子所有的惯性质量  $m$  可由关系式  $mc^2 = hf$  求得为  $m = hf/c^2$ . 据题文假设,  $m$  既为惯性质量, 也为引力质量. 光子在距星球中心  $r$  处形成时的能量若为  $hf$ , 向外射出过程中便会损失能量.

从能量守恒考虑, 光子能量的损失量应等于引力势能的增加量. 用下标  $i$  表示初态量,  $f$  表示远离星球时的终态量, 则有

$$hf_i - hf_f = -G \frac{Mm_f}{\infty} - (-G \frac{Mm_i}{r})$$

即得 
$$hf_f = hf_i - G \frac{Mm_i}{r}$$

$\Delta f \ll f$  意味着光子能量的相对变化很小, 故有

$$m_f \approx m_i = hf_i/c^2$$

继而可作如下推演:

$$hf_f \approx hf_i - G \frac{M(hf_i/c^2)}{r}$$

$$\frac{f_f}{f_i} = 1 - G \frac{M}{rc^2}$$

$$\Delta f/f = (f_f - f_i)/f_i = -GM/(rc^2)$$

等号右边的负号表明  $\Delta f$  取负, 频率减小, 即有频率红移, 波长  $\lambda$  则将增大.

对于从半径为  $R$  的星球表面发射出的光子, 便有

$$\Delta f/f = -GM/(Rc^2)$$

(b) 光子从初始位置  $r_i$  到终止位置  $r_f$  的能量减少量为

$$hf_i - hf_f = -G \frac{Mm_f}{r_f} + G \frac{Mm_i}{r_i}$$

已假定光子能量变化很小, 即  $\Delta f \ll f$ , 也就是

$$m_f \approx m_i = hf_i/c^2$$

因此

$$hf_i - hf_f \approx G \frac{M(hf_i)}{c^2} \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

可解得

$$\frac{f_f}{f_i} = 1 - G \frac{M}{c^2} \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

本项实验中,  $r_i$  即为星球半径  $R$ ,  $r_f$  则为  $R$  与  $d$  之和, 故有

$$\frac{f_f}{f_i} = 1 - \frac{GM}{c^2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right)$$

为了能对飞船中的  $\text{He}^+$  离子进行共振激发,射来的光子必须通过多普勒效应使其频率又从  $f_f$  值升到  $f_i$  值. 相对论的多普勒效应公式为

$$f'/f_f = \sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)} \quad (1)$$

式中  $f'$  为飞船离子接收到的光子频率. 参照实验数据表可知  $\beta \ll 1$ , 故有

$$f_f/f' = (1-\beta)^{1/2}(1+\beta)^{-1/2} \approx \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) \approx 1 - \beta$$

也可采用经典多普勒效应直接得到

$$f_f/f' = 1 - \beta$$

共振吸收的条件是  $f'$  必须等于  $f_i$ , 便有

$$f_f/f_i = 1 - \beta \quad (2)$$

将 (2) 式代入 (1) 式, 可解得

$$\beta = G \frac{M}{c^2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right) \quad (3)$$

根据已给的实验数据, 设法找出一种有效的作图解法. 为此, 先将 (3) 改写为

$$\beta = G \frac{M}{c^2} \frac{d}{R(R+d)}$$

两边取倒数, 得

$$\frac{1}{\beta} = \left( \frac{Rc^2}{GM} \right) \left( \frac{R}{d} + 1 \right) \quad (4)$$

利用所给  $\beta$ - $d$  数据表, 可得到一个  $1/\beta$ - $1/d$  数据表如下:

$1/\beta(10^5)$	0.298	0.305	0.313	0.325	0.338
$1/d(10^{-8}/\text{m})$	0.026	0.050	0.075	0.111	0.150

据此可画出  $1/\beta$ - $1/d$  的线性关系图线, 如图 26-1 所示.

对于该直线, 有斜率  $= \alpha R$ ,

$$\alpha = Rc^2/(GM) \quad (5)$$

$$1/\beta \text{ 轴的截距} = \alpha \quad (6)$$

$$1/d \text{ 轴的截距} = -1/R \quad (7)$$

由 (5)、(6) 式可以很容易定出  $R$  和  $M$ , (7) 式可用来检查  $R$  的计算结果, 但本题并不作出要求.

作图法可得  $\alpha R = 3.2 \times 10^{12} \text{ m}$ ,  $\alpha = 0.29 \times 10^5$ ,

$$R = \alpha R / \alpha = 1.104 \times 10^8 \text{ m}, \quad M = Rc^2/(G\alpha) = 5.11$$

$\times 10^{30} \text{ kg}$ . 事实上设计题文所给数据表时, 已先取定  $R =$

$1.11 \times 10^8 \text{ m}$ ,  $M = 5.2 \times 10^{30} \text{ kg}$ . 图解法计算结果与此很接近.

(c)(i) 原子发射光子前后的关系如图 26-2 所示. 光子动量  $P'$  与能量  $E'$  分别为

$$P' = hf/c, \quad E' = hf$$

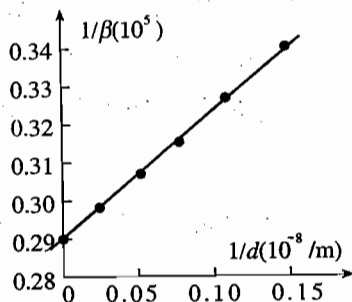


图 26-1

原子总能量  $E$  和动量  $P$  的相对论关系为  $E^2 = P^2c^2 + m_0^2c^4$  在实验室参照系中,发射光子前的系统总能量为

$$E_0 = m_0c^2 \quad (8)$$

发射光子后的系统总能量为

$$E = \sqrt{P^2c^2 + m_0'^2c^4} + hf \quad (9)$$

系统能量守恒,  $E_0 = E$ , 结合 (8)、(9) 式可得

$$(m_0c^2 - hf)^2 = P^2c^2 + m_0'^2c^4$$

由动量守恒得

$$P = P' = hf/c^4$$

将此代入上式,作如下推演:

$$(m_0c^2 - hf)^2 = (hf)^2 + m_0'^2c^4$$

$$(m_0c^2)^2 - 2hfm_0c^2 = m_0'^2c^4$$

$$\begin{aligned} hf(2m_0c^2) &= (m_0^2 - m_0'^2)c^4 \\ &= (m_0 - m_0')c^2(m_0 + m_0')c^2 \end{aligned}$$

考虑到题文所给能级差 ( $\Delta E$  与  $m_0$ 、 $m_0'$  的关系为

$$\Delta E = m_0c^2 - m_0'^2c^2$$

可得

$$\begin{aligned} hf(2m_0c^2) &= \Delta E[2m_0 - (m_0 - m_0')]c^2 \\ &= \Delta E(2m_0c^2 - \Delta E) \end{aligned}$$

由此解得

$$hf = \Delta E[1 - \Delta E/(2m_0c^2)]$$

(ii) 考虑原子反冲,所发射的光子的频率  $f$  满足关系式

$$hf = \Delta E[1 - \Delta E/(2m_0c^2)]$$

不考虑原子反冲,所发射的光子的频率  $f_0$  满足关系式

$$hf_0 = \Delta E$$

反冲频移  $\Delta f = f_0 - f$  对应的频移比便为

$$\Delta f/f_0 = \Delta E/(2m_0c^2)$$

以  $\text{He}^+$  离子从能级  $n = 2$  到  $n = 1$  的光子发射为例,作一计算.

$$\Delta E = 13.6 \times 2^2 \times (1 - 1/2^2) \text{ eV} = 40.8 \text{ eV}$$

$$m_0c^2 = 3752 \times 10^6 \text{ eV}$$

可算出由离子反冲产生的频移比为

$$\Delta f/f_0 = 5.44 \times 10^{-9}$$

由前面讨论的引力红移公式  $\Delta f/f = -GM/(Rc^2)$ , 可计算得

$$|\Delta f|/f \approx 10^{-5}$$

前者远小于后者,在太空引力红移实验中完全可以忽略.

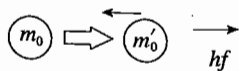


图 26-2

[题 2] 海洋中声波的传播

引言:海洋中声波传播速度随深度、温度和含盐量而变化.图 26-3(a)给出了声速  $c$  随深度  $z$  的变化关系,图中最小速度  $c_0$  出现在海洋表面和海底之间的中部区域内.注意,为方便起见,将这一最小声速对应的深度定为  $z = 0$ ,而  $z = z_s$  和  $z = z_b$  ( $z_b$  取正) 分别对应海洋表面和海底.于是声速  $c$  可表述为

$$\begin{aligned} c &= c_0 + bz & \text{当 } z > 0 \\ c &= c_0 & \text{当 } z = 0 \\ c &= c_0 - bz & \text{当 } z < 0 \end{aligned}$$

其中  $b = |dc/dz|$  为声速随深度变化的梯度绝对值,图 26-3(a) 中已设定  $b$  为常量.图 26-3(b) 为  $x-z$  平面的一部分,该平面垂直于海平面,其中  $x$  为水平方向轴. $x-z$  面上各处声速  $c$  随  $z$  变化的图线已在图 26-3(a) 中示出.设在  $z = 0, x = 0$  处放置

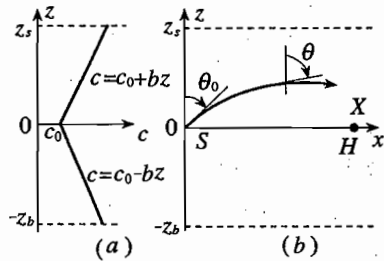


图 26-3

一个声源  $S$ ,从  $S$  发出的一部分声波可用由  $S$  引出的初始角为  $\theta_0$  的波射线来描述,这已在图中示出.因声速随  $z$  而变,波射线会折射,导致波射线方位角  $\theta$  的变化.

(a) 试证从  $S$  出发并限制在  $x-z$  平面内的一段波射线初始轨道是半径为  $R$  的圆弧,且

$$R = c_0 / (b \sin \theta_0), \text{ 取 } 0 \leq \theta_0 < \pi/2$$

(b) 以某些  $\theta_0$  角向上发射的声波,在传播中不会遇海洋表面反射,试导出用  $z_s, c_0$  和  $b$  表述的此类  $\theta_0$  角的最小值公式.

(c) 图 26-3(b) 还画出了一个放在  $z = 0, x = X$  处的声波接收器  $H$ .为使以  $\theta_0$  角从  $S$  发出的声波可到达接收器  $H$ ,试导出用  $b, X$  和  $c_0$  表述的式子,用来给出一组角  $\theta_0$  的值.此处假设  $z_s$  和  $z_b$  足够大,从而排除在海洋表面和海底反射的可能性.

(d) 计算可使波射线从  $S$  折转到达  $H$  的 4 个最小发射角  $\theta_0$  的值,假设  $X = 10\,000 \text{ m}$ ,  $c_0 = 1\,500 \text{ m/s}$ ,  $b = 0.020/\text{s}$ .

(e) 先对(c)问中得到的发射角  $\theta_0$  的最小值,导出声波从  $S$  到达  $H$  所经传播时间的表达式.再据(d)问给出的该  $\theta_0$  角值,计算传播时间值.计算中可利用积分公式

$$\int dx / \sin x = \ln[\operatorname{tg}(x/2)]$$

接着计算从  $S$  沿着  $z = 0$  和  $\theta_0$  取(d)问中四个值的最小者的两条波射线,计算哪一个先到达  $H$ ?

[解答]

(a) 折射定律可表达为

$$\sin \theta / \sin \theta_0 = c / c_0$$

取波射线轨迹中的一小段,可将它处理成半径为  $R$  的弧元.注意,  $R$  可在零到无穷之间取值.参照图 26-4,有  $ds = R d\theta$ .对折射公式两边取微分,可得

$$\cos \theta d\theta = \sin \theta_0 dc / c_0$$

因波射线向上行进, 应取  $c = c_0 + bz$

即得

$$dc = b dz$$

$$\cos \theta d\theta = \sin \theta_0 b dz / c_0$$

因此

$$dz = \frac{c_0 \cos \theta}{b \sin \theta_0} d\theta$$

由图 26-4 的线元关系又可得

$$dz = ds \cos \theta$$

与上式联立可得

$$ds = c_0 d\theta / (b \sin \theta_0)$$

于是有

$$R = ds/d\theta = c_0 / (b \sin \theta_0) \quad (= b \sin \theta)$$

此结果适用于  $z > 0$  的任一弧元, 表明波射线在折射到  $x$  轴之前曲率半径处处为相同的常量, 所以整段为一圆弧。

(b) 为使声波不会遇海洋表面发生反射, 要求波射线或在海面下方, 或恰好与海面相切。最小  $\theta_0$  角对应波射线圆弧与海面相切的情况, 参照图 26-5 有

$$z_s = R - R \sin \theta_0 = \frac{c_0}{b \sin \theta_0} (1 - \sin \theta_0)$$

由此解得  $\theta_0 = \arcsin \left( \frac{c_0}{bz_s + c_0} \right)$

(c) 接收器  $H$  能接收到的声波, 对应的波射线圆弧必须通过  $H$  所在点, 图 26-6 所示为之一, 由图

$$X = 2R \cos \theta_0 = 2c_0 \cos \theta_0 / (b \sin \theta_0)$$

即

$$\operatorname{ctg} \theta_0 = bX / (2c_0)$$

图 26-7 给出了另一种到达  $H$  的路径, 有

$$X/2 = 2R \cos \theta_0$$

相应可得

$$\operatorname{ctg} \theta_0 = bX / (4c_0)$$

类推可得符合题意的一组  $\theta_0$  角为  $\theta_0 = \operatorname{arcctg} \left( \frac{bX}{2nc_0} \right) =$

$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \frac{znc_0}{bX} \right)$  其中  $n = 1, 2, 3, \dots, \theta_0 < \pi/2$ 。值得指出的是  $n \rightarrow$

$\infty$  时, 对应  $\theta_0 = \pi/2$ , 即为沿  $x$  轴行进的波射线。

(d) 应用(c) 问解答所给  $\theta_0$  角的计算公式, 将题文所给数据代入, 可算得:

$$n = 1 \quad \theta_0 = 86.19^\circ; \quad n = 2 \quad \theta_0 = 88.09^\circ$$

$$n = 3 \quad \theta_0 = 88.73^\circ; \quad n = 4 \quad \theta_0 = 89.05^\circ$$

(e) 图 26-6 所示波射线对应(c) 问中最小  $\theta_0$  角, 此射线从  $S$  到  $H$  所经时间为

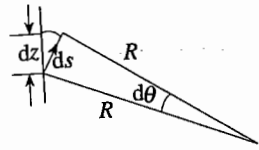


图 26-4

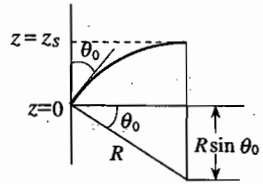


图 26-5

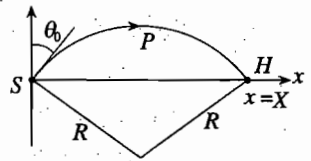


图 26-6

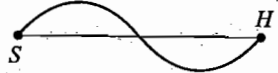


图 26-7

$$t_{SH} = \int_S^H dt = \int_S^H ds/c$$

先计算  $S$  到圆弧顶点  $P$  的时间,有

$$t_{SP} = \int_S^P ds/c = \int_0^{\pi/2} \frac{Rd\theta}{c}$$

将  $R = c/(b\sin\theta)$  代入,得

$$t_{SP} = \frac{1}{b} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin\theta}$$

利用题文所给积分公式可得

$$t_{SP} = -\frac{1}{b} \ln(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2})$$

注意到  $t_{SH} = 2t_{SP}$ , 即得

$$t_{SH} = -\frac{2}{b} \ln(\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2})$$

将  $b = 0.020/s$  和  $\theta_0 = 86.19^\circ$  代入,算得  $t_{SH} = 6.6546 s$ .

沿着  $z = 0$  直线(即  $x$  轴)方向传播到  $H$  所需时间为

$$t'_{SH} = X/c_0$$

将  $X = 10000 m, c_0 = 1500 m/s$  代入,可算得

$$t'_{SH} = 6.6667 s$$

$t'_{SH}$  即为  $\theta_0 = \pi/2$  的声波,显然有  $t_{SH} < t'_{SH}$ , 即  $\theta_0$  取(d)问中最小者的声波将先于取  $\theta_0 = \pi/2$  的声波到达  $H$ .

### [题 3] 圆柱体浮标的小运动

(a) 某种海上浮标由一个轻质实心圆柱体和一根刚性匀质细杆连接而成. 圆柱体的半径为  $a$ , 长度为  $l$ , 质量均匀分布, 密度为  $d$ , 细杆的质量等于圆柱体的质量, 长度等于圆柱体的直径, 密度远大于海水的密度(海水密度记为  $\rho$ ). 设浮标处于图 26-8 所示平衡位置, 试导出图中  $\alpha$  角与  $d/\rho$  之间的关系, 在此略去细杆的体积.

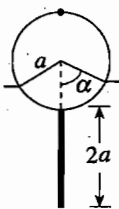


图 26-8

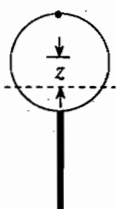


图 26-9

(b) 若浮标因受到某种干扰而垂直下压了一个小量  $z$ ,

它将受到向上的合力, 从而在其平衡位置附近上下振动, 如图 26-9 所示. 确定这种竖直方向振动的角频率, 结果用  $a, g$  和  $\lambda$  表述, 其中  $g$  为地面重力加速度. 在此假设水的运动对浮标动力学问题的影响, 可等效为浮标的有效质量增加了三分之一, 并假设  $\alpha$  并非小角度.

(c) 作为一种近似, 假设浮标在绕着圆柱体中央水平轴左右摆动, 如图 26-10 所示, 试确定摆动角频率, 结果用  $g$  和  $a$  表示. 在此忽略水的运动和水的粘滞阻力, 并假定摆角很小.\*

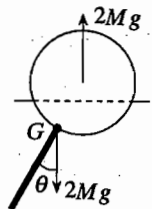


图 26-10

\* 严格来说这是不可能的, 因为忽略水的运动和粘滞阻力会使浮标不受水平方向力, 浮标质心不可能有水平方向变速运动, 而浮标绕圆柱体水平中央轴摆动时, 浮标质心必有水平方向变速运动. 经国际委员会充分讨论后, 考虑到东道国原准备的题因涉及相对论过多已被否决, 故本题(c)问作为一种强制性近似而被接受. ——译注



(d) 在浮标内装有灵敏的加速度测量仪,可测出浮标的竖直运动和摆动,并用无线电将数据送到海岸.海水较为平静时,测得竖直振动周期约为 1 s,摆动周期约为 1.5 s.据此证明,浮角约为  $90^\circ$ .在此基础上再设  $l = a$ ,试计算圆柱体半径及浮标的总质量.(可取海水密度  $\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.8\text{ m/s}^2$ .)

[解答]

(a) 细杆质量等于圆柱体质量  $M$ ,而  $M = \pi a^2 l d$  因此浮标总质量为

$$2M = 2\pi a^2 l d$$

浮标排开的水的质量显然少于  $\pi a^2 l \rho$ ,据阿基米德原理可粗略地得知  $2\pi a^2 l d < \pi a^2 l \rho$ ,即  $d < \rho/2$ .

事实上由图 26-8 所示的浮角  $\alpha (\alpha < \pi)$ ,借助几何知识可得排开水的体积应为

$$V = la^2\alpha - la^2\sin\alpha\cos\alpha$$

据阿基米德原理,浮标质量等于所排开水的质量,即有

$$2\pi a^2 l d = la^2(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)\rho$$

可得  $\alpha$  与  $d/\rho$  的关系为

$$\alpha - \sin\alpha\cos\alpha = 2\pi(d/\rho)$$

或

$$\alpha - (1/2)\sin 2\alpha = 2\pi(d/\rho)$$

(b) 若是圆柱体从平衡位置竖直下压小量  $z$ ,浮标所受向上合力等于增加的排水重量,即有

$$F_z = - (2a\sin\alpha)z l \rho$$

式中负号表示  $F_z$  与  $z$  反向.这是一个线性回复力,考虑到浮标有效质量增加了三分之一,其运动方程便为

$$[1 + (1/3)]2M\ddot{z} = F_z = - (2a\sin\alpha)l\rho z$$

将  $2M = 2\pi a^2 l \rho$  代入,得

$$\ddot{z} + \frac{3\rho g \sin\alpha}{4\pi da} z = 0$$

这是一个标准的简谐振动微分方程,振动角频率为

$$\omega_z = \sqrt{3\rho g \sin\alpha / (4\pi da)}$$

结合(a)问解答给出的  $\alpha \approx d/\rho$  关系可得

$$\omega_z = \sqrt{3g \sin\alpha / 2a(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)}$$

(c) 圆柱体中央轴  $O$  近似不动,浮标近似绕  $O$  轴摆动,则排水量不变,浮力中心仍在  $O$  上,大小仍为  $2Mg$ ,如图 26-11 所示.浮标质心在图中  $G$  处,浮标所受重力  $2Mg$  相对  $O$  轴的力矩为

$$- 2Mg a \sin\theta \approx - 2Mg a \theta$$

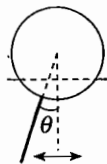


图 26-11

此处已考虑到  $\theta$  为小角度. 圆柱体绕  $O$  轴的转动惯量为  $I_0 = (1/2)Ma^2$ , 细杆绕其中心的转动惯量为  $I_{rod} = Ma^2/3$ , 据平行轴定理, 细杆绕  $O$  轴转动惯量为

$$I'_{rod} = I_{rod} + M(2a)^2 = (13/3)Ma^2$$

浮标绕  $O$  轴转动惯量便为  $I = I_0 + I'_{rod} = (29/6)Ma^2$

由此可得摆动的微分方程

$$I\ddot{\theta} = -2Mga\theta$$

即

$$\ddot{\theta} + \frac{12g}{29a}\theta = 0$$

这是谐振动方程, 角频率为

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{12g}{29a}}$$

(d) 竖直振动周期为

$$T_z = 2\pi/\omega_z$$

摆动周期为

$$T_\theta = 2\pi/\omega_\theta$$

因此

$$(T_\theta/T_z)^2 = \frac{29\sin\alpha}{8(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)}$$

由测量数据可知

$$(T_\theta/T_z)^2 = (1.5/1)^2 = 2.25$$

数值计算可得

$$\alpha - \sin\alpha\cos\alpha \approx 1.61\sin\alpha$$

其解近似为

$$\alpha \approx \pi/2 = 90^\circ$$

取  $\alpha = \pi/2$ , 则

$$\omega_z = \sqrt{3g\sin\alpha/[2a(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)]} = \sqrt{3g/(\pi a)}$$

$$T_z = 2\pi/\omega_z = 2\pi\sqrt{\pi a/(3g)}$$

将  $T_z = 1$  s 代入, 可算得圆柱体半径为

$$a = 3gT_z^2/(4\pi^3) = 0.237 \text{ m}$$

又由

$$d/\rho = (\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)/(2\pi) = 1/4$$

得

$$d = \rho/4$$

若取  $l = a$ , 则浮标总质量便为

$$2M = 2\pi a^2 l d = 2\pi a^3 (\rho/4) = (\pi/2)a^3 \rho$$

将  $a = 0.237$  m.  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup> 代入, 可算得

$$2M = 20.9 \text{ kg}$$

## 实验部分

### [题 4] 粘滞液体中的收尾速度

在液体中降落的物体最终会达到一个恒定的速度, 称之为收尾速度. 本实验即要测量重

物在甘油中降落时的收尾速度.

一个半径为  $r$  的球体, 当它以速度  $v$  在粘滞液体中运动时, 所受到的粘滞阻力为  $F = 6\pi\eta rv$ , 式中  $\eta$  是一个液体的特性参数, 称为粘滞系数.

本实验中, 测定的是金属圆柱体的收尾速度(因为圆柱体较球体容易制作). 每个圆柱体的直径与它的长度相等, 假设作用在这样一个圆柱体上的粘滞阻力与作用在具有相同直径 ( $2r$ ) 的球体上的粘滞阻力相似, 则有

$$F_{\text{阻}} = 6\pi k\eta r^m v \quad (1)$$

对于球, 式中  $k = 1, m = 1$ .

一、计算收尾速度: 设  $\rho$  为圆柱体的密度,  $\rho'$  代表液体的密度, 证明圆柱体的收尾速度  $v_i$  为

$$v_i = cr^{3-m}(\rho - \rho') \quad (2)$$

式中  $c$  是一个常量, 试导出  $c$  的表达式.

二、实验内容: 用所提供的仪器测定指数  $m$  的值, 并测定甘油的密度  $\rho'$ .

[注意事项]

1. 为保持实验过程的一贯性, 要使圆柱体在相同的初始位置下落, 并使圆柱体的轴线保持水平.

2. 圆柱体的直径与长度的误差均为 0.05 mm, 无需自己测量.

3. 在容器中有一个铜筛子, 可用来捞出金属圆柱体. 在把圆柱体投入甘油之前, 要确保筛子处于容器底部, 否则就不能捞出圆柱体进行重复测量.

4. 由于甘油会从空气中吸收水分使其粘滞性减小, 所以在不做实验时, 要用塑料薄膜将容器盖上.

5. 实验后不要将不同尺寸、不同材料的圆柱体混淆放置.

[实验器材] 一个盛有甘油的量筒, 容积为 1 000 mL; 一个盛甘油的小瓶, 用来添加甘油; 一块电子停表(使用说明从略——译者); 一把 30 cm 长的尺子; 一个衣服夹子; 一把镊子; 一个用来捞取金属圆柱体的铜筛子; 直径分别为 10.00 mm、8.00 mm、5.00 mm 和 4.00 mm 的铝圆柱体各有 6 个, 铝的密度为  $2.70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ; 6 个直径为 4.00 mm 的钛圆柱体, 其密度为  $4.54 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ; 6 个直径为 4.00 mm 的不锈钢圆柱体, 其密度为  $7.87 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ; 6 个直径为 4.00 mm 的铜圆柱体, 其密度为  $8.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

[解答]

一、计算收尾速度: 当圆柱体在甘油中落下的速度达到一个恒定值, 即达到收尾速度  $v_i$  时, 圆柱体受力(重力、粘滞力、浮力) 达到平衡, 即有

$$V\rho g - 6\pi k\eta r^m v_i - V\rho'g = 0$$

式中  $V = 2\pi r^3$  是圆柱体的体积. 于是可得

$$\begin{cases} v_t = \frac{g}{3k\eta} r^{3-m} (\rho - \rho') \\ c = g/(3k\eta) \end{cases} \quad (3)$$

## 二、测定指数 $m$ ：

1. 判断圆柱体是否已达匀速. 取直径为 10.00 mm 的圆柱体, 将其轴线水平地从甘油表面上自由落下. 测定它通过量筒刻线 750 mL ~ 400 mL 及 450 mL ~ 200 mL 的两段时间, 列表如下:

距离 $L$ (mL)	时间 $t$ (s)			平均时间 $\bar{t}$ (s)
750 ~ 400	1.74	1.72	1.72	1.73 ± 0.05
450 ~ 200	1.73	1.72	1.73	1.73 ± 0.05

(停表的误差为 ± 0.05 s.) 由于以上两段时间相同, 表明圆柱体为匀速下落, 即已达收尾速度.

2. 测定指数  $m$ : 由数据表中  $L, t$  量, 可得  $v_t = L/t$ , 结合 ② 式便有

$$\ln(L/t) = \ln(\rho - \rho')c + (3 - m)\ln r$$

即得

$$\ln t = (m - 3)\ln r + \ln L - \ln(\rho - \rho')c$$

取不同直径的铝圆柱体, 在 300 mL ~ 100 mL 刻线间测其收尾速度. 用双对数坐标纸作  $\ln t - \ln r$  图线(为直线), 由直线的斜率可求出  $m$ . 数据列表如下:

直径 $D$ (mm)	时间 $t$ (s)						平均时间 $\bar{t}$ (s)
10.00	1.44	1.56	1.44	1.37	1.41	1.44	1.44
8.00	1.85	1.82	1.78	1.84	1.82	1.81	1.82
5.00	4.06	4.34	4.09	4.12	4.25	4.13	4.13
4.00	6.22	6.06	6.16	6.13	6.13	6.22	6.15

因  $D = 2r$ , 可改作  $\ln t - \ln D$  图线, 如图 26-12 所示. 图 26-12 中直线斜率为

$$m - 3 = -1.66 \pm 0.03$$

便得

$$m = 1.34 \pm 0.03$$

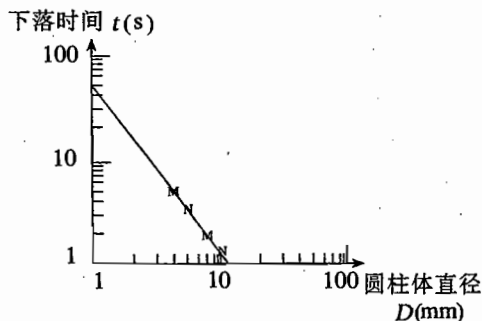


图 26-12

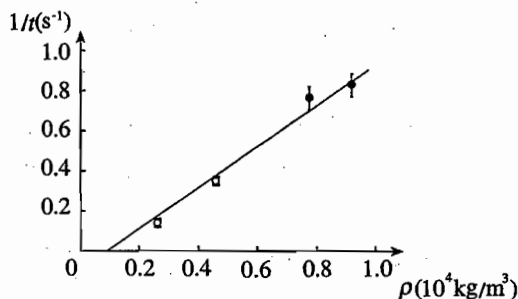


图 26-13

### 三、测定甘油密度:

1. 取用铜圆柱体做实验,先如前述判断是否已达匀速运动.

2. 对于四种不同材料、相同直径的金属圆柱体,测量它们从 300 mL 落到 100 mL 刻线时所经时间.列表如下:

金 属	时间 $t$ (s)						平均时间 $\bar{t}$ (s)
Ti	3.00	2.91	2.97	2.91	2.84	2.75	2.90
Cu	1.25	1.25	1.28	1.25	1.22	1.22	1.25
S. Steel	1.31	1.32	1.38	1.44	1.31	1.34	1.33
Al	6.03	6.09	6.09	6.16	6.06	6.06	6.08

据②式,对不同材料(不同 $\rho$ )、相同直径(相同的 $D = 2r$ )的圆柱体,因 $m$ 相同,且 $c$ 也相同(参考③式),故 $v_t - \rho$ 为线性关系,即 $1/t - \rho$ 图线为直线.上述数据所得 $1/t - \rho$ 直线如图 26-13 所示,直线在 $\rho$ 轴上的截距即为 $\rho'$ ,有

$$\rho' = (1.15 \pm 0.06) \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

### [题 5] 激光的衍射和散射

不要直视激光束,以免损伤你的视力.

本实验的目的是在一定范围内观察并定量研究光的反射、衍射和散射,所用的可见激光束由氧化物激光器发生.一把金属直尺用来作为衍射光栅,一个用玻璃制成的容器可盛水或牛奶,用于研究反射和散射现象.

一、有一把长 150 mm 的金属直尺,部分表面已被抛光.将激光束接近垂直地入射到抛光表面的刻线上,则在用白纸做成的屏幕上可观察到一系列亮斑,这就是衍射现象.为便于观察,纸屏需距直尺 1.5 m 左右.测量光斑的位置和间距,确定激光波长,估算实验误差,画出实验装置的几何排列及光路图.

可利用的光栅公式为 
$$N\lambda = \pm h \sin \beta \quad (1)$$

式中 $N$ :衍射级, $\lambda$ :激光波长, $h$ :光栅常数, $\beta$ :衍射角.

二、将空的玻璃容器放在激光束与白色屏幕之间,调节容器位置,尽可能使激光束垂直入射容器.

1. 观察出射光束光强的减弱,估计出射光强相对入射光强的百分比.为作此项估计,提供了几块透射率已知的圆片.提示:人眼对光强的感觉是对数变化的.

2. 光线的减弱主要是因光在空气与玻璃之间的四个界面上反射造成的.正入射时,每个界面的反射率(定义为反射光强度与入射光强度之比)为

$$R = [(n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)]^2 \quad (2)$$

式中 $n_1$ 和 $n_2$ 分别为入射光和折射光所在介质的折射率.假定玻璃板对光的吸收率为零,则每个界面的透射率为

$$T = 1 - R \quad (3)$$

假设玻璃板的折射率为 1.59, 略去界面间的多次反射和干涉, 请从理论上计算空玻璃容器的光强透射率. 将此计算值与上面 1 问中的估计值作一比较.

三、不要移动实验装置. 将烧杯中的 50 mL 的水倒入玻璃容器内, 重复二问中的观察和计算内容, 已知水的折射率为 1.33.

四、1. 将 0.5 mL (12 滴) 牛奶 (作为散射物质) 滴入已盛有 50 mL 水的玻璃容器内; 搅拌均匀, 激光束垂直通过后会散开, 尽可能精确地测定光束刚离开时在容器外侧面上光斑的直径以及光束散开的角度. 注意, 这些量是彼此相关的. 此外, 按二问有关部分所述, 估计透射率.

2. 再加 0.5 mL 牛奶, 重复 1 问内容.

3. 按 2 问方式逐次加入牛奶, 并重复测量, 直到透射光非常弱或者几乎观察不到透射光为止.

4. 确定散开角度与容器中牛奶浓度间的函数关系.

5. 应用所得结果, 结合下式

$$I = I_0 e^{-\mu z} = T_{\text{牛奶}} I_0 \quad (4)$$

估算牛奶浓度为 10% 时的  $\mu$  值. 式中  $I_0$  为入射光强;  $I$  为出射光强;  $z$  为容器内侧面间距;  $\mu$  为衰减指数, 等于某一常量与散射物质浓度的乘积;  $T_{\text{牛奶}}$  为牛奶的透射率.

[实验器材] 氧化物激光器; 作为衍射光栅的金属直尺; 装水和牛奶的玻璃容器, 用来研究反射和散射现象; 卷尺; 白纸作的屏幕; 标明透射率的滤光片; 烧杯和滴管; 搅拌器; 线性的和单对数的坐标纸; 半圆仪.

[解答]

一、实验装置及光路如图 26-14 所示. 实验数据列表如下:

$N$	$\pm 10$				
$2y(\text{mm})$	39	38.5	39.5	38.0	37.5
$y(\text{mm})$	19.5	19.25	19.75	19.0	18.75
$\bar{y}(\text{mm})$	19.25 $\pm$ 1.25				

对金属直尺

$$h = 0.5 \text{ mm} \pm 0.02 \text{ mm}$$

参照图 26-14 有

$$\sin \beta = y / 1400 \text{ mm} = 0.01375$$

由  $N\lambda = \pm \sin \beta$  可算得

$$\lambda = 0.0006875 \text{ mm}$$

误差估算为

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta y}{y} \approx 10\%$$

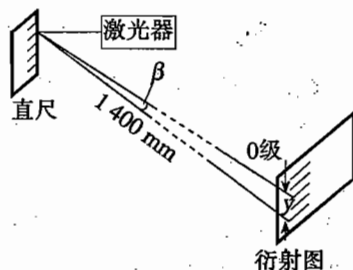


图 26-14

所以激光波长为

$$\lambda = 690 \text{ nm} \pm 70 \text{ nm}$$

二、实验装置如图 26-15 所示。

1. 将通过  $T = 50\%$  滤光片的光强与通过容器的光强作比较, 空容器透射率可估算为  $75\% \sim 85\%$ 。

2. 计算空玻璃容器的透射率. 将  $n_1 = 1, n_2 = 1.59$  代入 ② 式, 可算得一个界面的反射率为

$$R = 0.052$$

继而由 ③ 式得一个界面的透射率为

$$T_a = 0.948$$

整个容器的透射率便为

$$T_{\text{总}} = T^4 = 80.8\%$$

三、在容器中加入 50 mL 水后, 通过观察方法可将总透射率估算为

$$T_{\text{水}} \approx 90\%$$

利用公式可算得玻璃 - 空气界面的透射率为

$$T_a = 0.948$$

玻璃 - 水界面的透射率为

$$T_b = 0.992$$

总透射率便为

$$T_{\text{水}} = T_a^2 T_b^2 = 88.5\%$$

四、容器内再加入牛奶后, 激光束将以  $2\theta$  角散开, 如图 26-16 所示. 在容器的外侧面, 激光束形成直径为  $2x$  的光斑。

1. 容器外壁的间距可测得为 35 mm, 内壁间距(也即为溶液的厚度)可测得为

$$z = 25 \text{ mm}$$

加入 0.5 mL 牛奶, 对应的浓度为

$$C = (0.5/50) = 1\%$$

此时可测得

$$2x = 2.2 \text{ mm}$$

因此

$$2\theta = 2x/30 \text{ mm} = 0.073$$

得

$$\theta = 2^\circ$$

通过观察、比较方法, 可得总的透射率为

$$T_{\text{总}} = 70\%$$

牛奶的透射率便为

$$T_{\text{牛奶}} = T_{\text{总}} / T_{\text{水}} = 80\%$$

2. 为确定散开角度  $2\theta$  与容器中牛奶浓度  $C$  之间的函数关系, 测得如下数据:

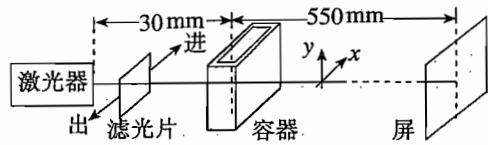


图 26-15

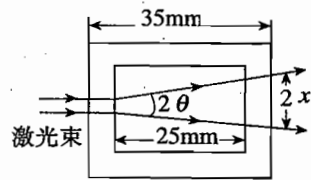


图 26-16

牛奶容积(mL)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
百分比浓度 C	1	2	3	4	5	6
2x(mm)	2.2	6.2	9.4	12.0		
2θ(°)	4	12	18	23	28	36
T <sub>牛奶</sub>	0.80	0.45	0.22	0.15	0.12	0.08

由以上数据可看出, 2θ 与 C 之间近似为线性关系, 即 2θ = 6C.

3. 估算牛奶浓度为 10% 时的 μ 值. 由 ④ 式可知

$$T_{\text{牛奶}} = e^{-\mu z}, \quad \ln T_{\text{牛奶}} = -\mu z$$

其中  $\mu = kC$ , k 为一常量.

由上面数据表可得 C 与  $\ln T_{\text{牛奶}}$  间的下述对应关系:

牛奶百分比浓度 C	1	2	3	4	5	6
$\ln T_{\text{牛奶}}$	-0.22	-0.8	-1.51	-1.90	-2.12	-2.53

可见  $\ln T_{\text{牛奶}}$  与 C 之间近似为一线性关系, 对应的图线如图 26-17 所示. 由图 26-17 可得

$$\ln T_{\text{牛奶}} = -0.408C = -\mu z$$

因  $z = 25 \text{ mm}$ , 可算得

$$\mu = 0.0163C/\text{mm}$$

对于浓度为 10% 的牛奶, 有

$$\mu = 0.163/\text{mm}$$

估计误差为 10%, 则

$$\mu = (0.16 \pm 0.02)/\text{mm}$$

[说明]

以上解答仅着重于实验方法, 数据仅供参考. 事实上由于牛奶浓度、人眼估测透射率、滴管不同等因素影响, 测量结果会各不相同. 只要方法对, 测量及计算结果正确即可, μ 的值允许在上述参考解答值的 ± 25% 范围内.

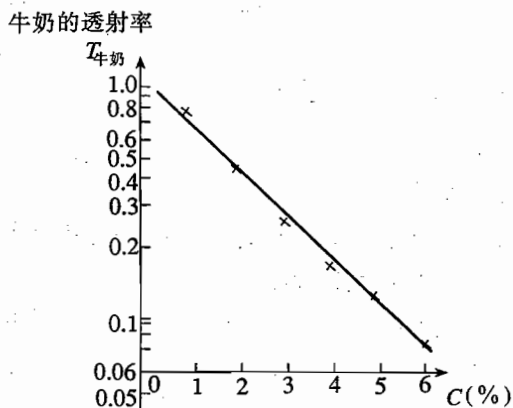


图 26-17

(北京大学 舒幼生 朱世嘉 译)



# 第 27 届试题及解答

(1996, 挪威)

## 理论部分

[题 1](包括 5 道独立小题)

a) 五个  $1\ \Omega$  电阻如

图 27-1 所示连接, 导线 (图中实线) 电阻可忽略不计. 求:  $A$ 、 $B$  间的等效电阻  $R$ .

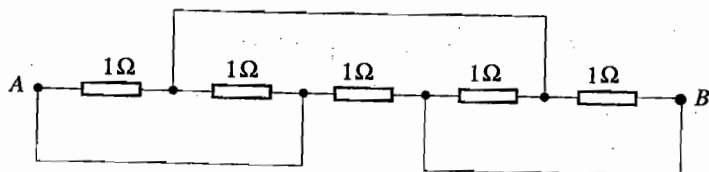


图 27-1

b) 滑雪者在图 27-2

的  $A$  点从静止出发, 沿山坡自由下滑, 中间不返回、无停顿, 滑行中动摩擦因数处处为常数  $\mu$ . 设他滑到  $B$  点时恰好停止, 此时水平位移量为  $s$ . 求:  $A$ 、 $B$  两点之间的高度差  $h$ . (由于下滑速度较小, 因各处弯曲而造成的对雪面附加压力可以忽略. 空气阻力也可略去, 并认为  $\mu$  与滑雪者的速度无关.)

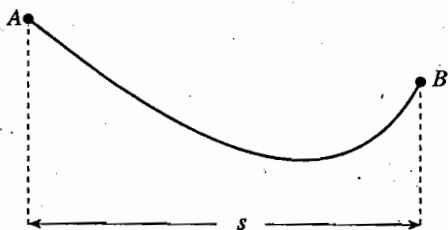


图 27-2

c) 在大气压下用电流加热一个绝热金属

片, 使其在恒定的功率  $P$  下获得电能, 由此而导致的金属片绝对温度  $T$  随时间  $t$  的增长关系为

$$T(t) = T_0 [1 + \alpha(t - t_0)]^{\frac{1}{4}}$$

其中  $T_0$ 、 $\alpha$ 、 $t_0$  均为常量. 求: 金属片热容量  $C_P(T)$ . (本题讨论内容自然只在一定的温度范围内适用.)

d) 两个黑体平面互相平行, 一个处于恒定的高温  $T_h$ , 另一个处于恒定的低温  $T_l$ , 平面之间为真空. 为减少由于热辐射形成的热流, 在两个平面之间放置一组由两块相互绝热的黑体薄板组成的热障, 这两块薄板平行于黑体平面, 如图 27-3 所示. 求: 放置热障后稳定的热辐射能流与放置热障前稳定的热辐射能流间的比值  $\xi$ . (略去因表面有限线度造成的边缘效应.)

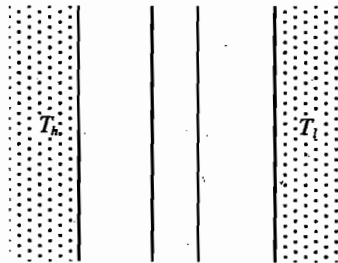


图 27-3

e) 两根互相绝缘的长直非磁性导体  $C_+$  和  $C_-$ , 分别在  $z$  的正方向和负方向通以电流  $I$ . 两导体的正截面(图 27-4 中画斜线部分)分别为  $xy$  平面中的部分圆, 圆直径同为  $D$ , 圆心间距为  $D/2$ . 不难算得各截面积均为

$$\left(\frac{1}{12}\pi + \frac{1}{8}\sqrt{3}\right)D^2$$

每一根导体的电流均匀分布在自己的正截面内. 求:

两根导体间空白区域的磁场分布  $\vec{B}(x, y)$ .

[解答]

a) 原电阻网络可等效为图 27-5 所示简单串、并网络,  $A, c$  间电阻为  $0.5 \Omega$ ,  $B, d$  间电阻也为  $0.5 \Omega$ , 故所求  $A, B$  间等效电阻很容易算得为

$$R = 0.5 \Omega$$

b) 取一足够小的水平位移  $\Delta s$ , 对应的滑行路线可处理为小直线段, 其长设为  $\Delta L$ , 如图 27-6 所示. 滑雪者所受摩擦力很容易算得为

$$\mu mg \Delta s / \Delta L$$

其中  $m$  为滑雪者质量. 摩擦力所做功为

$$-(\mu mg \Delta s / \Delta L) \Delta L = -\mu mg \Delta s$$

对滑行全过程求和, 摩擦力所做总功为

$$-\mu mgs$$

据功能原理, 此功应等于滑雪者重力势能增加量

$$-mgh$$

便得

$$h = \mu s$$

c) 无限小时间间隔  $dt$  内的温度增量记为  $dT$ , 金属片所得热能为  $Pdt$ . 热容量等于吸热量与温度增量的比值, 即有

$$C_p = Pdt/dT = P \frac{dT}{dt}$$

由实验公式可得

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_0}{4} \alpha [1 + \alpha(t - t_0)]^{-3/4} = T_0 \frac{\alpha}{4} \left(\frac{T_0}{T}\right)^3$$

所求热容量便为

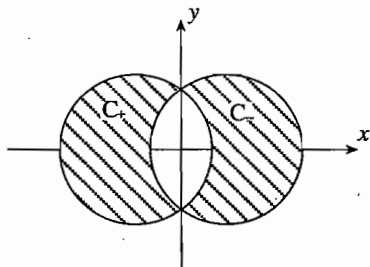


图 27-4

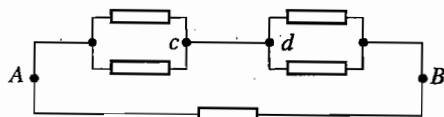


图 27-5

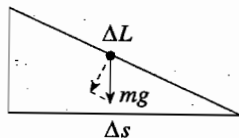


图 27-6

$$C_p = \frac{4P}{\alpha T_0^4} T^3$$

注解:

在温度较低,但不是非常低的情况下,金属热容量确随  $T^3$  增长.

d) 放置热障后达热平衡时的温度和热流分布如图

27-7 所示,应有

$$J = \sigma(T_h^4 - T_1^4)$$

$$J = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$J = \sigma(T_2^4 - T_l^4)$$

其中  $J$  为热辐射能流密度,  $\sigma$  为比例常量. 三式相加得

$$3J = \sigma(T_h^4 - T_l^4) = J_0$$

其中  $J_0$  为放置热障前达热平衡时的热辐射能流密度.

最后,可得所求比值为

$$\xi = J/J_0 = \frac{1}{3}$$

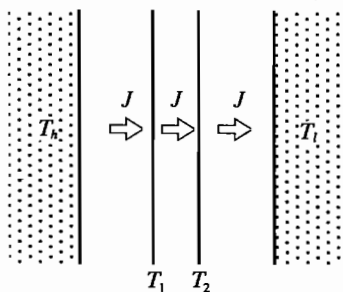


图 27-7

e) 空间磁场可处理为两根完整圆柱体电流磁场的叠加,交叠区域中两个相反电流部分恰好相互抵消成真实的无电流空白区域. 每根完整圆柱体电流量设为  $I'$ , 则  $I$  为  $I'$  中对应真实截面积的那部分.  $I$  与  $I'$  之比等于相应的面积比, 即有

$$\frac{I}{I'} = \left( \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right) D^2 / \left( \frac{\pi}{4} D^2 \right) = \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6\pi}$$

据安培环路定理, 电流方向沿  $z$  轴(按右手系规定, 在图 27-4 中  $z$  轴应垂直图平面朝外), 总电流  $I'$  均匀分布的长直圆柱体内, 距中央轴  $r$  处的磁场  $\vec{B}$  仅有角向分量, 且大小为

$$B_\phi = \frac{\mu_0}{2\pi r} \left( \frac{\pi r^2}{4} I' \right) = \frac{2\mu_0 I' r}{\pi D^2}$$

其  $x, y$  分量分别为

$$B_x = B_\phi \frac{-y}{r} = -\frac{2\mu_0 I'}{\pi D^2} y$$

$$B_y = B_\phi \frac{x}{r} = \frac{2\mu_0 I'}{\pi D^2} x$$

这里的  $x, y$  坐标原点取在圆柱体中央轴上.

本题图 27-4 中  $x, y$  坐标原点取在空白区域的中心,  $y$  坐标量不变, 但  $x$  坐标量需有相应的平移.  $I'$  沿  $z$  轴正方向的左侧圆柱体在空白区域  $(x, y)$  点的磁场分量, 相应地为

$$B_x^+ = -\frac{2\mu_0 I'}{\pi D^2} y$$

$$B_y^+ = \frac{2\mu_0 I'}{\pi D^2} \left( x + \frac{D}{4} \right)$$

$I'$  沿  $z$  轴反方向的右侧圆柱体在此  $(x, y)$  点的磁场分量, 相应地为

$$B_x^- = -\frac{2\mu_0(-I')}{\pi D^2}y$$

$$B_y^- = \frac{2\mu_0(-I')}{\pi D^2}\left(x - \frac{D}{4}\right)$$

两者叠加, 得空白区域  $(x, y)$  点的磁场分量分别为

$$B_x = B_x^+ + B_x^- = 0$$

$$B_y = B_y^+ + B_y^- = \mu_0 I' / (\pi D)$$

将

$$I' = \frac{6\pi}{2\pi + 3\sqrt{3}}I$$

代入, 最后得

$$B_x = 0, \quad B_y = \frac{6\mu_0}{(2\pi + 3\sqrt{3})D}I$$

即空白区域内的磁场为匀强磁场, 方向指向  $y$  轴正方向.

### [题 2]

一个实心圆柱形导体和一个中空圆柱形导体共轴放置, 其间为真空. 内柱体半径为  $a$ , 外柱体的内半径为  $b$ , 如图 27-8 所示. 外柱体相对于内柱体可具有正电势  $U$ , 故称为阳极. 在讨论的空间范围内可以存在一匀强磁场, 磁感应强度  $\vec{B}$  的方向与柱体中央轴平行, 指向图 27-8 所在纸平面的上方. 导体的感应电荷一律不予考虑.

本题要讨论电子在两个圆柱体之间真空中运动的动力学问题, 在此将电子的静质量记为  $m$ , 电子的带电量记为  $-e$ , 电子一律从内柱体表面放出.

a) 本小问电势  $U$  已被加上, 但取  $\vec{B} = 0$ . 设有一个电子从内柱体表面逸出, 这里略去电子的初始速度. 试求该电子打到阳极时的速度大小  $v$ , 先给出非相对论解答, 再给出相对论解答.

以下各问都不必考虑相对论效应.

b) 本小问设  $U = 0$ , 但匀强磁场  $\vec{B}$  不为零. 一个电子以径向初速度  $\vec{v}_0$  从内柱体表面射出, 当磁场超过某一个临界值  $B_c$  时, 电子将不能到达阳极. 在  $B$  略大于  $B_c$  的情况下, 通过分析画出电子与内柱体相碰前的运动轨道, 然后再求出  $B_c$  值.

c) 磁场对电子的作用可使电子获得相对圆柱中央轴的非零角动量  $L$ , 试导出  $L$  随时间  $t$  变化率  $dL/dt$  的表述式. 进而证明, 这一表述式意味着下述量

$$L = keBr^2$$

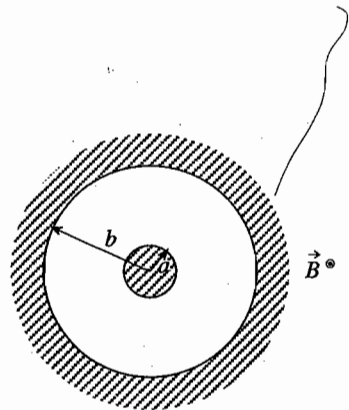


图 27-8

是一个不随电子运动而变化的守恒量. 式中  $k$  是一个无量纲的常数,  $r$  是从柱体中央轴到电子所在位置的矢径的大小. 最后, 请确定  $k$  值.

d) 设一个电子无初速地从内柱体表面逸出后不能到达阳极, 那么它与柱体中央轴的距离必定会达到某个相应的极大值  $r_m$ , 试求电子到达该  $r_m$  距离时的速度大小  $v$  与  $r_m$  的关系.

e) 人们感兴趣的是如何利用磁场  $\vec{B}$  来限制到达阳极的电子流. 只要  $B$  稍大于某个临界值  $B_c$ , 从内柱体表面无初速度逸出的电子便不能到达阳极, 请确定  $B_c$  值.

f) 加热内柱体, 电子从内柱体表面逸出时有非零的初速度. 设初速度沿  $\vec{B}$  方向的分量为  $v_B$ , 径向朝外的分量为  $v_r$ , 逆时针角向分量为  $v_\phi$ . 对这种情况, 试求恰好能使电子到达阳极的临界磁场  $B_c$ .

[解答]

a) 电子所得电势能  $eU$  转化成动能. 非相对论情况下有

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$

电子打到阳极时的速度大小为

$$v = \sqrt{2eU/m}$$

相对论情况下有

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = eU$$

得

$$v = c \sqrt{1 - \left( \frac{mc^2}{mc^2 + eU} \right)^2}$$

b) 在  $U = 0$  时, 电子在单一匀强磁场中运动, 运动电子所受洛伦兹力使电子做匀速圆周运动. 由洛伦兹力和圆周运动向心力公式, 可得

$$eBv_0 = mv_0^2/R$$

其中  $R$  为圆运动轨道半径. 为使电子不到达阳极, 最大可能的  $R$  圆运动轨道如图 27-9 所示, 其  $R$  满足下式:

$$\sqrt{a^2 + R^2} = b - R$$

由此可解得

$$R = (b^2 - a^2)/(2b)$$

代入

$$B = mv_0/(eR)$$

可得所求  $B_c$  值为

$$B_c = \frac{2bm v_0}{e(b^2 - a^2)}$$

图 27-9 所示, 即为  $B$  略大于  $B_c$  时的电子运动轨道.

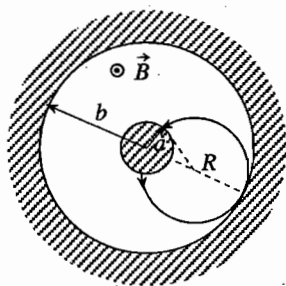


图 27-9

c) 电子角动量随时间的变化,来源于电子所受磁场力矩,因为电场力径向,对应的力矩为零.洛伦兹力

$$\vec{F} = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$$

的角向分量  $F_{\phi}$  产生力矩

$$F_{\phi} r = (eBv_r)r$$

其中  $v_r = dr/dt$  为  $\vec{v}$  的径向分量.于是可得

$$dL/dt = F_{\phi} r = eBr(dr/dt)$$

这就是所求  $dL/dt$  的表达式.

上式可变形为

$$\frac{d}{dt}(L - \frac{1}{2}eBr^2) = 0$$

即得

$$L - \frac{1}{2}eBr^2 = C(\text{常量})$$

与题文所给  $L - keBr^2$  为常量相比较,即有

$$k = \frac{1}{2}$$

d) 电子无初速地从内柱体表面逸出时,  $L = 0, r = a$ ; 电子到达径向最远距离  $r_m$  位置时,速度  $\vec{v}$  必定角向,角动量  $L = mvr_m$ .两者间的关系为

$$0 - \frac{1}{2}eBa^2 = mvr_m - \frac{1}{2}eBr_m^2$$

故电子在  $r_m$  时速度大小  $v$  与  $r_m$  的关系为

$$v = eB(r_m^2 - a^2)/(2mr_m)$$

e) 从内柱体表面无初速逸出的电子,到达阳极前的速度为

$$v = \sqrt{2eU/m}$$

若电子刚好不能到达阳极,则对应  $r_m = b$ ,于是有

$$\sqrt{2eU/m} = eB(b^2 - a^2)/(2mb)$$

由此解得临界  $B$  值为

$$B_c = \frac{2b}{b^2 - a^2} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

f) 电场力和洛伦兹力均无平行于  $\vec{B}$  方向的分力,电子运动速度的  $\vec{B}$  方向分量  $v_B$  为守恒量.

将电子刚好到达阳极时与  $\vec{B}$  垂直方向的速度分量大小记为  $v$ ,据能量守恒应有

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 + v_{\phi}^2 + v_r^2) + eU = \frac{1}{2}m(v_B^2 + v^2)$$

解得

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_z^2 + 2eU/m}$$

据  $L - \frac{1}{2}eBr^2 = C$  (常量), 可得电子初态和终态间的关联方程

$$mv_z a - \frac{1}{2}eB_c a^2 = mvb - \frac{1}{2}eB_c b^2$$

此处已考虑到取  $B_c$  时, 电子终态必切向经过  $r_m = b$  处. 由上式可得临界磁场

$$\begin{aligned} B_c &= \frac{2m(vb - v_z a)}{e(b^2 - a^2)} \\ &= \frac{2mb}{e(b^2 - a^2)} \left[ \sqrt{v_r^2 + v_z^2 + 2eU/m} - v_z \frac{a}{b} \right] \end{aligned}$$

### [题 3]

本题欲讨论地球外洋潮汐的某些数值特征. 为使问题简化, 作如下假设:

- (i) 地球和月球组成一个封闭系统;
- (ii) 月球到地球的距离为一常量;
- (iii) 地球完全由海洋覆盖;
- (iv) 地球绕其轴自转的动力学影响被略去;
- (v) 地球提供的万有引力等于地球质量全部集中于地球中心时提供的万有引力.

参考数据:

地球质量:	$M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$
月球质量:	$M_m = 7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$
地、月中心间距:	$L = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$
引力常量:	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$
地球半径:	$R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

a) 月球和地球以相同的角速度  $\omega$  围绕系统质心  $C$  做圆运动, 试求地球中心到  $C$  的距离  $l$  的数值, 并确定  $\omega$  数值.

现在取这样一个参照系, 此参照系与地球、月球中心一起同步地绕系统质心  $C$  旋转. 在这一参照系中, 地球的液体表面形状保持不变.

此参照系内与转轴垂直且过质心  $C$  的平面  $P$  中, 地球液体表面上质点的位置可用极坐标量  $r, \varphi$  表述, 如图 27-10 所示, 其中  $r$  是到地球中心的距离.

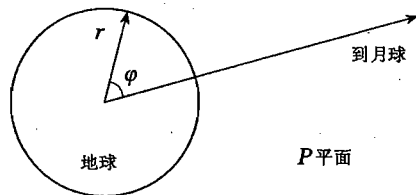


图 27-10

在以后的讨论中, 地球液体表面在  $P$  平面内的形状将表述为

$$r(\varphi) = R + h(\varphi)$$

式中  $R$  为地球半径.

b) 在平面  $P$  中, 考虑在地球液体表面上质量为  $m$  的一个质点, 在所取参照系中, 此质点受到惯性离心力和月球、地球引力的作用. 试求与这三个力相应的总势能表达式.

注意, 相应于坐标原点的任何一种球对称径向力  $F(r)$ , 是对一个球对称势能  $V(r)$  求导数的负值, 即

$$F(r) = - \frac{dV(r)}{dr}$$

c) 用已给出的  $M, M_m \dots$  诸量, 给出潮面高度  $h(\varphi)$  的近似表达式. 试问: 最高涨潮位和最低落潮位之间的高度差为多少米?

解答本小问时, 可利用下述近似展开式:

$$\begin{cases} 1/\sqrt{1+\alpha^2-2\alpha\cos\theta} \approx 1 + \alpha\cos\theta + \frac{1}{2}\alpha^2(3\cos^2\theta - 1) \\ |\alpha| \ll 1 \end{cases}$$

解答过程中可随时作近似处理, 但必须合理.

[解答]

a) 系统质心  $C$  与地球中心的间距  $l$  满足如下关系式:

$$Ml = M_m(L - l)$$

解得

$$l = [M_m/(M + M_m)]L$$

将有关数据代入后, 可算得

$$l = 4.63 \times 10^6 \text{ m}$$

此值小于地球半径  $R$ , 因此系统质心  $C$  位于地球内部.

地球绕  $C$  做圆运动所需向心力由月球万有引力提供, 即有

$$M\omega^2 l = GMM_m/L^2$$

由此解得

$$\omega = \sqrt{GM_m/L^2 l} = \sqrt{G(M + M_m)/L^3}$$

将有关数据代入后, 可算得

$$\omega = 2.67 \times 10^{-6} / \text{s}$$

对应的旋转周期为  $2\pi/\omega = 27.2 \text{ d}$ .

b) 地球液体表面上质量为  $m$  的质点所具有的势能包括如下三项:

(1) 在转动参照系中的离心势能

$$- \frac{1}{2} m \omega^2 r_1^2$$

其中  $r_1$  为质点到系统质心  $C$  的距离. 此项势能对应的力是惯性离心力  $m\omega^2 r_1$ .

(2) 地球的万有引力势能

$$- GmM/r$$



(3) 月球的万有引力势能

$$-GmM_m/r_m$$

其中  $r_m$  为质点到月球中心的距离。

在  $P$  平面中质点  $m$  的极坐标  $r, \varphi$  如图 27-11 所示, 图中各量有如下关系:

$$r_1^2 = r^2 - 2rl\cos\varphi + l^2$$

质点  $m$  的总势能为

$$V(r, \varphi) = -\frac{1}{2}m\omega^2(r^2 - 2rl\cos\varphi + l^2) - G\frac{mM}{r} - G\frac{mM_m}{r_m}$$

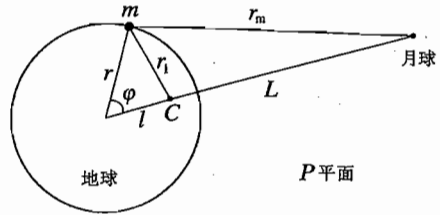


图 27-11

其中

$$r_m = \sqrt{L^2 - 2Lr\cos\varphi + r^2} = L\sqrt{1 + (r/L)^2 - 2(r/L)\cos\varphi}$$

c) 因  $r/L \ll 1$ , 可利用题文所给近似展开式, 得

$$1/r_m = \frac{1}{L} \left[ 1 + \frac{r}{L}\cos\varphi + \frac{1}{2} \left( \frac{r}{L} \right)^2 (3\cos^2\varphi - 1) \right]$$

将它代入到  $V(r, \varphi)$  表述式, 可得

$$\begin{aligned} V(r, \varphi)/m &= -\frac{1}{2}\omega^2 r^2 + \omega^2 rl\cos\varphi - \frac{1}{2}\omega^2 l^2 \\ &\quad - G\frac{M}{r} - G\frac{M_m}{L} - G\frac{M_m r}{L^2}\cos\varphi \\ &\quad - \frac{1}{2}G\frac{M_m r^2}{L^3}(3\cos^2\varphi - 1) \end{aligned}$$

因

$$\omega = \sqrt{GM_m/L^2 l}$$

所以

$$\omega^2 rl\cos\varphi - G\frac{M_m r}{L^2}\cos\varphi = 0$$

于是有

$$\begin{aligned} V(r, \varphi)/m &+ \left( \frac{1}{2}\omega^2 l^2 + G\frac{M_m}{L} \right) \\ &= -\frac{1}{2}\omega^2 r^2 - G\frac{M}{r} - G\frac{M_m r^2}{2L^3}(3\cos^2\varphi - 1) \end{aligned}$$

因  $\omega, l, L$  均为常量, 故可引入新的势能函数  $V_1(r, \varphi)$ , 使得

$$\begin{cases} V_1(r, \varphi)/m = -\frac{1}{2}\omega^2 r^2 - G\frac{M}{r} - G\frac{M_m r^2}{2L^3}(3\cos^2\varphi - 1) \\ V_1(r, \varphi)/m = V(r, \varphi)/m + \left(\frac{1}{2}\omega^2 l^2 + G\frac{M_m}{L}\right) \end{cases}$$

作如下近似计算:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R+h} = \frac{1}{R} \frac{1}{1+(h/R)} \approx \frac{1}{R} \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$r^2 = (R+h)^2 \approx R^2 + 2Rh$$

便有

$$\begin{aligned} V_1(r, \varphi)/m &= -\frac{1}{2}\omega^2(R^2 + 2Rh) - G\frac{M}{R}\left(1 - \frac{h}{R}\right) \\ &\quad - G\frac{M_m(R^2 + 2Rh)}{2L^3}(3\cos^2\varphi - 1) \\ &= -\frac{1}{2}\omega^2 R^2 - G\frac{M}{R} - \omega^2 Rh + G\frac{M}{R^2}h \\ &\quad - G\frac{M_m R^2}{2L^3}(3\cos^2\varphi - 1) - G\frac{M_m}{L^3}Rh(3\cos^2\varphi - 1) \end{aligned}$$

利用

$$\omega^2 = G(M + M_m)/L^3$$

可得

$$\begin{cases} V_2(r, \varphi)/m = -G\frac{(M + M_m)R}{L^3}h + G\frac{M}{R^2}h \\ \quad - G\frac{M_m R^2}{2L^3}(3\cos^2\varphi - 1) - G\frac{M_m R}{L^3}h(3\cos^2\varphi - 1) \\ V_2(r, \varphi)/m = V_1(r, \varphi)/m + \left(\frac{1}{2}\omega^2 R^2 + G\frac{M}{R}\right) \end{cases}$$

其中  $V_2(r, \varphi)$  为第二次引入的新势能函数.

考虑到

$$\frac{G(M + M_m)R}{L^3} : \frac{GM}{R^2} \approx R^3/L^3 \approx 10^{-5}$$

$$\frac{GM_m R}{L^3} : \frac{GM}{R^2} \approx \frac{M_m R^3}{ML^3} \approx 10^{-7}$$

所以  $V_2(r, \varphi)/m$  表述式中第一项和第四项相对第二项均可略, 便有

$$V_2(r, \varphi)/m = G\frac{M}{R^2}h - G\frac{M_m}{2L^3}R^2(3\cos^2\varphi - 1)$$

地球液体表面为等势面, 在表面上  $V(r, \varphi)/m$  为常量, 从而  $V_1(r, \varphi)/m, V_2(r, \varphi)/m$  也都为常量. 设后一常量为  $C$ , 则有  $h(\varphi)$  的下述相对表述式:

$$G\frac{M}{R^2}h = G\frac{M_m}{2L^3}R^2(3\cos^2\varphi - 1) + C$$

由此可以看出,当  $3\cos^2 \varphi - 1$  取得最大值 2 时,即当

$$\varphi = 0 \text{ 或 } \varphi = \pi$$

时,  $h$  取得最大值  $h_{\max}$ ,即为最高涨潮位.当  $3\cos^2 \varphi - 1$  取得最小值  $-1$  时,即当

$$\varphi = \pi/2 \text{ 或 } \varphi = 3\pi/2$$

时,  $h$  取得最小值  $h_{\min}$ ,即为最低落潮位.最高涨潮位和最低落潮位之间的高度差为

$$\begin{aligned} h_{\max} - h_{\min} &= \frac{R^2}{GM} \frac{GM_m}{2L^3} R^2 [2 - (-1)] \\ &= 3M_m R^4 / (2ML^3) \end{aligned}$$

将有关数据代入后,可算得

$$h_{\max} - h_{\min} = 0.54 \text{ m}$$

## 实验部分

### [概述]

本实验题包含若干物理内容.首先要研究复摆的某些力学特性并测定重力加速度.然后让一块永磁铁的磁场影响复摆的运动,要求用一个电子探测器来测量该磁场,并测定一块小磁铁的磁矩.此外,还有一个与本实验装置有关的光学问题.

### 仪器装置

仪器装置如图 27-12 所示.

图中 A 铝架;

B 铜螺杆,杆的一端有一块薄磁铁;

C 两个螺母,各有一个光学反射面;

D 测量摆动周期用的数字显示计时器;

E 固定在铝架上的电子探测器(霍尔元件);

F 9 V 电池;

G 数字万用表;

H 两根导线;

I 电池接头;

J 塑料做的圆柱形底座;

K 螺杆,顶端有一块塑料制品,其上为一块磁铁;

L 用来作垫块的塑料圆柱体,长为 25.0 cm;

M 尺子.

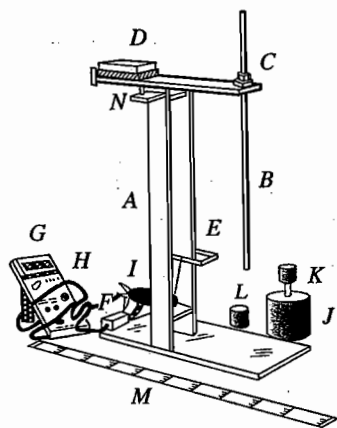


图 27-12 仪器装置图

复摆务必按照图 27-12 安装:长的铜螺杆套入螺母,借助螺母上的凹槽挂在铝架上,构成一个复摆.螺母的刻槽应放在两片刀口上,以此构成复摆的水平轴.螺母的光学反射面对着计时器,用来测量摆动的周期.

计时器用数字显示复摆的摆动周期,单位为秒,误差为  $\pm 1 \text{ ms}$ . 计时器显示屏的右侧有一个小的红外光源及红外探测器,光源发射的红外线经螺母的镜面反射后由探测器接收,显示十进制数. 图 27-12 中  $N$  螺丝用来调节计时器位置,调节中,数字若闪烁两次,其读数即为摆动周期;若闪烁一次,则读数为  $2T$ . 显示屏还可给出电池电压过低的警告.

万用电表,测量误差为  $\pm (0.4\% \text{ 读数} + 1 \text{ 位})$ .

### 复摆

复摆是一个绕定轴转动的物体. 一个质量为  $M$  的复摆绕水平轴摆动,转轴与质心间的距离为  $l$ ,在小角度摆动的情況下,周期为

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{I}{Ml} + l} \quad (1)$$

式中,  $g$  是重力加速度,  $I$  是摆对通过质心的平行转轴的转动惯量. 图 27-13 给出的复摆由一根铜螺杆和至少一个螺母组成.  $x$  和  $l$  分别为转轴到杆的顶端和系统质心的距离.

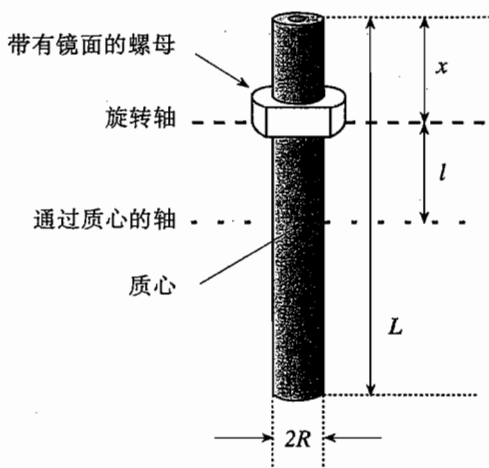


图 27-13 复摆示意图

表 1 复摆的尺寸和质量

杆	长度	$L$	$(400.0 \pm 0.4) \text{ mm}$
	平均半径	$R$	$(4.4 \pm 0.1) \text{ mm}$
	质量	$M_{\text{杆}}$	$(210.2 \pm 0.2) \times 10^{-3} \text{ kg}$
	螺距		$(1.5000 \pm 0.0008) \text{ mm}$
螺母	厚度	$h$	$(9.50 \pm 0.05) \text{ mm}$
	槽的深度	$d$	$(0.55 \pm 0.05) \text{ mm}$
	质量	$M_{\text{螺母}}$	$(4.89 \pm 0.03) \times 10^{-3} \text{ kg}$

注意:在以下问题中,除问题 2c 外,其余问题不必估计误差,但各数据的有效数字必须正确.

#### [问题]

#### 1. 摆动周期与转轴位置间的关系

- 测量相应于不同  $x$  的摆动周期  $T$ ,并将结果列表表示.
- 画出  $T-x$  曲线. 图纸上  $1 \text{ mm}$  长度,对  $x$  轴代表  $1 \text{ mm}$  长度,对  $T$  轴代表  $1 \text{ ms}$ . 试问,相应于  $T = 950 \text{ ms}, 1000 \text{ ms}, 1100 \text{ ms}$ ,分别有几个  $x$  位置?
- 求相应于最小  $T$  值时的  $x$  和  $l$  值.

#### 2. 测量 $g$

具有固定转动惯量的复摆,在某些情况下,可以在以两个不同的旋转轴摆动时,获得同样的摆动周期. 设这两个旋转轴与质心间的距离分别为  $l_1$  和  $l_2$ ,则由 (1) 式可以得到

$$l_1 l_2 = \frac{I}{M} \quad (2)$$

a) 图 27-14 是一个复摆(比例为 1:2), 设  $I/M = 2100 \text{ mm}^2$ . 该图表示转轴从质心移动到距离  $l_1$  处. 在图上标出所有位置, 在这些位置上取垂直于纸面的旋转轴时, 摆动周期不变.

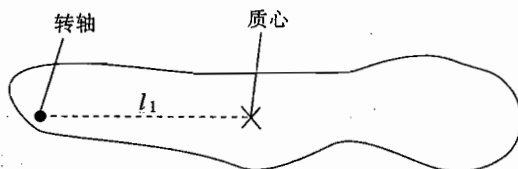


图 27-14 复摆

b) 尽可能精确地测定奥斯陆地区的重力加速度. 要求给出测量方法, 计算公式, 图及计算结果.

c) 估计测量结果的不确定度, 计算标准误差.

### 3. 光计时器的几何关系

a) 用桌上灯泡的灯光, 直接观察和推理确定螺母反射面的形状.

可选项: ① 平面镜, ② 球面镜, ③ 柱面镜, ④ 凹面镜, ⑤ 凸面镜. 如果结论是 ② ~ ⑤, 请确定曲率半径.

b) 图 27-15 中发射光源视为点光源, 检测器视为简单的光电装置. 画出对螺母镜面、入射光及反射光的光路图(画侧视图和顶视图). 当复摆在垂直位置时, 在图 27-15 中画出螺母反射光能射到的该平面的区域.

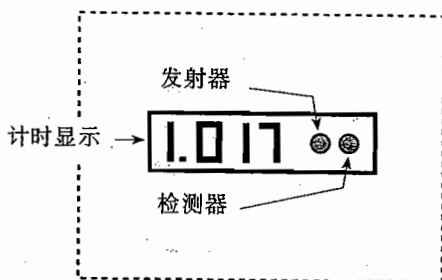


图 27-15 计时器显示面

### 4. 测量磁场

用一个霍尔效应探测器测量磁场. 万用电表测量的电压与垂直通过探测器的磁场成线性关系. 场-电压系数是  $\frac{\Delta U}{\Delta B} = 22.6 \text{ V/T}$ . 由于霍尔元件制造的原因, 在没有外磁场时, 它给出一个不为零的电压(不等位电势差). 忽略地球磁场的影响.

a) 把探测器与电源、电压表相连(连接图略). 测量不等位电压  $U_0$ .

b) 图 27-16 中, 一个圆形永磁铁片  $C$  固定在一个圆柱体上, 旋转螺杆, 永磁铁能够在垂直方向移动, 它与被拧在摆的螺杆上的螺母相同. 永磁铁厚为  $t = 2.7 \text{ mm}$ , 半径  $r = 12.5 \text{ mm}$ .

借助圆柱形垫片, 用霍尔探测器测量  $y = 26 \text{ mm}$  至  $y = 3.5 \text{ mm}$  时, 永

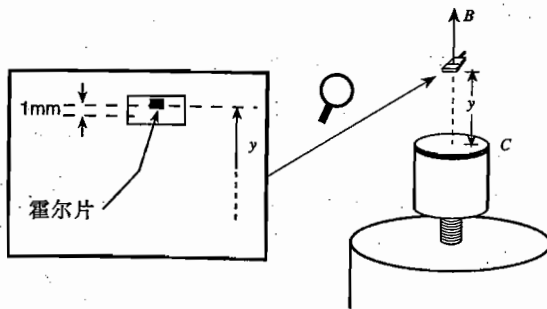


图 27-16 磁铁顶部与霍尔片间距

磁铁在圆柱轴线方向的磁场  $B$ . 作  $B$ - $y$  曲线. 注意, 当探测器与永磁铁片接触时, 霍尔片与永磁铁间有  $y = 1 \text{ mm}$  的间距.

c) 圆柱形磁铁轴线上磁场分布为

$$B(y) = B_0 \left[ \frac{y+t}{\sqrt{(y+t)^2 + r^2}} - \frac{y}{\sqrt{y^2 + r^2}} \right] \quad (3)$$

式中,  $t$  是圆柱的厚度,  $r$  是半径,  $B_0$  是磁场的参数 ( $2B_0$  叫做剩余磁感应强度  $B_r$ ). 在以上测量的基础上, 选取两组不同的  $y$  和  $B(y)$  的值, 用以求出磁铁的参数  $B_0$ .

5. 测定磁铁的磁矩

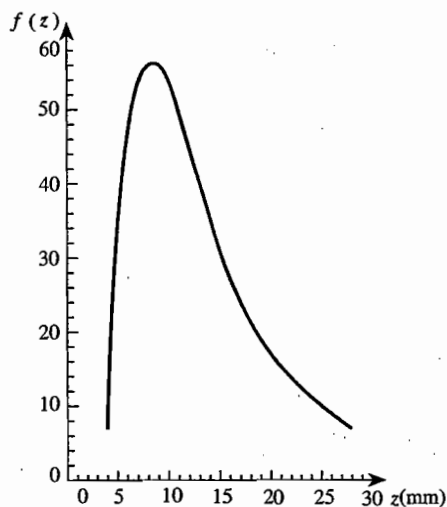


图 27-17  $f(z)$ - $z$  曲线

把复摆装在铝架上, 使螺杆有薄磁铁片的一端朝下, 且取  $z = 100 \text{ mm}$ . 把装有永磁铁的底座放在复摆的正下方, 在永磁铁取最低位置时, 调节两者共轴. (注意防止永磁铁过于接近复摆下端的磁铁片.)

a) 用  $z$  代表永磁铁与复摆下端面之间的空气层高度. 在  $z = 25 \text{ mm}$  到  $z = 5.5 \text{ mm}$  之间测量摆动周期  $T$  与  $z$  之间的关系, 画出  $T$ - $z$  曲线. 测量时, 摆动振幅应尽可能的小.

b) 由于附加磁场的作用, 可以证明  $T$  与  $z$  间有下述比例关系

$$\frac{1}{T^2} \propto 1 + \frac{\mu B_0}{Mgl} f(z) \quad (4)$$

式中,  $\mu$  是复摆下端的磁铁片的磁矩,  $B_0$  是题 4c 中确定的参量, 函数  $f(z)$  描述了磁场随距离变化的因素, 图 27-17 是本实验对应的  $f(z)$ - $z$  曲线.

在  $f(z)$  曲线图中, 取一合适的点, 用以确定复摆磁铁片的磁矩  $\mu$  的值.

[解答]

1. a) 螺距为 1.50 mm, 由计数转动的圈数测量  $x$ .

转动圈数	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$x(\text{mm})$	10.0	25.0	40.0	55.0	70.0	85.0	100.0	115.0	130.0
$T(\text{ms})$	1 023	1 005	989	976	967	964	969	987	1 024
转动圈数	90	100	110	120	46	48	52	54	
$x(\text{mm})$	145.0	160.0	175.0	190.0	79.0	82.0	88.0	91.0	
$T(\text{ms})$	1 094	1 227	1 490	2 303	964	964	964	965	

b) 作  $T-x$  图(图 27-18)

由图可知,

$T = 950 \text{ ms}$ , 没有相应的  $x$  位置.

$T = 1 000 \text{ ms}$ , 有两个相应的  $x$  位置.

$T = 1 100 \text{ ms}$ , 有一个  $x$  位置.

c) 由  $T-x$  图上求出对应于最小  $T$  值时的  $x = 84 \text{ mm}$ . 把复摆水平放在铝架的刀口上, 使之平衡, 从而测出

$$l = 112.3 \text{ mm} + 0.55 \text{ mm} = 113 \text{ mm}$$

或者通过计算

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{M_{\text{螺杆}}l - M_{\text{螺母}}h}{2M} + \frac{M_{\text{螺母}}}{M}x \\ &= 197.3 \text{ mm} \end{aligned}$$

对于  $x = 84 \text{ mm}$ ,  $l = 197.3 \text{ mm} - 84 \text{ mm} = 113 \text{ mm}$ .

2. a) 由图 27-14 测出  $l_1 = 60 \text{ mm}$

由式 ②  $l_2 = \frac{I}{Ml_1} = \frac{2\,100 \text{ mm}^2}{60 \text{ mm}} = 35 \text{ mm}$

在图 27-14 上, 以质心位置为圆心, 分别以  $l_1, l_2$  为半径画圆, 与物体相交的四段圆弧线即所求.

b) 最简单而精确的方法是倒置摆. 由公式 ① + ②

$$T_1 = T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{l_1 + l_2}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{T_1^2} (l_1 + l_2)$$

此时  $g$  与  $\frac{I}{M}$  无关.

在铜螺杆上装两个螺母, 一个放在杆的一端, 另一个可以在杆上移动. 首先把摆放在铝

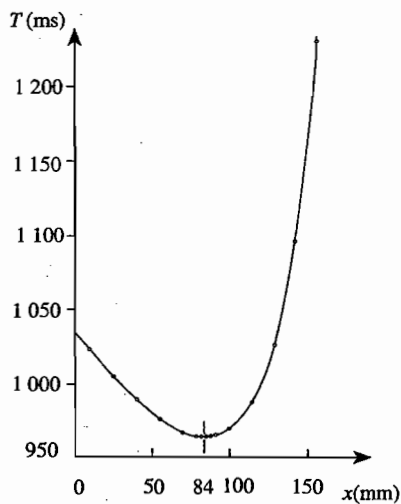


图 27-18  $T-x$  曲线

架上以一个螺母的凹槽为转轴测其摆动周期  $T_1$ , 然后将复摆倒置, 用一个螺母的凹槽为转轴测其摆动周期  $T_2$ . 调整可移动螺母的位置, 反复交替测量, 直至  $T_1 = T_2 = T$  为止. 测量得  $T = 1.024$  ms. 此时两螺母的间距加上两个凹槽的深度, 即为两个转轴距质心距离的和  $l_1 + l_2$ .

$$l_1 + l_2 = (259.6 + 2 \times 0.55) \text{ mm} = 0.2607 \text{ m}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} (l_1 + l_2) = 9.815 \text{ m/s}^2$$

c) 误差计算

$$\text{令 } s = l_1 + l_2, \quad g = \frac{4\pi^2 s}{T^2}.$$

$$\Delta s = 0.3 \text{ mm}, \quad \Delta T = 1 \text{ ms}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2 + \left(-2 \frac{\Delta T}{T}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0.3}{260.7}\right)^2 + \left(\frac{2}{1024}\right)^2}$$

$$= 0.23\%$$

$$\Delta g = 0.0023 \times 9.815 \text{ m/s}^2 = 0.022 \text{ m/s}^2$$

$$g = (9.82 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$$

3. a) 螺母表面的反射镜为凹柱面镜. 圆柱半径  $r = (145 \pm 5) \text{ mm}$ .

b) 见图 27-19.

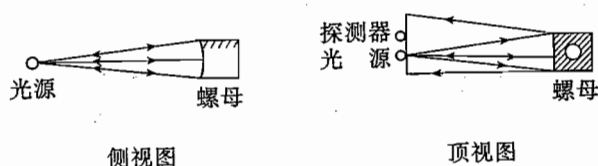


图 27-19

此题的关键是, 对于一个在柱轴位置有点光源的凹柱面镜, 其反射光聚焦在柱轴上, 沿柱轴光线段的长度为镜宽的两倍. 在图 27-15 上, 以检测器为中心画一水平线段, 长度为镜宽的两倍. 此即为反射光射到的区域.

4. a)  $U_0 = 2.464 \text{ V}$ .

b) 转动螺杆测  $U(y)$

$$B(y) = [U(y) - U_0] \frac{\Delta B}{\Delta U} = [U(y) - U_0] \left/ \frac{\Delta U}{\Delta B} \right.$$

做  $B(y)$ - $y$  图(图 27-20)(不要求列数据表).

$$\text{c) } B_0 = B(y) \left[ \frac{y+t}{\sqrt{(y+t)^2 + r^2}} - \frac{y}{\sqrt{y^2 + r^2}} \right]^{-1}$$

取第 1 点(11 mm, 44 mT) 得到  $B_0 = 0.616 \text{ T}$ .

取第 2 点(20 mm, 16.8 mT) 得到  $B_0 = 0.601 \text{ T}$ .



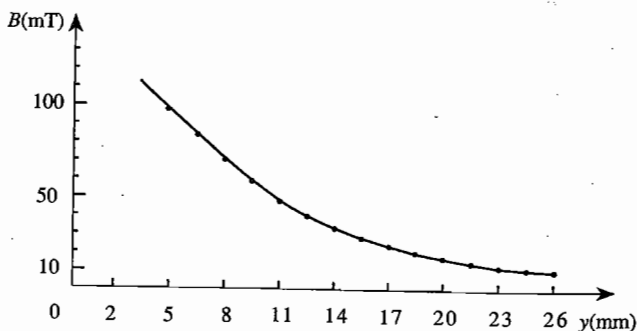


图 27-20  $B$ - $y$  曲线

$B_0$  的平均值  $\overline{B_0} = 0.61 \text{ T}$ .

5. a) 利用垫片, 从  $z = 25 \text{ mm}$  到  $5.5 \text{ mm}$  测  $T(z)$ , 做  $T(z)$ - $z$  图(图 27-21)(不要求列数据表).

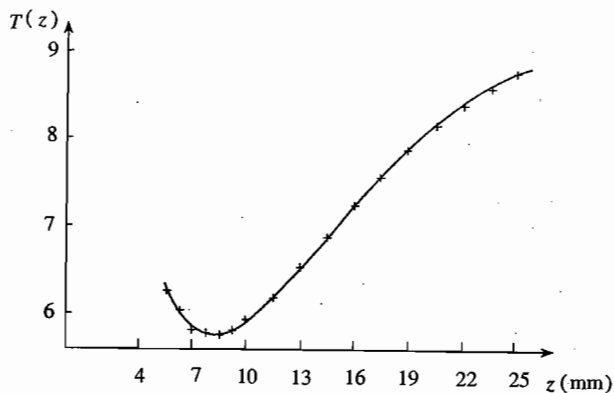


图 27-21  $T$ - $z$  曲线

b) 当  $x = 100 \text{ mm}$  时, 使复摆水平放置找平衡支点或通过计算求出  $l = 97.6 \text{ mm}$ .

令  $M = M_{\text{螺杆}} + M_{\text{螺母}}$ , 由式 ④ 得到

$$\frac{1}{T^2} = a \left[ 1 + \frac{\mu B_0}{Mgl} f(z) \right]$$

式中  $a$  是一个比例系数. 不加外磁场, 或外磁场很弱时,  $B_0 = 0$ , 则比例系数  $a = \frac{1}{T_0^2}$ .

从图 27-18 上找到不加磁场, 且  $x = 100 \text{ mm}$  时, 复摆的摆动周期  $T_0 = 968 \text{ ms}$ .

从图 27-17 上找使  $f(z)$  随  $z$  变化最少的一点, 即曲线的极值  $f_{\text{max}} = 56.3$ . 与之相对应的  $T$  必是图 27-21 中  $T$ - $z$  曲线的极小值  $T_{\text{min}}$ ,  $T_{\text{min}} = 576 \text{ ms}$ . 从而得到因子

$$\frac{Mgl}{B_0} = 0.338 \text{ Am}^2$$

而

$$\mu = \frac{Mgl}{B_0} \frac{1}{f_{\text{max}}} \left[ \left( \frac{T_0}{T_{\text{min}}} \right)^2 - 1 \right] = 1.1 \times 10^{-2} \text{ Am}^2$$

(北京大学 舒幼生 朱世嘉 译)

