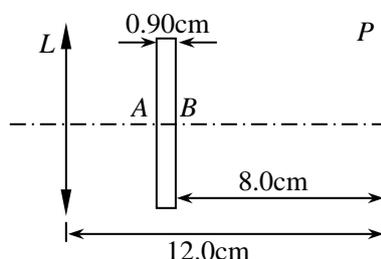


# 第十一届全国中学生物理竞赛

## 决赛试题

一、照相机镜头  $L$  前 2.28 米处的物体被清晰地成像在镜头后面 12.0 厘米处的照相胶片  $P$  上，今将一折射率为 1.50、厚  $AB=0.90$  厘米、两面平行的玻璃平板插入镜头与胶片之间，与光轴垂直，位置如图决 11-1 所示，设照相机镜头可看作一个简单薄凸透镜，光线为近轴光线。

1. 求插入玻璃板后，像的新位置。
2. 如果保持镜头、玻璃板、胶片三者间距离不变，并要求物体仍然清晰地成像于胶片上，则物体应放在何处？

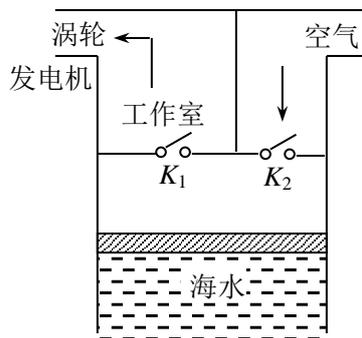


图决 11-1

二、1964 年制成了世界上第一盏用海浪发电的航标灯，它的气室示意图如图决 11-2 所示，利用海浪上下起伏的力量，空气能被吸进来，压缩后再推入工作室，推动涡轮带动发电机发电，当海水下降时，阀门  $K_1$  关闭， $K_2$  打开，设每次吸入压强为  $1.0 \times 10^5$  帕、温度为  $7^\circ\text{C}$  的空气  $0.233$  米<sup>3</sup> (空气可视为理想气体)，当海水上升时， $K_2$  关闭，海水推动活塞绝热压缩空气，空气压强达到  $\sqrt{32} \times 10^5$  帕时，阀门  $K_1$  才打开， $K_1$  打开后，活塞继续推动空气，直到气体全部被推入工作室为止，同时工作室的空气推动涡轮工作，设打开  $K_1$  后，活塞附近的压强近似保持不变，活塞的质量及活塞与筒壁间的摩擦忽略不计。问海水每次上升时所做功是多少？已知空气从压强为  $p_1$ 、体积为  $V_1$  的状态绝热地改变到压强为  $p_2$ 、

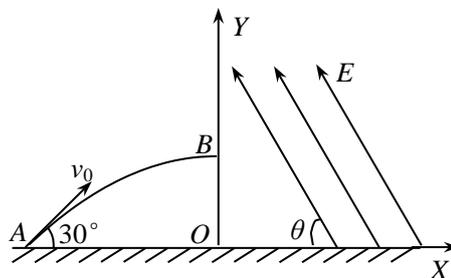
体积为  $V_2$  的状态过程中，近似遵循关系式  $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{5/3}$ ，1 摩

尔理想气体温度升高 1K 时，内能改变为  $\frac{3R}{2}$  ( $R=8.31$  焦耳/摩尔·开)。



图决 11-2

三、如图决 11-3 所示，一质量为 0.10 千克、电量为  $8 \times 10^{-4}$  库的带正电小球，从水平地面上  $A$  点以与  $X$  轴正方向成  $30^\circ$  夹角的初速度  $v_0$  抛出 ( $v_0$  在  $XOY$  竖直平面内)，当达到最高点  $B$  时 ( $B$  点恰好处在  $OY$  轴上)，在全空间立刻产生一个匀强电场  $E$ ，场强为  $2.50 \times 10^3$  牛顿/库，方向平行于  $XOY$  平面，并与  $X$  轴负方向成  $\theta$  夹角。当带电小球再次通过  $OY$  轴时，匀强电场立刻消失，试分析讨论当  $\theta$  角变化时 ( $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ )，带电小球自  $B$  点以后的运动情况，并画出带电小球在各种情况下的运动轨迹简图 ( $g=10$  米/秒<sup>2</sup>)。



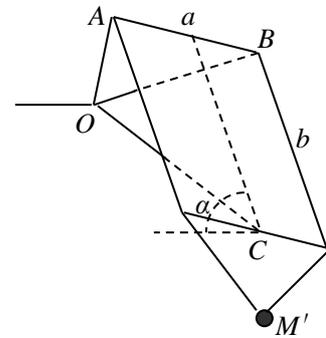
图决 11-3

四、长方形风筝如图决 11-4 所示，其宽度  $a=40$  厘米，长度  $b=50$  厘米，质量  $M=200$  克 (其中包括以细绳吊挂的纸球“尾巴”的质量  $M'=20$  克，纸球可当作质点)， $AO$ 、 $BO$ 、 $CO$  为三根绑绳，

$AO=BO$ ,  $C$  为底边中点, 绑绳及放风筝的牵绳均不可伸缩, 质量不计, 放风筝时, 设地面风速为零, 牵绳保持水平拉紧状态, 且放风筝者以速度  $V$  持牵绳奔跑时, 风筝单位面积所受的空气作用力垂直于风筝表面, 量值为  $P=KV \sin \alpha$ ,  $K=8$  牛顿·秒/米<sup>3</sup>,  $\alpha$  为风筝表面与水平面的夹角, 风筝表面为光滑平面, 各处所受空气作用力近似认为相等, 取  $g=10$  米/秒<sup>2</sup>, 放飞场地为足够大的水平地面。试求:

1. 放风筝者至少应以多大的速度持牵绳奔跑, 风筝才能作水平飞行? 这时风筝面与水平面的夹角应为何值? 假设通过调整绑绳长度可使风筝面与水平面成任意角度  $\alpha$ 。

2. 若放风筝者持牵绳奔跑的速度  $V=3$  米/秒, 调整绑绳  $CO$  的长度等于  $b$ , 为了使风筝能水平稳定飞行,  $AO$  与  $BO$  的长度应等于多少?

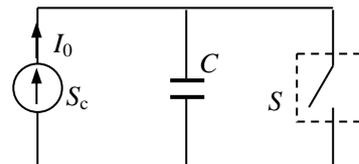


图决 11-4

五、图决 11-5 为称作“电子张弛振荡器”的电路图。图中  $S_c$  是恒流源 (其电流不因负载的变化而变化), 电流值为  $I_0$ 。  $S$  是电子开关, 它的开、关动作由一个正弦信号发生器  $F$  产生的电压  $u_{F(t)} = U_1 + U_0 \sin \omega \cdot t$  来控制, 这里  $U_1$  为常电压值,  $U_0$  和  $\omega$  分别是正弦信号的幅度和圆频率,  $U_0 < U_1$ 。  $U_F$  只起控制  $S$  动作的作用, 不对电容  $C$  充放电, 当  $S$  两端电压 (即电容器两端电压)  $U_{(t)}$  达到  $U_{F(t)}$  时,  $S$  自动合上, 使电容  $C$  放电,  $U_{(t)}$  迅速下降, 至下降到  $U_{\min}$  时,  $S$  才自动断开, 这里  $U_{\min}$  是指小于  $U_1 - U_0$  的常电压值。

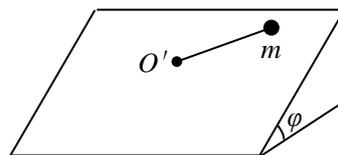
(1) 分析电容器两端电压  $U$  随时间  $t$  的变化规律, 并在  $U-t$  图上画出  $U_{F(t)}$ 、 $U_{\min}$  和  $U$  随  $t$  的变化曲线, 可以不考虑  $t=0$  时是如何情况。

(2) 若在一定的  $I_0$ 、 $U_1$ 、 $U_0$ 、 $\omega$ 、 $U_{\min}$  参数值下,  $U_{(t)}$  每相邻两次达到  $U_{F(t)}$  的时间间隔都相等, 求每次  $U_{(t)}=U_{F(t)}$  时,  $U_{(t)}$  数值与各参数的关系。



图决 11-25

六、如图决 11-6 所示, 在倾角为  $\varphi$  的足够大粗糙斜面上, 有一质点, 质量为  $m$ , 用一弹性绳栓住, 绳的另一端固定在斜面上  $O'$  点, 弹性绳的形变与弹性力服从胡克定律, 绳原长为  $L$ , 劲度系数 (即倔强系数) 为  $K$ , 斜面与质点间的静摩擦系数为  $\mu$ , 试确定质点在斜面上可静止的区域并画出此区域边界的示意图。



图决 11-6

## 第十一届决赛试题解答

一、解法 1:

1. 折射率为  $n$ , 厚度为  $d$  的两面平行的玻璃板, 对于会聚在像点  $P'$  的傍轴光束的折射作用可如下求出: 如图 11-29, 取任一指向  $P'$  点的傍轴光线  $CP'$ , 此光线经平行玻璃板折射的光路为  $CDEP''$ , 在平板第一面的入射角  $i$  与折射角  $r$  均为小角度, 反向延长  $EP''$  交  $D$  点处的法线于  $F$ 。容易看出  $DFP''P'$  为平行四边形。

$$P'P'' = DF = b/tgr - b/tgi$$

平行板厚度  $d$  为:  $d = b/tgr$ , 故

$$P'P'' = d(1 - tgr/tgi)$$

因为  $i$  与  $r$  都很小, 所以

$$tgr/tgi \approx \sin r / \sin i \approx 1/n$$

故得:  $P'P'' = d(1 - 1/n)$

以上结果对任何会聚于  $P'$  点的傍轴光线均成立, 所以向轴上  $P'$  点会聚的傍轴光束经平行玻璃板折射后会聚于轴上  $P''$  点, 在这种情形下, 平行玻璃板的作用是使像点向远离平板方向移动距离  $P'P''$ , 由题给数据得:

$$P'P'' = 0.9 \times (1 - 1/1.5) \text{ cm} = 0.3 \text{ cm}$$

故像成在镜头后面  $(12.0 + 0.3) \text{ cm} = 12.3 \text{ cm}$  处

2. 设照相机镜头焦距为  $f$ , 不放玻璃板时有:

$$(1/228 + 1/12) \text{ cm}^{-1} = 1/f$$

可得:  $f = 11.4 \text{ cm}$

插入玻璃板时, 若要像仍在离镜头  $12 \text{ cm}$  处的胶片上, 应改变物距使放玻璃板时成像在镜头后面  $v$  处,

$$v = (12.0 - 0.3) \text{ cm} = 11.7 \text{ cm}$$

设这时物距为  $u$ , 则:

$$1/u + 1/(11.7 \text{ cm}) = 1/(11.4 \text{ cm}) \text{ 得: } u \approx 4.45 \text{ m}$$

即: 物体置于镜头前  $4.45 \text{ m}$  时, 插入玻璃平板后, 仍可在胶片上得到清晰的像。

解法 2:

1. 对于玻璃板第一面上的折射, 有物距:

$$AP = -8.9 \text{ cm}, n_0 = 1.0, n = 1.5$$

根据:  $AP_1 / AP = -n / n_0$  (见图 11-30)

可得:  $AP_1 = -AP \cdot n / n_0 = (-8.9) \times (-1.5 / 1.0) \text{ cm} = 13.35 \text{ cm}$

对于玻璃板第二面上折射(见图 11-31), 有物距:

$$BP_1 = -(AP_1 - AB) = -12.45 \text{ cm}$$

又根据:  $BP_2 / BP_1 = -n_0 / n$

可得:  $BP_2 = (-n_0 / n) \cdot BP_1 = (-1.0 / 1.5) \times (-12.45) \text{ cm} = 8.3 \text{ cm}$

故像成在镜头后面的像距为:

$$v = (3.1 + 0.9 + 8.3) \text{ cm} = 12.3 \text{ cm}$$

比原像向后称动  $\Delta v$

$$\Delta v = (12.3 - 12) \text{ cm} = 0.3 \text{ cm}$$

2. 设照相机镜头焦距为  $f$ , 不插入玻璃板时,

$$1/f = (1/228 + 1/12) \text{ cm}^{-1} \text{ 得: } f = 11.4 \text{ cm}$$

要使放上玻璃板后, 像还成离镜头  $12 \text{ cm}$  处的胶片上, 可采用光路可逆性原理从已知像  $P_2$  的位置, 求此时物体应在的位置。

对于玻璃板第二面上的折射:

已知：像距  $BP_2 = 8\text{cm}$ ,  $n=1.50$ ,  $n_0=1.0$ , 设与之相应的物为  $P_1$ , 则可得:

$$BP_1 = (-n/n_0) \cdot BP_2 = -12\text{cm}$$

对于玻璃板第一面上的折射:

已知：像距  $AP_1=12.9\text{cm}$ ,  $n=1.5$ ,  $n_0=1.0$ , 设与之相应的物为  $P$ , 则可得:

$$\begin{aligned} AP &= (-n_0/n) \cdot AP_1 \\ &= (-1.0/1.5) \times 12.9\text{cm} = -8.6\text{cm} \end{aligned}$$

对于凸透镜, 像距为  $v=(8.6+3.1)\text{cm}=11.7\text{cm}$ , 则此时物距为  $u$ , 则有:

$$\begin{aligned} 1/u + 1/(11.7\text{cm}) &= 1/(11.4\text{cm}) \\ u &= 4.45\text{m} \end{aligned}$$

即物体应放在照相机镜头前 4.45m 处, 才能在胶片上得到清晰的像。

二、海水做功可分为两个阶段来讨论

1. 绝热压缩阶段

根据热力学第一定律, 在绝热过程中海水对气体所作功等于气体内能的增量, 即

$$A_1 = \Delta U = n \times (3/2)R(T_2 - T_1)$$

由于在绝热过程中, 压强和体积的变化遵循关系式

$$p_1/p_2 = (V_2/V_1)^{5/3}$$

以及理想气体状态方程  $pV = nRT$  得到

$$T_2/T_1 = p_2V_2/p_1V_1 = (p_2/p_1)(p_1/p_2)^{3/5}$$

所以

$$T_2 = T_1(p_2/p_1)^{2/5} = (273+7)\text{K} \times (\sqrt{32})^{2/5} = 560\text{K}$$

而

$$n \frac{pV}{RT} = \frac{1.0 \times 10^5 \times 0.233}{8.31 \times (273+7)} \approx 10\text{mol}$$

可得 
$$\begin{aligned} A_1 &= 10 \times (3/2) \times 8.31 \times (560 - 280)\text{J} \\ &= 3.49 \times 10^4\text{J} \end{aligned}$$

2. 根据题设把空气推入工作室时活塞附近压力不变, 故

$$A_2 = p \cdot \Delta S \cdot \Delta l = p_2 V_2$$

其中  $\Delta S$  为活塞面积,  $\Delta l$  为活塞由气体体积是  $V_2$  时之位置移到筒之上端的距离, 而

$$V_2 = V_1(p_1/p_2)^{3/5}$$

则 
$$\begin{aligned} A_2 &= p_2 V_1 (p_1/p_2)^{3/5}\text{J} \\ &= \sqrt{32} \times 0.233 \times 1 / (\sqrt{32})^{3/5} \times 10^5 \\ &= 4.66 \times 10^4\text{J} \end{aligned}$$

所以海水作总功为

$$A_{\text{总}} = A_1 + A_2 = 8.15 \times 10^4\text{J}$$

四、1. 设人以速度  $V_0$  持牵绳奔跑时, 风筝恰能平行于地面飞行, 此时牵绳平行于地面。设此时风筝表面与地面夹角为  $\alpha$ , 则风力为:

$$F = KV_0 ab \sin \alpha$$

$$F_y = KV_0 ab \sin \alpha \cos \alpha$$

风筝水平飞行的条件为(见图 11-40)

$$KV_0 ab \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha / 2$$

$\therefore$  当  $\alpha = 45^\circ$  时  $\cos \alpha \sin \alpha$  的极大值为  $1/2$ .

把  $\alpha = 45^\circ$  代入(1)式, 得  $V_0$  之极小值;

$$V_0 = Mg / (Kabsin\alpha \cos\alpha)$$

$$= 0.2 \times 10 / (8 \times 0.4 \times 0.5 \times 0.5) \text{ m/s} = 2.5 \text{ m/s}$$

2.重新调整绑绳长度后,放飞者使牵绳平行于地面以  $V=3\text{m/s}$  的速度奔跑,设此时风筝能保持水平飞行,则

$$KVabsin\alpha \cdot \cos\alpha = Mg$$

代入数值得:

$$sin\alpha \cdot \cos\alpha = Mg / KVab = 0.2 \times 10 / (8 \times 3 \times 0.4 \times 0.5)$$

$$= 5/12$$

$$2\alpha = 56.4^\circ \text{ 或 } 123.6^\circ, \alpha_1 = 28.2^\circ, \alpha_2 = 61.8^\circ$$

当  $V=3\text{m/s}$  时,风力的水平分量为:

$$F_x = F sin\alpha = KVabsin^2\alpha$$

由力之平衡得牵绳张力为

$$T = KVabsin^2\alpha$$

分别代入  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  值,得:

$$T_1 = 8 \times 3 \times 0.4 \times 0.5 \times sin^2 28.2^\circ \text{ N} = 1.07 \text{ N}$$

$$T_2 = 8 \times 3 \times 0.4 \times 0.5 \times sin^2 61.8^\circ \text{ N} = 3.73 \text{ N}$$

自  $O$  点至  $AB$  之中点  $D$ ,连接一紧绳  $OD$  替代  $AO$  和  $BO$ ,以风筝纸面中心  $O'$  为支点(如图 11-41 所示),

则牵绳张力  $T$  和纸球所产生的力矩分别为:

$$M_T = T\Delta r, M'_M = M'g \cdot b \cos\alpha / 2$$

由力矩的平衡  $M_T = M'_M$  得:

$$\Delta r = M'gb \cos\alpha / 2T$$

分别代入  $T_1$ 、 $\alpha_1$ 、 $T_2$ 、 $\alpha_2$  值,得

$$\Delta r_1 = 0.02 \times 10 \times 50 \times \cos 28.2^\circ / (2 \times 1.07) \text{ cm} = 4.1 \text{ cm}$$

$$\Delta r_2 = 0.02 \times 10 \times 50 \times \cos 61.8^\circ / (2 \times 3.73) \text{ cm} = 0.63 \text{ cm}$$

所以

$$r_1 = \Delta r_1 + \frac{b}{2} sin\alpha_1 = [4.1 + (50/2) sin 28.2^\circ] \text{ cm} = 15.9 \text{ cm}$$

$$r_2 = \Delta r_2 + \frac{b}{2} sin\alpha_2 = [0.63 + (50/2) sin 61.8^\circ] \text{ cm} = 22.6 \text{ cm}$$

由图知:

$$sin(\alpha - \beta) = r/b$$

分别代入  $\alpha$ 、 $r$  及  $b$  值得

$$\beta_1 = 9.66^\circ, \beta_2 = 34.9^\circ$$

分别代入  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  值,可得

$$x_1 = 2 \times 50 \times sin(9.66^\circ / 2) \text{ cm} = 8.4 \text{ cm}$$

$$x_2 = 2 \times 50 \times sin(34.9^\circ / 2) \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

由  $AO = BO = \sqrt{x^2 + (a/2)^2}$

分别代入  $x_1$ 、 $x_2$  值,可得

$$AO = \sqrt{8.4^2 + (40/2)^2} \text{ cm} = 21.7 \text{ cm}$$

或  $AO = \sqrt{30^2 + (40/2)^2} \text{ cm} = 36 \text{ cm}$

讨论： $AO=36\text{cm}$  有利于风筝起飞。

分析与评述 这是一道在风力作用下力的平衡和力矩的平衡问题，做此题首先要能经过分析看出调节绑绳的长度与力矩平衡的关系。另外，做此题时数学处理上要小心，因为是三维的。

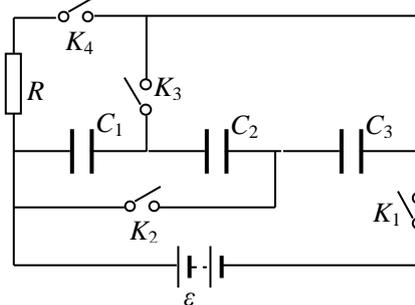
# 第十二届全国中学生物理竞赛

## 决赛试题

一、一理想的凸透镜，它容许入射光完全透过，此透镜直径  $D=10\text{cm}$ ，焦距  $f=15\text{cm}$ ，水平放置，四束激光沿竖直方向对称地入射到透镜靠边缘处，已知四束激光总功率为  $W=1.2\text{W}$ ，求激光对透镜之作用力，已知光子动量  $p = E/c$ ，其中  $E$  为光子能量， $c$  为光速。

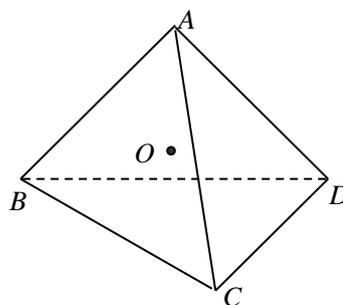
二、如图决 12-1 电路中， $C_1 = 4C_0, C_2 = 2C_0, C_3 = C_0$ ，电池电动势为  $\mathcal{E}$ ，不计内阻， $C_0$  和  $\mathcal{E}$  为已知量，先在断开  $K_4$  的条件下，接通  $K_1、K_2、K_3$ ，令电池给三个电容充电；然后断开  $K_1、K_2、K_3$ ，接通  $K_4$ ，使电容器放电，求：

- 1) 放电过程中，电阻  $R$  上共产生多少热量。
- 2) 放电过程达到放电总量一半时， $R$  上的电流是多大。



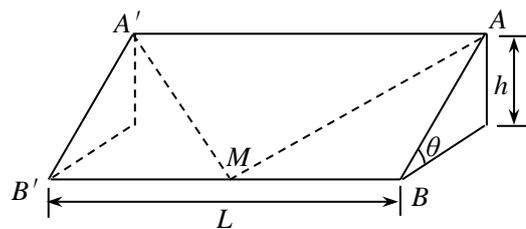
图决 12-1

三、如图决 12-2 所示，正四面体  $ABCD$  各面均为导体，但又彼此绝缘，已知带电后四个面的静电势分别为  $\varphi_1、\varphi_2、\varphi_3$  和  $\varphi_4$ ，求四面体中心  $O$  点的电势  $\varphi_0$ 。



图决 12-2

四、在某自行车赛场直行跑道的一侧有一外高内低、倾角为  $\theta$  的斜面，直行跑道长度为  $L$ ，斜面上端高度为  $h$ ，如图决 12-3 所示，运动员由  $A$  点出发，终点为  $A'$ ，运动员可以选行直线  $AA'$  行进，或沿对称折线  $AMA'$  行进的路线，若出发时自行车的速度均为  $v_0$ ，且在行进途中运动员蹬车时的驱动力等于所受的阻力，又设车轮与地面间的侧向摩擦足以阻止车轮侧滑，若要取得较好的成绩，运动员应采用哪种路线？



图决 12-3

五、如图决 12-4 所示，一根两端封闭、粗细均匀的石英管，竖直放置，内有一段水银柱，将管隔成上下两部分，下方为空气。上方为一种可分解的双原子分子气体(每个分子由两个原子组成)。此种双原子分子气体的性质为：当  $T > T_0$  时，其分子开始分解为单原子分子(仍为气体)，用  $n_0$  表示  $T_0$  时的双原子分子。  $\Delta n$  表示  $T_0 + \Delta T$  时分解了的双原子分子数，其分解规律为当  $\Delta T$  很小时，有如下的关系：

$$\Delta n / n_0 = \Delta T / T_0$$

已知初始温度为  $T_0$ ，此时，下方的气柱长度为  $2l_0$ ，上方气柱长度为  $l_0$ ，水银柱产生的压强为下方气体压强的  $\alpha$  倍 ( $0 < \alpha < 1$ )，试讨论当温度由  $T_0$  开始缓慢上升时，水银柱将上升还是下降，忽略石英管和水银柱的体积随温度的变化。

提示：可用  $x l_0$  表示水银柱因温度升向而移动的距离， $x > 0$  表示升高， $x < 0$  表示下降。



图决 12-4

六、一弹簧振子，两端为质量都是  $m=0.1$  千克、大小不计的物体 A、B，中间是一静止长度为  $l_0$ 、劲度系数为  $k_0$ 、质量可以忽略的理想弹簧，现此振子自某一高度、A 端在下，竖直地自由下落至一水平桌面，开始下落时，A 距桌面的高度为  $H=2$  米，开始时弹簧无伸长或压缩，A 与桌面发生弹性碰撞后跃离桌面，当 A 第二次接触桌面时，发现弹簧的压缩达到最大，求：

- 1) 弹簧劲度系数  $k_0$  之值。
- 2) A 第二次与桌面接触时的速度。

## 第十二届决赛试题参考解答

一、激光通过透镜后聚焦，由于通过透镜前后光子的能量不变，且光速为恒量，故光子的动量大小通过透镜前后不变，但方向改变。光子的动量是

$$p = E / c \quad (1)$$

其中  $E$  是光子能量，在通过透镜前，其方向竖直向下。通过透镜后，动量方向改变，其沿竖直方向和水平方向的分量分别是：

$$p_{\text{直}} = p \cos \theta \quad (2)$$

$$p_{\text{平}} = p \sin \theta \quad (3)$$

$$\cos \theta = f / \sqrt{f^2 + (D/2)^2} \quad (4)$$

由此可知，光子在通过透镜前后，其动量沿竖直方向和水平方向的改变分别是

$$(\Delta p)_{\text{直}} = p(1 - \cos \theta) = (E/c)(1 - \cos \theta) \quad (5)$$

$$(\Delta p)_{\text{平}} = p \sin \theta = (E/c) \cdot \sin \theta$$

激光照射透镜  $\Delta t$  时间内通过透镜的光子数为

$$N = W \Delta t / E \quad (6)$$

这些光子分四束对称地通过透镜，它们的水平动量的变化相互平衡，而其竖直方向动量的变化等于透镜对光子的冲量，在数值上，也就等于激光对透镜的作用力的冲量  $F \Delta t$ ，故有

$$F \Delta t = N (\Delta p)_{\text{直}} \quad (7)$$

由(4)、(5)、(6)和(7)式可得

$$F = (W/c)(1 - f/\sqrt{f^2 + (D/2)^2})$$

代入数值, 得到  $F \approx 2.1 \times 10^{-10} \text{ N}$ , 方向向下。

二、1) 充电时, 电路及电流方向如图 12-18 所示, 充电后, 三个电容器上的电压都是  $\varepsilon$ , 各电容器储能为

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= C_1 \varepsilon^2 / 2 = 2C_0 \varepsilon^2 \\ W_2 &= C_2 \varepsilon^2 / 2 = 2C_0 \varepsilon^2 \\ W_3 &= C_3 \varepsilon^2 / 2 = 2C_0 \varepsilon^2 / 2 \end{aligned} \right\} (1)$$

三个电容器储存的能量之和为

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 7C_0 \varepsilon^2 / 2 \quad (2)$$

则三个电容器上的电量分别为

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= C_1 \varepsilon = 4C_0 \varepsilon \\ Q_2 &= C_2 \varepsilon = 2C_0 \varepsilon \\ Q_3 &= C_3 \varepsilon = C_0 \varepsilon \end{aligned} \right\} (3) \quad \text{图 12-19}$$

放电时, 三个电容器串联放电, 如图 12-19 所示,  $C_1$  左极板的电压高于  $C_3$  右极板的电压, 故电流的方向应如图所标志, 即  $C_1$  和  $C_3$  是放电, 而  $C_2$  则是继续充电。

在整个放电过程中, 流过  $R$  的电量设为  $\Delta Q$ , 则由电荷守恒可知, 放电后三个电容器上的电量分别变为

$$\left. \begin{aligned} Q_1' &= Q_1 - \Delta Q = 4C_0 \varepsilon - \Delta Q \\ Q_2' &= Q_2 + \Delta Q = 2C_0 \varepsilon + \Delta Q \\ Q_3' &= Q_3 - \Delta Q = C_0 \varepsilon - \Delta Q \end{aligned} \right\} (4)$$

三个电容器的电势差的大小则变为

$$U_1' = Q_1' / C_1, \quad U_2' = Q_2' / C_2, \quad U_3' = Q_3' / C_3 \quad (5)$$

放电终结, 应有  $U_1' - U_2' + U_3' = 0$  (6)

由(4)、(5)和(6)式解得  $\Delta Q = 4C_0 \varepsilon / 7$  (7)

将(7)式代入(4)式, 有

$$\left. \begin{aligned} Q_1' &= 24C_0 \varepsilon / 7 \\ Q_2' &= 18C_0 \varepsilon / 7 \\ Q_3' &= 3C_0 \varepsilon / 7 \end{aligned} \right\} (8)$$

此时, 各电容器的储能为

$$\left. \begin{aligned} W_1' &= (Q_1')^2 / 2C_1 = (72/49)C_0 \varepsilon^2 \\ W_2' &= (Q_2')^2 / 2C_2 = (81/49)C_0 \varepsilon^2 \\ W_3' &= (Q_3')^2 / 2C_3 = (9/98)C_0 \varepsilon^2 \end{aligned} \right\} (9)$$

总储能为  $W' = W_1' + W_2' + W_3' = (315/98)C_0 \varepsilon^2$  (10)

比较(2)、(10)两式, 可知放电后, 电容器储能减少了  $\Delta W$ ,

$$\Delta W = W - W' = 2C_0 \varepsilon^2 / 7 \quad (11)$$

由能量守恒定律可知, 在放电过程中, 电阻上产生的热量  $H$  为

$$H = \Delta W = 2C_0 \varepsilon^2 / 7 \quad (12)$$

2) 当放电量为  $\Delta Q'' = \Delta Q / 2 = 2C_0 \varepsilon / 7$  时, 各电容上的电量为

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_1'' &= Q_1 - \Delta Q'' = 26C_0\varepsilon/7 \\ \Delta Q_2'' &= Q_2 + \Delta Q'' = 16C_0\varepsilon/7 \\ \Delta Q_3'' &= Q_3 - \Delta Q'' = 5C_0\varepsilon/7 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

此时, 各电容器电势差的大小为

$$U_1'' = Q_1''/C_1, \quad U_2'' = Q_2''/C_2, \quad U_3'' = Q_3''/C_3 \quad (14)$$

按照欧姆定律, 此时流过电阻 R 的电流应为

$$I = (U_1'' - U_2'' + U_3'')/R \quad (15)$$

由(13)、(14)、(15)式可得

$$I = (1/2)\varepsilon/R$$

五、解法 1 在温度升高过程中, 上下端气体均应满足气态方程。

首先分析水银柱下端的气体。当温度为  $T_0$  时, 其压强为  $p_0$ , 气柱长度为  $2l_0$ , 当温度上升到  $T_0 + \Delta T$  时, 水银柱向上移动  $xl_0$ , 从而气柱长度变为  $(2+x)l_0$ , 此时的压强为  $p$ , 于是有物态方程:

$$\frac{p_0 \cdot 2l_0}{T_0} = \frac{p(2+x)l_0}{T_0 + \Delta T} \quad (1)$$

$$\text{或} \quad \left(1 + \frac{x}{2}\right) \frac{p}{p_0} = 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \quad (2) \quad \text{图 12-21}$$

对于水银柱上方之气体, 若命水银柱之压强为  $\alpha p_0$ , 则当温度为  $T_0$  时, 其气体压强为  $p_0 - \alpha p_0$ , 气体柱之长度为  $l_0$ , 分子数则为  $n_0$ , 当温度上升至  $T_0 + \Delta T$  时, 压强为  $p_0 - \alpha p_0$ , 气体柱长度为  $(1-x)l_0$ , 而气体分子数则因有  $\Delta n$  个双原子分子分解为  $2\Delta n$  个单原子分子, 分子数变为

$$n_0 + \Delta n = n_0(1 + \Delta T/T_0),$$

$$\text{故有 } T_0 \text{ 时: } (1-\alpha)p_0 l_0 S = (n_0/A)RT_0 \quad (3)$$

$(T_0 + \Delta T)$  时:

$$(p_0 - \alpha p_0)(1-x)l_0 S = n_0(1 + \Delta T/T_0)R(T_0 + \Delta T)/A \quad (4)$$

式中 S 为管之内横截面积, A 为阿伏伽德罗常量, 由(3)、(4)式可得

$$\frac{1}{1-\alpha} \left( \frac{p}{p_0 - \alpha} \right) (1-x) = \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \quad (5)$$

由(2)、(5)两式消去  $p/p_0$ , 可得 x 所满足的二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0$$

其中  $a = \alpha/2$

$$\begin{aligned} b &= - \left\{ \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \right\} \\ &= - \left\{ \left( \frac{3}{2} - \alpha \right) + (2 - \alpha) \frac{\Delta T}{T_0} + \frac{1}{2} (1 + \alpha) \left( \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \right\} \\ c &= \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) - \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 - \alpha + \alpha \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$= (2\alpha - 1) \frac{\Delta T}{T_0} - (1 - \alpha) \left( \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2$$

$$\text{方程式的解为 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (7)$$

首先,应判别(7)式中之“±”号之取法问题。为此,令  $\Delta T \rightarrow 0$ , 此时  $b \rightarrow -[(3/2) - \alpha]$ ,  $c \rightarrow 0$ , 则(7)式中之  $x$  解为:

$$x \xrightarrow{\Delta T \rightarrow 0} \frac{[(3/2) - \alpha] + [(3/2) - \alpha]}{2 \cdot (\alpha/2)} = (3/\alpha) - 2 > 1, \text{ 当(7)式中之“±”号取正,}$$

$$x \xrightarrow{\Delta T \rightarrow 0} \frac{[(3/2) - \alpha] - [(3/2) - \alpha]}{2 \cdot (\alpha/2)} = 0, \text{ 当(7)式中之“±”号取负。}$$

显然, 后者合理, 前者不合理, 故取  $x$  之解为

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (8)$$

据此可以分析, 当  $\Delta T > 0$  时, 水银柱在什么条件下上升( $x > 0$ ), 什么条件下下降, 因  $0 < \alpha < 1$ , 由(6)式可知

$$b < 0, a > 0 \quad (9)$$

再由(8)式可知,  $x$  之值取决于  $c$  之值, 当  $c > 0$  时,  $x > 0$ , 而当  $c < 0$  时,  $x < 0$ , 因  $\Delta T$  很小, 在  $c$  之表示(6)中忽略  $(\Delta T/T_0)^2$  项, 有

$$c = (2\alpha - 1)\Delta T/T_0 \quad (10)$$

由此可见, 当  $\alpha > 1/2$  时,  $c > 0$ ,  $x > 0$ , 水银柱上升;

当  $\alpha < 1/2$  时,  $c < 0$ ,  $x < 0$ , 水银柱下降;

当  $\alpha = 1/2$  时,  $c = -(1/2)(\Delta T/T_0)^2$ ,  $c < 0$ ,  $x < 0$ , 水银柱下降。

解法 2 暂时假定水银柱不动, 分析温度上升后, 上、下气体压力差的变化。

当温度为  $T_0$  时, 下部气体之压强为  $p_0$ , 温度上升至  $T_0 + \Delta T$  时, 其压强变化为  $p_1$ , 因体积不变, 故有

$$p_1 = p_0(T_0 + \Delta T)/T_0 = p_0 + p_0\Delta T/T_0 \quad (1)$$

水银柱压强为  $\alpha p_0$ , 故当  $T = T_0$  时, 上部气体之压强为  $(1 - \alpha)p_0$ , 当温度升至  $T_0 + \Delta T$  时, 有  $\Delta n$  个双原子气体分子分解而成为  $2\Delta n$  个单原子气体分子, 故气体分子数由  $n_0$  增至  $n_0 + \Delta n$  个, 命此时之压强为  $p_2$ , 则在温度上升前后之状态方程为

$$(1 - \alpha)p_0 l_0 S = (n_0/A)RT \quad (2)$$

$$p_2 l_0 S = (n_0 + \Delta n)R(T_0 + \Delta T)/A \quad (3)$$

其中  $S$  为管之内横截面积,  $A$  为阿伏加德罗常量, 由(2)、(3)二式可得

$$\begin{aligned} p_2 &= (1 - \alpha)p_0(1 + \Delta n/n_0)(1 + \Delta T/T_0) \\ &= (1 - \alpha)p_0(1 + \Delta T/T_0)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

比较升温之后下部气体和上部气体的压强之差

$$\Delta p = p_1 - p_2 - \alpha p_0 \quad (5)$$

若此差大于零, 则水银柱上升。若小于零, 水银柱应下降。代入(3)、(4)式之结果。有

$$\Delta p = (2\alpha - 1)(\Delta T/T_0)p_0 - (1 - \alpha)p_0(\Delta T/T_0)^2 \quad (6)$$

因  $\Delta T$  甚小, 故  $(\Delta T/T_0)$  项起主导作用。而  $(\Delta T/T_0)^2$  项之影响较之第一项要小得多。故此分析如下:

当  $\alpha > 1/2$  时,  $\Delta p > 0$ 。水银柱上升;

当  $\alpha < 1/2$  时,  $\Delta p < 0$ 。水银柱下降;

当  $\alpha = 1/2$  时,  $\Delta p < 0$ 。水银柱下降。

分析与评述 本题提供了两种解法, 学生可从物理方法上和数学处理上进行比较, 扩大思路。

六、取  $x$  坐标轴沿竖直方向。原点在桌面, 方向向上, 振子竖直下落, 弹簧无压缩或伸长, 故 A、B 均为自由落体。当 A 到达桌面时, A、B 的速度相同。均为

$$V_A = V_B = -2\sqrt{gh} = -V_0 \quad (1)$$

命 A 与桌面碰撞之时刻为  $t = 0$ , 即  $t = 0$  时,

A 与桌面发生弹性碰撞而反向, 此时有

$$V_A = V_0, \quad V_B = -V_0 \quad (2)$$

$$X_A = 0, \quad X_B = l_0$$

暂不考虑重力之影响, 则由图 12-22 可 图 12-22

知, A、B 相向运动, 压缩弹簧, 而产生简谐运动,  $t = 0$  时, 弹簧无形变, 由(2)之条件, 可以写出 A 作简谐振动之运动方程

$$\begin{cases} X_A(t) = X_0 \sin 2\pi ft \\ V_A(t) = V_0 \cos 2\pi ft \end{cases} \quad (3)$$

(3)式中, 已知  $V_0 = \sqrt{2gh}$ ,  $X_0$ 、 $f$  待定, 由图 12-22 可知, 在振动运动中, AB 相向运动, 中点 M 不动, 故振动可视作 M 固定的两个振子, 振子 MA(或 MB)之等效劲度系数为  $k$ ,  $k=2k_0$ , 故

$$f = (\sqrt{k/m})/(2\pi) = (\sqrt{2k_0/m})/(2\pi) \quad (4)$$

振子 A 之最大振动动能为  $(1/2)mV_0^2$ , 最大振动势能为  $(1/2)(2k_0)X_0^2$ , 有

$$\begin{aligned} (1/2)mV_0^2 &= (1/2)(2k_0)X_0^2 \\ X_0 &= V_0\sqrt{m/(2k_0)} \end{aligned} \quad (5)$$

现在考虑重力的效应, 重力的存在使得 A、B 在振动的同时, 还在作自由落体运动, 在时间  $0 \rightarrow t$  期间, 重力使 A 产生的位移为

$$-gt^2/2 \quad (6)$$

故在  $t > 0$  时, A 的坐标应为

$$X(t) = X_0 \sin 2\pi ft - gt^2/2 \quad (7)$$

弹簧最大压缩时为  $t_1$ , 此时应有

$$2\pi ft_1 = \pi/2 \quad (8)$$

$t_1$  时,  $X_A(t_1) = X_0$

$$V_A(t_1) = 0$$

此时, A 与桌面发生第二次碰撞, 即应有

$$X(t_1) = X_0 \cdot \sin 2\pi ft_1 - gt_1^2/2 = 0 \quad (9)$$

由(8)、(9)二式可得

$$X_0 = (1/2)g/(4f)^2$$

代入  $X_0$ 、 $f$  之值, 有

$$\begin{aligned} \sqrt{m/(2k_0)}\sqrt{2gh} &= (1/2)g \left\{ 1 / \left[ (2/\pi)\sqrt{2k_0/m} \right] \right\} \\ k_0 &= (\pi^4/256)(mg/h) \end{aligned}$$

代入各量的数值, 有  $k_0 = 0.19 \text{ N/m}$

当 A 与桌面第二次撞击时, 其振动速度为零, 故其速度就是  $t_1$  时的自由落体速度

$$V(t_1) = gt_1 = 8.0 \text{ m/s}$$

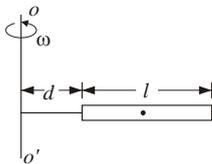
# 第十三届全国中学生物理竞赛

## 决赛试题

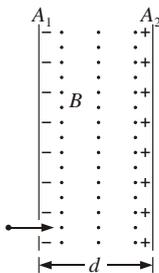
1996

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总计
得分									

一、在航天飞船上，如图所示，有一个长度  $l=20$  厘米的圆筒，绕着与筒的长度方向相垂直的轴  $OO'$  以恒定的转速  $\omega=100$  转/分旋转。筒的近轴端离开轴线  $OO'$  的距离为  $d=10$  厘米，筒内装满非常粘稠、密度为  $\rho=1.2$  克/厘米<sup>3</sup> 的液体。有一颗质量为  $m'=1.0$  毫克、密度  $\rho'=1.5$  克/厘米<sup>3</sup> 的粒子从圆筒的正中部释放(释放时粒子相对于圆筒为静止)，试求该粒子在到达筒端的过程中克服液体的粘滞阻力所作的功。如果这个粒子的密度是  $\rho''=1.0$  克/厘米<sup>3</sup>，其他条件均不变，则粒子在到达筒端的过程中克服粘滞阻力所作的功又是多少？



二、如图所示， $A_1$  和  $A_2$  是两块面积很大、互相平行又相距很近的带电金属板，相距为  $d$ ，两板间的电势差为  $U$ 。同时，在这两板间还有方向与均匀电场正交而垂直纸面向外的均匀磁场。一束电子通过左侧带负电的板  $A_1$  上的小孔，沿垂直于金属板的方向射入，为使该电子束不碰到右侧带正电的板  $A_2$ ，问所加磁场的磁感应强度至少要多大？设电子所受到的重力及从小孔进入时的初速度均可不计。



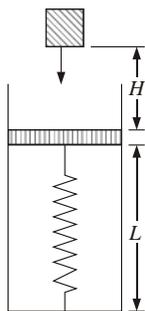
三、已知基态  $\text{He}^+$  的电离能为  $E=54.4$  电子伏特。

1. 为使处于基态的  $\text{He}^+$  进入激发态，入射光子所需的最小能量应为多少？

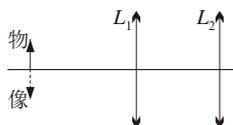
2.  $\text{He}^+$  从上述最低激发态跃迁返回基态时，如考虑到该离子的反冲，则与不考虑反冲相比，它所发射的光子波长的百分变化有多大？(离子  $\text{He}^+$  的能级  $E_n$  与  $n$  的关系和氢原子能级公式类似。电子电荷取  $1.60 \times 10^{-19}$  库仑，质子和中子质量均取  $1.67 \times 10^{-27}$  千克。在计算中，可采用合理的近似)。

四、直立的气缸内装有一定质量的理想气体。每摩尔这种气体的内能是  $E=(3/2)RT$ ，其中  $R$  为气体普适常量， $T$  为热力学温度。质量  $m=7.00$  千克的活塞与一倔强系数  $k=300$  牛/米的轻质弹簧相连，弹簧的下端固定在气缸底部，如图所示。活塞与气缸壁间的摩擦及弹

簧的体积均可忽略不计。平衡时，测得气缸内气体温度为  $T_1=300$  开，压强  $p_1=1.40\times 10^5$  帕，气柱长  $L_1=50.0$  厘米。而活塞上方大气压强  $p_0=1.00\times 10^5$  帕，活塞的截面积  $S=25.0$  厘米<sup>2</sup>。现有一质量  $m=3.00$  千克的铅柱自活塞正上方  $H=80.0$  厘米高处自由落下，与活塞发生完全非弹性碰撞，碰撞时间极短而可忽略。已知碰后铅柱在运动过程中某一时刻又与活塞分开，此时气缸内气体的温度  $T_2=290$  开，铅柱最终上升到活塞初始位置上方  $h=7.80$  厘米高度。试求自铅柱与活塞开始一起向下运动到铅柱刚离开活塞的整个过程中，外界传给气缸内气体的热量。计算中重力加速度取  $g=10.0$  米/秒<sup>2</sup>，并假设活塞是绝热的，气缸壁是可以导热的，弹簧始终处于弹性限度范围之内。



五、有两个焦距分别为  $f_a$  和  $f_b$  的凸透镜。如果把这两个透镜作适当的配置，则可使一垂直于光轴的小物体在原位置成一等大、倒立的像，如图所示。试求出满足上述要求的配置方案中各透镜的位置。



六、在空间有  $n$  个点，分别标记为点 1、2、 $\dots$ 、 $n$ 。任意两点间均用一电阻为  $R$  的导线相连接，再把点 1 和点  $n$  接到电动势为  $\mathcal{E}$ 、内阻为  $r$  的电源上，求流过连接点 1 和点  $n$  的电阻只上的电流强度值。

七、在两条柔软的弹性轻绳中间连接着一个小球，而这两条绳的另一端分别固定于同一竖直线上的  $O$ 、 $O'$  点，如图所示。已知上、下绳的倔强系数分别为  $k_1=8.0$  牛/米和  $k_2=12.0$  牛/米。小球静止不动时位于图上  $C$  点处，这时上、下绳相对于各自的自然长度分别伸长了  $l_1=0.080$  米和  $l_2=0.030$  米。现在将小球沿竖直方向下拉到与平衡位置  $C$  的距离为  $l_3=0.080$  米处，然后轻轻释放。求小球从释放开始到第一次回到该释放点所需要的时间。(计算时可取  $g=10.0$  米/秒<sup>2</sup>)



# 1997 年全国中学生物理竞赛决赛试题

## 试 题

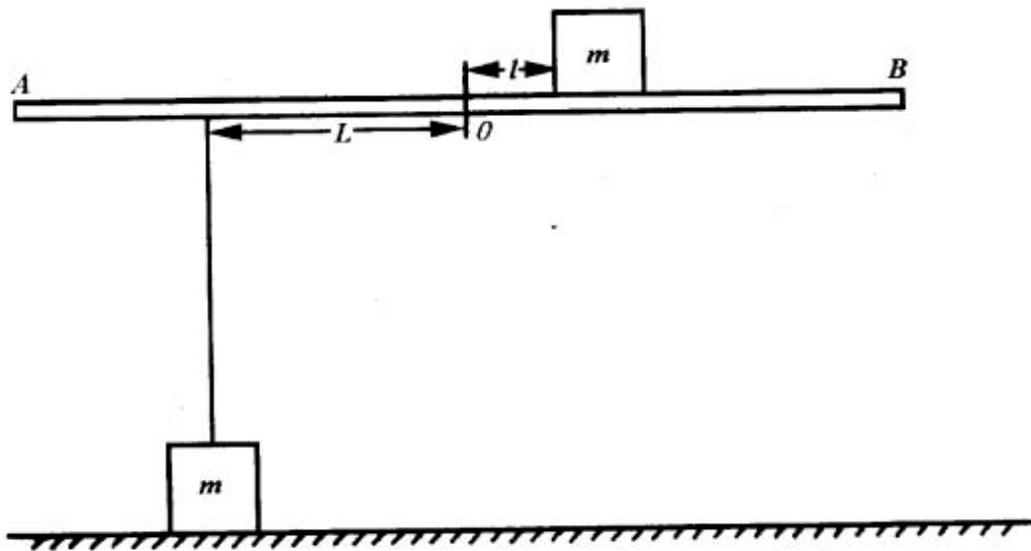
(共七题, 总分为 140 分)

一、(15 分)用放射源钋( $P_0$ )发射的  $\alpha$  粒子打在铍核( ${}^9_4\text{Be}$ )上, 产生一种新的粒子和另一生成物. 这些新粒子组成的粒子流有以下特点:

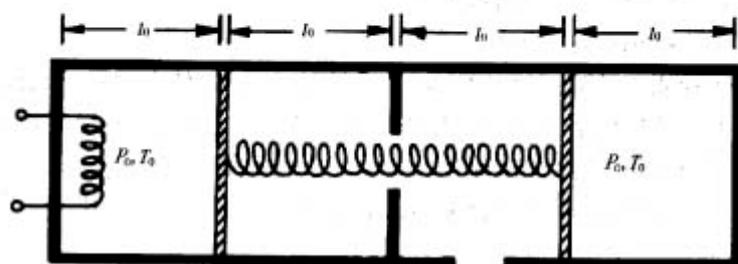
1. 在任意方向的磁场中都不偏转;

2. 让它与含氢物质中的静止氢核相碰撞, 可把氢核击出, 被击出氢核的能量为  $E_H=4.7\text{MeV}$ . 让它与含氮物质中的静止氮核相碰撞, 也可把氮核击出, 被击出氮核的能量为  $E_N=1.2\text{MeV}$ . 碰撞可视为对心完全弹性碰撞, 且已知氢核与氮核的质量比为 1:14. 试根据以上数据求出新粒子质量与氢核质量之比, 对此新粒子是什么粒子作出判断, 并写出  $\alpha$  粒子轰击  ${}^9_4\text{Be}$  的核反应方程式.

二、(20 分)一长方形均匀薄板  $AB$ , 可绕通过其重心、垂直于长度方向的固定水平轴  $O$  (垂直纸面) 自由转动, 如图所示. 在板上轴  $O$  左侧距  $O$  点为  $L$  处以轻绳悬挂一质量为  $m$  的物体. 在轴  $O$  的右侧板上放一质量也是  $m$  的立方体, 立方体边长以及其左侧面到轴  $O$  的距离均为  $l$ . 已知起始时板处于水平位置, 挂物与地面相接触, 轻绳绷紧, 整个系统处于平衡状态. 现在立方体右侧面中心处施一沿水平方向向右的力  $F$  去拉它. 若用符号  $\mu$  表示立方体与板面间的静摩擦系数, 当  $F$  从零开始逐渐增大至某一数值时, 整个系统的平衡状态将开始被破坏. 试讨论: 可能出现几种平衡状态被破坏的情况? 每种情况出现的条件是什么? 要求在以  $\mu$  为纵坐标,  $x(=2L/l-3)$  为横坐标的图中, 画出可能发生这几种情况出现的区域. 不要讨论这些区域交界线上的平衡状态被破坏的情况. 解题及 / 题 7 试赛决赛九兄学理物生学中国全年附录 1:

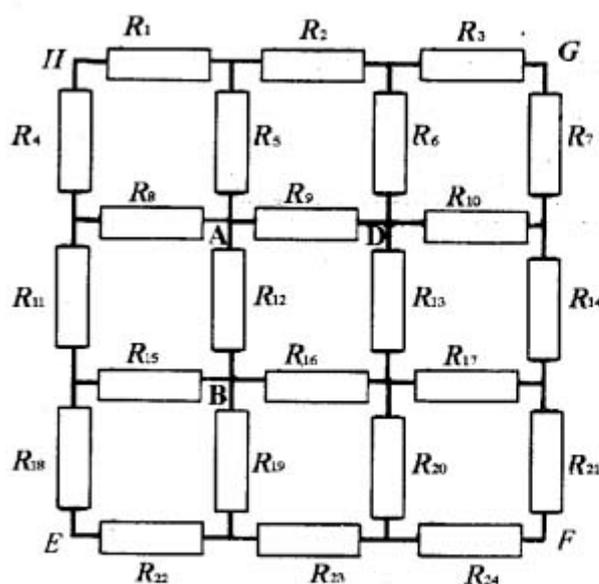


三、(20分)如下页图所示的圆柱形容器，其截面积  $S=1.70 \times 10^{-2}$  米，器壁绝热，圆筒内有两个以弹簧相连接的绝热活塞，弹簧的劲度系数为  $k=1.50 \times 10^4$  牛/米，筒中部有一带孔的固定隔板，筒壁上有开口，与大气相通。整个装置的结构及尺寸见下图。容器左、右端气室中分别盛有同种的理想气体，左室中有一电加热器。已知：大气压强  $P_0=1.00 \times 10^5$  帕；电加热器未加热前两室气体均处于平衡态，温度均为  $T_0=300$  开，压强均为  $P_0$ ；活塞的位置如图所示： $L_0=1.00 \times 10^{-1}$  米；如果通过加热器对左室气体不断地徐徐加热，弹簧长度的最大改变量  $L_m=7.40 \times 10^{-2}$  米；理想气体的绝热过程遵循的规律为  $PV^\alpha=\text{恒量}$ ；筒内每摩尔气体的内能与温度的关系为  $E_0=RT/(a-1)$ ，式中  $T$  为气体的热力学温度， $R$  为摩尔气体恒量。求当左室气体吸热为  $Q=1000$  焦耳时，左、右两室气体的温度和压强。设活塞与筒壁的摩擦可忽略不计，且不漏气。计算过程各量均取三位有效数字。

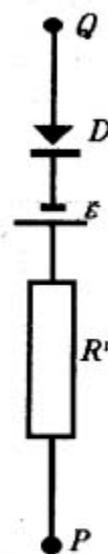


四、(20分)a图是由24个等值电阻连接而成的网格，b图中电动势为  $\varepsilon=3.00$  伏、内阻  $r=2.00$  欧的电源与一阻值为  $28.0$  欧的电阻  $R^r$  及二极管  $D$  串联后引出两线  $P$ 、 $Q$ ；二极管  $D$  的正向伏安曲线如c图所示。

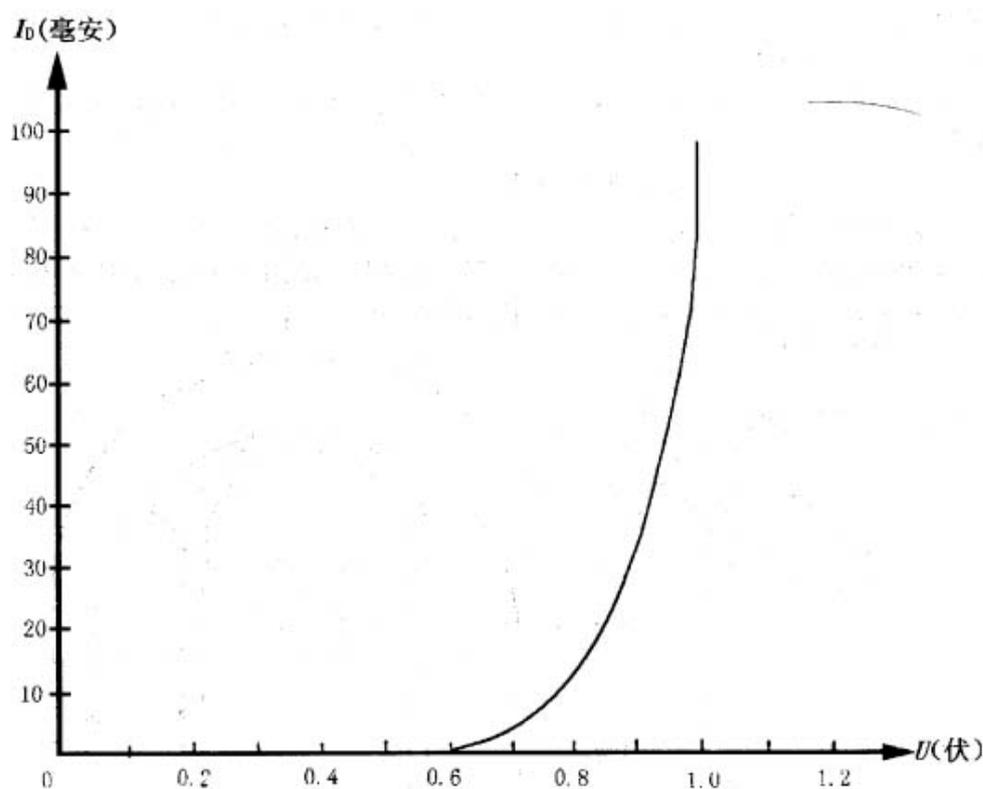
1. 若将  $P$ 、 $Q$  两端与 a 图中电阻网格  $E$ 、 $G$  两点相接，测得二极管两端间的电压为  $0.86$  伏。求：电阻网格  $E$  与  $A$  间的电压  $U_{EA}$ 。
2. 若将  $P$ 、 $Q$  两端与 a 图中电阻网格  $B$ 、 $D$  两点相接，求通过二极管  $D$  的电流  $I_D$  和网格中  $E$ 、 $G$  间的电压  $U_{EG}$ 。



(a)



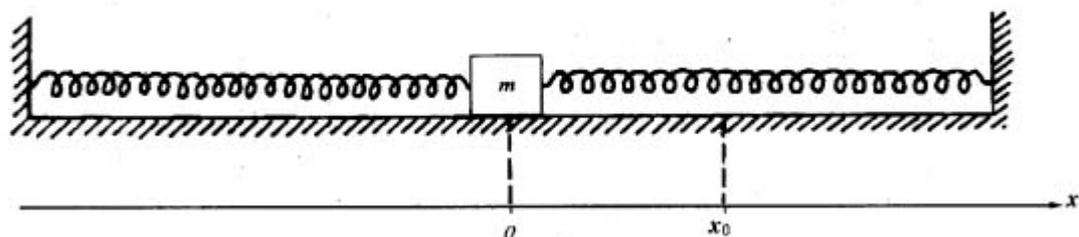
(b)



(C)

五、(20分)下图是放置在水平面上的两根完全相同的轻质弹簧与质量为  $m$  的物体组成的振子，每根弹簧的劲度系数均为  $k$ ，弹簧的一端固定在墙上，另一端与物体相连接，物体与水平面间的静摩擦系数和滑动摩擦系数均为  $\mu$ 。当两弹簧恰为原长时，物体位于  $O$  点。现将物体向右拉离  $O$  点至  $x_0$  处(不超过弹性限度)，然后将物体由静止释放。设弹簧被压缩及拉长时其整体并不弯曲，直保持在一直线上。现规定物体从最右端运动到最左端(或从最左端运动到最右端)为一个振动过程。求：

1. 从释放到物体停止运动，物体共进行了多少个振动过程？
2. 从释放到物体停止运动，物体共用了多少时间？
3. 物体最后停在什么位置？
4. 整个过程中物体克服摩擦力做了多少功？

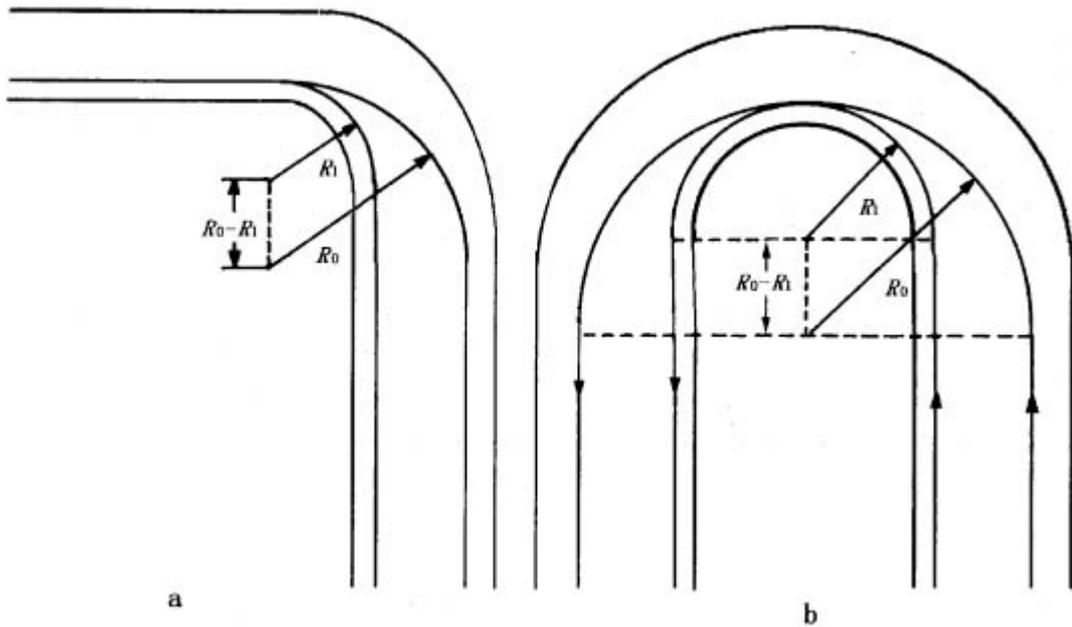


六、(20分)如图所示, 设赛道在同一水平面上, 车轮与地面间的静摩擦系数和动摩擦系数均为  $\mu$ , 且  $\mu$  不随速度变化. 问:

1. 当赛车运动员驾车作  $90^\circ$  转弯时, 应选择 a 图中的半径为  $R_0$  的圆弧外车道还是半径为  $R_1$  的圆弧内车道?

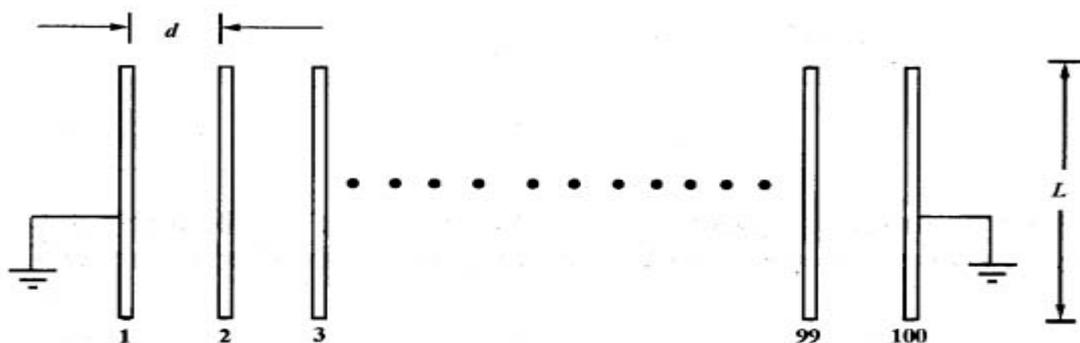
2. 作  $180^\circ$  转弯时, 又应选择 b 图中的哪个车道?

请作出必要的计算并据此得出结论. 为简化起见, 可把赛车作质点处理. 且设赛车在刹车减速时四轮同时刹车, 并假设赛车在加速过程和减速过程中的加速度的绝对值相等, 赛车在直道上高速行驶的速度  $V > \sqrt{\mu g R_0}$ . (空气阻力忽略不计)



七、(25分)有 100 块平行放置的正方形大导体板, 每块边长均为  $L$ , 相邻两板彼此相对的两个表面的间距均为  $d$ ,  $d \ll L$ , 将这些导体板从左至右顺次编号为  $1, 2, \dots, 100$ . 开始每板上都带有净电荷, 已知第 1 块板上的净电量为  $q_1$  (设  $q_1 > 0$ ), 第  $n$  块板上的净电量为  $q_n = nq_1$ . 今将第 1 块和第 100 块导体板接地, 如图所示. 忽略边缘效应. 问:

1. 从第 1 块和第 100 块导体板上流入大地的电量  $\Delta q_1$  和  $\Delta q_{100}$  各为  $q_1$  的多少倍?
2. 上述两板接地后哪块板上的电势最高? 其电势是多少?



# 第 15 届全国中学生物理竞赛决赛试题

## 理论部分

### 一、(15 分)

用两个“爬犁”(雪橇)在水平雪地上运送一根质量为  $m$ 、长为  $l$  的均匀横梁,横梁保持水平,简化示意图见图 1。每个爬犁的上端 A 与被运送的横梁端头固连,下端 B 与雪地接触,假设接触面积很小,一水平牵引力  $F$  作用于前爬犁,作用点到雪地的距离用  $h$  表示。已知前爬犁与雪地间的动摩擦因数为  $\mu_1$ ,后爬犁与雪地间的动摩擦因数为  $\mu_2$ 。问要在前后两爬犁都与雪地接触的条件下,使横梁沿雪地匀速向前移动,  $h$  应满足什么条件? 水平牵引力  $F$  应多大? 设爬犁的质量可忽略不计。

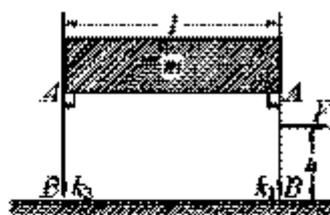


图 1

### 二、(20 分)

1mol 的理想气体经历了一个在  $T$ - $V$  图上标为  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  的循环过程,如图 2 所示。其中,过程  $1 \rightarrow 2$  的方程式为  $T=2T_1(1-\beta V/2)BV$ ,过程  $2 \rightarrow 3$  为经过原点的直线上的一段,过程  $3 \rightarrow 1$  的方程式为  $T=T_1\beta^2 V^2$ ,式中  $\beta$  是常量。状态 1 和 2 的热力学温度已知为  $T_1$  和  $3T_1/4$ 。求该气体在此循环过程中对外所做的功。

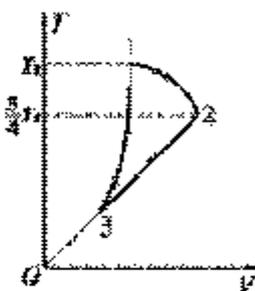


图 2

### 三、(20 分)

焦距  $f$  的数值均相同的三个薄透镜  $L_1$ 、 $L_2$  和  $L_3$ ,依次为凸透镜、凹透镜与凸透镜,它们构成一个共轴光学系统,相邻透镜间的距离均为  $d$ ,各透镜的光心分别为  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$ ,如图 3 所示。在透镜  $L_1$  的左方,位于主轴上的物点  $P$  经过此光学系统最终成像于透镜  $L_3$  右方的  $Q$  点。若距离  $\overline{PO_2} = \overline{O_2Q}$ ,则物点  $P$  与透镜  $L_1$  的距离应

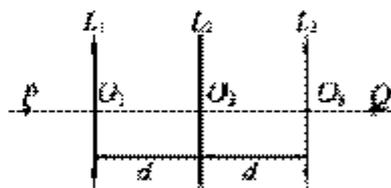


图 3

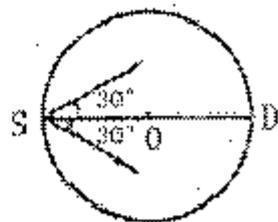
为多少?

### 四、(25 分)

在一条在湖面上以恒定速度行驶的船上,有一与船固连的竖直光滑墙壁,有一个小球沿水平方向射到墙上,相对于岸,小球速度的大小为  $v_1$ ,方向与墙的法线成  $60^\circ$  角,小球自墙反弹时的速度方向正好与小球入射到墙上时的速度方向垂直。则船的速度应满足什么条件? 设小球与墙壁的碰撞是完全弹性的。

### 五、(30 分)

如图 4 所示,在半径为  $R$  的圆形平面内分布有匀强磁场,磁场方向与圆面垂直且指向纸面外,圆面的周界是一刚性的固定的圆环,SD 是圆环的一条直径。一束质量和电量都相等的带正电的粒子以不同的速度沿垂直于磁场的方向从 S 点射入磁场,速度方向与 SD 的夹角不超过  $30^\circ$ ,已知这种粒子在该磁场中做圆周运动的周期为  $T$ 。在 D 点,圆环上有一小孔,只要粒子到达 D 点,该粒子便从小孔穿出磁场区域,设粒子与圆环的碰撞都是完全弹性的,每次碰撞后,粒子的电量不变,不考虑粒子间的相互作用与相互碰撞以及重力的影响,求满足以下条件的哪些粒子在射入磁场时的速度的大小和方向;在磁场内运动的总时间  $T$  且与圆环的碰撞不超过 6 次,其中最后“碰撞”是指刚好到达 D 点。



六、(30分)

两条质量均为  $m$  的相同的均匀细杆 AB、BC 在 B 端相连，杆 AB 的上端与天花板上的固定点相连，杆 BC 的下端 C 与水平地面相触，A 点和 B 点的连接都是光滑的，地面是粗糙的，A 点到地面的距离为杆长的  $\sqrt{2}$  倍，整个系统可在铅直平面内自由转动。 $\theta_1$  和  $\theta_2$

分别为两杆与铅直线的夹角，如图所示：

(1) 试讨论在什么条件下，无论杆与地面间的动摩擦系数多么大，这两杆组成的系统都不可能达到平衡。要求利用计算器数值计算法找出处于这种情况时  $\theta_1$  的取值范围。

(2) 讨论该系统处在各种平衡位置时摩擦力  $f$  的量值（用  $\theta_1$  和  $\theta_2$  表示）和方向。

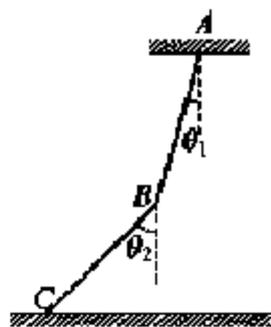


图 5

# 第 16 届全国中学生物理竞赛决赛试题

## 理论部分

### 一、(20 分)

在如图所示的装置中，上下两个容器和连接它们的细长管都是用热容量很小的良导热体做成的，管长为  $l$ ， $K$  为阀门，整个装置与外界绝热。开始时，阀门关闭，两容器中都盛有质量为  $m$ ，单位质量的热容量为  $C$  的某种液体。平衡时，温度都是  $T_0$ 。由于该液体的蒸气分子受到重力的作用，所以平衡时，在管内的气体分布并非均匀分布，而是上疏下密，已知其蒸气压强是按指数规律分布



$$p_h = p_0 \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

式中  $h$  是管内某点距下面容器中液面的高度， $p_h$  是该点的蒸气的压强， $p_0$  是下面容器中液面处（即  $h=0$  处）蒸气的压强， $m$  是一个蒸气分子的质量， $T$  是热力学温度， $k$  是一个常数。现在打开阀门，试论述该系统的状态将发生怎样的变化，并估算出变化最后的结果。

### 二、(20 分)

许多观察表明，自然界的周期性变化常会在地球的动植物身上留下不同的痕迹。鹦鹉螺是一种四亿多年前在地球上繁盛生长的软体动物，它的气室外壳上的波纹生长线数目随其生活的年代不同而不同。1978 年美国科学家卡姆和普姆庇在研究了不同地质年代的鹦鹉螺壳后，发现 9 个当代鹦鹉螺标本的气室外壳上的生长线都是 30 条左右，而 36 例古代鹦鹉螺化石中，地质年代愈古老，生长线的数目愈少：

距今( $10^6$ 年)	29	100	180	320	470
地质年代	新生代渐新世	中生代白垩纪	中生代侏罗纪	古生代石炭纪	古生代奥陶纪
生长线条数	26	22	18	15	9

他们认为这些生长线记录着地球及其周围天体的演变历史，并根据上述数据作了一个大胆的假设：鹦鹉螺外壳上的生长线条数的变化是月球绕地球运动周期随年代变化的反映。试问：由此假设你能得出关于月球运动的什么结论？试通过计算说明此结论。

注：假设从古至今，地球质量和自转周期以及月球的质量都没有发生变化，也不考虑物理常数的变化。

### 三、(20 分)

围绕地球周围的磁场分布是两极强中间弱的空间分布。1958 年，范·艾伦通过人造卫星搜集到的资料研究了带电粒子在地球磁场中的运动情况后，得出了在距地面几千千米和几万千米的高空存在着电磁辐射带（范·艾伦辐射带）的结论。为了研究这种辐射带对太阳风高能

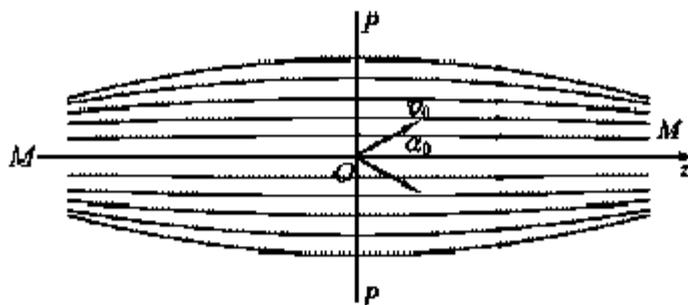


图 2

带电粒子的俘获作用，有人在实验室通过某种装置形成了如图所示的磁场分布区域

MM。在该区域中，磁感应强度  $B$  的大小沿  $z$  轴从左到右，由强变弱，再由弱变强，对称面为  $PP$ 。已知  $z$  轴上  $O$  点磁感强度的大小为  $B_0$ ，两端  $M$  点的磁感强度为  $B_M$ ，现有一束质量均为  $m$ 、电量均为  $q$ 、速度大小均为  $v_0$  的粒子，在  $O$  点以与  $z$  轴成不同的投射角  $\alpha_0$  向右半空间发射。设磁场足够强，粒子只能在由紧邻  $z$  轴的磁感线围成的截面积很小的“磁力管”内运动。试分析说明具有不同的投射角  $\alpha_0$  的粒子在磁场区  $MM$  间的运动情况。

提示：理论上可证明，在细“磁力管”的管壁上粒子垂直于磁场方向的速度  $v_{\perp}$  的平方与磁力管轴上的磁感强度的大小  $B$  之比为一常量。

#### 四、(20分)

如图所示，有两根不同伸长的柔软的轻绳，长度分别为  $l_1$  和  $l_2$ ，它们的下端在  $C$  点相连接并悬挂一质量为  $m$  的重物，上端分别与质量可忽略的小圆环  $A$ 、 $B$  相连，圆环套在圆形水平横杆上。 $A$ 、 $B$  可在横杆上滑动，它们与横杆间的静摩擦因数分别为  $\mu_1$  和  $\mu_2$ 。已知  $l_1$  和  $l_2$  的数值，且  $l_1 < l_2$ 。试求  $\mu_1$  和  $\mu_2$  在各种取值情况下，此系统处于静力平衡时两环之间的距离  $AB$ 。

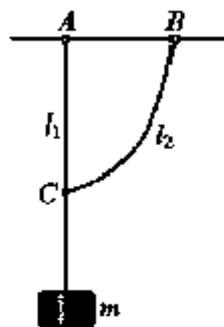


图 3

#### 五、(20分)

有三个质量相等的粒子，粒子 1 与粒子 2 中间夹置一个被充分压缩了的轻质短弹簧，并用轻质细线缚在一起（可视为一个小物体），静止地放置在光滑水平面上。另一个粒子 3 沿该光滑水平面射向它们。粒子 3 和粒子 1 相碰撞并粘在一起运动。然后轻质细线自动崩断，弹簧释放，三个粒子分成两部分：一部分为粒子 2，另一部分为粘在一起的粒子 1、3。已知弹簧被充分压缩时的弹性势能是  $E_p$ 。为了使释放出的粒子 2 的散射角保持在  $30^\circ$  之内，求粒子 3 入射时的动能应满足什么条件。

提示：此处散射角是指粒子 2 射出后的运动方向与粒子 3 入射时的运动方向之间的夹角。

#### 六、(20分)

在光导纤维的制造过程中，由于拉伸速度不均匀，会使拉出的光纤偏离均匀的圆柱体，而呈圆锥状。现把一段长为  $L$ 、折射率为  $n$  ( $n=1.5$ ) 的光纤简化为圆锥体的一部分，其顶角很小，两端截面的半径分别是  $R_1$  和  $R_2$ ， $R_1$  略大于  $R_2$ 。



图 4

图是过光纤轴线的剖面图。

(1) 若将该光纤置于空气中，求在图示平面内从大头入射并能从小头出射的光线的最大入射角。

(2) 计算以最大的入射角入射的光线在光纤中的反射次数。

#### 七、(20分)

爱因斯坦的“等效原理”指出，在不十分大的空间范围和时间间隔内，惯性系中引力作用下的物理规律与没有引力但有适当加速度的非惯性系中的物理规律是相同的。现在研究以下问题。

1. 试从光量子的观点出发，讨论地面附近的重力场中，由地面  $A$  处向距地面  $L$  处的接收器  $B$  发射频率为  $\nu_0$  的激光。试求接收器  $B$  接收到的频率  $\nu$ 。

2. 假设地球对物体没有引力作用。有一个长度为  $L$  的箱子沿其轴线作加速运动，加速度为  $a$ 。箱子的  $A$  端向  $B$  端发射周期为  $T_0$  的激光。试从地面参考系中研究接收器  $B$  所接收到的激光周期。

3. 要使上述两个问题所得到的结论完全等价，问题 2 中箱子的加速度的大小和方向如何？