

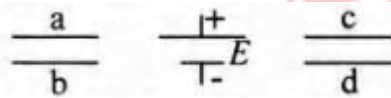
第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1-5	6	7	8	总分
9	10	11	12	
13	14	15	16	

得分	阅卷	复核

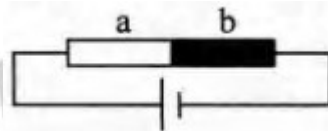
一、选择题. 本题共 5 小题, 每小题 7 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项是正确的, 有的小题有多项是正确的. 把正确选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 7 分, 选对但不全的得 3 分, 选错或不答的得 0 分.

1. 图中 a、b 和 c、d 分别是两个平行板电容器的极板, E 为电池, 彼此相距较远. 用导线将 E 的正极与 a、c 相连, 将 E 的负极与 b、d 相连, 待电容器充电后, 去掉导线. 这时已知 a 带的电荷量大于 c 带的电荷量, 称此状态为原始状态. 现设想用两根导线分别从原始状态出发, 进行以下两次连接: 第一次用一根导线将 a、c 相连, 用另一根导线将 b、d 相连; 第二次用一根导线将 a、d 相连, 用另一根导线将 b、c 相连, 每次连接后都随即移去导线. 下面哪种说法是正确的?



- A. 经过第一次连接, a、b 间的电压下降, c、d 间的电压上升
 - B. 经过第一次连接, a、b 间和 c、d 间的电压都不变
 - C. 经过第二次连接, a、b 间的电压和 c、d 间的电压中有一个上升, 一个下降
 - D. 经过第二次连接, a、b 间的电压和 c、d 间的电压都下降
- []

2. 两根不同金属导体制成的长度相等、横截面积相同的圆柱形杆, 串联后接在某一直流电源两端, 如图所示. 已知杆 a 的质量小于杆 b 的质量, 杆 a 金属的摩尔质量小于杆 b 金属的摩尔质量, 杆 a 的电阻大于杆 b 的电阻, 假设每种金属的每个原子都提供相同数目的自由电子 (载流子). 当电流达到稳恒时, 若 a、b 内存在电场, 则该电场可视为均匀电场. 下面结论中正确的是



- A. 两杆内的电场强度都等于零
 - B. 两杆内的电场强度都不等于零, 且 a 内的场强大于 b 内的场强
 - C. 两杆内载流子定向运动的速度一定相等
 - D. a 内载流子定向运动的速度一定大于 b 内载流子定向运动的速度
- []

3. 一根内径均匀、两端开口的细长玻璃管, 竖直插在水中, 管的一部分在水面上. 现用手指封住管的上端, 把一定量的空气密封在玻璃管中, 以 V_0 表示其体积; 然后把玻璃管沿竖直方向提出水面, 设此时封在玻璃管中的气体体积为 V_1 ; 最后把玻璃管在竖直平面内转过 90° , 使玻璃管处于水平位置, 设此时封在玻璃管中的气体体积为 V_2 . 则有

- A. $V_1 > V_0 = V_2$
- B. $V_1 > V_0 > V_2$
- C. $V_1 = V_2 > V_0$
- D. $V_1 > V_0, V_2 > V_0$

4. 一块足够长的白板, 位于水平桌面上, 处于静止状态. 一石墨块 (可视为质点) 静止在白板上. 石墨块与白板间有摩擦, 滑动摩擦系数为 μ . 突然, 使白板以恒定的速度 v_0 做匀

速直线运动，石墨块将在板上划下黑色痕迹。经过某一时间 t ，令白板突然停下，以后不再运动。在最后石墨块也不再运动时，白板上黑色痕迹的长度可能是（已知重力加速度为 g ，不计石墨与板摩擦划痕过程中损失的质量）

- A. $\frac{v_0^2}{2\mu g}$ B. $v_0 t$ C. $v_0 t - \frac{1}{2}\mu g t^2$ D. $\frac{v_0^2}{\mu g}$

[]

5. 如图 1 所示，一个电容为 C 的理想电容器与两个阻值皆为 R 的电阻串联后通过电键 K 连接在电动势为 E 的直流电源的两端，电源的内电阻忽略不计，电键 K 是断开的，在 $t=0$ 时刻，闭合电键 K ，接通电路，在图 2 中给出了六种电压 V 随时间 t 变化的图线 a、b、c、d、e、f，现从其中选出三种图线用来表示图 1 所示电路上 1、2、3、4 四点中某两点间的电压随时间 t 的变化，下面四个选项中正确的是

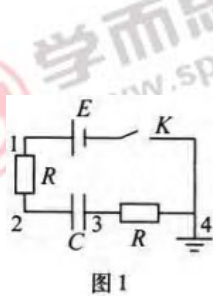


图 1

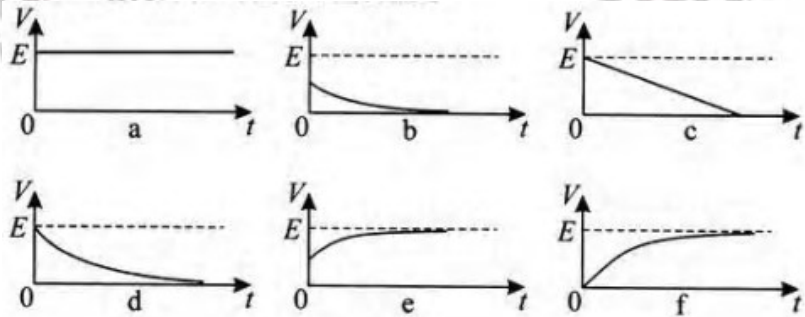


图 2

- A. a、b、f B. a、e、f C. b、d、e D. c、d、e

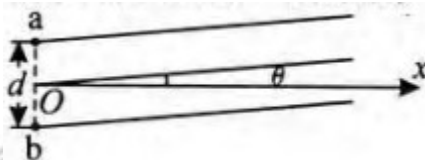
[]

二、填空题和作图题。把答案填在题中的横线上或把图画在题中指定的地方。只要给出结果，不需写出求得结果的过程。

得分	阅卷	复核

6. (8分) 传统的雷达天线依靠转动天线来搜索空中各个方向的目标，这严重影响了搜索的速度。现代的“雷达”是“相位控制阵列雷达”，它是由数以万计的只有几厘米或更小的小天线按一定的顺序排列成的天线阵，小天线发出相干的电磁波，其初相位可通过电子计算机调节，从而可改变空间干涉极强的方位，这就起了快速扫描搜索空中各个方向目标的作用。对下面的简单模型的研究，有助于了解改变相干波的初相位差对空间干涉极强方位的影响。

图中 a、b 为相邻两个小天线，间距为 d ，发出波长为 λ 的相干电磁波。Ox 轴通过 a、b 的中点且垂直于 a、b 的连线。若已知当 a、b 发出的电磁波在 a、b 处的初相位相同即相位差为 0 时，将在与 x 轴成 θ 角 (θ 很小) 方向的远处形成干涉极强，现设法改变 a、b 发出的电磁波的初相位，使 b 的初相位比 a 的落后一个小量 φ ，结果，原来相干极强的方向将从 θ 变为 θ' ，则 $\theta - \theta'$ 等于_____。



得分	阅卷	复核

7. (8分) He-Ne 激光器产生的波长为 $6.33 \times 10^{-7} \text{m}$ 的谱线是 Ne 原子从激发态能级 (用 E_1 表示) 向能量较低的激发态能级 (用 E_2 表示) 跃迁时发生的；波长为 $3.39 \times 10^{-6} \text{m}$ 的谱线是 Ne 原子从能级 E_1 向能级较低的激发态能级 (用 E_3 表示) 跃迁时发生的。已知普朗克常量 h 与光速 c 的乘积 $hc = 1.24 \times 10^{-6} \text{m} \cdot \text{eV}$ 。由此可知 Ne 的激发态能级 E_3 与 E_2

的能最差为_____eV.

得分	阅卷	复核

8. (8 分) 一列简谐横波沿 x 轴负方向传播, 传播速度 $v=200\text{m/s}$. 已知位于坐标原点 ($x=0$) 处的质元的振动图线如图 1 所示. 试在图 2 中画出, $t=40\text{ms}$, 时该简谐波的波形图线 (不少于一个波长).

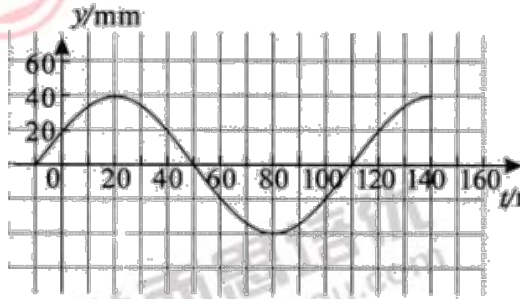


图 1

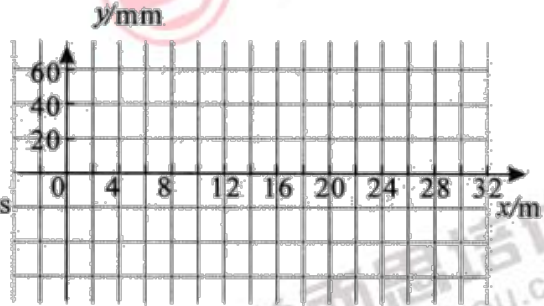


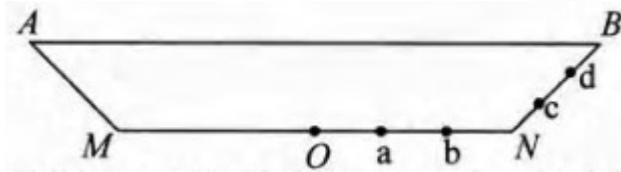
图 2

得分	阅卷	复核

9. (8 分) 图示为某一圆形水池的示意图 (竖直截面). AB 为池中水面的直径, MN 为水池底面的直径, O 为圆形池底的圆心. 已知 ON 为 11.4m , AM 、 BN 为斜坡, 池中水深 5.00m , 水的折射率为 $4/3$. 水的透明度极好, 不考虑水的吸收. 图中 a 、 b 、 c 、 d 为四个发光点, 天空是蓝色的, 水面是平的. 在池底中心处有一凹槽, 一潜水员仰卧其中, 他的眼睛位于 O 处, 仰视水面的最大范围的直径为 AB .

(i) 潜水员仰视时所看到的蓝天图象对他的眼睛所张的视角为_____

(ii) 四个发光点 a 、 b 、 c 、 d 中, 其发出的光能通过全反射到达潜水员眼睛的是_____



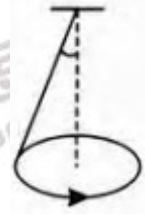
三、计算题. 解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

得分	阅卷	复核

10. (19 分) 试分析下面两个实验操作中的误差 (或失误) 对实验结果的影响.

(i) 用“插针法”测量玻璃的折射率时, 要先将透明面平行的玻璃砖放置在铺平的白纸上, 然后紧贴玻璃砖的两个透明面, 分别画出两条直线, 在实验中便以这两条直线间的距离作为透明面之间的距离. 如果由于操作中的误差, 使所画的两条直线间的距离大于玻璃砖两透明面间的实际距离, 问这样测得的折射率与实际值相比, 是偏大, 偏小, 还是相同? 试给出简要论证

(ii) 在用单摆测量重力加速度 g 时, 由于操作失误, 致使摆球不在同一竖直平面内运动, 而是在一个水平面内作圆周运动, 如图所示. 这时如果测出摆球作这种运动的周期, 仍用单摆的周期公式求出重力加速度, 问这样求出的重力加速度与重力加速度的实际值相比, 哪个大? 试定量比较.



得分	阅卷	复核

11. (18分) 现有以下器材: 电流表一只(量程适当, 内阻可忽略不计, 带有按钮开关 K_1 , 按下按钮, 电流表与电路接通, 有电流通过电流表, 电流表显出一定的读数), 阻值已知为 R 的固定电阻一个, 阻值未知的待测电阻 R_x 一个, 直流电源一个(电动势 ε 和内阻 r 待测), 单刀双掷开关 K 一个, 接线用的导线若干.

试设计一个实验电路, 用它既能测量直流电源的电动势 ε 和内阻 r , 又能测量待测电阻的阻值 R_x (注意: 此电路接好后, 在测量过程中不许再拆开, 只许操作开关, 读取数据). 具体要求:

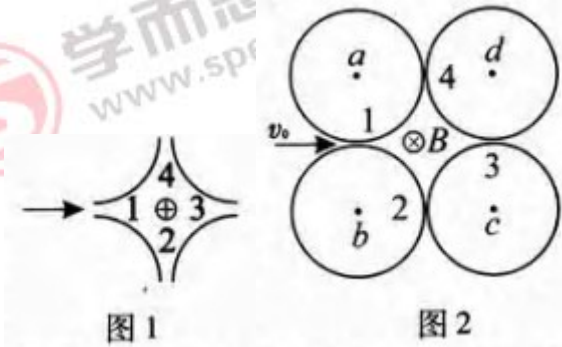
- (i) 画出所设计的电路图.
- (ii) 写出测量 ε 、 r 和 R_x 主要的实验步骤.
- (iii) 导出用已知量和实验中测量出的量表示的 ε 、 r 和 R_x 的表达式.

得分	阅卷	复核

12. (18分) 一静止的原子核 A 发生 α 衰变后变成原子核 B , 已知原子核 A 、原子核 B 和 α 粒子的质量分别为 m_A 、 m_B , 和 m_α , 光速为 c (不考虑质量与速度有关的相对论效应), 求衰变后原子核 B 和 α 粒子的动能.

得分	阅卷	复核

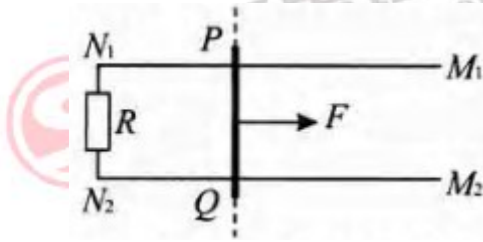
13. (18 分) 近代的材料生长和微加工技术, 可制造出一种使电子的运动限制在半导体的一个平面内 (二维) 的微结构器件, 且可做到电子在器件中像子弹一样飞行, 不受杂质原子射散的影响. 这种特点可望有新的应用价值. 图 1 所示为四端十字形. 二维电子气半导体, 当电流从 1 端进入时, 通过控制磁场的作用, 可使电流从 2, 3, 或 4 端流出. 对下面模拟结构的研究, 有助于理解电流在上述四端十字形导体中的流动. 在图 2 中, a 、 b 、 c 、 d 为四根半径都为 R 的圆柱体的横截面, 彼此靠得很近, 形成四个宽度极窄的狭缝 1、2、3、4, 在这些狭缝和四个圆柱所包围的空间 (设为真空) 存在匀强磁场, 磁场方向垂直于纸面指向纸里. 以 B 表示磁感应强度的大小. 一个质量为 m 、电荷量为 q 的带正电的粒子, 在纸面内以速度 v_0 沿与 a 、 b 都相切的方向由缝 1 射入磁场内, 设粒子与圆柱表面只发生一次碰撞, 碰撞是弹性的, 碰撞时间极短, 且碰撞不改变粒子的电荷量, 也不受摩擦力作用. 试求 B 为何值时, 该粒子能从缝 2 处且沿与 b 、 c 都相切的方向射出.



得分	阅卷	复核

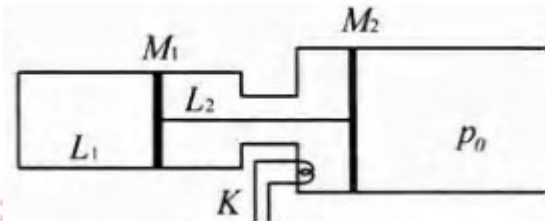
14. (20 分) 如图所示, $M_1N_1N_2M_2$ 是位于光滑水平桌面上的刚性 U 型金属导轨, 导轨中接有阻值为 R 的电阻, 它们的质量为 m_0 . 导轨的两条轨道间的距离为 l , PQ 是质量为 m 的金属杆, 可在轨道上滑动, 滑动时保持与轨道垂直, 杆与轨道的接触是粗糙的, 杆与导轨的电阻均不计. 初始时, 杆 PQ 于图中的虚线处, 虚线的右侧为一匀强磁场区域, 磁场方向垂直于桌面, 磁感应强度的大小为 B . 现有一位于导轨平面内的与轨道平行的恒力 F 作用于 PQ 上, 使之从静止开始在轨道上向右作加速运动. 已知经过时间 t , PQ 离开虚线

的距离为 x ，此时通过电阻的电流为 I_0 ，导轨向右移动的距离为 x_0 （导轨的 N_1N_2 部分尚未进入磁场区域）。求在此过程中电阻所消耗的能量。不考虑回路的自感。



得分	阅卷	复核

15. (20分) 图中 M_1 和 M_2 是绝热气缸中的两个活塞，用轻质刚性细杆连结，活塞与气缸壁的接触是光滑的、不漏气的， M_1 是导热的， M_2 是绝热的，且 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍。 M_1 把一定质量的气体封闭在气缸的 L_1 部分， M_1 和 M_2 把一定质量的气体封闭在气缸的 L_2 部分， M_2 的右侧为大气，大气的压强 P_0 是恒定的。 K 是加热 L_2 中气体用的电热丝。 初始时，两个活塞和气体都处在平衡状态，分别以 V_{10} 和 V_{20} 表示 L_1 和 L_2 中气体的体积。 现通过 K 对气体缓慢加热一段时间后停止加热，让气体重新达到平衡态，这时，活塞未被气缸壁挡住。 加热后与加热前比， L_1 和 L_2 中气体的压强是增大了、减小了还是未变？ 要求进行定量论证。



得分	阅卷	复核

16. (20分) 一个质量为 m_1 的废弃人造地球卫星在离地面 $h=800\text{km}$

高空作圆周运动，在某处和一个质量为 $m_2 = m_1/9$ 的太空碎片发生迎头正碰，碰撞时间极短，碰后二者结合成一个物体并作椭圆运动。碰撞前太空碎片作椭圆运动，椭圆轨道的半长轴为 7500km，其轨道和卫星轨道在同一平面内。已知质量为 m 的物体绕地球作椭圆运动时，其总能量即动能与引力势能之和 $E = -G \frac{Mm}{2a}$ ，式中 G 是引力常量， M 是地球的质量， a 为椭圆轨道的半长轴。设地球是半径 $R=6371\text{km}$ 的质量均匀分布的球体，不计空气阻力。

- (i) 试定量论证碰后二者结合成的物体会不会落到地球上。
- (ii) 如果此事件是发生在北级上空（地心和北极的连线方向上），碰后二者结合成的物体与地球相碰处的纬度是多少？

第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题。(共 35 分)

答案:

1. B, D 2. B 3. A 4. A, C 5. A, B

评分标准:

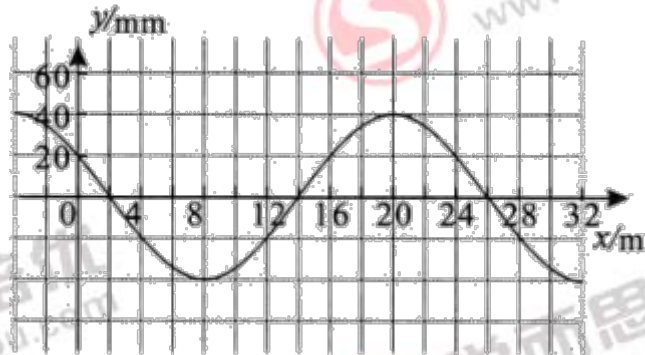
每小题 7 分。在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项是正确的, 有的小题有多项是正确的。全部选对的得 7 分。选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分。

二、填空题和作图题。共 32 分, 每小题 8 分。按各小题的答案和评分标准给分。

6. 答案与评分标准: $\frac{\phi\lambda}{2\pi d}$ (8 分)

7. 答案与评分标准: 1.59 (8 分)

8. 答案:



评分标准: 8 分。有任何错误都给 0 分。

9. 答案与评分标准:

(i) 97.2° (4 分)

(ii) c、d (两个都对得 4 分, 只填一个且正确得 2 分, 有填错的得 0 分)

10. 参考解答:

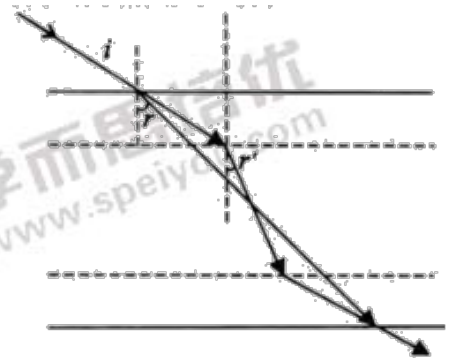
(i) 以两条实线代表在白纸上所画出的直线, 以两条虚线代表玻璃砖的两个透明面, 根据题意, 实线间的距离大于虚线间的距离, 如图所示。根据实线位置定出的折射角为 γ , 按实际的玻璃砖两透明面的位置即虚线定出的折射角为 γ' , 由图知

$$\gamma > \gamma' \quad (1)$$

由折射定律 $\sin i = n \sin \gamma$ (2)

令入射角 i 相等, 当折射角偏大时, 测出的折射率将偏小。

(ii) 以 l 表示摆长, θ 表示摆线与竖直方向的夹角, m 表示摆球的质量, F 表示摆线对摆球的拉力, T 表示摆球作题图所示运



动的周期。有 $F \sin \theta = ml \sin \theta \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ (1)

$$F \cos \theta = mg \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}} \quad (3)$$

而单摆的周期公式为 $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

即使在单摆实验中，摆角很小， $\theta < 5^\circ$ ，但 $\cos\theta < 1$ ，这表示对于同样的摆长 l ，摆球在水平面内作圆周运动的周期 T 小于单摆运动的周期 T' ，所以把较小的周期通过 (4) 求出的重力加速度的数值将大于 g 的实际值。

评分标准： 本题 19 分。

第 (i) 小题 9 分。得到 (1) 式给 4 分，得到正确结论给 5 分。只有结论给 0 分。

第 (ii) 小题 10 分。得到 (3) 式给 5 分，得到正确结论给 5 分。只有结论给 0 分。

11. 参考解答：

解法一

(i) 电路如右图所示，

(ii) 实验步骤：

(1) 将单向双掷开关 K 置于空位，按所设计的电路图接线。

(2) 按下电流表上的按钮开关 K_1 ，读下电流表的示数 I_1 。

(3) 将 K 打向左侧与 a 接通，读下电流表的示数 I_2 。

(4) 将 K 打向右侧与 b 接通，读下电流表的示数 I_3 。

(iii) 由欧姆定律有

$$\varepsilon = I_1 R + I_1 r \quad (1)$$

$$\varepsilon = I_2 r + I_2 \frac{RR_x}{R + R_x} \quad (2)$$

$$I_3 R = \left(\frac{\varepsilon}{\frac{RR_x}{R + R_x} + r} - I_3 \right) R_x \quad (3)$$

解以上三式得

$$\varepsilon = \frac{(I_2 - I_3)I_1 R}{I_2 - I_1} \quad (4)$$

$$r = \frac{(I_1 - I_3)R}{I_2 - I_1} \quad (5)$$

$$R_x = \frac{I_3 R}{I_2 - I_3} \quad (6)$$

评分标准： 本题 18 分。

第 (i) 小题 9 分。若所设计的电路无法根据题的要求测出所有的应测电流，都得 0 分。

第 (ii) 题 3 分。在电路正确的前提下，每测一个电流的步骤占 1 分。

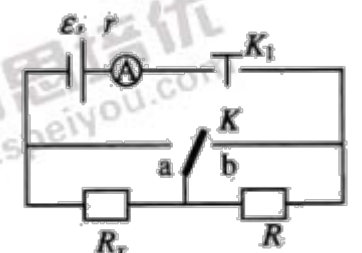
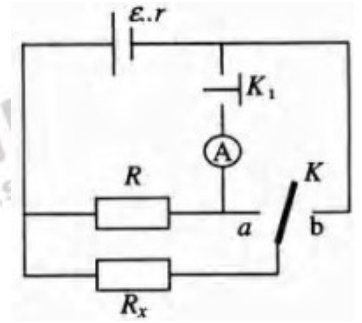
第 (iii) 题 6 分。(4)、(5)、(6) 式各 2 分。

解法二

(i) 电路如右图所示。

(ii) 实验步骤：

(1) 将单向双掷开关 K 置于空位，按所设计的电路图接线。



- (2) 按下电流表上的按钮开关 K_1 , 读下电流表的示数 I_1 .
 (3) 将 K 打向左侧与 a 接通, 读下电流表的示数 I_2 .
 (4) 将 K 打向右侧与 b 接通, 读下电流表的示数 I_3 .

(iii) 由欧姆定律有

$$\varepsilon = I_1(R + R_x + r) \quad (1)$$

$$\varepsilon = I_2(R + r) \quad (2)$$

$$\varepsilon = I_3(R_x + r) \quad (3)$$

解以上三式得

$$\varepsilon = \frac{I_1 I_3 R}{I_3 - I_1} \quad (4)$$

$$r = \frac{I_1 I_2 + I_1 I_3 - I_2 I_3}{I_2 (I_3 - I_1)} R \quad (5)$$

$$R_x = \frac{I_3 (I_2 - I_1)}{I_2 (I_3 - I_1)} R \quad (6)$$

评分标准: 本题 18 分.

第 (i) 小题 9 分. 若所设计的电路无法根据题的要求测出所有的应测电流, 都得 0 分.

第 (ii) 题 3 分. 在电路正确的前提下, 每测一个电流的步骤占 1 分.

第 (iii) 题 6 分. (4)、(5)、(6) 式各 2 分.

12. 参考解答:

设 α 粒子速度的大小为 v_α , 原子核 B 速度的大小为 v_B , 在衰变过程中动量守恒, 有

$$m_\alpha v_\alpha + m_B v_B = 0 \quad (1)$$

衰变过程中能量守恒, 有

$$m_A c^2 = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 + m_\alpha c^2 + m_B c^2 \quad (2)$$

解 (1)、(2) 二式得

$$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_B} (m_A - m_B - m_\alpha) c^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{m_B}{m_\alpha + m_B} (m_A - m_B - m_\alpha) c^2 \quad (4)$$

评分标准: 本题 18 分.

(1) 式 4 分, (2) 式 8 分, (3)、(4) 各 3 分.

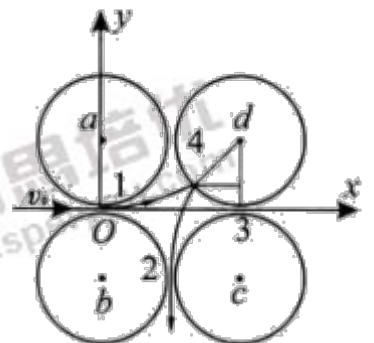
13. 参考解答:

解法一

在图中纸面内取 Oxy 坐标 (如图), 原点在狭缝 1 处, x 轴过缝 1 和缝 3. 粒子从缝 1 进入磁场, 在洛伦兹力作用下作圆周运动, 圆轨道在原点与 x 轴相切, 故其圆心必在 y 轴上. 若以 r 表示此圆的半径, 则圆方程为

$$x^2 + (y - r)^2 = r^2 \quad (1)$$

根据题的要求和对称性可知, 粒子在磁场中作圆周运动时应与 d 的柱



面相碰于缝 3、4 间的圆弧中点处，碰撞处的坐标为

$$x=2R-R\sin 45^{\circ} \quad (2)$$

$$y=R-R\cos 45^{\circ} \quad (3)$$

由 (1)、(2)、(3) 式得 $r=3R$ (4)

由洛伦兹力和牛顿定律有 $qv_0B = m\frac{v_0^2}{r}$ (5)

由 (4)、(5) 式得 $B = \frac{mv_0}{3qR}$ (6)

评分标准： 本题 18 分.

(1)、(2)、(3) 式各 4 分，(4)、(5)、(6) 式各 2 分.

解法二

如图所示，A 为 a、b 两圆圆心的连线与缝 1 的交点，F 为 c、d 两圆圆心的连线与缝 3 的交点. 从 1 缝中射入的粒子在磁场作用下与圆柱 d 的表面发生弹性碰撞后，反弹进入缝 2，这个过程一定对连结 b、d 两圆圆心的直线 OP 对称，故直线 OP 与 d 圆的交点 C 必是碰点. 由于粒子在磁场中做圆运动过 A 点，因此这个轨道的圆心必在过 A 点并垂直于 AF 的直线 AE 上；同时这个轨道经过 C 点，所以轨道的圆心也一定在 AC 的垂直平分线 DE 上. 这样 AE 与 DE 的交点 E 就是轨道的圆心，AE 就是轨道的半径 r. 过 C 点作 AF 的垂线与 AF 交于 H 点，则

$$\triangle AHC \sim \triangle EDA$$

有 $r = \frac{AC}{HC} AD$ (1)

由图可知

$$HC = R - \frac{\sqrt{2}}{2} R \quad (2)$$

$$AH = 2R - \frac{\sqrt{2}}{2} R \quad (3)$$

$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} \quad (4)$$

$$AD = \frac{1}{2} AC \quad (5)$$

由以上各式得 $r=3R$ (6)

由洛伦兹力和牛顿定律有 $qv_0B = m\frac{v_0^2}{r}$ (7)

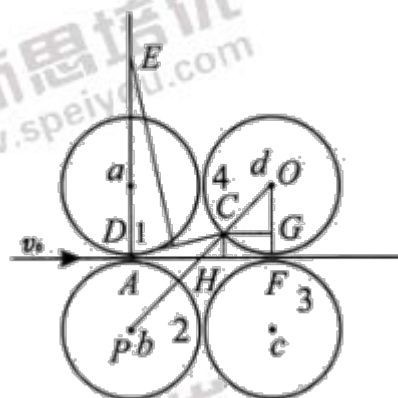
得到 $B = \frac{mv_0}{3qR}$ (8)

评分标准： 本题 18 分.

(1) 式 8 分，(2)、(3) (4)、(5) 式各 1 分，(6)、(7)、(8) 式各 1 分.

14. **参考解答：**

杆 PQ 在磁场中运动时，受到的作用力有：外加恒力 F ，方向向右；磁场的安培力，其



大小 $F_B = BIl$ ，方向向左，式中 I 是通过杆的感应电流，其大小与杆的速度有关；摩擦力，大小为 F_μ ，方向向左。根据动能定理，在所考察过程中作用于杆的合力做的功等于杆所增加的动能，即有

$$W_F + W_{F_B} + W_{F_\mu} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

式中 v 为经过时间 t 杆速度的大小， W_F 为恒力 F 对杆做的功， W_{F_B} 为安培力对杆做的功， W_{F_μ} 为摩擦力对杆做的功。恒力 F 对杆做的功

$$W_F = Fx \quad (2)$$

因安培力的大小是变化的，安培力对杆做的功用初等数学无法计算，但杆克服安培力做的功等于电阻所消耗的能量，若以 E_R 表示电阻所消耗的能量，则有

$$-W_{F_B} = E_R \quad (3)$$

摩擦力 F_μ 是恒力，它对杆做的功

$$W_{F_\mu} = -F_\mu x \quad (4)$$

但 F_μ 未知。因 U 型导轨在摩擦力作用下做匀加速运动，若其加速度为 a ，则有

$$F_\mu = m_0 a \quad (5)$$

而

$$a = 2x_0/t^2 \quad (6)$$

由 (4)、(5)、(6) 三式得 $W_{F_\mu} = -2m_0 \frac{x_0 x}{t^2}$ (7)

经过时间 t 杆的速度设为 v ，则杆和导轨构成的回路中的感应电动势

$$\varepsilon = Blv \quad (8)$$

根据题意，此时回路中的感应电流

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} \quad (9)$$

由 (8)、(9) 式得

$$v = \frac{I_0 R}{Bl} \quad (10)$$

由 (1)、(2)、(3)、(7)、(10) 各式得

$$E_R = (F - 2m_0 \frac{x_0}{t^2})x - \frac{1}{2}m \frac{I_0^2 R^2}{B^2 l^2} \quad (11)$$

评分标准： 本题 20 分。

(1) 式 3 分，(2) 式 1 分，(3) 式 4 分，(7) 式 4 分，(10) 式 5 分，(11) 式 3 分。

15. 参考解答：

解法一

用 n_1 和 n_2 分别表示 L_1 和 L_2 中气体的摩尔数， P_1 、 P_2 和 V_1 、 V_2 分别表示 L_1 和 L_2 中气体处在平衡态时的压强和体积， T 表示气体的温度（因为 M_1 是导热的，两部分气体的温度相等），由理想气体状态方程有

$$p_1 V_1 = n_1 RT \quad (1)$$

$$P_2 V_2 = n_2 RT \quad (2)$$

式中 R 为普适气体常量。若以两个活塞和轻杆构成的系统为研究对象，处在平衡状态时有

$$p_1 S_1 - p_2 S_1 + p_2 S_2 - p_0 S_2 = 0 \quad (3)$$

已知

$$S_2 = 2S_1 \quad (4)$$

由 (3)、(4) 式得

$$p_1 + p_2 = 2p_0 \quad (5)$$

由 (1)、(2)、(5) 三式得

$$p_1 = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 V_2}{V_1 + \frac{n_1}{n_2} V_2} \quad (6)$$

若 (6) 式中的 V_1 、 V_2 是加热后 L_1 和 L_2 中气体的体积, 则 p_1 就是加热后 L_1 中气体的压强. 加热前 L_1 中气体的压强则为

$$p_{10} = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 V_{20}}{V_{10} + \frac{n_1}{n_2} V_{20}} \quad (7)$$

设加热后, L_1 中气体体积的增加量为 ΔV_1 , L_2 中气体体积的增加量为 ΔV_2 , 因连结两活塞的杆是刚性的, 活塞 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍, 故有

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V \quad (8)$$

加热后, L_1 和 L_2 中气体的体积都是增大的, 即 $\Delta V > 0$. [若 $\Delta V < 0$, 即加热后, 活塞是向左移动的, 则大气将对封闭在气缸中的气体做功, 电热丝又对气体加热, 根据热力学第一定律, 气体的内能增加, 温度将上升, 而体积是减小的, 故 L_1 和 L_2 中气体的压强 p_1 和 p_2 都将增大, 这违反力学平衡条件 (5) 式]

于是有 $V_1 = V_{10} + \Delta V$ (9)

$$V_2 = V_{20} + \Delta V \quad (10)$$

由 (6)、(7)、(9)、(10) 四式得

$$p_1 - p_{10} = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 (V_{10} - V_{20}) \Delta V}{[V_{10} + \Delta V + \frac{n_1}{n_2} (V_{20} + \Delta V)] (V_{10} + \frac{n_1}{n_2} V_{20})} \quad (11)$$

由 (11) 式可知, 若加热前 $V_{10} = V_{20}$, 则 $p_1 = p_{10}$, 即加热后 p_1 不变, 由 (5) 式知 p_2 亦不变; 若加热前 $V_{10} < V_{20}$, 则 $p_1 < p_{10}$, 即加热后 p_1 必减小, 由 (5) 式知 p_2 必增大; 若加热前 $V_{10} > V_{20}$, 则 $p_1 > p_{10}$, 即加热后 p_1 必增大, 由 (5) 式知 p_2 必减小.

评分标准: 本题 20 分.

得到 (5) 式得 3 分, 得到 (8) 式得 3 分, 得到 (11) 式得 8 分, 最后结论得 6 分.

解法二

设加热前 L_1 和 L_2 中气体的压强和体积分别为 p_{10} 、 p_{20} 和 V_{10} 、 V_{20} , 以 p_1 、 p_2 和 V_1 、 V_2 分别表示加热后 L_1 和 L_2 中气体的压强和体积, 由于 M_1 是导热的, 加热前 L_1 和 L_2 中气体的温度是相等的, 设为 T_0 , 加热后 L_1 和 L_2 中气体的温度也相等, 设为 T . 因加热前、后两个活塞和轻杆构成的系统都处在力学平衡状态, 注意到 $S_2 = 2S_1$, 力学平衡条件分别为

$$p_{10} + p_{20} = 2p_0 \quad (1)$$

$$p_1 + p_2 = 2p_0 \quad (2)$$

由 (1)、(2) 两式得

$$p_1 - p_{10} = -(p_2 - p_{20}) \quad (3)$$

根据理想气体状态方程, 对 L_1 中的气体有

$$\frac{p_1 V_1}{p_{10} V_{10}} = \frac{T}{T_0} \quad (4)$$

对 L₂ 中的气体有

$$\frac{p_2 V_2}{p_{20} V_{20}} = \frac{T}{T_0} \quad (5)$$

由 (4)、(5) 两式得

$$\frac{p_1 V_1}{p_{10} V_{10}} = \frac{p_2 V_2}{p_{20} V_{20}} \quad (6)$$

(6) 式可改写成

$$\left(1 + \frac{p_1 - p_{10}}{p_{10}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{10}}\right) = \left(1 + \frac{p_2 - p_{20}}{p_{20}}\right) \left(1 + \frac{V_2 - V_{20}}{V_{20}}\right) \quad (7)$$

因连结两活塞的杆是刚性的，活塞 M₂ 的横截面积是 M₁ 的 2 倍，故有

$$V_1 - V_{10} = V_2 - V_{20} \quad (8)$$

把 (3)、(8) 式代入 (7) 式得

$$\left(1 + \frac{p_1 - p_{10}}{p_{10}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{10}}\right) = \left(1 - \frac{p_1 - p_{10}}{p_{20}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{20}}\right) \quad (9)$$

若 V₁₀ = V₂₀，则由 (9) 式得 p₁ = p₁₀，即若加热前，L₁ 中气体的体积等于 L₂ 中气体的体积，则加热后 L₁ 中气体的压强不变，由 (2) 式可知加热后 L₂ 中气体的压强亦不变。

若 V₁₀ < V₂₀，则由 (9) 式得 p₁ < p₁₀，即若加热前，L₁ 中气体的体积小于 L₂ 中气体的体积，则加热后 L₁ 中气体的压强必减小，由 (2) 式可知加热后 L₂ 中气体的压强必增大。

若 V₁₀ > V₂₀，则由 (9) 式得 p₁ > p₁₀，即若加热前，L₁ 中气体的体积大于 L₂ 中气体的体积，则加热后 L₁ 中气体的压强必增大，由 (2) 式可知加热后 L₂ 中气体的压强必减小。

评分标准： 本题 20 分。

得到 (1) 式和 (2) 式或得到 (3) 得 3 分，得到 (8) 式得 3 分，得到 (9) 式得 8 分，最后结论得 6 分。

16. 参考解答：

(i) 图 1 为卫星和碎片运行轨道的示意图。以 v₁ 表示碰撞前卫星作圆周运动的速度，以 M 表示地球 E 的质量，根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm_1}{(R+h)^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R+h} \quad (1)$$

式中 G 是引力常量。由 (1) 式得

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{R}{R+h}} \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (2)$$

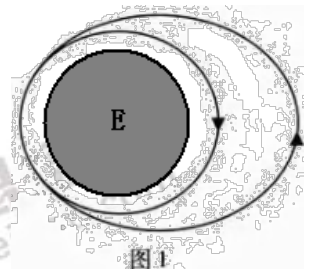
以 v₂ 表示刚要碰撞时太空碎片的速度，因为与卫星发生碰撞时，碎片到地心的距离等于卫星到地心的距离，根据题意，太空碎片作椭圆运动的总能量

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - G \frac{Mm_2}{R+h} = -G \frac{Mm_2}{2a} \quad (3)$$

式中 a 为椭圆轨道的半长轴。由 (3) 式得

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R+h} - \frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{2R}{R+h} - \frac{R}{a}} \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (4)$$

卫星和碎片碰撞过程中动量守恒，有



$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \quad (5)$$

这里 v 是碰后二者结合成的物体（简称结合物）的速度。由（5）式得

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

由（2）、（4）、（6）三式并代人有关数据得

$$v = 0.7520 \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (7)$$

结合物能否撞上地球，要看其轨道（椭圆）的近地点到地心的距离 r_{\min} ，如果 $r_{\min} < R$ ，则结合物就撞上地球。为此我们先来求结合物轨道的半长轴 a' 。结合物的总能量

$$-G \frac{M(m_1 + m_2)}{2a'} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - G \frac{M(m_1 + m_2)}{R+h} \quad (8)$$

代人有关数据得 $a' = 5259 \text{ km}$

结合物轨道的近地点到地心的距离

$$r_{\min} = 2a' - (R+h) = 3347 \text{ km} < R \quad (10)$$

据此可以判断，结合物最后要撞上地球。

(ii) 解法一

在极坐标中讨论。取极坐标，坐标原点在地心处，极轴由北极指向南极，如图 2 所示。碰撞点在北极上空，是椭圆轨道的远地点，结合物轨道的椭圆方程

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (11)$$

式中 e 是偏心率， p 是椭圆的半正焦弦，远地点到地心的距离

$$r_{\max} = R+h \quad (12)$$

由解析几何有

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2a'} (= 0.3635) \quad (13)$$

在轨道的近地点， $r=r_{\min}$ ， $\theta=0$ ，由（11）式得

$$p = r_{\min}(1+e) (= 4563 \text{ km}) \quad (14)$$

或有

$$p = r_{\max}(1-e) \quad (15)$$

在结合物撞击地球处： $r=R$ ，由（11）式有

$$R = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (16)$$

$$\text{或} \quad \cos \theta = \frac{p-R}{eR} \quad (17)$$

代人有关数据可得

$$\cos \theta = -0.7807 \quad (18)$$

$$\theta = 141.32^\circ \quad (19)$$

这是在北纬 51.32° 。

评分标准： 本题 20 分。

第 (i) 小题 12 分。(1) 或 (2)、(3) 或 (4)、(5) 或 (6) 式各 2 分，(8) 式 3 分，(10) 式 3 分。

第 (ii) 小题 8 分。(11)、(12)、(13)、(14) 或 (15)、(16) 或 (17) 式各 1 分，(19) 式 2 分（答案在 141° 到 142° 之间的都给 2 分），正确指出纬度给 1 分。

解法二

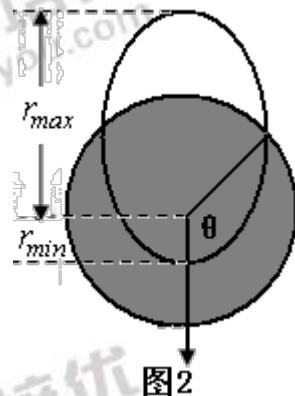


图 2

在直角坐标中讨论. 取直角坐标系, 以椭圆的对称中心为坐标原点 O , x 轴通过近地点和远地点并由远地点指向近地点, 如图 3 所示. 结合物轨道的椭圆方程是

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1 \quad (20)$$

式中 a' 、 b' 分别为结合物椭圆轨道的半长轴和半短轴. 远地点到地心的距离

$$r_{\max} = R + h \quad (21)$$

根据解析几何, 若 c 为地心与坐标原点间的距离,

$$c = r_{\max} - a' (=1912\text{km}) \quad (22)$$

$$\text{而 } b' = \sqrt{a'^2 - c^2} \quad (23)$$

注意到 a' 由 (9) 式给出, 得

$$b' = 4899\text{km} \quad (24)$$

结合物撞击地面处是结合物的椭圆轨道与地面的交点, 设该处的坐标为 x_p 和 y_p , 则有

$$x_p = R \cos \theta + c \quad (25)$$

$$y_p = R \sin \theta \quad (26)$$

式中 θ 为从地心指向撞击点的矢径与 x 方向的夹角. 因撞击点在结合物的轨道上, 将 (24)、(25) 式代入轨道方程 (20) 式, 经整理得

$$R^2(b'^2 - a'^2)\cos^2 \theta + 2b'^2 c R \cos \theta - a'^2 b'^2 + a'^2 R^2 = 0 \quad (27)$$

引入以下符号并代入有关数据得

$$\alpha = R^2(b'^2 - a'^2) (= -1484 \times 10^{11} \text{km})$$

$$\beta = 2b'^2 c R (= 5846 \times 10^{11} \text{km})$$

$$\gamma = b'^2 c^2 - a'^2 b'^2 + a'^2 R^2 (= 5465 \times 10^{11} \text{km})$$

代入 (27) 式得

$$\alpha \cos^2 \theta + \beta \cos \theta + \gamma = 0 \quad (28)$$

$$\text{解得 } \cos \theta = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad (29)$$

舍掉不合理的答案, 得

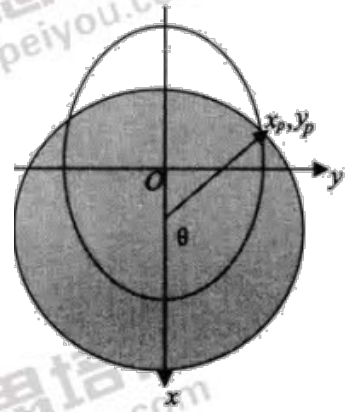
$$\cos \theta = -0.7807 \quad (30)$$

$$\theta = 141.32^\circ \quad (31)$$

这是在北纬 51.32° .

评分标准:

(20)、(21)、(22)、(23) 或 (24)、(27) 式各 1 分, (31) 式 2 分 (答案在 141° 到 142° 之间的都给 2 分), 正确指出纬度给 1 分.



注意：答案有更正，请见最后一页。

第27届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1-7		8		9		10		总分	加分人
11		12		13		14			
15		16		17		18			

得分	阅卷	复核

一、选择题. 本题共7小题, 每小题6分. 在每小题给出的4个选项中, 有的小题只有一项是符合题意的, 有的小题有多项是符合题意的. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得6分, 选对但不全的得3分, 有选错或不答的得0分.

1. 若质点作直线运动的速度 v 随时间 t 变化的图线如图1所示, 则该质点的位移 s (从 $t=0$ 开始) 随时间 t 变化的图线可能是图2中的哪一个?

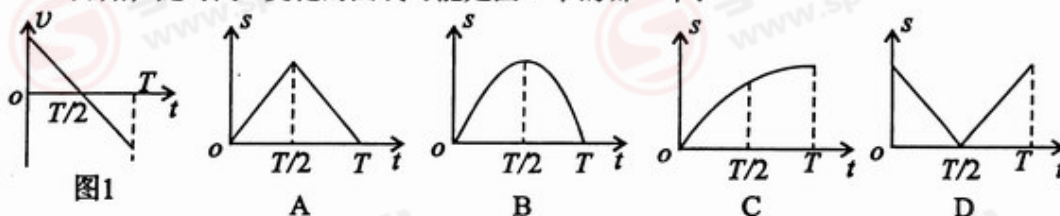
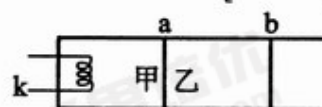


图2

2. 烧杯内盛有 0°C 的水, 一块 0°C 的冰浮在水面上, 水面正好在杯口处. 最后冰全部熔解成 0°C 的水. 在这过程中

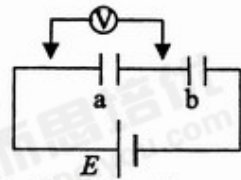
- A. 无水溢出杯口, 但最后水面下降了
- B. 有水溢出杯口, 但最后水面仍在杯口处
- C. 无水溢出杯口, 水面始终在杯口处
- D. 有水溢出杯口, 但最后水面低于杯口

3. 如图所示, a 和 b 是绝热气缸内的两个活塞, 他们把气缸分成甲和乙两部分, 两部分中都封有等量的理想气体. a 是导热的, 其热容量可不计, 与气缸壁固连. b 是绝热的, 可在气缸内无摩擦滑动, 但不漏气, 其右方为大气. 图中 k 为加热用的电炉丝. 开始时, 系统处于平衡状态, 两部分中气体的温度和压强皆相同. 现接通电源, 缓慢加热一段时间后停止加热, 系统又达到新的平衡. 则



- A. 甲、乙中气体的温度有可能不变
 - B. 甲、乙中气体的压强都增加了
 - C. 甲、乙中气体的内能的增加量相等
 - D. 电炉丝放出的总热量等于甲、乙中气体增加内能的总和
4. 一杯水放在炉上加热烧开后, 水面上方有“白色气”; 夏天一块冰放在桌面上, 冰的上方也有“白色气”.
- A. 前者主要是由杯中水变来的“水的气态物质”
 - B. 前者主要是由杯中水变来的“水的液态物质”
 - C. 后者主要是由冰变来的“水的气态物质”
 - D. 后者主要是由冰变来的“水的液态物质”

5. 如图所示, 电容量分别为 C 和 $2C$ 的两个电容器 a 和 b 串联接在电动势为 E 的电池两端充电, 达到稳定后, 如果用多用表的直流电压档 V 接到电容器 a 的两端 (如图), 则电压表的指针稳定后的读数是



- A. $E/3$ B. $2E/3$ C. E D. 0 []

6. 已知频率为 ν 、波长为 λ 的光子的能量 $E = h\nu$, 动量 $P = \frac{h}{\lambda}$, 式中 h 为普朗克常量, 则光速 c 可表示为

- A. $\frac{P}{E}$ B. $\frac{E}{P}$ C. EP D. $\frac{E^2}{P^2}$ []

7. 某种核 X 经过 α 衰变后变为核 Y , 再经过 β 衰变后变为核 Z , 即 ${}_b^aX \xrightarrow{\alpha} {}_d^cY \xrightarrow{\beta} {}_f^eZ$, 下列关系中正确的是

- A. $a = e + 4$ B. $c = e$ C. $d = f - 1$ D. $b = f + 2$ []

二、填空题. 把答案填在题中的横线上或题中指定的地方. 只要给出结果, 不需写出求得结果的过程.

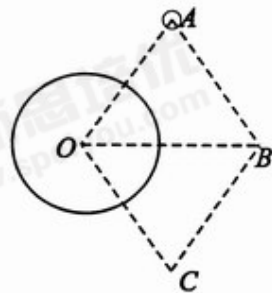
得分	阅卷	复核

8. (12 分) 选择合适的卫星发射地发射卫星, 对提高运载效率、节省燃料等方面都有影响 (特别是对同步卫星的发射).

如果在地球表面纬度为 φ 处发射一颗绕地球表面运行的人造卫星, 假设地球可视为质量均匀分布的球体, 已知地球自转的角速度为 ω , 地球半径为 R , 地球表面处的重力加速度为 g , 卫星质量为 m , 则至少要给卫星的能量为_____。设重力加速度 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$, 地球半径 $R = 6.40 \times 10^6 \text{ m}$, 卫星质量 $m = 1.00 \times 10^3 \text{ kg}$, 若发射地在酒泉, 其纬度为北纬 40 度 58 分, 则所需的能量为_____ J; 若发射地在文昌, 其纬度为北纬 19 度 19 分, 则所需的能量为_____ J.

得分	阅卷	复核

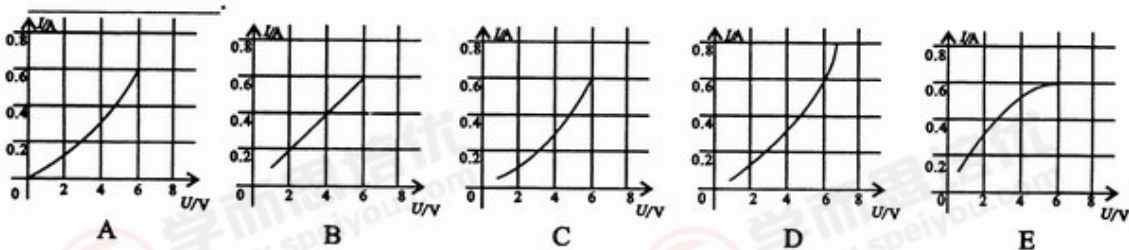
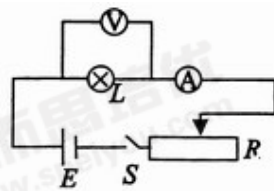
9. (18 分) 图中所示为一球心在 O 点的不带电的固定的导体球, A 、 B 、 C 是球外三点, 与球心 O 在同一平面内, 三点的位置使 OAB 和 OBC 皆为等边三角形. 当把一表面均匀带正电的塑料小球的球心放在 A 点时 (如图所示), 已知此时 A 、 B 、 C 三点的电势分别为 U_A 、 U_B 、 U_C . 现把另外两个与放在 A 点的小球完全相同的带正电的塑料小球的球心分别放在 B 点和 C 点, 已知导体球上感应电荷的分布可看作是各塑料小球单独存在时所产生感应电荷分布的叠加. 此时, BA 两点间的电势差 $U'_B - U'_A =$ _____, BC 两点间的电势差 $U'_B - U'_C =$ _____, AC 两点间的电势差 $U'_A - U'_C =$ _____.



如果在上面的情况下, 把导体球移到电场以外, 则 BA 两点间的电势差将 (填增大、减小或不变) _____, BC 两点间的电势差将 (填增大、减小或不变) _____, AC 两点间的电势差将 (填增大、减小或不变) _____.

得分	阅卷	复核

10. (10分) 用图示电路测得的数据可画出小灯泡的伏安特性图线. 小灯泡 L 的额定功率为 3.6W , 额定电压为 6V . 电源 E 的电动势为 10V , 内阻忽略不计. 滑动电阻器 R 的全电阻约为 200Ω . 通过调节滑动变阻器, 可以调节通过 L 的电流, 电流 I 由电流表 A 读出, 灯泡两端的电压 U 由电压表 V 读出. 根据测量数据可在方格纸上画出在测量范围内小灯泡灯丝的伏安特性图线, 所画出的图线可能是下图中的哪一个? 答 (用图线下面的英文字母表示)



得分	阅卷	复核

11. (12分) 图1中的 M, N 为处在匀强磁场中的两条位于同一水平面内的平行长导轨, 一端串接电阻 R , 磁场沿竖直方向. ab 为金属杆, 可在导轨上无摩擦滑动, 滑动时保持与导轨垂直. 杆和导轨的电阻都不计. 现于导轨平面内沿垂直于 ab 方向对杆施一恒力 F , 使杆从静止出发向右运动. 在以后的过程中, 杆速度的大小 v 、加速度的大小 a 、力 F 冲量的大小 I 、以及 R 上消耗的总能量 E 随时间 t 变化的图线, 分别对应于图2中哪一条图线? 把代表该物理量的符号填在你所选定图线纵坐标处的方框中.

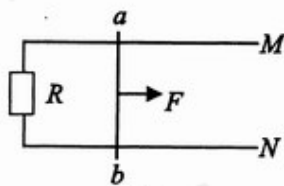


图1

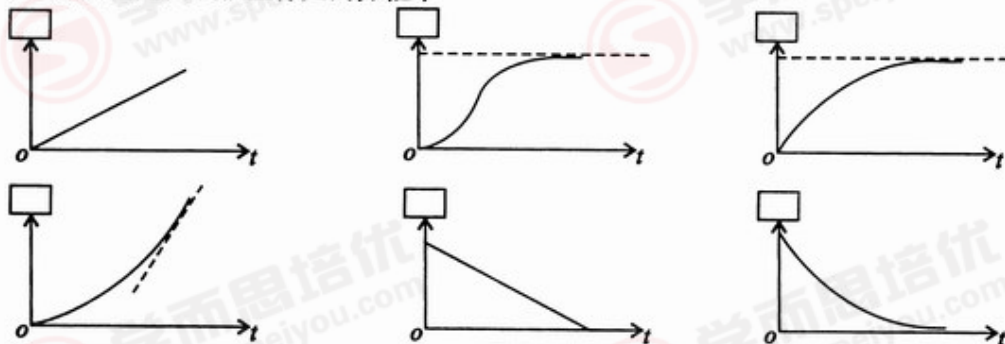
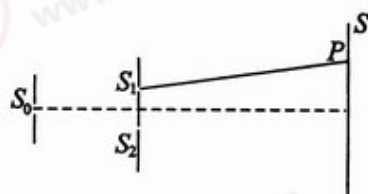


图2

得分	阅卷	复核

12. (9分) 右图为“用双缝干涉测量光的波长”实验装置的示意图. 图中 S_0 为狭缝, S_1, S_2 为双狭缝, S 为观察屏. 当用单色光 (以 λ 表示其波长) 从左方照射狭缝 S_0 时, 由双狭缝 S_1, S_2 射出的光是相干光, 可在观察屏 S 上出现明暗相间的干涉条纹. 若屏 S 上的 P 点是某一暗条纹的中心, 已知 P 点到缝 S_1 的距离为 r_1 , 则 P 点到缝 S_2 的距离 $r_2 =$ _____.



为了求出波长 λ , 实验中应测量的物理量是 _____.

若实验装置中单缝、双狭缝和屏的位置都不变, 只是入射光第一次为红光, 第二次为蓝光, 则第二次观察到的干涉条纹与第一次比, 不同之处除了条纹的颜色外, 还有 _____.

得分	阅卷	复核

13. (8 分) 光通过光纤长距离传输时, 因损耗而要衰减, 故必须在途中设立“中继站”进行放大. 现代采用直接放大即全光型放大, 它可使传输速率大大提高. 其办法是在光纤中掺入铒.

铒离子的能级如图所示. 其中标为 ${}^4I_{13/2}$ 的能级是亚稳态能级, 粒子处在这能级可以持续一段时间而不立即向较低能级跃迁. 可用半导体激光器产生的波长为 $0.98\mu\text{m}$ 激光照射, 把处于基态能级 ${}^4I_{15/2}$ 的粒子激发到标为 ${}^4I_{11/2}$ 的能级, 再通过“无辐射跃迁”跃迁到亚稳态能级 ${}^4I_{13/2}$, 从而使该能级积聚粒子数远超过处于基态的粒子数. 当光纤中传输的波长为 $1.55\mu\text{m}$ 的光波传入掺铒的光纤时, 能使大量处在亚稳态能级的粒子向基态跃迁, 发出波长为 $1.55\mu\text{m}$ 的光波, 于是输出的光便大大加强, 实现了全光型中继放大. 若普朗克常量 h 与光速 c 的乘积 $hc = 1.99 \times 10^{-25} \text{J} \cdot \text{m}$, 则无辐射跃迁中一个铒粒子放出的能量等于_____ J.



三、计算题. 解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤. 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

得分	阅卷	复核

14. (13 分) 假设把地球大气等效于一个具有一定厚度和折射率均匀的透光气体球壳, 其折射率取 $n = 1.00028$, 把地球看作为圆球. 当太阳在地球某处正上方时, 该处的观察者看太阳时的视角比太阳对观察者所在处的张角相差多少? 已知太阳半径 $R_s = 6.96 \times 10^8 \text{m}$, 日地距离 $r_E = 1.50 \times 10^{11} \text{m}$.

物理竞赛预赛卷 第 4 页 (共 8 页)

得分	阅卷	复核

15. (18 分) 一劲度系数为 k 的轻质弹簧, 上端固定, 下端连一质量为 m 的物块 A , A 放在托盘 B 上, 以 N 表示 B 对 A 的作用力, x 表示弹簧的伸长量. 初始时全都静止, 弹簧处于自然状态, $x = 0$. 现设法控制 B 的运动, 使 A 匀加速下降, 以 a 表示其加速度, 考察能保持 A 匀加速下降的整个过程.

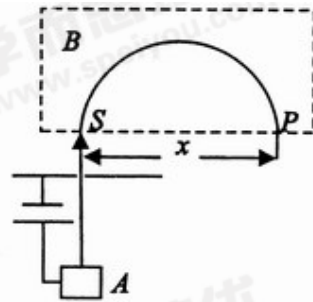


- 试求 N 随 x 的变化关系式, 并画出当 a 趋近于 0 和 a 等于 $\frac{1}{2}g$ 时 N 随 x 变化的图线 (g 为重力加速度).
- 求各种能量在所考察的整个过程中的终态值和初态值之差.

物理竞赛预赛卷 第 5 页 (共 8 页)

得分	阅卷	复核

16. (18分) 在图所示的装置中, 离子源 A 可提供速度很小的正离子 (其速度可视为 0), 经加速电压加速后从 S 点进入匀强磁场, 磁场方向垂直纸面指向纸外, 虚线框为磁场区域的边界线. 在磁场作用下, 离子沿半个圆周运动后射出磁场, 射出点 P 到 S 的距离用 x 表示.



i. 当离子源提供的是单一种类的第 1 种离子时, P 到 S 的距离为 x_1 , 当离子源提供的是单一种类的第 2 种离子时, P 到 S 的距离为 x_2 , 已知 $\frac{x_1}{x_2} = \alpha$. 试求这两种离子在磁场中运动时间 t_1 和 t_2 的比值 t_1/t_2 .

ii. 若离子源 A 提供的是由 H^+ 、 D^+ 、 ${}^4He^+$ 和 H_2^+ 混合而成的多种离子, 又通过速度选择器使各种离子的速率都为 v , 当这些离子从 S 点进入匀强磁场后, 从磁场射出时可分离出哪几种离子束? 若 $v = 2.0 \times 10^6 \text{ m/s}$, $B = 0.50 \text{ T}$, 基本电量 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$, 质子质量 $m_p = 1.68 \times 10^{-27} \text{ kg}$, 试求各种离子的射出点 P 到 S 的距离.

物理竞赛预赛卷 第 6 页 (共 8 页)

得分	阅卷	复核

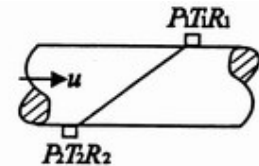
17. (20分) 可以近似认为地球在一个半径为 R 的圆轨道上绕日公转, 取日心参考系为惯性系, 地球公转周期即一年为 $T = 365.2564$ 日, 地球自转周期为 t . 地球上的人连续两次看见太阳在天空中同一位置的时间间隔 t_s 为一个太阳日, 简称一日, 即 24 小时. 假设有某种作用, 把地球绕日公转的圆轨道半径改变为 R' , 但未改变地球自转周期. 设经过这样改变后, 地球公转一个周期即新的一年刚好是 360 新日, 试问

- 这新的一日的时间是多少小时 (按改变前的小时计)?
- 这新的一年应该是多少小时, 才能使得新的一年刚好是 360 新日?
- 这个改变前后, 系统的能量差是地球现在公转动能的百分之多少?

物理竞赛预赛卷 第 7 页 (共 8 页)

得分	阅卷	复核

18. (20分) 超声波流量计是利用液体流速对超声波传播速度的影响来测量液体流速, 再通过流速来确定流量的仪器. 一种超声波流量计的原理示意如图所示. 在充满流



动液体 (管道横截面上各点流速相同) 管道两侧外表面上 P_1 和 P_2 处 (与管道轴线在同一平面内), 各置一超声波脉冲发射器 T_1 、 T_2 和接收器 R_1 、 R_2 . 位于 P_1 处的超声波脉冲发射器 T_1 向被测液体发射超声脉冲, 当位于 P_2 处的接收器 R_2 接收到超声脉冲时, 发射器 T_2 立即向被测液体发射超声脉冲. 如果知道了超声脉冲从 P_1 传播到 P_2 所经历的时间 t_1 和超声脉冲从 P_2 传播到 P_1 所经历的时间 t_2 , 又知道了 P_1 、 P_2 两点的距离 l 以及 l 沿管道轴线的投影 b , 管道中液体的流速 u 便可求得. 试求 u .

物理竞赛预赛卷 第8页 (共8页)

第27届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题.

答案:

1. B 2. C 3. C 4. B 5. D 6. B 7. A, B

评分标准:

全题42分, 每小题6分. 每小题中全部选对的得6分, 选对但不全的得3分, 有选错或不答的得0分.

二、按各小题的答案和评分标准给分.

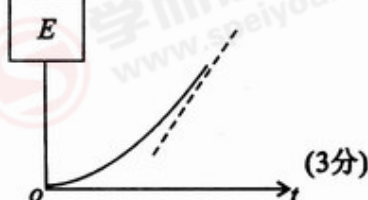
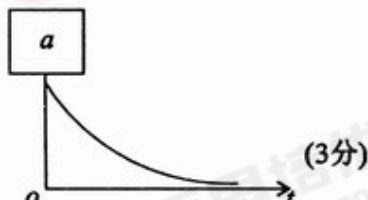
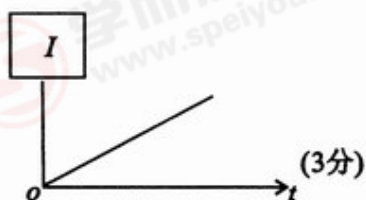
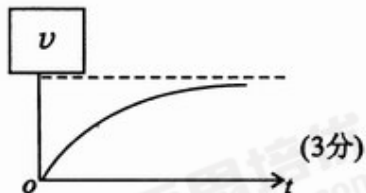
8. $\frac{1}{2}m(\sqrt{Rg} - \omega R \cos\varphi)^2$ (6分). 2.85×10^{10} (3分); 2.80×10^{10} (3分).

9. $U_B - U_C$ (4分), $U_B - U_C$ (4分), 0 (4分).

增大(2分), 增大(2分), 不变(2分).

10. 答案: C (10分)

11.



12. $r_1 + (2k+1)\frac{1}{2}\lambda$, $k=0, 1, 2, \dots$ (3分). 双狭缝 S_1 中心到 S_2 中心的距

离, 观察屏到双狭缝的距离, 相邻两亮纹或暗纹间的距离. (3分). 条纹间的距离变小. (3分)

13. 7.48×10^{-20} (8分)

三、计算题

14. 参考解答:

当太阳在观察者正上方时, 观察者看太阳时的视角以 $2\theta_1$ 表示, 太阳对观察者所在处的张角以 $2\theta_s$ 表示, θ_s 和 θ_1 也就是太阳边缘发出的光线经过大气层表面时的入射角和折射角, 如图所示. 这两个角度都很小, 所以折射定律可以写成



$$n\theta_1 = \theta_s \quad (1)$$

其中

$$\theta_s = \frac{R_s}{r_E} \quad (2)$$

所以观察者看太阳时的视角与太阳对观察者所在处张角之差为

$$\Delta = 2\theta_1 - 2\theta_s \quad (3)$$

由 (1)、(2)、(3) 式得

$$\Delta = \frac{1-n}{n} \frac{2R_s}{r_E} \quad (4)$$

代入数据得

$$\Delta = -2.60 \times 10^{-6} \quad (5)$$

评分标准: 本题 13 分.

(1) 式 5 分, (2) 式 4 分, (4) 式 2 分, (5) 式 2 分.

15. 参考解答:

i. 当 A 开始作匀加速运动后, 有

$$mg - N - kx = ma \quad (1)$$

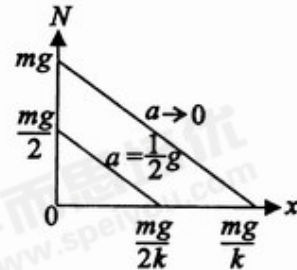
式中 $a > 0$. 由 (1) 式得

$$N = m(g - a) - kx \quad (2)$$

(2) 式便是 N 随 x 变化的关系式, 它表明 N 与 x 成线性关系, 直线的斜率决定于弹簧的劲度系数 k , 截距则与加速度的大小有关.

由 (2) 式, 当 $x=0$ 时, N 有最大值, 它就是在纵坐标轴上的截距, 即

$$N_{\max} = m(g - a) \quad (3)$$



N_{\max} 与 a 有关. 当 a 趋近于 0 时, $N_{\max} = mg$; 当 $a = \frac{1}{2}g$ 时, $N_{\max} = \frac{1}{2}mg$. 当 $N=0$ 时, x 有最大值, 它就是在横坐标轴上的截距, 即

$$x_{\max} = \frac{m}{k} (g - a) \quad (4)$$

x_{\max} 与 a 有关. 当 a 趋近于 0 时, $x_{\max} = \frac{1}{k}mg$; 当 $a = \frac{1}{2}g$ 时, $x_{\max} = \frac{1}{2} \frac{mg}{k}$. 由此可得 N 与 x 的图线如图所示.

ii. 在所考察的过程中, 弹簧的弹性势能为

$$E_1 = \frac{1}{2}kx^2 \quad (5)$$

整个过程中弹性势能的终态值和初态值之差

$$\Delta E_1 = \frac{1}{2}kx_{\max}^2 = \frac{m^2}{2k} (g - a)^2 \quad (6)$$

取 $x=0$ 为重力势能的 0 点, 则在所考察的过程中, 重力势能为

$$E_2 = -mgx \quad (7)$$

整个过程中重力势能的终态值和初态值之差

$$\Delta E_2 = -mgx_{\max} = -\frac{m^2g}{k}(g - a) \quad (8)$$

设整个过程中物块 A 动能的终态值和初态值之差为 ΔE_3 , 由功能关系有

$$W = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 \quad (9)$$

式中 W 是所考察过程中 B 对 A 的作用力 N 所做的功, 由 $N \sim x$ 图线有

$$W = -\frac{1}{2}N_{\max}x_{\max} = -\frac{1}{2} \frac{m^2(g - a)^2}{k} \quad (10)$$

由 (6)、(8)、(9)、(10) 各式得

$$\Delta E_3 = \frac{m^2a}{k}(g - a) \quad (11)$$

评分标准: 本题 18 分.

第 i 小问 10 分. 求得 (2) 式给 5 分, 图线正确 (正确标出每条直线在纵、横坐标轴上的截距) 给 5 分.

第 ii 小问 8 分. 求得 (6) 式给 2 分, 求得 (8) 式给 2 分, 求得 (11) 式给 4 分.

16. 参考解答:

i. 设加速电压为 U , 电荷量为 q 、质量为 m 的粒子加速获得的速度为 v , 由能量关系, 有

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

粒子进入磁场, 在磁场的洛伦兹力作用下作圆周运动, 设磁场的磁感应强度为 B , 圆周的半径为 R , 有

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \quad (2)$$

由圆周运动周期的定义和 (2) 式可得

$$T = \frac{2\pi}{\frac{qB}{m}} \quad (3)$$

设这两种离子的电荷量分别为 q_1 和 q_2 , 质量分别为 m_1 和 m_2 , 进入磁场时的速度分别为 v_1 和 v_2 , 根据题意有

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (4)$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (5)$$

由以上有关各式得

$$\frac{t_1}{t_2} = \alpha^2 \quad (6)$$

ii. 离子束射出点 P 到 S 点的距离为 $2R$, 由 (2) 式可知

$$x = \frac{2v}{\frac{qB}{m}} \quad (7)$$

x 取决于离子的电荷量与质量的比值. 可以看出, 氘核 (D^+) 与氢分子离子 (H_2^+) 的电荷量与质量的比值相同, 他们将从同一点射出磁场, 这两种离子束不能被磁场分开, 而质子 (H^+) 与氦离子 ($^4He^+$) 的电荷量与质量的比值不相同, 也与氘核和氢分子离子的不同, 他们将从不同点射出磁场, 可以单独分离出来. 故可获得质子束流、氦离子束流、氘核与氢分子离子混合的束流, 共三种束流.

把有关数据代入 (7) 式得

$$x_{H^+} = 8.4\text{cm} \quad (8)$$

$$x_{D^+} = 17\text{cm} \quad (9)$$

$$x_{^4He^+} = 34\text{cm} \quad (10)$$

$$x_{H_2^+} = 17\text{cm} \quad (11)$$

评分标准：本题 18 分.

第 i 小问 10 分. (1)、(2)、(3) 式各 2 分, 求得 (6) 式给 4 分.

第 ii 小问 8 分. 正确指出可分离出三种束流给 4 分. (8)、(9)、(10)、(11) 式各 1 分.

17. 参考解答:

i. 由于地球除自转以外还有公转, 当经过时间 t_E , 从日心惯性系来看, 地球已转过一周多了, 如图所示. t 、 t_E 、 T 应有以下关系

$$\frac{2\pi}{t} \times t_E = 2\pi + \frac{2\pi}{T} \times t_E \quad (1)$$

解得

$$t = \frac{1}{\frac{1}{t_E} + \frac{1}{T}} \quad (2)$$

因 $t_E = 24\text{h}$, $T = 365.2564 \times 24\text{h}$, 代入 (2) 式得

$$t = 23.93450\text{h} \quad (3)$$

当地球公转的轨道半径改变为 R' 后, 周期相应改变为 T' , 根据题意, 地球在日心惯性系中的自转周期仍为 t , 而 $T' = 360t'_E$, t'_E 为新的一个太阳日, 即新的一日, 由 (2) 式得

$$t = \frac{T't'_E}{T' + t'_E} \text{ 或 } t'_E = \frac{T't}{T' - t} \quad (4)$$

代入有关数据得

$$t'_E = 24.00098\text{h} \quad (5)$$

ii.

$$T' = 360t'_E = 8640.353\text{h} \quad (6)$$

iii. 当地球绕太阳作圆周运动时有

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \quad (7)$$

其中 G 为万有引力恒量, M 为太阳质量, m 为地球质量, v 为地球公转速率. 由此可得地球的动能

$$E_k = \frac{1}{2} G \frac{Mm}{R} \quad (8)$$

地球的引力势能

$$E_p = -G \frac{Mm}{R} \quad (9)$$

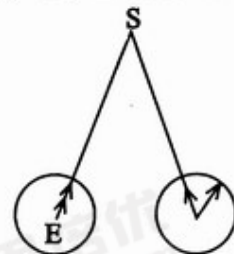
地球的总能量

$$E = E_k + E_p = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{R} \quad (10)$$

当地球公转的轨道半径改变为 R' 时, 地球的总能量

$$E' = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{R'} \quad (11)$$

物理竞赛预赛卷参考解答与评分标准 第 5 页 共 8 页



轨道半径改变前后的能量差为

$$E' - E = \frac{1}{2} GMm \left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} \right) = \frac{GMm}{2R} \left(\frac{R}{R'} - 1 \right) \quad (12)$$

由开普勒第三定律有

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{R^3}{R'^3} \quad (13)$$

由 (8)、(12)、(13) 各式得

$$E' - E = \left(\frac{T'^{2/3}}{T^{2/3}} - 1 \right) E_k \quad (14)$$

代入有关数据得

$$E' - E = \frac{0.971}{100} E_k \quad (15)$$

评分标准：本题 20 分。

第 i 小问 10 分。求得 (2) 式给 4 分，求得 (4) 式给 4 分，(5) 式 2 分。

第 ii 小问 2 分。(6) 式 2 分。

第 iii 小问 8 分。求得 (10) 式 2 分，求得 (12) 式 2 分，(13) 式 2 分，求得 (15) 式 2 分。

18. 参考解答：

解法一

声波的传播速度是声波相对媒质的速度。以 \vec{c}_1 表示由发射器 T_1 向管道中液体发射的超声脉冲相对液体的速度，其大小为 c ； \vec{u} 表示液体的流速，方向沿管道向右；以 \vec{v}_1 表示超声脉冲相对管道的速度，其方向沿 P_1 、 P_2 的连线，由 P_1 指向 P_2 ，如图 1 所示。根据速度叠加原理，有

$$\vec{v}_1 = \vec{c}_1 + \vec{u} \quad (1)$$

以 α 表示 P_1 、 P_2 的连线与管道轴线的夹角，根据 (1) 式和图 1 可得

$$c^2 = v_1^2 + u^2 - 2v_1 u \cos(\pi - \alpha) \quad (2)$$

即

$$v_1^2 + 2uv_1 \cos \alpha - (c^2 - u^2) = 0 \quad (3)$$

解得

$$v_1 = \frac{-2u \cos \alpha + \sqrt{4u^2 \cos^2 \alpha + 4(c^2 - u^2)}}{2} \quad (4)$$

发射器 T_1 向管道中液体发射的超声脉冲传播到接收器 R_2 所需的时间

$$t_1 = \frac{l}{v_1} \quad (5)$$

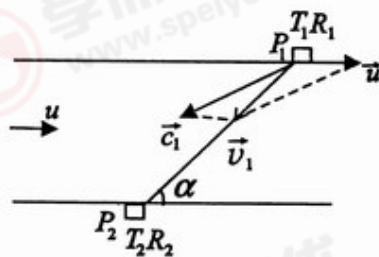


图 1

以 \vec{c}_2 表示由发射器 T_2 向管道中液体发射的超声脉冲相对液体的速度，其大小为 c ；以 \vec{u} 表示液体的流速，方向沿管道向右；以 \vec{v}_2 表示超声脉冲相对管道的速度，其方向沿 P_2 、 P_1 的连线，由 P_2 指向 P_1 ，如图 2 所示。根据速度叠加原理，有

$$\vec{v}_2 = \vec{c}_2 + \vec{u} \quad (6)$$

根据 (6) 式和图 2 可得

$$c^2 = v_2^2 + u^2 - 2v_2u\cos\alpha \quad (7)$$

即

$$v_2^2 - 2uv_2\cos\alpha - (c^2 - u^2) = 0 \quad (8)$$

解 (8) 式得

$$v_2 = \frac{2u\cos\alpha + \sqrt{4u^2\cos^2\alpha + 4(c^2 - u^2)}}{2} \quad (9)$$

发射器 T_2 向管道中液体发射的超声脉冲传播到接收器 R_1 所需的时间

$$t_2 = \frac{l}{v_2} \quad (10)$$

由 (5)、(10) 式有

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{v_2 - v_1}{l} \quad (11)$$

把 (4)、(9) 式代入 (11) 式，得

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{2u\cos\alpha}{l} \quad (12)$$

注意到

$$\cos\alpha = \frac{b}{l} \quad (13)$$

得

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \frac{l^2}{b} \quad (14)$$

评分标准：本题 20 分。

求得 (4) 式给 5 分，(5) 式 1 分；求得 (9) 式给 5 分，(10) 式 1 分；(11) 式 4 分，(14) 式 4 分。

解法二

由于 $c \gg u$ ，可以近似求得超声波由 P_1 到 P_2 的传播时间和由 P_2 到 P_1 的传播时间分别为

$$t_1 = \frac{l}{c - u\cos\alpha} \quad (1)$$

$$t_2 = \frac{l}{c + u\cos\alpha} \quad (2)$$

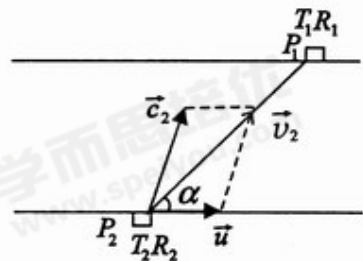


图 2

其中 α 是 P_1 、 P_2 连线与管道轴线的夹角. 由 (1)、(2) 两式得

$$\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{2u \cos \alpha}{l} \quad (3)$$

注意到

$$\cos \alpha = \frac{b}{l} \quad (4)$$

得

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \frac{l^2}{b} \quad (5)$$

评分标准: 本题 20 分.

(1)、(2) 式各 6 分, (3) 式 4 分, 求得 (5) 式 4 分.

物理竞赛预赛卷参考解答与评分标准 第 8 页 共 8 页

27 届全国中学生物理竞赛初赛试题答案更正:

一、本次预赛试卷选择题第 7 题答案应该是 A, B, C。原答案只有 A, B, 有误。请改正。

二、填空题第 10 题, 正确答案是 E, 原答案 C 是错的。请改正。

第 28 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

一、选择题（本题共 5 小题，每小题 6 分）

1、如图 28 预—1 所示，常用示波器中的扫描电压 u 随时间 t 变化的图线是（ ）

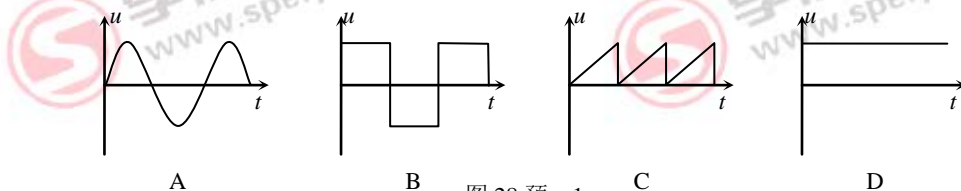


图 28 预—1

2、下面列出的一些说法中正确的是（ ）

- A. 在温度为 20°C 和压强为 1 个大气压时，一定量的水蒸发为同温度的水蒸气，在此过程中，它所吸收的热量等于其内能的增量。
- B. 有人用水银和酒精制成两种温度计，他都把水的冰点定为 0 度，水的沸点定为 100 度，并都把 0 刻度与 100 刻度之间均匀等分成同数量的刻度，若用这两种温度计去测量同一环境的温度（大于 0 度小于 100 度）时，两者测得的温度数值必定相同。
- C. 一定量的理想气体分别经过不同的过程后，压强都减小了，体积都增大了，则从每个过程中气体与外界交换的总热量看，在有的过程中气体可能是吸收了热量，在有的过程中气体可能是放出了热量，在有的过程中气体与外界交换的热量为零。
- D. 地球表面一平方米所受的大气的压力，其大小等于这一平方米表面单位时间内受上方作热运动的空气分子对它碰撞的冲量，加上这一平方米以上的大气的重量。

3、如图 28 预—2 所示，把以空气为介质的两个平行板电容器 a 和 b 串联，再与电阻 R 和电动势为 E 的直流电源如图连接。平衡后，若把一块玻璃板插入电容器 a 中，则再达到平衡时，有（ ）

- A. 与玻璃板插入前比，电容器 a 两极间的电压增大了
- B. 与玻璃板插入前比，电容器 a 两极间的电压减小了
- C. 与玻璃板插入前比，电容器 b 贮存的电能增大了

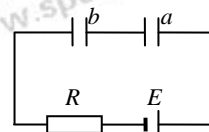


图 28 预—2

D. 玻璃板插入过程中电源所做的功等于两电容器贮存总电能的增加量

4、多电子原子核外电子的分布形成若干壳层， K 壳层离核最近， L 壳层次之， M 壳层更次之，……，每一壳层中可容纳的电子数是一定的，当一个壳层中的电子填满后，余下的电子将分布到次外的壳层。当原子的内壳层中出现空穴时，较外壳层中的电子将跃迁至空穴，并以发射光子（ X 光）的形式释放出多余的能量，但亦有一定的概率将跃迁中放出的能量传给另一个电子，使此电子电离，这称为俄歇（Auger）效应，这样电离出来的电子叫俄歇电子。现用一能量为 40.00keV 的光子照射 Cd （镉）原子，击出 Cd 原子中 K 层一个电子，

使该壳层出现空穴，已知该 K 层电子的电离能为 26.8keV 。随后， Cd 原子的 L 层中一个电子跃迁到 K 层，而由于俄歇效应， L 层中的另一个的电子从 Cd 原子射出，已知这两个电子的电离能皆为 4.02keV ，则射出的俄歇电子的动能等于 ()

- A. $(26.8-4.02-4.02)\text{keV}$ B. $(40.00-26.8-4.02)\text{keV}$ C. $(26.8-4.02)\text{keV}$ D. $(40.00-26.8+4.02)\text{keV}$

5、一圆弧形槽，槽底放在水平地面上，槽的两侧与光滑斜坡 aa' 、 bb' 相切，相切处 a 、 b 位于同一水平面内，槽与斜坡在竖直平面内的截面如图 28 预-3 所示。一小物块从斜坡 aa' 上距水平面 ab 的高度为 $2h$ 处沿斜坡自由滑下，并自 a 处进入槽内，到达 b 后沿斜坡 bb' 向上滑行，已知到达的最高处距水平面 ab 的高度为 h ；接着小物块沿斜坡 bb' 滑下并从 b 处进入槽内反向运动，若不考虑空气阻力，则 ()

- A. 小物块再运动到 a 处时速度变为零
 B. 小物块尚未运动到 a 处时，速度已变为零
 C. 小物块不仅能再运动到 a 处，并能沿斜坡 aa' 向上滑行，上升的最大高度为 $2h$
 D. 小物块不仅能再运动到 a 处，并能沿斜坡 aa' 向上滑行，上升的最大高度小于 h

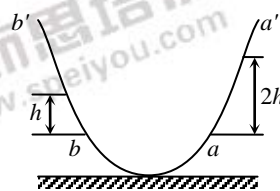


图 28 预-3

二、填空题和作图题

6、(6 分) 在大气中，将一容积为 0.50m^3 的一端封闭一端开口的圆筒筒底朝上筒口朝下竖直插入水池中，然后放手，平衡时，筒内空气的体积为 0.40m^3 。设大气的压强与 10.0m 高的水柱产生的压强相同，则筒内外水面的高度差为_____。

7、(10 分) 近年来，由于“微结构材料”的发展，研制具有负折射率的人工材料的光学性质及其应用，已受人们关注。对正常介质，光线从真空射入折射率为 n 的介质时，入射角和折射角满足折射定律公式，入射光线和折射光线分布在界面法线的两侧；若介质的折射率为负，即 $n < 0$ ，这时入射角和折射角仍满足折射定律公式，但入射光线与折射光线分布在界面法线的同一侧。现考虑由共轴的两个薄凸透镜 L_1 和 L_2 构成的光学系统，两透镜的光心分别为 O_1 和 O_2 ，它们之间的距离为 s 。若要求以与主光轴成很小夹角的光线入射到 O_1 能从 O_2 出射，并且出射光线与人射光线平行，则可以在 O_1 和 O_2

之间放一块具有负折射率的介质平板，介质板的中心位于 OO' 的中点，板的两个平行的侧面与主光轴垂直，如图 28 预-4 所示。若介质的折射率 $n = -1.5$ ，则介质板的厚度即垂直于主光轴的两个平行侧面之间的距离 d

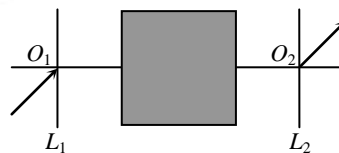


图 28 预-4

=_____。

8、(10 分) 已知：规定一个 K (钾) 原子与 Cl (氯) 原子相距很远时，他们的相互作用势能为零；从一个 K 原子中移走最外层电子形成 K^+ 离子所需的能量 (称为电离能) 为 E_K ，一个 Cl 原子吸收一个电子形成 Cl^- 离子释放的能量 (称为电子亲和能) 为 E_{Cl} ； K^+ 离子 (视为质点) 与 Cl^- 离子 (视为质点) 之间的吸引力为库仑力，电子电荷量的大小为 e ，静电力常量为 k 。利用以上知识，可知当 KCl 分子中 K^+ 离子与 Cl^- 离子

之间的库仑相互作用势能为零时， K^+ 离子与 Cl^- 离子之间的距离 r_s ，可表示为_____。若已知 $E_K=4.34\text{eV}$ ， $E_{Cl}=3.62\text{eV}$ ， $k=9.0\times 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ ， $e=1.60\times 10^{-19}\text{C}$ ，则 $r_s=_____$ m.

9、(10分) 光帆是装置在太空船上的一个面积很大但很轻的帆，利用太阳光对帆的光压，可使太空船在太空中飞行。设想一光帆某时刻位于距离太阳为 1 天文单位（即日地间的平均距离）处，已知该处单位时间内通过垂直于太阳光辐射方向的单位面积的辐射能量 $E=1.37\times 10^3\text{J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ ，设平面光帆的面积为 $1.0\times 10^6\text{m}^2$ ，且其平面垂直于太阳光辐射方向，又设光帆对太阳光能全部反射（不吸收），则光帆所受光的压力约等于 N.

10、(20分) 有两个电阻 1 和 2，它们的阻值随所加电压的变化而改变，从而它们的伏安特性即电压和电流不再成正比关系（这种电阻称为非线性电阻）。假设电阻 1 和电阻 2

的伏安特性图线分别如图 28 预—5 所示。现先将这两个电阻并联，然后接在电动势 $E=9.0\text{V}$ 、内电阻 $r_0=2.0\Omega$ 的电源上。试利用题给的数据和图线在题图中用作图法读得所需的数据，进而分别求出电阻 1 和电阻 2 上消耗的功率 P_1 和 P_2 。要求：

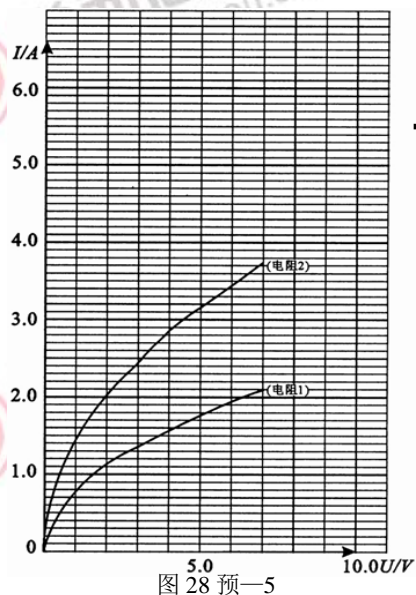


图 28 预—5

- i. 在题图上画出所作的图线。（只按所画图线评分，不要求写出画图步骤及理由）
- ii. 从图上读下所需物理量的数据（取二位有效数字），分别是：_____；
- iii. 求出电阻 R_1 消耗的功率 $P_1=_____$ ，电阻 R_2 消耗的功率 $P_2=_____$ 。

三、计算题

11、(17分) 宇航员从空间站（绕地球运行）上释放了一颗质量 $m=500\text{kg}$ 的探测卫星。该卫星通过一条柔软的细轻绳与空间站连接，稳定时卫星始终在空间站的正下方，到空间站的距离 $l=20\text{km}$ 。已知空间站的轨道为圆形，周期 $T=92\text{min}$ （分）。

- i. 忽略卫星拉力对空间站轨道的影响，求卫星所受轻绳拉力的大小；
- ii. 假设某一时刻卫星突然脱离轻绳。试计算此后卫星轨道的近地点到地面的高度、远地点到地面的高度和卫星运行周期。

【取地球半径 $R=6.400\times 10^3\text{km}$ ，地球同步卫星到地面的高度为 $H_0=3.6000\times 10^4\text{km}$ ，地球自转周期 $T_0=24$ 小时】

12、(17 分) 某同学选了一个倾角为 θ 的斜坡，他骑在自行车上刚好能在不踩踏板的情况下让自行车沿斜坡匀速向下行驶，现在他想估测沿此斜坡向上匀速行驶时的功率，为此他数出在上坡过程中某一只脚踏踏板的圈数 N (设不间断的匀速蹬)，并测得所用的时间 t ，再测得下列相关数据：自行车和人的总质量 m ，轮盘半径 R_1 ，飞轮半径 R_2 ，车后轮半径 R_3 。试导出估测功率的表达式。已知上、下坡过程中斜坡及空气作用于自行车的阻力大小相等，不论是在上坡还是下坡过程中，车轮与坡面接触处都无滑动。不计自行车内部各部件之间因相对运动而消耗的能量，自行车结构示意图如图 28 预—6 所示。



图 28 预—6

13、(20 分) 电荷量为 q 的正电荷，均匀分布在由绝缘材料制成的质量为 m 半径为 R 的均匀细圆环上，现设法加外力使圆环从静止开始，绕通过环心垂直于环面的轴线匀加速转动。试求从开始转动到环的角速度达到某一值 ω_0 的整个过程中外力所做的功。已知转动带电圆环的等效电流为 I 时，等效电流产生的磁场对整个以圆环为周界的圆面的磁通量 $\Phi = kI$ ， k 为一已知常量。不计电荷作加速运动所产生的辐射效应。

14、(20 分) 如图 28 预—7 所示，一木块位于光滑的水平桌面上，木块上固连一支架，木块与支架的总质量为 M ，一摆球挂于支架上，摆球的质量为 m ， $m < M/2$ 摆线的质量不计。初始时，整个装置处于静止状态，一质量为 m 的子弹以大小为 v_0 、方向垂直于图面向里的速度射入摆球并立即停留在球内，摆球和子弹便一起开始运动。已知摆线最大的偏转角小于 90° ，在小球往返运动过程中摆线始终是拉直的，木块未发生转动。

- i. 求摆球上升的最大高度；
- ii. 求木块的最大速率；
- iii. 求摆球在最低处时速度的大小和方向。

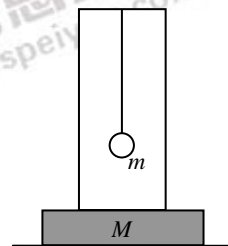


图 28 预—7

15、(20 分) 如图 28 预—8 所示，坐标原点 $O(0, 0)$ 处有一带电粒子源，向 $y \geq 0$ 一侧沿 Oxy 平面内的各个不同方向发射带正电的粒子，粒子的速率都是 v ，质量均为 m ，电荷量均为 q 。有人设计了一方向垂直于

Oxy 平面，磁感应强度的大小为 B 的均匀磁场区域，使上述所有带电粒子从该磁场区域的边界射出时，均能沿 x 轴正方向运动。试求出此边界线的方程，并画出此边界线的示意图。

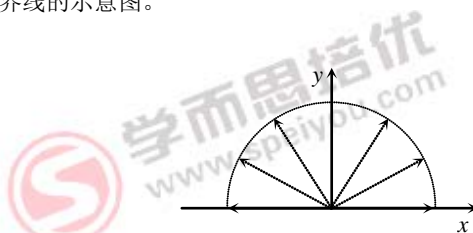


图 28 预—8

16、(20 分) 在海面上有三艘轮船，船 A 以速度 u 向正东方向航行，船 B 以速度 $2u$ 向正北方向航行，船 C 以速度 $2\sqrt{2}u$ 向东偏北 45° 方向航行。在某一时刻，船 B 和 C 恰好同时经过船 A 的航线并位于船 A 的前方，船 B 到船 A 的距离为 a ，船 C 到船 A 的距离为 $2a$ 。若以此时刻作为计算时间的零点，求在 t 时刻 B 、 C 两船间距离的中点 M 到船 A 的连线 MA 绕 M 点转动的角速度。

第28届全国中学生物理竞赛复赛试卷

参考答案及评分标准

一、选择题

答案:

1. C 2. C 3. BC 4. A 5. D

评分标准:

本题共5分, 每小题6分。全部选对的得6分, 选对但不全的得3分, 有选错或不答的得0分。

二、填空题

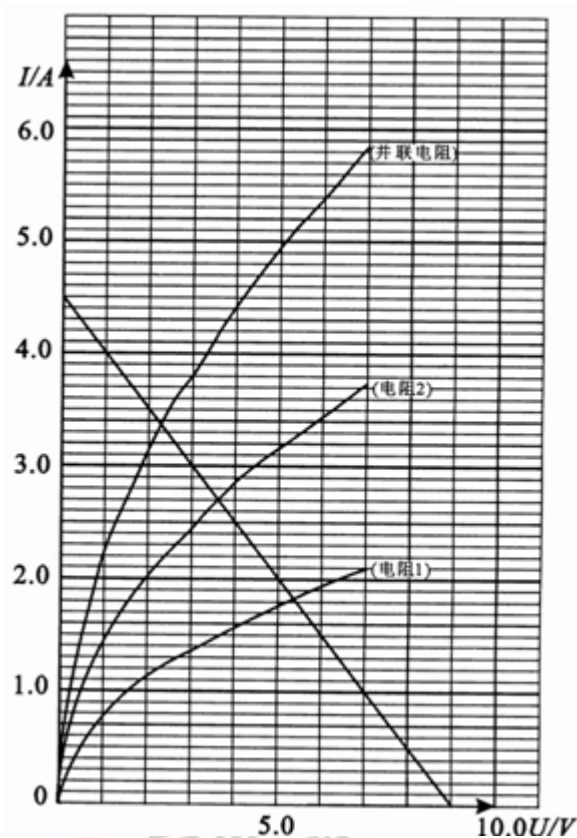
答案与评分标准

6. 2.5m (6分)

7. $\frac{3}{5}S$ (10分)

8. $\frac{ke^2}{E_k - E_{e1}}$ (6分) 2.0×10^{-9} (2分)

9. 9 (10分)



10.

i 如图所示。(8分)(图错不给分, 图不准确酌情评分)

ii 并联电阻两端的电压 $U_0 = 2.3V$ (2分), 通过电阻1的电流 $I_{10} = 1.2A$ (3分), 通过电阻2

的电流 $I_{20} = 2.2\text{A}$ (3 分) (读数第一位必须正确, 第二位与答案不同, 可酌情评分。)

iii. 2.8W (2 分), 4.9W (2 分)

11. 参考解答:

i. 设空间站离地面的高度为 H , 因为同步卫星的周期和地球自转周期相同, 根据开普勒第三定律以及题意有

$$\frac{(R+H)^3}{(R+H_0)^3} = \frac{T^2}{T_0^2} \quad (1)$$

即

$$H = (R+H_0)\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} - R \quad (2)$$

代入数据得

$$H = 376\text{km} \quad (3)$$

卫星的高度

$$h = H - l = 365\text{km} \quad (4)$$

卫星在细绳的拉力 F 和地球引力作用下跟随空间站一起绕地球作周期为 T 的圆周运动, 有

$$G\frac{Mm}{(R+h)^2} - F = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h) \quad (5)$$

式中 G 为万有引力常量, M 为地球质量, 空间站在地球引力作用下绕地球作周期为 T 的圆周运动, 故有

$$G\frac{Mm}{(R+H)^2} = m'\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+H) \quad (6)$$

式中 m' 为空间站的质量, 由 (5)、(6) 两式得

$$F = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h)\left[\frac{(R+H)^2}{(R+h)^2} - 1\right] \quad (7)$$

将 (3)、(4) 式及其他有关数据代入 (7) 式得

$$F = 38.2\text{N} \quad (8)$$

ii. 细绳脱落后, 卫星在地球引力作用下绕地球运动的轨道为一椭圆, 在脱落的瞬间, 卫星的速度垂直于卫星与地心的连线, 所以脱落点必须脱落点必是远地点 (或近地点), 由 (4) 式可知, 此点到地面的高度

$$h = 356\text{km} \quad (9)$$

根据机械能守恒, 有

$$\frac{1}{2}mv'^2 - G\frac{Mm}{R+h'} = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2(R+h)^2 - G\frac{Mm}{R+h} \quad (11)$$

联立 (10)、(11) 两式并利用 (6) 式得

$$h' = \frac{(R+h)^4}{2(R+H)^3 - (R+h)^3} \quad (12)$$

代入有关数据有

$$h' = 238\text{km}$$

由 (9)、(13) 两式可知, 远地点到地面的高度为 356km , 近地点到地面的高度为 238km 。

设卫星的周期为 T' ，根据开普勒第三定律，卫星的周期

$$T' = \left(\frac{2R + h + h'}{2R + 2H} \right)^{\frac{3}{2}} T \quad (14)$$

代入数据得

$$T' = 90.4 \text{ min} \quad (15)$$

评分标准：本题 17 分。

第 i 小题 9 分。(1) 式 2 分，(5) 式 3 分，(6) 式 2 分，(8) 式 2 分。

第 ii 小题 8 分，(9)、(10) 式各 1 分，(11) 式 2 分，(12)、(13)、(14)、(15) 式各 1 分

12. 参考解答：

解法一

因为下坡时自行车匀速行驶，可知阻力大小

$$f = mg \sin \theta \quad (1)$$

由题意可知，自行车沿斜坡匀速向上行驶时，轮盘的角速度

$$\omega = \frac{2\pi N}{t} \quad (2)$$

设轮盘边缘的线速度为 v_1 ，由线速度的定义有

$$v_1 = \omega R_1 \quad (3)$$

设飞轮边缘的线速度为 v_2 ，后车轮边缘的线速度为 v_3 ，因为轮盘与飞轮之间用链条连结，

它们边缘上的线速度相同，即

$$v_1 = v_2 \quad (4)$$

因飞轮上与后车的转动角速度相同，故有

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{R_2}{R_3} \quad (5)$$

因车轮与坡面接触处无滑动，在车后绕其中心轴转动一周的时间 T 内，车内轮中心轴前进的路程

$$\Delta s = 2\pi R_3 \quad (6)$$

而

$$T = \frac{2\pi R_3}{v_3} \quad (7)$$

车后轮的中心轴前进的速度及车形成行驶速度的大小

$$V = \frac{\Delta s}{T} \quad (8)$$

由以上有关各式得

$$V = \frac{2\pi N R_1 R_3}{R_2 t} \quad (9)$$

人骑自行车上坡的功率为克服阻力 f 的功率加上克服重力沿斜面分里的功率，即

$$P = fV + mgV \sin \theta \quad (10)$$

由 (1)、(9)、(10) 式得

$$P = \frac{4mg\pi NR_1 R_3}{R_2 t} \sin \theta \quad (11)$$

评分标准：本题 17 分

(1) 式 3 分，求得 (9) 式共 8 分，(10) 式 5 分，(11) 式 1 分

解法二

因下坡时自行车匀速行驶，若自行车出发点的高度为 h ，则克服阻力所做的功 W_f 等于势能的减少，有

$$W_f = mgh \quad (1)$$

用 s 表示自行车行驶的路程，有

$$h = s \sin \theta \quad (2)$$

自行车沿斜坡匀速向上行驶时，骑车者所做的功 W ，等于克服阻力的功 W_f 与势能增量 mgh 之和，即

$$W = W_f + mgh \quad (3)$$

设骑车者蹬踩踏板 N 圈到达下坡时的出发点，因踏板转 N 圈可使轮转 $\frac{NR_1}{R_2}$ 圈，所以说自行车行驶的距离 s 为

$$s = \frac{NR_1}{R_2} \cdot 2\pi R_3 \quad (4)$$

由 (1) 到 (4) 式，得

$$W = \frac{4\pi NR_1 R_3}{R_2} mg \sin \theta \quad (5)$$

上式除以所用时间 t ，即得骑车者功率

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4\pi NR_1 R_3}{R_2 t} mg \sin \theta \quad (6)$$

评分标准：本题 17 分

(1) 式 3 分，(2) 式 1 分，(3) 式 4 分，(4) 式 6 分，(5) 式 1 分，(6) 式 2 分

13. 参考解答：

当环的角速度到达 ω_0 时，环的动能

$$E_k = \frac{1}{2} m(R\omega_0)^2 \quad (1)$$

若在时刻 t ，环转动的角速度 ω ，则环上电荷所形成的等效电流

$$I = \frac{q}{2\pi R} R\omega = \frac{\omega q}{2\pi} \quad (2)$$

感应电动势

$$\varepsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = k \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (3)$$

由 (2)、(3) 式得

$$\varepsilon = k \frac{q}{2\pi} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad (4)$$

环加速度转动时，要克服感应电动势做功，功率为

$$P_1 = \varepsilon I \quad (5)$$

因为是匀加速度转动，所以 ω 和 I 都随时间 t 线性增加。瘦弱角速度从零开始增加到 ω_0 经历的时间为 t_0 ，则有

$$\omega_0 = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} t_0 \quad (6)$$

若与 ω_0 对应的等效电流为 I_0 ，则在整个过程中克服感应电动势做的总功

$$W_1 = \frac{1}{2} \omega I_0 t_0 \quad (7)$$

由以上有关各式得

$$W_1 = k \frac{\omega_0^2 q^2}{8\pi^2} \quad (8)$$

外力所做的总功

$$W = W_1 + E_k = k \frac{\omega_0^2 q^2}{8\pi^2} + \frac{1}{2} m R^2 \omega_0^2 \quad (9)$$

评分标准：本题 20 分。

(1) 式 3 分，(2) 式 4 分，(3) 2 分，(5) 式 3 分，(6) 式 2 分，(7) 式 3 分，(8) 式 1 分，(9) 式 2 分

14. 参考解答：

i 由于子弹射入摆球至停留在球内经历的时间极短，可以认为在这过程中摆球仅获得速度但无位移。设摆球（包括停留在球内的子弹）向前（指垂直于图面向里）的速度为 u ，由动量守恒定律有

$$mv_0 = 2mu \quad (1)$$

摆球以速度 u 开始向前摆动，木块亦发生运动。当摆球上升至最高时，摆球相对木块静止，设此时木块的速度为 V ，摆球上升的高度为 h ，因水平方向动量守恒以及机械能守恒有

$$2mu = (2m + M)V \quad (2)$$

$$mu^2 = \frac{1}{2}(2m + M)V^2 + 2mgh \quad (3)$$

解 (1)、(2)、(3) 三式得

$$h = \frac{Mv_0^2}{8g(2m + M)} \quad (4)$$

ii. 摆球升到最高后相对木块要反向摆动。因为在摆球从开始运动到摆线返回到竖直位置前的整个过程中，摆线作用于支架的拉力始终向斜前方，它使木块向前运动的速度不断增大；摆球经过竖直位置后，直到摆线再次回到到竖直位置前，摆线作用于支架的拉力将向斜后方，它使木块速度减小，所以在摆线（第一次）返回到到竖直位置的那一时刻，木块的速度最大，方向向前。

以 V' 表示摆线位于到竖直位置时木块的速率， u' 表示此时摆球的速度（相对桌面），当

$u' > 0$ ，表示其方向水平向前，反之，则水平向后，因水平方向动量守恒以及机械能守恒，故有

$$2mu = 2mu' + MV' \quad (5)$$

$$mu^2 = mu'^2 + \frac{1}{2}MV'^2 \quad (6)$$

解 (1)、(5)、(6) 三式可得摆线位于竖直位置时木块速度的大小

$$V' = 0 \quad (7)$$

$$V' = \frac{2mv_0}{2m + M} \quad (8)$$

(7) 式对应于子弹刚射入摆球但木块尚未运动时木块的速度，它也是摆球在以后相对木块往复运动过程中摆线每次由后向前经过竖直位置时木块的速度；而题中要求的木块的最大速率为 (8) 式，它也是摆球在以后相对木块的往复运动过程中摆线每次由前向后经过竖直位置时木块的速度。

iii. 在整个运动过程中，每当摆线处于数值未竖直时，小球便位于最低处，当子弹刚射入摆球时，摆球位于最低处，设这时摆球的速度为 u ，由 (1) 式得

$$u = \frac{1}{2}v_0 \quad (9)$$

方向水平向前，当摆球第一次回到最低处时，木块速度最大，设这时摆球的速度为 u' ，由 (1)、(5)、(6) 三式和 (8) 式可得

$$u' = \frac{m - \frac{1}{2}M}{M + 2m}v_0 \quad (10)$$

其方向向后。

当摆球第二次回到最低处时，由 (7) 式木块减速至 0，设这时摆球的速度为 u'' ，由 (1)、(5)、(6) 式可得

$$u'' = u = \frac{1}{2}v_0 \quad (11)$$

方向向前，开始重复初速运动。

评分标准：本题 20 分

第 i 小题 8 分，(1) 式 1 分，(2)、(3) 式各 3 分，(4) 式 1 分

第 ii 小题 7 分，(5)、(6) 式各 3 分，(8) 式 1 分

第 iii 小题 5 分，(9) 式 1 分，(10) 式 3 分，(11) 式 1 分。

15. 参考解答：

先设磁感应强度为 B 的匀强磁场方向垂直 xy 平面向里，且无边界。考察从粒子源发出的速率为 v 、方向与 x 轴夹角为 θ 的粒子，在磁场的洛伦兹力作用下粒子做圆周运动，圆轨道经过坐标原点 O ，且与速度方向相切，若圆轨道的半径为 R ，有

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \quad (1)$$

得

$$R = \frac{mv}{qB}$$

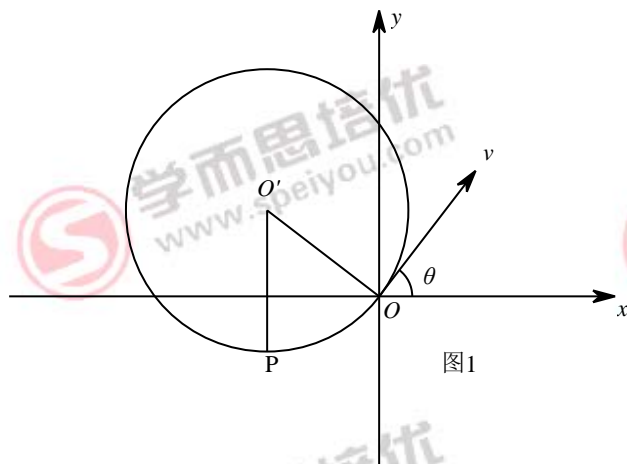


图1

圆轨道的圆心 O' 在过坐标原点 O 与速度方向垂直的直线上，至原点的距离为 R ，如图 1 所示，通过圆心 O' 作平行于 y 轴的直线与圆轨道交于 P 点，粒子运动到 P 点时其速度方向恰好是沿 x 轴正方向，故 P 点就在连线就是所求磁场区域的边界线。 P 点的坐标为

$$x = -R \sin \theta \quad (3)$$

$$y = -R + R \cos \theta \quad (4)$$

这就是磁场区域边界的参数方程，消去参数 θ ，得

$$x^2 + (y + R)^2 = R^2 \quad (5)$$

由 (2)、(5) 式得

$$x^2 + \left(y + \frac{mv}{qB}\right)^2 = \frac{m^2 v^2}{q^2 B^2} \quad (6)$$

这是半径 R 圆心 O' 坐标为 $(0, -R)$ 的圆，作为题所要的磁场区域的边界线，应是如图 2 所示的半个圆周，故磁场区域的边界线的方程为

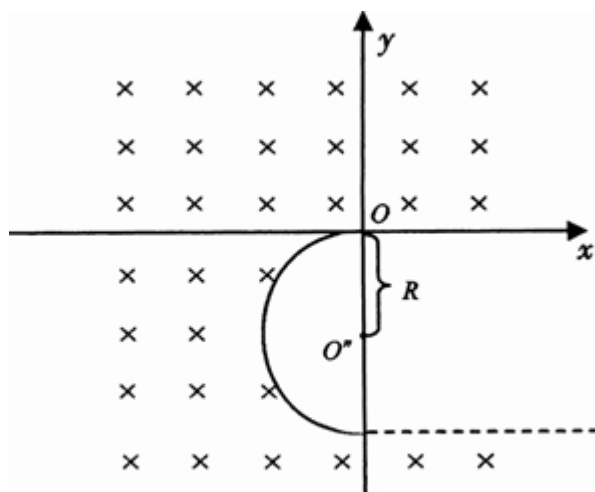


图 2

若磁场方向垂直于 xy 面向外，则磁场的边界线为如图 3 所示的半圆，磁场区域的边界线的方程为

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \quad (8)$$

或

BC 的中点 M 到 B 的距离为 $\frac{1}{2}a + ut$ ，中点 M 的坐标分别为

$$x_M = a + \frac{1}{2}a + ut = \frac{3}{2}a + ut \quad (3)$$

$$y_M = 2ut \quad (4)$$

可见 M 点沿 x 方向的速度为 u ，沿 y 方向位移相等，两船的连线 BC 与 x 轴上，其 x 坐标为 $\frac{3}{2}a$

在与 M 点固连的参考系中考察，并建立以 M 为原点的直角坐标系 $Mx'y'$ ， x' 轴与 x 轴平行， y' 轴与 y 轴平行，则相对 M ，船 A 的速度只有沿负 y' 方向的分量，有

$$u_{AM} = u_{AMy'} = -2u \quad (5)$$

在时刻 t ，船 A 在坐标系 $Mx'y'$ 的坐标为

$$x'_A = -\frac{3}{2}a \quad (6)$$

$$y'_A = u_{AM}t \quad (7)$$

可以把 A 船的速度分解为沿连线 MA 方向的分量 u_{AM1} 和垂直于连线 MA 方向的分量 u_{AM2} 两个分量， u_{AM1} 使连线 MA 的长度增大， u_{AM2} 使连线 MA 的方向改变，如图 2 所示，若用 R 表示 t 时刻连线 MA 的长度，则连线 MA 绕 M 点转动的角速度

$$\omega = \frac{U_{AM2}}{R} \quad (8)$$

若 MA 与 x' 轴的夹角为 θ ，则有

$$u_{AM2} = u_{AM} \cos \theta \quad (9)$$

而

$$\cos \theta = \frac{|x'_A|}{R} \quad (10)$$

$$r = \sqrt{x'^2_A + y'^2_A} \quad (11)$$

由 (5) 到 (10) 各式得

$$\omega = \frac{12au}{9a^2 + 16u^2t^2} \quad (12)$$

评分标准：本题 20 分

求得 (5) 式共 6 分，(6)、(7) 式各 1 分，(8) 式 6 分，(9) 2 分，(10)、(11) 式各 1 分，(12) 式 2 分

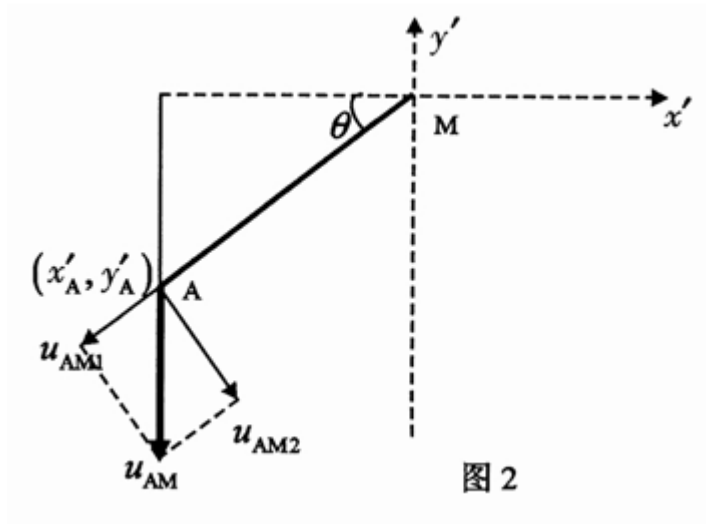


图 2

第 29 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考答案及评分标准

一、选择题

答案:

1.D 2.C 3.B 4.AC 5.CD

评分标准:

本题共 5 小题, 每小题 6 分, 每一小题中, 全部选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分。

二、填空题和作图题

答案与评分标准:

6. (共 6 分) 82 (3 分) 206 (3 分)
7. (共 10 分) i. 6(7 分) ii. 如图(3 分)

8. $-\frac{gd}{c^2}v$ (10 分)

9. (共 10 分) $\frac{(M+m)\mu g}{\gamma}$ (5 分)

$$\frac{\mu^2 g^2 (M+m)}{2\gamma} \quad (5 \text{ 分})$$

10. (共 16 分) 逐渐增大, 最后趋势向一恒定值。(4 分)

逐渐减小, 最后变到零。(4 分)

三、计算题。

11. 参考解答:

设球 A 刚要离地面时联结球 B 的绳与其初始位置的夹角为 θ , 如图所示, 这时球 B 的速度为 v , 绳对球 B 拉力为 T , 根据牛顿定律和能量守恒, 有

$$T - mg \sin \theta = m \frac{v^2}{l} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl \sin \theta \quad (2)$$

当 A 球刚要离开地面时, 有

$$T = mg \quad (3)$$

以 h 表示所求的高度差, 则有

$$h = l \sin \theta \quad (4)$$

由 (1)、(2)、(3)、(4) 四式得

$$h = \frac{1}{3}l \quad (5)$$

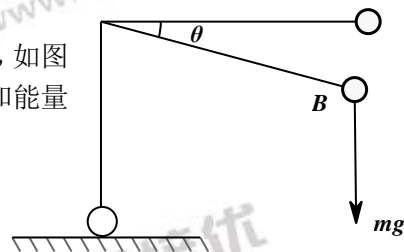
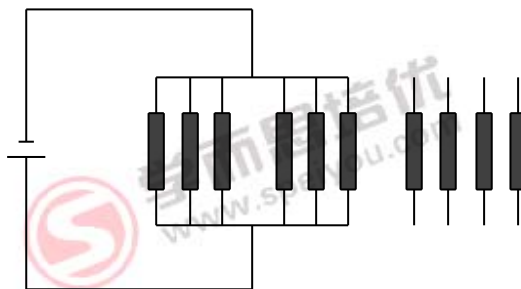
评分标准: 本题共 18 分

(1)、(2) 式各 6 分, (3)、(5) 式各 3 分。

12. 参考解答:

设单位体积中自由电子数为 n , 则有

$$\frac{l}{S} = nqu \quad (1)$$



而

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_0 \quad (2)$$

由以上两式得

$$u = \frac{\mu I}{\rho q S N_0} \quad (3)$$

代入已知数据得

$$u = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m/s} \quad (4)$$

评分标准：本题 20 分

(1) 式 6 分，(2) 式 8 分，(3) 式 2 分，(4) 式 4 分。

13. 参考解答：

解法一

i. 由于 A 球球中以恒定的速度 v_0 运动，故随 A 球一起运动的参考系 S' 为惯性系。

在参考系 S' 中，因 A 球静止，故作用于 A 球的外力 f 不做功，A、B 两球构成的系统的能量守恒。当两球间的距离为 l_0 时，B 球以初速度 v_0 向左运动，随着 B 球远离 A 球，其动能在库伦力作用下逐渐变小，两球的静电势能增大，当 B 球动能减少到 0 时，A、B 间距达到最大值 l_M ，由能量守恒定律有

$$-k \frac{Qq}{l_M} = \frac{1}{2} M v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \quad (1)$$

解得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2} \quad (2)$$

ii. 为了计算变力 f 作的功，应回到初始时 B 球相对它静止的参考系 S 来考察问题。相对 S 系，当两球间的距离为 l_0 时，A 球的速度为 v_0 ，B 球的速度为 0；当两球的速度相等时，两球间距离达到最大值 l_M ，由功能关系，在这共过程中，变力 f 的功

$$W = \left[\frac{1}{2} (M+m)v_0^2 - k \frac{Qq}{l_M} \right] - \left[\frac{1}{2} m v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \right] \quad (3)$$

由 (2)、(3) 两式得

$$W = Mv_0^2 \quad (4)$$

解法二

在开始时 B 球相对它静止的参考系 S 中来参考系 S 中来参考问题。初始时，A 球的速度为 v_0 ，B 球的速度为 0，当两球间距离达到最大值 l_M 时，两球的速度相等，都是 v_0 ，根据动量定理和功能关系有

$$J = (M+m)v_0 - mv_0 \quad (1)$$

$$W = \frac{1}{2} (m+M)v_0^2 - k \frac{Qq}{l_M} - \left(\frac{1}{2} m v_0^2 - k \frac{Qq}{l_0} \right) \quad (2)$$

式中 J 和 W 分别是在所考察过程中变力 f 的冲量和功。在所考察过程中某一时间间隔 Δt_i 内， f_i 的冲量为 Δt_i 时间内，A 球的位移 $\Delta s_i = v_0 \Delta t_i$ ，力 f_i 做的功为 $\Delta W_i = f_i \Delta s_i = f_i v_0 \Delta t_i$ ，在所考察的过程中， f 的总功

$$W = \sum_i \Delta J_i = \Delta \sum_i f_i \Delta t_i \quad (3)$$

在 Δt_i 时间内，A 球的位移 $\Delta s_i = v_0 \Delta t_i$ ，力 f_i 做的功为 $\Delta W_i = f_i \Delta s_i = f_i v_0 \Delta t_i$ ，在所考察的过程中， f 的总功

$$W = \sum_i \Delta W_i = \sum_i f_i v_0 \Delta t_i \quad (4)$$

由以上四式得

$$k \frac{Qq}{l_M} = -\frac{1}{2} M v_0^2 + k \frac{Qq}{l_0} \quad (5)$$

由 (5) 式得

$$l_M = \frac{2kQql_0}{2kQq - Mv_0^2} \quad (6)$$

(6) 式代入 (2) 式得

$$W = Mv_0^2 \quad (7)$$

评分标准：本题 20 分。

解法一

(2)、(4) 式各 10 分

解法二

(6)、(7) 式各 10 分

14. 参考解答：

以 m 表示碘蒸汽的总质量， m_1 表示蒸汽的温度为 T 时单原子的碘蒸汽的质量， μ_1 、 μ_2 分别表示单原子分子碘蒸汽和双原子分子碘蒸汽的摩尔质量， p_1 、 p_2 分别表示容器中单原子分子碘蒸汽和双原子分子碘蒸汽的分压强，则由理想气体的状态方程有

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT \quad (1)$$

$$p_2 V = \frac{m - m_1}{\mu_2} RT \quad (2)$$

其中， R 为理想气体常量。

根据道尔顿分压定律，容器中碘蒸汽的总压强 p 满足关系式

$$p = p_1 + p_2 \quad (3)$$

设

$$\alpha = \frac{m_1}{m} \quad (4)$$

为单原子分子碘蒸汽的质量与碘蒸汽的总质量的比值，注意到

$$\mu_1 = \frac{1}{2}\mu_2 \quad (5)$$

由以上各式解得

$$\alpha = \frac{\mu_2 V p}{mR T} - 1 \quad (6)$$

代入有关数据可得，当温度为 1073K 时，

$$\alpha = 0.06 \quad (7)$$

当温度为 1473K 时，

$$\alpha = 0.51 \quad (8)$$

评分标准：本题 20 分。(1)、(2)、(3)、(6) 式各 4 分，(7)、(8) 式 2 分。

15. 参考解答：

当线框绕转轴转过 $\theta = \omega t$ 的角度时，其位置如图 1 所示，俯视图如图 2 所示。

当线框以角速度 ω 绕 OO' 转动时，线框与轴线平行的两条边的速度都是 v ，且

$$v = a\omega \quad (1)$$

L 中的电流产生的磁场在这两条边所在处的磁感应强度分别为

$$B = k \frac{I}{r} \quad (2)$$

和

$$B' = k \frac{I}{r'} \quad (3)$$

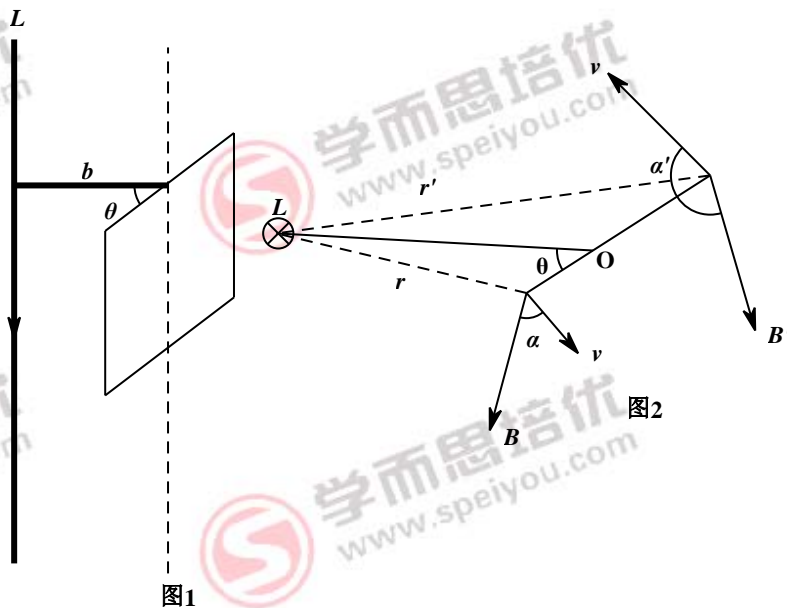


图1

式中 r 和 r' 分别为这两条边到 L 的距离。线框的两条边的速度 v 的方向与 B 和 B' 的方向间的夹角分别为 α 和 α' 。由电磁感应定律，线框的感应电动势为

$$\varepsilon = 2Bav\sin\alpha + 2B'\sin\alpha' \quad (4)$$

注意到

$$\frac{\sin\theta}{r} = \frac{\sin(\pi - \alpha)}{b} = \frac{\sin\alpha}{b} \quad (5)$$

$$\frac{\sin\theta}{r'} = \frac{\sin(\pi - \alpha')}{b} = \frac{\sin\alpha'}{b} \quad (6)$$

以及

$$r^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta \quad (7)$$

$$r'^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta \quad (8)$$

由以上各式得

$$\varepsilon = 2kIa^2b\omega \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab\cos\omega t} \right) \sin\omega t \quad (9)$$

由欧姆定律得线框中的感应电流

$$i = \frac{\varepsilon}{R} \quad (10)$$

由 (9)、(10) 两式得

$$i = \frac{2kla^2b\omega}{R} \left(\frac{1}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \omega t} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2ab \cos \omega t} \right) \sin \omega t \quad (11)$$

评分标准：本题 20 分

(1) 式 2 分，(4) 式 8 分，(5)、(6)、(7)、(8) 式各 1 分，(10) 式 2 分，(11) 式 4 分。

16. 参考解答：

设一年前、后卫星的速度分别为 v_1 、 v_2 ，根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G = \frac{Mm}{R_1^2} = m \frac{v_1^2}{R_1} \quad (1)$$

$$G = \frac{Mm}{R_2^2} = m \frac{v_2^2}{R_2} \quad (2)$$

式中 G 为万有引力恒量， M 为地球的质量， R_1 和 R_2 分别为一年前、后卫星轨道的半径，即

$$R_1 = R_0 + H \quad (3)$$

$$R_2 = R_0 + H - \Delta H \quad (4)$$

卫星在一年时间内动能的增量

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (5)$$

由 (1)、(2)、(5) 三式得

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (6)$$

由 (3)、(4)、(6) 式可知， $\Delta E_K > 0$ ，表示在这过程中卫星的动能是增加的

在这过程中卫星引力势能的增量

$$\Delta E_p = -GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (7)$$

$\Delta E_p < 0$ ，表示在这过程中卫星的引力势能是减少的，卫星机械能的增量

$$\Delta E = \Delta E_K + \Delta E_p \quad (8)$$

由 (6)、(7)、(8) 式得

$$\Delta E = -\frac{1}{2}GMm \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (9)$$

$\Delta E < 0$ ，表示在这过程中卫星的机械能是减少的，由 (3)、(4) 式可知，因 R_1 、 R_2 非常接近，利用

$$R_1 - R_2 = \Delta H \quad (10)$$

(9) 式可表示为

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1^2} \Delta H \quad (11)$$

卫星机械能减少是因为克服空气阻力做了功，卫星在沿半径为 R 的轨迹运行一周过程中空气作用于卫星的阻力做的功

$$W_1 = -F \times 2\pi R = -\rho \pi A C R v^2 \quad (13)$$

根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \quad (14)$$

由 (13)、(14) 式得

$$W_1 = -\rho \pi A C G M \quad (15)$$

(15) 式表明卫星在绕轨道运行一周过程中空气阻力做的功是一恒量，与轨道半径无关。卫星绕半径为 R 的轨道运行一周经历的时间

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad (16)$$

由 (14)、(16) 式得

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}} \quad (17)$$

由于在一年时间内轨道半径变化不大，可以认为 T 是恒量，且

$$T = 2\pi R_1 \sqrt{\frac{R_1}{GM}} \quad (18)$$

以 τ 表示一年的时间，有

$$\tau = 3600s \times 365 \times 24 = 3.15 \times 10^7 s \quad (19)$$

卫星在一年时间内作圆周运动的次数

$$n = \frac{\tau}{T} \quad (20)$$

在一年时间内卫星克服空气阻力作的功

$$W = nW_1 \quad (21)$$

由功能关系有

$$W = \Delta E \quad (22)$$

由 (15)、(18)、(20)、(21)、(22) 各式并利用 $G \frac{M}{R_1^2} = g$ 得

$$\rho = \frac{m\Delta H}{\tau A C R_1 \sqrt{R_1 g}} \quad (23)$$

代入有关数据得

$$\rho = 1.54 \times 10^{-13} \text{ kg / m}^3 \quad (24)$$

评分标准：本题 20 分

(6) 式 3 分，(7) 式 2 分，(9)、(12) 式各 1 分，(15) 式 3 分，(23) 式 7 分，(24) 式 3 分

第 30 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

本卷共 16 题，满分 200 分。

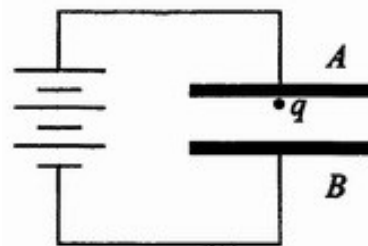
得分	阅卷	复核

一、选择题。本题共 5 小题，每小题 6 分。在每小题给出的 4 个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意。把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内。全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分。

1. 下列说法正确的是：

- A. 一束单色光从真空射入时，在玻璃表面处发生折射现象，这与光在玻璃中的传播速度不同于在真空中的传播速度有关
- B. 白纸上有两个非常靠近的小黑斑，实际上是分开的，没有重叠部分。但通过某一显微镜所成的象却是两个连在一起的没有分开的光斑，这与光的衍射现象有关
- C. 雨后虹的形成与光的全反射现象有关
- D. 老年人眼睛常变为远视眼，这时近处物体通过眼睛所成的像在视网膜的前方（瞳孔与视网膜之间），故看不清

2. 图中 A、B 是两块金属板，分别与高压直流电源的正负极相连。一个电荷量为 q 、质量为 m 的带正电的点电荷自贴近 A 板处静止释放（不计重力作用）。已知当 A、B 两板平行、两板的面积很大且两板间的距离较小时，它刚到达 B 板时的速度为 u_0 ，在下列情况下以 u 表示点电荷刚到达 B 板时的速度



- A. 若 A、B 两板不平行，则 $u < u_0$
- B. 若 A 板面积很小，B 板面积很大，则 $u < u_0$
- C. 若 A、B 两板间的距离很大，则 $u < u_0$
- D. 不论 A、B 两板是否平行、两板面积大小及两板间距离多少， u 都等于 u_0

3. α 粒子和 β 粒子都沿垂直于磁场的方向射入同一均匀磁场中，发现这两种粒子沿相同半径的圆轨道运动。若 α 粒子的质量是 m_1 ， β 粒子的质量是 m_2 ，则 α 粒子与 β 粒子的动能之比是

- A. $\frac{m_2}{m_1}$
- B. $\frac{m_1}{m_2}$
- C. $\frac{m_1}{4m_2}$
- D. $\frac{4m_2}{m_1}$

4. 由玻尔理论可知，当氢原子中的核外电子由一个轨道跃迁到另一轨道时，有可能

- A. 发射出光子，电子的动能减少，原子的势能减少
- B. 发射出光子，电子的动能增加，原子的势能减少
- C. 吸收光子，电子的动能减少，原子的势能增加
- D. 吸收光子，电子的动能增加，原子的势能减少

5. 图示两条虚线之间为一光学元件所在处，AB 为其主光轴。P 是一点光源，其傍轴光线通过此光学元件成像于 Q 点。该光学元件可能是

- A. 薄凸透镜
- B. 薄凹透镜
- C. 凸球面镜



D.凹球面镜

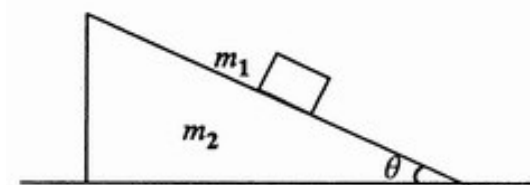
二、填空题和作图题. 把答案填在题中的横线上或把图画在题中指定的地方. 只要给出结果不需写出求得结果的过程.

得分	阅卷	复核

6. (8分) 国际上已规定 ^{133}Cs 原子的频率 $f=9192631770\text{Hz}$ (没有误差). 这样, 秒的定义_____ .国际上已规定一个公认的光速值 $c=299792458\text{m/s}$ (没有误差). 长度单位由时间单位导出, 则米定义为_____ .

得分	阅卷	复核

7. (8分) 质量为 m_1 的小滑块, 沿一倾角为 θ 的光滑斜面滑下, 斜



得分	阅卷	复核

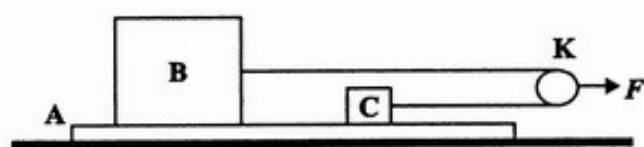
8. 面质量为 m_2 , 置于光滑的水平桌面上. 设重力加速度为 g , 斜面在水平桌面上运动的加速度的大小为_____ .

得分	阅卷	复核

9. (8分) 一线光源, 已知它发出的光包含三种不同频率的可见光, 若要使它通过三棱镜分光, 最后能在屏上看到这三种不同频率的光的谱线, 则除了光源、三棱镜和屏外, 必须的器件至少还应有_____. 其中一个的位置应在_____和_____之间, 另一个的位置应在_____和_____之间.

得分	阅卷	复核

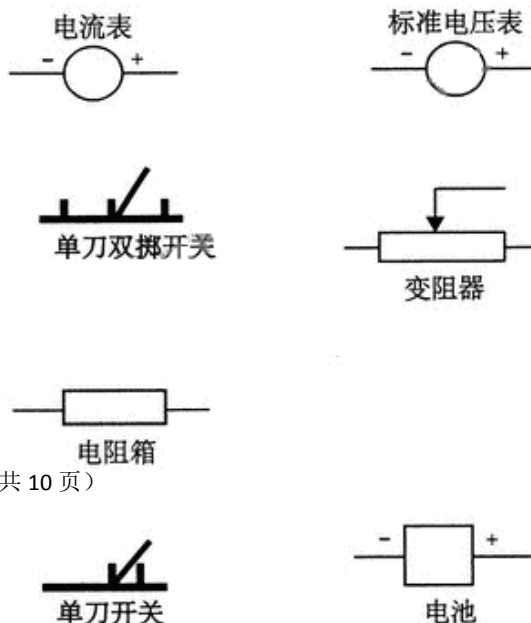
10. (12分) 如图所示, A 为放在水平光滑桌面上的长方形物块, 在它上面放有物块 B 和 C. A、B、C 的质量分别为 m 、 $5m$ 、 m . B、C 与 A 之间的静摩擦系数和滑动摩擦系数皆为 0.10, K 为轻滑轮, 绕过轻滑轮连接 B 和 C 的轻细绳都处于水平位置. 现用水平方向的恒定外力 F 拉滑轮, 使 A 的加速度等于 $0.20g$, g 为重力加速度. 在这种情况下, B、A 之间沿水平方向的作用力的大小等于_____, C、A 之间沿水平方向的作用力的大小等于_____, 外力 F 的大小等于_____.



得分	阅卷	复核

11. (14分) i. 在做“把电流表改装成电压表”的实验中,

12. 必须测出电流表的内阻和用标准电压表对改装成的电压表进行校准. 某同学对图示的器材进行了连线, 使所连成的电路只要控制单刀双掷开关的刀位和调节电阻箱及变阻器, 不需改动连线, 就能: (1) 在与电阻箱断路的条件下测出电流表的内阻; (2) 对改装成的电压表所有的刻度进行校准. 试在图中画出该同学的全部连线.



ii. 有一块横截面为矩形的长板，长度在 81cm 与 82cm 之间，宽度在 5cm 与 6cm 之间，厚度在 1cm 与 2cm 之间。现用直尺（最小刻度为 mm）、卡尺（游标为 50 分度）和千分尺（螺旋测微器）去测量此板的长度、宽度和厚度，要求测出后的最后一位有效数字是估读的。试设想一组可能的数据填入下面的空格处。板的长度_____cm，板的宽度_____cm，板的厚度_____cm。

三、计算题。计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位。

得分	阅卷	复核

13. (20 分) 在水平地面某处，以相同的速率 v_0 用不同的抛射角分别抛射两个小球 A 和 B，它们的射程相同。已知小球 A 在空中运行的时间为 T_A ，求小球 B 在空中运行的时间 T_B 。重力加速度大小为 g ，不考虑空气阻力。

得分	阅卷	复核

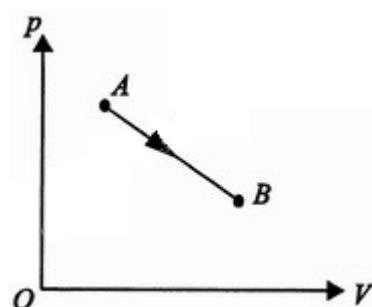
14. (20 分) 从地球上看到太阳时，对太阳直径的张角 $\theta=53^\circ$ 。取地球表面上纬度为 1° 的长度 $l=110\text{km}$ ，地球表面处的重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ ，地球公转的周期 $T=365$ 天。试仅用以上数据计算地球和太阳密度之比。假设太阳和地球都是质量均匀分布的球体。

得分	阅卷	复核

15. (16 分) 一个用电阻丝绕成的线圈，浸没在量热器所盛的油中，油的温度为 0°C 。当线圈两端加上一定的电压后，油温渐渐上升。当油温升高 0°C 时温度升高的速率为 $5.0\text{K}\cdot\text{min}^{-1}$ ，持续一段时间后，油温上升到 30°C ，此时温度升高的速率变为 $4.5\text{K}\cdot\text{min}^{-1}$ ，这是因为线圈的电阻与温度有关。设温度为 $\theta^\circ\text{C}$ 时线圈的电阻为 R_θ ，温度为 0°C 时线圈的电阻为 R_0 ，则有 $R_\theta=R_0(1+\alpha\theta)$ ， α 称为电阻的温度系数。试求此线圈电阻的温度系数。假设量热器及其中的油以及线圈所构成的系统温度升高的速率与该系统吸收热量的速率（即单位时间内吸收的热量）成正比；对油加热过程中加在线圈两端的电压恒定不变；系统损失的热量可忽略不计。

得分	阅卷	复核

16. (18 分) 如图所示，一摩尔理想气体，由压强与体积关系的 p - V 图中的状态 A 出发，经过一缓慢的直线过程到达状态 B，已知状态 B 的压强与状态 A 的压强之比为 $\frac{1}{2}$ ，若要使整个过程的最终结果是气体从外界吸收了热量，则状态 B 与状态 A 的体积之比应满足什么条件？已知

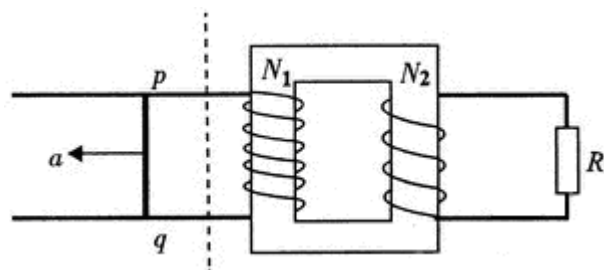


此理想气体每摩尔的内能为 $\frac{3}{2}RT$ ， R 为普适气体常量， T 为热力学温度.

得分	阅卷	复核

17. (23 分) 如图所示, 匝数为 N_1 的原线圈和在数为 N_2 的副线圈绕在

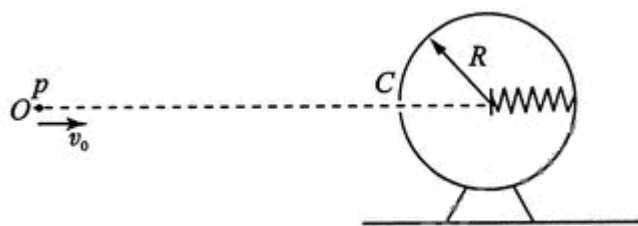
同一闭合的铁心上, 副线圈两端与电阻 R 相联, 原线圈两端与平行金属导轨相联. 两轨之间的距离为 L , 其电阻可不计. 在虚线的左侧, 存在方向与导轨所在平面垂直的匀强磁场, 磁感应强度的大小为 B . pq 是一质量为 m 电阻为 r 与导轨垂直放置的金属杆, 它可在导轨上沿与导轨平行的方向无摩擦地滑动. 假设在任何同一时刻通过线圈每一匝的磁通都相同, 两个线圈的电阻、铁心中包括涡流在内的各种损耗都忽略不计, 且变压器中的电磁场完全限制在变压器铁心中. 现于 $t=0$ 时开始施一外力, 使杆从静止出发以恒定的加速度 a 向左运动. 不考虑连接导线的自感. 若已知在某时刻 t 时原线圈中电流的大小 I_1 ,



求此时刻外力的功率
ii. 此功率转化为哪些其他形式的功率或能量变化率? 试分别求出它们的大小.

得分	阅卷	复核

18. (23 分) 如图所示, 一质量为 m 半径为 R 的由绝缘材料制成的薄球壳, 均匀带正电, 电荷量为 Q , 球壳下面有与球壳固连的底座, 底座静止在光滑水平面上. 球壳内部有一劲度系数为 η 的轻弹簧 (质量不计), 弹簧始终处于水平位置, 其一端与球壳内壁固连, 另一端恰位于球心处, 球壳上开有一小孔 C , 小孔位于过球心的水平线上. 在此水平线上离球壳很远的 O 处有一质量也为 m 电荷量也为 Q 的带正电的点电荷 P , 它以足够大的初速 v_0 沿水平的 OC 方向开始运动. 并知 P 能通过小孔 C 进入球壳内, 不考虑重力和底座的影响. 已知静电力常量 k . 求 P 刚进入 C 孔到刚再由 C 孔出来所经历的时间.



求 P 刚进入 C 孔到刚再由 C 孔出来所经历的时间.

第 30 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题.

本题共 5 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项符合题意, 有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

答案:

1. A、B 2. D 3. D 4. B、C 5. D

二、填空题和作图题.

答案与评分标准:

6. (共 8 分)

^{133}Cs 跃迁时所对应的电磁波振动 9192631770 个周期的时间 (4 分).

光在真空中在 $\frac{1}{299792458}$ 秒的时间内所传播距离的长度 (4 分)

7. (共 8 分)

$$\frac{m_1 \sin\theta \cos\theta}{m_2 + m_1 \sin^2\theta} g$$

8. (共 8 分)

两个凸透镜 (4 分). 光源 (1 分) 三棱镜 (1 分). 三棱镜 (1 分) 屏 (1 分)

9. (共 12 分)

0. 10mg (4 分)

0. 10mg (4 分)

2. 2mg (4 分)

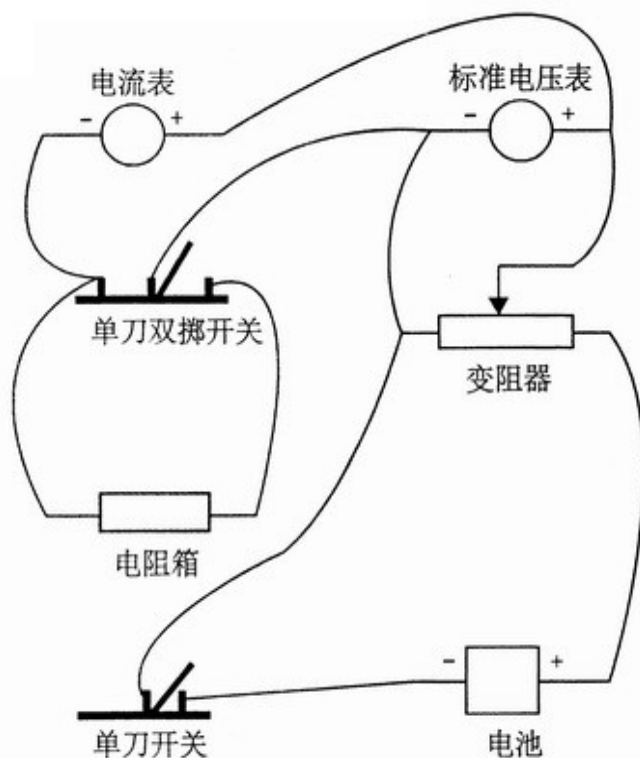
10. (共 14 分)

i. 连线如图所示 (8 分)

ii. 81.52 (2 分. 只要小数点后是二位数, 都给这 2 分)

5.532 (2 分. 只要小数点后是三位数, 都给这 2 分)

1.8424 (2 分. 只要小数点后是四位数, 都给这 2 分)



三、计算题.

计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤,只写出最后结果的不能得分.有数值计算的,答案中必须明确写出数值和单位.

11. 参考解答:

取抛射点为坐标原点, x 轴沿水平方向, y 轴竖直向上, 抛射角为 θ . 抛出时刻时间 t 取为 0, 对任何斜抛小球有

$$x = tv_0 \cos\theta \quad (1)$$

$$y = tv_0 \sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

消去 t 得小球运动的轨迹方程为

$$y = x \tan\theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta} x^2 \quad (3)$$

取 $y=0$, 解出 x 即为射程 d

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (4)$$

利用 (4) 式可得小球在空中运行的时间

$$T = \frac{d}{v_0 \cos\theta} = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} \quad (5)$$

以 θ_A 表示小球 A 的抛射角, θ_B 表示小球 B 的抛射角, 现要两小球射程相同, 由 (4) 式有按题意有

$$\sin 2\theta_A = \sin 2\theta_B \quad (6)$$

而 $2\theta_A = \pi - 2\theta_B$ (7)

由 (5) 式, 小球 A 和 B 在空中运行的时间分别为

$$T_A = \frac{2v_0 \sin\theta_A}{g} \quad (8)$$

$$T_B = \frac{2v_0 \sin\theta_B}{g} \quad (9)$$

由 (7)、(8)、(9) 式可得

$$T_B = \frac{\sqrt{4v_0^2 - (T_A g)^2}}{g} \quad (10)$$

评分标准:

本题 20 分. (1)、(2) 式各 4 分, (4)、(7) 式各 3 分, (8)、(9)、(10) 式各 2 分.

12. 参考解答:

地球绕太阳运行时, 由万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{M_E M_S}{r^2} = M_E \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r \quad (1)$$

其中, G 为引力恒量, M_E 和 M_S 分别为地球和太阳的质量, r 为日地距离, T 为地球公转周期. 令 R_S 表示太阳半径, 根据题意有

$$\frac{2R_S}{r} = \theta \quad (2)$$

由 (1) 和 (2) 式得

$$G \frac{M_S}{R_S^3} = 8 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \left(\frac{1}{\theta} \right)^3 \quad (3)$$

由万有引力定律和牛顿定律，对地球表面处质量为 m 的物体有

$$G \frac{M_E m}{R_E^2} = mg \quad (4)$$

其中 R_E 为地球半径。据题意已知

$$2\pi R_E = 360l \quad (5)$$

代入上式得

$$\frac{GM_E}{R_E^3} = \frac{\pi g}{180l} \quad (6)$$

令 ρ_s 和 ρ_E 分别表示太阳和地球的密度，则有

$$\rho_s = \frac{M_s}{\frac{4}{3}\pi R_s^3} \quad \rho_E = \frac{M_E}{\frac{4}{3}\pi R_E^3} \quad (7)$$

由 (3)、(6)、(7) 式得

$$\frac{\rho_E}{\rho_s} = \frac{gT^2\theta^3}{180l \times 32\pi} \quad (8)$$

代入数据，得

$$\frac{\rho_E}{\rho_s} = 3.92 \quad (9)$$

评分标准：

本题 20 分。(1)、(2) 式各 3 分，(3) 式 1 分，(4)、(5) 式各 3 分，(6) 式 1 分，(7)、(8) 式各 2 分，(9) 式 2 分（在 3.91 到 3.93 范围内的都给这 2 分）。

参考解答：

量热器、油和线圈构成的系统在单位时间内吸收的热量等于通过线圈的电流的电功率。设加在线圈两端的电压为 U ，当线圈的电阻为 R_0 时，电流的功率

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0} \quad (1)$$

根据题意有

$$v_0 = kP_0 \quad (2)$$

式中 v_0 为 0° 时系统升温的速率， k 为比例系数。同理当油温为 30°C 时有

$$P_{30} = \frac{U^2}{R_{30}} \quad (3)$$

$$v_{30} = kP_{30} \quad (4)$$

式中 v_{30} 为 30°C 系统升温的速率。由 (1)、(2)、(3)、(4) 各式得

$$\frac{R_{30}}{R_0} = \frac{v_0}{v_{30}} = 1 + 30\alpha \quad (5)$$

代入数据得

$$\alpha = 3.7 \times 10^{-3} \text{K}^{-1} \quad (6)$$

评分标准：

本题 16 分。(1) 式 3 分，(2) 式 2 分，(3) 式 3 分，(4) 式 2 分，(5) 式 4 分，(6) 式 2 分。

14. 参考解答:

令 ΔU 表示系统内能的增量, Q 和 W 分别表示系统吸收的热量和外界对系统所做的功, 由热力学第一定律有

$$\Delta U = Q + W \quad (1)$$

令 T_1 和 T_2 分别表示状态 A 和状态 B 的温度, 有

$$\Delta U = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) \quad (2)$$

令 p_1 、 p_2 和 V_1 、 V_2 分别表示状态 A 、 B 的压强和体积, 由 (2) 式和状态方程可得

$$\Delta U = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) \quad (3)$$

由状态图可知, 做功等于图线下所围面积, 即

$$W = -\frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) \quad (4)$$

要系统吸热, 即 $Q > 0$, 由以上各式可得

$$\frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) > 0 \quad (5)$$

按题意, $\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2}$, 代入上式, 可得

$$\frac{V_2}{V_1} > \frac{3}{2} \quad (6)$$

评分标准:

本题 18 分. (1)、(2)、(3) 式各 3 分, (4) 式 4 分, (5) 式 3 分, (6) 式 2 分.

15. 参考解答:

i. 令 F 表示此时刻外力的大小, v 表示此时杆的速度, P 表示外力的功率, 则有

$$P = Fv = Fat \quad (1)$$

在 t 时刻, 由牛顿定律有

$$F - I_1BL = ma \quad (2)$$

由上两式得

$$P = (ma + I_1BL)at \quad (3)$$

ii. 在 t 时刻, 杆运动产生的电动势

$$\mathcal{E} = BLat \quad (4)$$

令 \mathcal{E}_1 、 \mathcal{E}_2 分别表示原、副线圈两端的感应电动势, 并有 $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}$, U_1 、 U_2 分别表示原、副线圈两端的电压, I_2 表示副线圈中的电流, 由欧姆定律有

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E} = U_1 + I_1r \quad (5)$$

$$\mathcal{E}_2 = U_2 = I_2R \quad (6)$$

根据题的假设, 利用法拉弟电磁感应定律, 有

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (7)$$

由 (4)、(5)、(6)、(7) 式可得

$$U_1 = atBL - I_1 r \quad (8)$$

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} (atBL - I_1 r) \quad (9)$$

$$I_2 = \frac{N_2}{N_1 R} (atBL - I_1 r) \quad (10)$$

外力的功率转化为：杆的动能的变化率

$$P_{Ek} = ma^2 t \quad (11)$$

电阻 r 上消耗的功率

$$P_r = I_1^2 r \quad (12)$$

电阻 R 上消耗的功率

$$P_R = I_2^2 R = \frac{N_2^2}{N_1^2 R} (atBL - I_1 r)^2 \quad (13)$$

变压器内场能的变化率

$$W_B = U_1 I_1 - U_2 I_2 = (atI_1 BL - I_1^2 r) - \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \frac{(atBL - I_1 r)^2}{R} \quad (14)$$

评分标准：

本题 23 分。

第 i 问 5 分。(1)、(2) 式各 2 分，(3) 式 1 分。

第 ii 问 18 分。(4) 式 2 分，(5)、(6) 式各 1 分，(7) 式 3 分，(8)、(9)、(10) 式各 1 分，(11) 式 2 分，(12) 式 1 分，(13) 式 2 分，(14) 式 3 分。

16. 参考解答：

以固定的光滑水平面为参考系，选开始时 C 所处的空间固定点为原点，沿水平向右为 x 轴的正方向。设 P 到达 C 孔时的速度为 v_1 ，球壳的速度为 v_2 ，由动量守恒和能量守恒（规定 P 与球相距无限远时电势能为 0）有

$$mv_0 = mv_1 + mv_2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + k\frac{Q^2}{R} \quad (2)$$

P 进入 C 后，因均匀带电球壳在壳内产生的场强为 0，故 P 和球壳都做匀速运动，相对速度为 $v_1 - v_2$ ，若经过 t_1 时间， P 与弹簧的左端相接触，因走过的相对距离为 R ，故有

$$t_1 = \frac{R}{v_1 - v_2} \quad (3)$$

由以上各式，可得

$$t_1 = R \left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

此后，弹簧将被压缩，以 x_1 和 x_2 分别表示弹簧两端的位置（即 P 和球壳右端的位置），则弹簧的形变为

$$X = R - (x_2 - x_1) \quad (5)$$

以 a_1 和 a_2 分别表示 P 和球壳的加速度，由胡克定律和牛顿定律，有

$$ma_1 = -\eta X \quad (6)$$

$$ma_2 = \eta X \quad (7)$$

得

$$m(a_1 - a_2) = -2\eta X \quad (8)$$

即两者的相对运动是简谐振动，其周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\eta}} \quad (9)$$

所以，从 P 开始与弹簧的左端接触，以后弹簧被压缩、恢复直到 P 刚要与弹簧分离，这一过程所经历的时间 t_2 应为

$$t_2 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{2\eta}} \quad (10)$$

从两物体碰撞来看，从 P 开始与弹簧的左端接触，以后弹簧被压缩、恢复直到 P 刚要与弹簧分离，因为是弹性碰撞，两物体的质量又相同，所以可证碰撞前后必然是交换速度，即 P 的速度变为前述的 v_2 ，而球壳的速度变为前述的 v_1 ， P 相对球壳的速度的大小仍为 $v_1 - v_2$ ，但方向向左，所以从开始分离到回到小孔 C 时所经历的时间 t_3 应和 (3)、(4) 式的结果相同，即

$$t_3 = R \left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

所以从 P 进入 C 孔到由 C 孔出来所经历的时间为

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \pi\sqrt{\frac{m}{2\eta}} + 2R \left(v_0^2 - \frac{4kQ^2}{Rm} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

评分标准：

本题 23 分。(1)、(2) 式各 3 分，(4) 式 2 分，(9) 式 8 分，(10) 式 2 分，(11) 式 2 分，(12) 式 3 分。

第 31 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

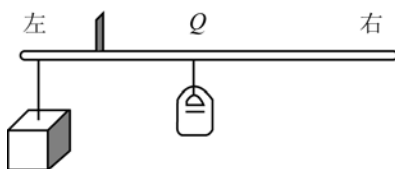
本卷共 16 题，满分 200 分。

一、选择题。本小题共 5 小题，每小题 6 分。在每小题给出的 4 个选项中的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意。把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内。全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分。

1. (6 分) 一线膨胀系数为 α ,

- A. α B. $\alpha^{1/3}$ C. α^3 D. 3α

2. (6 分) 按如下原理制作一杆直接测量液体密度的秤，称为密度秤，其外形和普通的杆秤差不多，装秤钩的地方吊着一体积为 1cm^3 的较重的合金块，杆上有表示液体密度的刻度。当秤砣放在 Q 点处时秤杆恰好平衡，如图所示。当合金块完全浸没在待测密度的液体中时，移动秤砣的悬挂点，直到秤杆恰好重新平衡，便可直接在杆秤上读出液体的密度。下列说法中错误的是



- A. 密度秤的零点刻度在 Q 点
 B. 秤杆上密度读数较大的刻度在较小的刻度的左边
 C. 密度秤的刻度都在 Q 点的右侧
 D. 密度秤的刻度都在 Q 点的左侧

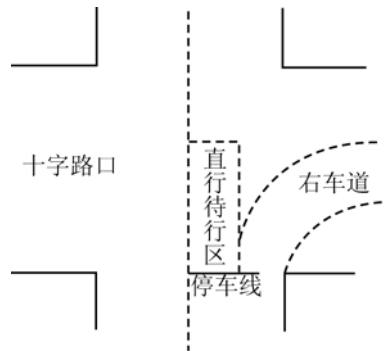
3. (6 分) 一列简谐横波在均匀的介质中沿 x 轴正向传播，两质点 P_1 和 P_2 的平衡位置在 x 轴上，它们相距 60cm ，当 P_1 质点在平衡位置处向上运动时， P_2 质点处在波谷位置。若波的传播速度为 24m/s ，则该波的频率可能为



- A. 50Hz B. 60Hz C. 400Hz D. 410Hz

4. (6 分) 电磁驱动是与炮弹发射、航空母舰上飞机弹射起飞有关的一种新型驱动方式。电磁驱动的原理如图所示，当直流电流突然加到一固定线圈上，可以将置于线圈上的环弹射出去。现在同一个固定线圈上，先后置有分别用铜、铝和硅制成的形状、大小和横截面积均相同的三种环；当电流突然接通时，它们所受到的推力分别为 F_1 、 F_2 和 F_3 。若环的重力可忽略，下列说法正确的是

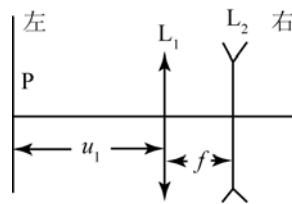
驶加速度为_____；在这4s内汽车发动机所做的功为_____。（重力加速度大小取 10m/s^2 ）



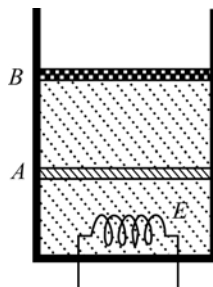
8. (10分) 如图所示, 两个薄透镜 L_1 和 L_2 共轴放置. 已知 L_1 的焦距 $f_1 = f$, L_2 的焦距 $f_2 = -f$, 两透镜间的距离也是 f , 小物体位于物面 P 上, 物距 $u_1 = 3f$.

(1) 小物体经过这两个透镜成像在 L_2 的_____边, 到 L_2 的距离为_____, 是像, (填“实”或“虚”)、_____像 (填“正”或“倒”), 放大率为_____.

(2) 现把两个透镜位置调换, 若还要使给定的原物体在原像处成像, 两透镜作为整体应沿光轴向_____边移动距离_____. 这个新的像是_____像 (填“实”或“虚”)、像 (填“正”或“倒”), 放大率为_____.



9. (10分) 图中所示的气缸壁是绝热的. 缸内隔板 A 是导热的, 它固定在缸壁上. 活塞 B 是绝热的, 它与缸壁的接触是光滑的, 但不漏气. B 的上方为大气. A 与 B 之间以及 A 与缸底之间都盛有 n mol 的同种理想气体. 系统在开始时处于平衡状态. 现通过电炉丝 E 对气体缓慢加热. 在加热过程中, A 、 B 之间的气体经历_____过程, A 以下气体经历过程; 气体温度每上升 1K , A 、 B 之间的气体吸收的热量与 A 以下气体净吸收的热量之差等于_____. 已知普适气体常量为 R .

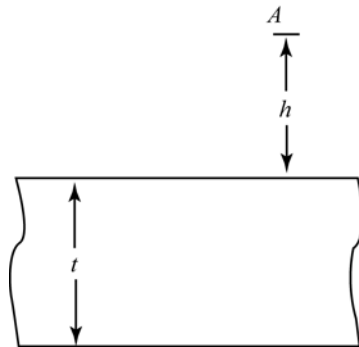


10. (10分) 宇宙空间某区域有一磁感应强度大小为 $B = 1.0 \times 10^{-9}\text{T}$ 的均匀磁场, 现有一电子绕磁力线做螺旋运动. 该电子绕磁力线旋转一圈所需的时间间隔为_____ s; 若该电

子沿磁场方向的运动速度为 $1.0 \times 10^{-2}c$ (c 为真空中光速的大小), 则它在沿磁场方向前进 1.0×10^{-3} 光年的过程中, 绕磁力线转了_____圈. 已知电子电荷量为 $1.60 \times 10^{-9}C$, 电子质量为 $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

三、计算题. 计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只要写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

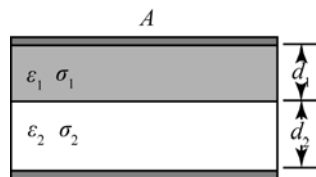
11. (15 分) 如图所示, 一水平放置的厚度为 t 折射率为 n 的平行玻璃砖, 下表面镀银 (成反射镜). 一物点 A 位于玻璃砖的上方距玻璃砖的上表面为 h 处. 观察者在 A 点附近看到了 A 点的像, A 点的像到 A 点的距离等于多少? 不考虑经玻璃砖上表面的反射.



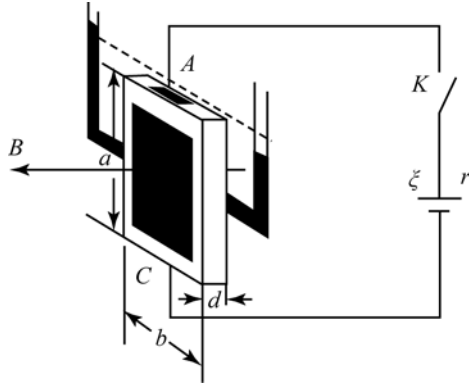
12. (20 分) 通常电容器两极板间有多层电介质, 并有漏电现象. 为了探究其规律性, 采用如图所示的简单模型. 电容器的两极板面积均为 A , 其间充有两层电介质 1 和 2, 第 1 层电介质的介电常数、电导率 (即电阻率的倒数) 和厚度分别为 ϵ_1 、 σ_1 和 d_1 , 第 2 层电介质的则为 ϵ_2 、 σ_2 和 d_2 . 现在两极板加一直流电压 U , 电容器处于稳定状态.

- (1) 画出等效电路图;
- (2) 计算两层电介质所损耗的功率;
- (3) 计算两介质交界面处的净电荷量;

提示: 充满漏电电介质的电容器可视为一不漏电电介质的理想电容和一纯电阻的并联电路.



13. (20 分) 如图所示, 一绝缘容器内部为立方体空腔, 其长和宽分别为 a 和 b , 厚度为 d , 其两侧等高处装有两根与大气相通的玻璃管 (可用来测量液体两侧的压强差). 容器内装满密度为 ρ 的导电液体, 容器上下两端装有铂电极 A 和 C , 这样就构成了一个液体电阻. 该液体电阻置于一方向与容器的厚度方向平行的均匀恒定的磁感应强度为 B 的磁场中, 并通过开关 K 接在一电动势为 ξ 、内阻为 r 的电池的两端. 闭合开关. 若稳定时两侧玻璃管中液面的高度差为 h , 求导电液体的电导率 σ . 重力加速度大小为 g .

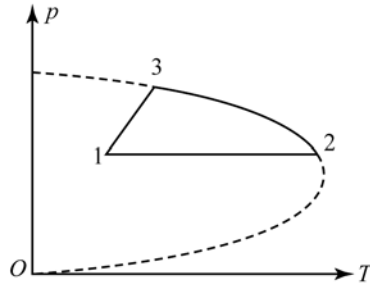


14. (20分) 1mol的理想气体经历一循环过程1-2-3-1, 如 $p-T$ 图示所示. 过程1-2是等压过程, 过程3-1是通过 $p-T$ 图原点的直线上的一段, 描述过程2-3的方程为

$$c_1 p^2 + c_2 p = T$$

式中 c_1 和 c_2 都是待定的常量, p 和 T 分别是气体的压强和绝对温度. 已知, 气体在状态1的压强、绝对温度分别为 p_1 和 T_1 , 气体在状态2的绝对温度以及在状态3的压强和绝对温度分别为 T_2 以及 p_3 和 T_3 . 气体常量 R 也是已知的.

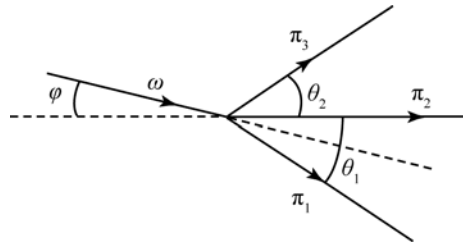
- (1) 求常量 c_1 和 c_2 的值;
- (2) 将过程1-2-3-1在 $p-V$ 图示上表示出来;
- (3) 求该气体在一次循环过程中对外做的总功.



15. (20分) 一个 ω 介子飞行时衰变成静止质量均为 m 的三个 π 介子, 这三个 π 介子的动量共面. 已知: 衰变前后介子运动的速度都远小于光在真空中的速度 c ; 衰变后的三个 π 介子的动能分别为 T_1 、 T_2 和 T_3 , 且第一、二个 π 介子飞行方向之间的夹角为 θ_1 , 第二、第三个 π 介子飞行方向之间的夹角 θ_2 (如图所示); 介子的动能等于介子的能量与静止时的能量 (即其静止质量与 c^2 的乘积) 之差. 求 ω 介子在衰变前的瞬间的飞行方向 (用其飞行的方向与衰变后的第二个介子的飞行方向的夹角即图中的 φ 角表示) 及其静止质量.
16. (25分) 一圆盘沿顺时针方向绕过圆盘中心 O 并与盘面垂直的固定水平转轴以匀角速度 $\omega = 4.43\text{rad/s}$ 转动. 圆盘半径 $r = 1.00\text{m}$, 圆盘正上方有一水平天花板. 设圆盘边缘各处

始终有水滴被甩出. 现发现天花板上只有一点处有水. 取重力加速度大小 $g = 9.80\text{m/s}^2$. 求

- (1) 天花板相对于圆盘中心轴 O 点的高度;
- (2) 天花板上有水的那一点的位置坐标.



第 31 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题.

本题共 5 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项符合题意, 有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

1. D; 2. C; 3. AD; 4. A; 5. BCD;

二、填空题. 把答案填在题中的横线上. 只要给出结果, 不需要写出求得结果的过程.

6. (10 分)

答: $0.022 \sim 0.024 \text{ mm}$, 3 分

$3.772 \sim 3.774 \text{ mm}$, 3 分

$3.748 \sim 3.752 \text{ mm}$, 4 分 (若有效位数错, 不给这 4 分)

7. (10 分)

答案: 1.5 m/s^2 , 5 分; $4.5 \times 10^4 \text{ J}$, 5 分

8. (10 分)

答案: (1) 右, f , 实, 倒, 1. 每空 1 分;

(2) 左, $2f$, 实, 倒, 1. 每空 1 分.

9. (10 分)

答案: 等压, 2 分; 等容, 2 分; nR , 6 分

10. (10 分)

答案: 3.6×10^{-2} , 5 分; 8.8×10^7 , 5 分

三、计算题.

计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.

11. (15 分)

解法一:

由折射定律得

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_d \quad \text{①}$$

由几何关系得

$$x_1 = h \tan \theta_i \quad \text{②}$$

$$\text{得 } h + \frac{2t}{n} = H - h$$

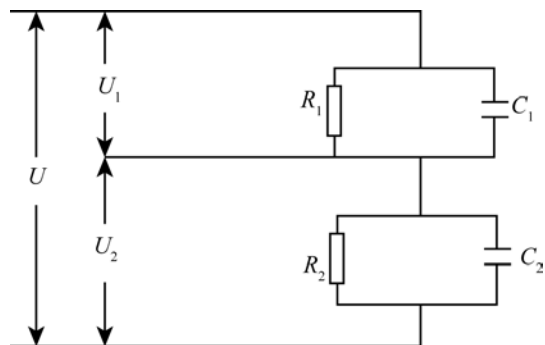
像 A' 与 A 点的距离为

$$H = 2\left(h + \frac{t}{n}\right) \quad \text{⑥}$$

评分标准：①式 3 分，②③④式各 2 分，⑤⑥式各 3 分。

12. (20 分)

(1) 等效电路如图所示。



(2) 等效电容 C_1 和 C_2 为

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 A}{d_1}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 A}{d_2} \quad \text{①}$$

等效电阻 R_1 和 R_2 为

$$R_1 = \frac{d_1}{\sigma_1 A}, \quad R_2 = \frac{d_2}{\sigma_2 A} \quad \text{②}$$

两层电介质所损耗的功率为

$$P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2 A \sigma_1 \sigma_2}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} \quad \text{③}$$

(3) 设两层介质各自上下界面之间的电压分别为 U_1 和 U_2 。上层介质面上的电荷为

$$Q_1 = C_1 U_1 = \frac{\epsilon_1 U}{d_1} \cdot \frac{R_1 U}{R_1 + R_2} = \frac{\epsilon_1 \sigma_2 A U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} \quad \text{④}$$

下层介质面上的电荷为

$$Q_2 = C_2 U_2 = \frac{\epsilon_2 \sigma_1 A U}{d_1 \sigma_1 + d_2 \sigma_1} \quad \text{⑤}$$

两层介质交界面处的净电荷量为

$$Q_1 - Q_2 = \frac{A U}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} (\epsilon_1 \sigma_2 - \epsilon_2 \sigma_1) \quad \text{⑥}$$

评分标准：第 (1) 问 4 分，等效电路图正确（没标注相应字母和箭头的，也算正确），4 分；第 (2) 问 9 分，①②③式各 3 分；第 (3) 问 7 分，④⑤式各 2 分，⑥式 3 分。

13. (20 分)

沿着电流强度 I 的方向液柱长度为 a ，该液柱受到的安培力大小为：

$$F_m = B I a \quad \text{①}$$

液柱两侧面受到的由压强差产生的压力大小为

$$F_p = \rho g h a d \quad \text{②}$$

由水平方向上力的平衡条件有

$$F_m = F_p \quad \text{③}$$

由欧姆定律得

$$\xi = I(R + r) \quad \text{④}$$

式中

$$R = \frac{a}{\sigma b d} \quad \text{⑤}$$

由以上各式解各

$$\sigma = \frac{\rho g h a}{b(B\xi - r\rho g h d)} \quad \text{⑥}$$

评分标准：①式 4 分，②③④⑤式各 3 分，⑥式 4 分。

14. (20 分)

(1) 设气体在状态 i ($i=1, 2$ 和 3) 下的压强、体积和绝对温度分别为 p_i 、 V_i 和 T_i ，由题设条件有

$$c_1 p_2^2 + c_2 p_2 = T_2 \quad \text{①}$$

$$c_1 p_3^2 + c_2 p_3 = T_3 \quad \text{②}$$

由此解得

$$c_1 = \frac{T_2 p_3 - T_3 p_2}{p_2^2 p_3 - p_3^2 p_2} = \frac{T_2 p_3 - T_3 p_1}{p_1^2 p_3 - p_3^2 p_1} \quad \text{③}$$

$$c_2 = \frac{T_2 p_3^2 - T_3 p_2^2}{p_2 p_3^2 - p_2^2 p_3} = \frac{T_2 p_3^2 - T_3 p_1^2}{p_1 p_3^2 - p_1^2 p_3} \quad \text{④}$$

(2) 利用气体状态方程 $pV = RT$ ，以及

$$V_1 = R \frac{T_1}{p_1}, \quad V_2 = R \frac{T_2}{p_2}, \quad V_3 = R \frac{T_3}{p_3} \quad \text{⑤}$$

可将过程 2-3 的方程改写为

$$\frac{V_2 - V_3}{p_2 - p_3} p = V + \frac{V_2 p_3 - V_3 p_2}{p_2 - p_3} \quad \text{⑥}$$

可见，在 $p-V$ 图示上过程 2-3 是以 (p_2, V_2) 和 (p_3, V_3) 为状态端点的直线。在 $p-T$ 图示

中，过程 3-1 是通过原点的直线上的一段，因而描述其过程的方程为

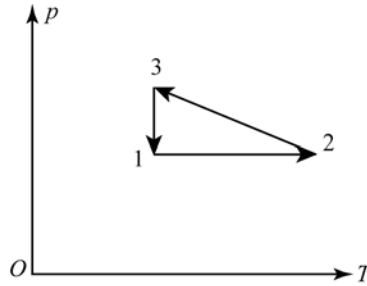
$$\frac{p}{T} = c_3 \quad (7)$$

式中, c_3 是一常量. 利用气体状态方程 $pV = RT$, 可将过程 3-1 的方程改写为

$$V = \frac{R}{c_3} = V_3 = V_1 \quad (8)$$

这是以 (p_3, V_1) 和 (p_1, V_1) 为状态端点的等容降压过程.

综上所述, 过程 1-2-3-1 在 $p-V$ 图示上是一直角三角形, 如图所示.



(3) 气体在一次循环过程中对外做的总功为

$$W = -\frac{1}{2}(p_3 - p_1)(V_2 - V_1) \quad (9)$$

利用气体状态方程 $pV = RT$ 和⑤式, 上式即

$$W = -\frac{1}{2}R(T_2 - T_1)\left(\frac{p_3}{p_1} - 1\right) \quad (10)$$

评分标准: 第(1)问 8 分, ①②③④式各 2 分; 第(2)问 10 分, ⑤⑥式各 2 分, 过程 1-2-3-1 在 $p-V$ 图示正确, 给 6 分; 第(3)问 2 分, ⑩式 2 分.

15. (20 分)

以第二个 π 介子的飞行方向为 x 轴, 以事件平面为 $x-y$ 平面. 设衰变前 ω 介子和衰变后三个 π 介子的动量大小分别为 P_ω 、 p_1 、 p_2 和 p_3 . 衰变前后粒子在 x 和 y 方向的总动量分别守恒

$$p_\omega \cos \varphi = p_1 \cos \theta_1 + p_2 + p_3 \cos \theta_2 \quad (1)$$

$$-p_\omega \sin \varphi = -p_1 \sin \theta_1 + p_3 \sin \theta_2 \quad (2)$$

衰变前后粒子总能量守恒

$$m_\omega c^2 + T_\omega = (m c^2 + T_1) + (m_c^2 + T_2) + (m_c^2 + T_3) \quad (3)$$

式中左端和右端三个圆括号所示的量分别是衰变前 ω 介子和衰变后三个 π 介子的总能(静能与动能之和). 衰变前 ω 介子和衰变后三个 π 介子的总能可由分别其动量和静质量表示出来

$$T_\omega = \frac{P_\omega^2}{2m_\omega} \quad (4)$$

$$T_1 = \frac{p_1^2}{2m} \quad \text{⑤}$$

$$T_2 = \frac{p_2^2}{2m} \quad \text{⑥}$$

$$T_3 = \frac{p_3^2}{2m} \quad \text{⑦}$$

分别由⑤⑥⑦式得

$$p_1 = \sqrt{2mT_1} \quad \text{⑧}$$

$$p_2 = \sqrt{2mT_2} \quad \text{⑨}$$

$$p_3 = \sqrt{2mT_3} \quad \text{⑩}$$

联立①②③⑨⑩式得

$$\varphi = \arctan \frac{\sqrt{T_1} \sin \theta_1 - \sqrt{T_3} \sin \theta_2}{\sqrt{T_1} \cos \theta_1 + \sqrt{T_2} + \sqrt{T_3} \cos \theta_2} \quad \text{⑪}$$

$$p_\omega^2 = 2m(T_1 + T_2 + T_3) + 4m \left[\sqrt{T_1 T_3} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sqrt{T_1 T_2} \cos \theta_1 + \sqrt{T_2 T_3} \cos \theta_2 \right] \quad \text{⑫}$$

由③④⑫式得

$$2c^2 m_\omega^2 - 2(3m_c^2 + T_1 + T_2 + T_3)m_\omega + 2m(T_1 + T_2 + T_3) + 4m \left[\sqrt{T_1 T_3} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sqrt{T_1 T_2} \cos \theta_1 + \sqrt{T_2 T_3} \cos \theta_2 \right] = 0 \quad \text{⑬}$$

其解为

$$m_\omega = \frac{3}{2}m + \frac{1}{2c^2}(T_1 + T_2 + T_3) + \sqrt{\left[\frac{3}{2}m + \frac{1}{2c^2}(T_1 + T_2 + T_3) \right]^2 - \frac{p_\omega^2}{2c^2}} \quad \text{⑭}$$

式中, p_ω^2 由 ⑫ 式给出. 另一解 $m_\omega \sim \frac{p_\omega}{c}$, 与非相对论近似条件 $m_\omega c^2 \ll p_\omega c$ 矛盾, 舍去.

评分标准: 本题 20 分. ①②③④⑤⑥⑦式各 2 分, ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ 式各 2 分. (采用相对论的能量-动量公式得出正确结果的, 同样得分)

16. (25 分)

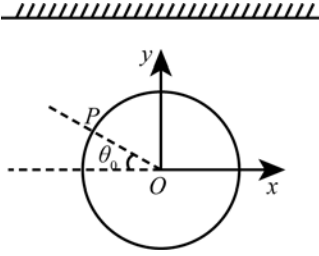
解法一

(1) 在圆盘所在平面内建立平面直角坐标系, 使盘心 O 为原点, x 轴水平向右, y 轴竖直向上. 按题意, 天花板上有水的地方仅仅是一点, 该心必定是所有水滴运动轨迹的最高点; 只有第二象限的圆盘边缘甩出的水滴才能到达这一最高点. 水滴甩出时的初速度大小是恒定的

$$v_0 = r\omega \quad \text{①}$$

以 P 点位于 $(-r, 0)$ 处时为计时零点, 则 P 点在时刻 t_0

处时， O 、 P 连线与右图中 x 轴负方向的夹角为



$$\theta_0 = \omega t_0 \quad (2)$$

这时经过 P 点的水滴的位置 (x_0, y_0) 和速度 (v_{0x}, v_{0y}) 分别为

$$x_0 = -r \cos \theta_0, \quad y_0 = r \sin \theta_0 \quad (3)$$

$$v_{0x} = v_0 \sin \theta_0, \quad v_{0y} = v_0 \cos \theta_0 \quad (4)$$

在时刻 t_0 被甩出的水滴做抛体运动。设不存在天花板，该水滴在时刻 t_1 达到最高处。由抛体运动公式，可得

$$0 = r\omega \cos \theta_0 - g(t_1 - t_0) \quad (5)$$

$$x_1 = x_0 + v_{0x}(t_1 - t_0),$$

$$y_1 = y_0 + v_{0y}(t_1 - t_0) - \frac{1}{2}g(t_1 - t_0)^2 \quad (6)$$

由①②③④⑤式和⑥式中第二式，得

$$y_1 = r \sin(\omega t_0) + \frac{(r\omega)^2}{2g} [1 - \sin^2(\omega t_0)] \quad (7)$$

对变元 $\sin(\omega t_0)$ 配方后得

$$y_1 = \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} - \frac{(r\omega)^2}{2g} \left[\sin(\omega t_0) - \frac{g}{r\omega^2} \right]^2 \quad (8)$$

于是在

$$\sin(\omega t_0)_{y_1=y_1 \max} - \frac{g}{r\omega^2} = 0 \quad (9)$$

时有

$$y_{1\max} = \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} \quad (10)$$

依题意，上式即天花板相对于圆盘中心轴 O 点的高度。代入题给数据得

$$y_{\max} = 1.25m \quad (11)$$

(2) 由⑨式和题给数据可知，

$$\sin(\omega t_0)_{y_1=y_{\max}} = \frac{g}{r\omega^2} = 0.5 \quad \text{⑫}$$

故

$$(\theta_0)_{y_1=y_{1\max}} = 30^\circ \quad \text{⑬}$$

由①②③④⑤式和⑥中第一式，得

$$x_{1y_1=y_{1\max}} = -r \cos 30^\circ + \frac{(r\omega)^2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{(r\omega)^2}{2g} - r \right)$$

代入题给数据得

$$x_{1y_1=y_{1\max}} = 0 \quad \text{⑭}$$

所以， y 轴与天花板的交点为天花板上有水的那一点的位置，其坐标值为 $(0, 1.25\text{m})$ 。

评分标准：第（1）问 17 分，①②③④⑤式各 1 分，⑥⑧⑨式各 2 分，⑩式 4 分，

⑪式 2 分；第（2）问 8 分，⑬式 4 分，⑭式 2 分，结论正确给 2 分。

解法二

（1）在圆盘所在平面内建立平面直角坐标系，使盘心 O 为原点， x 轴水平向右， y 轴竖直向上。只有第二象限的圆盘边缘甩出的水滴才可能到达天花板上某一固定点；而不是打到天花板上某一区域（不止一个点），或者打不到天花板上。水滴甩出时的初速度大小是恒定的：

$$v_0 = r\omega \quad \text{①}$$

其 x 和 y 分量分别为：

$$v_{0x} = r\omega \sin \theta, \quad v_{0y} = r\omega \cos \theta \quad \text{②}$$

取水滴从 P 点甩出时为计时零点， P 在 $t=0$ 时的初始坐标为：

$$x_0 = -r \cos \theta, \quad y_0 = r \sin \theta \quad \text{③}$$

水滴的 x ， y 坐标与 t 的关系式为：

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \text{④}$$

现在求 θ 的各种可能取值中， y 的最大值。

对某一特定的 θ 值， x_0 、 y_0 、 v_{0x} 、 v_{0y} 均为固定值，先针对这个固定的 θ 值，求

$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{⑤}$$

的最大值。即求斜抛运动的“最大射高”：

$$(y - y_0)_{\max} = \left(v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \right)_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} \quad \text{⑥}$$

对应的

$$\begin{aligned}
y_{\max} &= y_0 + \frac{v_{0y}^2}{2g} = r \sin \theta + \frac{(r\omega \cos \theta)^2}{2g} \\
&= r \sin \theta + \frac{(r\omega)^2}{2g} (1 - \sin^2 \theta) \\
&= \frac{(r\omega)^2}{2g} - \left[\frac{(r\omega)^2}{2g} \sin^2 \theta - r \sin \theta \right] \quad \text{⑦} \\
&= \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} - \left[\frac{r\omega \sin \theta}{\sqrt{2g}} - \sqrt{\frac{g}{2}} \frac{1}{\omega} \right]^2
\end{aligned}$$

这说明不同的 θ 值对应不同的 y 的最大值. 只有含 θ 的平方项 (即上式最后的 $[\dots]$) 为 0 时, 才是这些“最大射高”中的最大值.

由此得到天花板的高度为:

$$y_{\max} = \frac{(r\omega)^2}{2g} + \frac{g}{2\omega^2} = \frac{(1 \times 4.43)^2}{2 \times 9.80} + \frac{9.80}{2 \times 4.43^2} = 1.00 + 0.25 = 1.25 \text{ m} \quad \text{⑧}$$

(2) 当水滴能打到天花板时,

$$\sin \theta = \frac{g}{r\omega^2} = \frac{9.80}{1 \times 4.43^2} = 0.50 \quad \text{⑨}$$

即

$$\theta = 30^\circ$$

令⑤式为 0 得到斜抛水滴再次到达初始时的水平高度时的时间为:

$$t = \frac{2v_{0y}}{g} \quad \text{⑩}$$

y 值取最大时所用的时间是上述值的一半, 把该时间代入④的第一式得水滴在天花板上的 x 位置坐标为:

$$\begin{aligned}
x &= x_0 + v_{0x}t = -r \cos \theta + r\omega \sin \theta \frac{r\omega \cos \theta}{g} \\
&= -r \cos \theta + \frac{(r\omega)^2 \sin 2\theta}{2g} = -1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{(1 \times 4.43)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \times 9.80} \quad \text{⑪} \\
&= 0
\end{aligned}$$

所以 y 轴与天花板的交点为天花板上有水的那一点的位置, 其坐标值为 $(0, 1.25 \text{ m})$.

评分标准: 第 (1) 问 17 分, ①式 1 分, ②③④⑤⑥式各 2 分, ⑦式 4 分, ⑧式 2 分;

第 (2) 问 8 分, ⑩式 4 分, ⑪式 2 分, 结论正确给 2 分.