

Physics

# 全国中学生 物理 2010 竞赛专辑

全国中学生物理竞赛委员会办公室 编



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

# Physics

全国中学生  
**物理** 2010  
竞赛专辑

★ 第26届全国中学生物理竞赛试题及参考解答（预赛、复赛、决赛）

---

★ 第40届国际物理奥林匹克竞赛试题及参考解答

---



★ 第10届亚洲物理奥林匹克竞赛试题及参考解答



ISBN 978-7-301-17160-8



9 787301 171608 >

定价：22.00元

# 全国中学生物理竞赛专辑 2010

全国中学生物理竞赛委员会办公室 编



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS



## 图书在版编目(CIP)数据

全国中学生物理竞赛专辑·2010/全国中学生物理竞赛委员会办公室编. —北京:北京大学出版社,2010.5

ISBN 978-7-301-17160-8

I. 全… II. 全… III. 物理课—中学—竞赛题 IV. G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 075824 号

**书 名:** 全国中学生物理竞赛专辑·2010

**著作责任者:** 全国中学生物理竞赛委员会办公室 编

**责任编辑:** 王剑飞 顾卫宇

**封面设计:** 张虹

**标准书号:** ISBN 978-7-301-17160-8/O·0815

**出版发行:** 北京大学出版社

**地 址:** 北京市海淀区成府路 205 号 100871

**网 址:** <http://www.pup.cn>

**电子信箱:** zpup@pup.pku.edu.cn

**电 话:** 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752038 出版部 62754962

**印 刷 者:** 北京大学印刷厂

787 毫米×1092 毫米 16 开本 11 印张 278 千字

2010 年 5 月第 1 版 2010 年 5 月第 1 次印刷

**定 价:** 22.00 元

---

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:(010)62752024 电子信箱:fd@pup.pku.edu.cn



# 目 录

## 第一部分 全国中学生物理竞赛章程和内容提要

全国中学生物理竞赛章程	(3)
第一章 总则	(3)
第二章 组织领导	(3)
第三章 竞赛程序	(4)
第四章 命题原则	(5)
第五章 奖励办法	(5)
第六章 守则和纪律、监督、惩罚	(5)
第七章 经费	(6)
第八章 附则	(6)
全国中学生物理竞赛内容提要	(7)
一、理论基础	(7)
二、实验	(11)
三、其他方面	(12)
附：关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题的若干规定	(13)
指定参考书	(14)
参考资料	(14)

## 第二部分 第26届全国中学生物理竞赛专题

在第26届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(一)	(17)
在第26届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(二)	(18)
在第26届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(三)	(20)
在第26届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(四)	(21)
在第26届全国中学生物理竞赛颁奖大会暨闭幕式上的讲话(五)	(22)
全国中学生物理竞赛委员会扩大会议(深圳会议)纪要	(27)
第26届全国中学生物理竞赛全国竞赛委员会、组织委员会、评奖组及获奖学生名单	(30)
第26届全国中学生物理竞赛试题及参考解答	(34)
预赛试题及参考解答	(34)
复赛试题及参考解答	(47)
决赛试题及参考解答	(56)

---

附录(一)	历届全国中学生物理竞赛及我国参加的国际物理奥林匹克 竞赛基本情况 .....	(76)
附录(二)	第40届国际奥林匹克物理竞赛试题及参考解答 .....	(78)
附录(三)	第10届亚洲物理奥林匹克竞赛试题及参考解答 .....	(140)



## 第一部分

# 全国中学生物理竞赛 章程和内容提要





# 全国中学生物理竞赛章程

中国物理学会常务理事會

(1991年2月12日制定,2004年11月30日修订)

## 第一章 总 则

**第一条** 全国中学生物理竞赛(对外可以称中国物理奥林匹克,英文名为 Chinese Physics Olympiad,缩写为 CPhO)是群众性的课外学科竞赛活动. 这项活动由中国科学技术协会主管,中国物理学会主办,并得到国家教育部的批准.

竞赛的目的是激发学生学习物理的兴趣和主动性,促使他们改进学习方法,增强学习能力;帮助学校开展多样化的物理课外活动,活跃学习空气;发现具有突出才能的青少年,以便更好地对他们进行培养.

**第二条** 全国中学生物理竞赛要贯彻“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的精神. 竞赛内容的深度和广度可以比中学物理教学大纲和教材有所提高和扩展.

**第三条** 参加全国中学生物理竞赛者是对物理学习有兴趣并学有余力的在校普通高中学生. 竞赛应坚持学生自愿参加的原则. 竞赛活动主要应在课余时间进行,不要影响学校正常的教学秩序.

**第四条** 学生参加竞赛主要依靠学生平时的课内外学习和个人努力. 学校和教师不要为了准备参加竞赛而临时突击,不要组织“集训队”或搞“题海战术”,以免影响学生的正常学习和身体健康. 学生在物理竞赛中的成绩只反映学生个人在这次活动中所表现出来的水平,不应当以此来衡量和评价学校的工作和教师的教学水平.

## 第二章 组织领导

**第五条** 全国中学生物理竞赛由中国物理学会主办. 中国物理学会常务理事會制定《全国中学生物理竞赛章程》;设立全国中学生物理竞赛委员会(简称全国竞委会),统一领导全国中学生物理竞赛活动. 全国中学生物理竞赛委员会由主任一人、副主任和委员若干人组成. 主任和副主任由中国物理学会常务理事會聘任,组成全国中学生物理竞赛委员会常务委员会(简称常委会). 全国中学生物理竞赛委员会可设名誉主任,由中国物理学会常务理事會聘任.

全国竞委会委员任期一年,产生办法如下:

1. 每省(自治区、直辖市)物理学会各委派委员 1 人;
2. 承办本届或下届决赛的省(自治区、直辖市)物理学会各委派 3 人;
3. 由常委会根据需要聘请若干人任特邀委员.

**第六条** 常委会在中国物理学会常务理事會领导下主持全国竞委会工作;制定有关竞赛工作的各项实施细则.

全国竞委会在决赛期间召开全体会议,研究和讨论与本届和下届竞赛有关事宜,交流组织

竞赛活动的经验,提出意见和建议;审议通过决赛获奖学生名单。

全国竞委会委员在任期内负责常委会和本省(自治区、直辖市)竞赛委员会工作上的联系。

**第七条** 常委会下设全国中学生物理竞赛命题组(简称命题组)和全国中学生物理竞赛办公室(简称办公室)等工作机构。

命题组成员由常委会聘请专家担任。命题组负责预赛、复赛理论试题及决赛的理论、实验试题的命题工作。

办公室负责处理有关竞赛的日常事务。

**第八条** 每年承办决赛的省(自治区、直辖市)物理学会与有关方面协商组成该届全国中学生物理竞赛组织委员会(简称组委会),组委会负责决赛期间各项活动的筹备与组织工作以及命题会议的会务工作。

组委会工作接受常委会指导。

**第九条** 各省(自治区、直辖市)物理学会与各有关方面协商组成省(自治区、直辖市)中学生物理竞赛委员会(简称地方竞委会)。地方竞委会要按照《全国中学生物理竞赛章程》和常委会制定的有关竞赛工作的各项实施细则,负责组织和领导本省(自治区、直辖市)有关竞赛的各项活动。

地方竞委会的工作受全国竞委会的指导和监督。

### 第三章 竞赛程序

**第十条** 全国中学生物理竞赛每年举行一次,包括预赛、复赛和决赛。在校高中学生可向学校报名,经学校同意,由学校到地方竞委会指定的地点报名。凡报名参加全国中学生物理竞赛的学生均在地方竞委会指定的地点参加预赛。预赛由全国中学生物理竞赛命题组统一命题和制定评分标准,办公室统一制卷。各地方竞委会组织赛事和评定成绩。预赛满分为200分,竞赛时间为3小时。地方竞委会不得组织其他考试来确定学生参加预赛的资格。

**第十一条** 复赛包括理论和实验两部分。理论题由全国中学生物理竞赛命题组统一命题和制定评分标准,办公室统一制卷。理论考试满分为160分,时间为3小时。各地方竞委会组织赛事和评定成绩。复赛实验由地方竞委会命题和评定成绩,满分为40分,实验时间为3小时。复赛实验的日期、地点和组织办法由各地方竞委会根据实际情况自行决定。

参加复赛的学生由地方竞委会根据预赛成绩确定。参加复赛理论考试的人数不得少于本赛区一等奖名额的5倍。参加复赛实验考试人数不得少于本赛区一等奖名额的1.2倍。

**第十二条** 各地方竞委会根据学生复赛的总成绩(理论考试成绩和实验考试成绩之和)择优推荐3名学生参加决赛。对于在上届决赛中成绩较好的省(自治区、直辖市)给予奖励名额,凡有学生获一等奖者,一律奖励1名。在当年举行的国际物理奥林匹克竞赛中获金、银、铜奖的学生所在省(自治区、直辖市)每有1名学生获奖,就奖励1名。

承办决赛的省(自治区、直辖市)参加决赛的名额可增加3名。

若参加决赛的最后一个名额有两名以上的学生总成绩相同,则地方竞委会应根据他们的理论成绩高低择优确定一名;若理论成绩最高的学生有两名以上也相同,则地方竞委会可对这部分学生以笔试的形式进行加试,选取成绩最好的1名。

决赛由全国中学生物理竞赛命题组命题和制定评分标准,决赛包括理论和实验两部分。竞

赛时间各 3 小时. 理论满分为 140 分, 实验满分为 60 分. 由组委会聘请高校教师阅卷评分.

由常委会聘请专家组成评奖组, 由评奖组核审学生决赛成绩, 提出获奖名单, 最后由全国竞委会审议通过.

## 第四章 命题原则

**第十三条** 竞赛内容要从我国目前高中学生的实际情况出发, 但不必拘泥于现行的教学大纲和教材. 常委会要根据此原则编写《全国中学生物理竞赛内容提要》和《全国中学生物理竞赛实验指导书》.

**第十四条** 预赛、复赛和决赛理论命题均以《全国中学生物理竞赛内容提要》为依据. 复赛实验题目从《全国中学生物理竞赛实验指导书》中选定. 决赛实验命题以《全国中学生物理竞赛内容提要》和《全国中学生物理竞赛实验指导书》为基础.

## 第五章 奖励办法

**第十五条** 全国中学生物理竞赛只评选个人奖, 不搞省、地、市、县或学校之间的评比.

根据决赛成绩和参加决赛人数, 每届评选出决赛一等奖、二等奖和三等奖. 一等奖和二等奖人数各占参加决赛人数的  $\frac{1}{6}$  和  $\frac{1}{3}$ . 若一(或二)等奖最后一个名额有两名或两名以上的学生总成绩相同, 则都评为一(或二)等奖. 由全国竞委会给予奖励. 在举行决赛的城市召开授奖大会, 颁发全国中学生物理竞赛获奖证书.

**第十六条** 对于在预赛和复赛中成绩优秀的学生, 全国竞委会设立赛区一、二、三等奖, 由地方竞委会按学生成绩进行评定. 赛区一等奖的评定以复赛总成绩为准. 赛区二等奖的评定以复赛理论成绩为准. 赛区三等奖的评定标准由地方竞委会根据学生成绩和当地实际情况决定. 赛区一、二、三等奖获奖者均颁发相应的获奖证书.

赛区一等奖的名额由常委会决定. 若赛区一等奖最后一个名额有两名以上的学生总成绩相同, 则地方竞委会应根据他们的理论成绩高低择优确定一名; 若理论成绩最高的学生有两名以上也相同, 则地方竞委会可对理论成绩并列最高的学生以笔试的形式进行加试, 选取成绩最好的 1 名. 赛区二、三等奖的名额由各省(自治区、直辖市)物理学会确定.

对获奖学生的奖励要有利于学生的健康成长.

**第十七条** 对在决赛中获奖和获赛区一、二等奖的学生的指导教师, 由各地方竞委会确定名单, 以全国竞委会名义给予表彰, 发给荣誉证书.

## 第六章 守则和纪律、监督、惩罚

**第十八条** 关于竞赛守则和纪律、监督和惩罚, 按中国科协颁布的有关条例中的规定执行.

## 第七章 经 费

**第十九条** 全国中学生物理竞赛所需经费应根据中国科协的规定主要通过各种途径自筹,但必须严格遵守国家的各项法律法规.

**第二十条** 学生参加预、复赛应缴纳报名费和试卷费.报名费收入全部由地方竞委会留用,试卷费上交全国竞委会办公室.参加决赛的学生要交纳决赛参赛费,作为全国竞委会和组委会进行与决赛有关的各项工作的部分经费.

学生参加竞赛所需食、宿、交通费用原则上由学生自理.对经济有困难的学生由地方竞委会与有关方面协商给予补助.

**第二十一条** 决赛活动所需经费由组委会负责筹措,全国竞委会给予适当补助.

**第二十二条** 经费开支应贯彻勤俭节约的原则.向学生收取的费用应根据竞赛成本核定,不以赢利为目的.

## 第八章 附 则

**第二十三条** 本章程由中国物理学会常务理事会制定.本章程的解释权属中国物理学会常务理事会.



# 全国中学生物理竞赛内容提要

(2005年1月修订,2006年开始实行)

**说明** 按照中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会第9次全体会议的提议,由中国物理学会全国中学生物理竞赛委员会常务委员会根据《全国中学生物理竞赛章程》中关于命题原则的规定,结合我国目前中学生的实际情况,制定了《全国中学生物理竞赛内容提要》,作为今后物理竞赛预赛、复赛和决赛命题的依据.它包括理论基础、实验、其他方面等部分.1991年2月20日经全国中学生物理竞赛委员会常务委员会扩大会议讨论通过并开始试行.1991年9月11日在南宁由全国中学生物理竞赛委员会第10次全体会议正式通过,开始实施.

经2000年第19次竞委会原则同意,对《全国中学生物理竞赛内容提要》做适当的调整和补充.考虑到适当控制预赛试题难度的精神,《内容提要》中新补充的内容将用“※”符号标出,作为复赛题和决赛题增补的内容,预赛试题仍沿用原规定的《内容提要》,不增加修改补充后的内容.

2005年1月,常委会对《全国中学生物理竞赛内容提要》中理论基础部分做了少量修改和补充,修改后的《全国中学生物理竞赛内容提要》从2006年开始实行.

2005年,中国物理学会常务理事会对《全国中学生物理竞赛章程》进行了修订.依据修订后的章程,决定由全国中学生物理竞赛委员会常务委员会组织编写《全国中学生物理竞赛实验指导书》,作为复赛实验考试题目的范围.

## 一、理论基础

### 力 学

#### 1. 运动学:

参照系,质点运动的位移和路程、速度、加速度,相对速度;

矢量和标量,矢量的合成和分解,※矢量的标积和矢积;

匀速及匀变速直线运动及其图像,运动的合成,抛体运动,圆周运动;

刚体的平动和绕定轴的转动.

#### 2. 牛顿运动定律,力学中常见的几种力:

牛顿第一、二、三运动定律,惯性参照系的概念;

摩擦力;

弹性力,胡克定律;

万有引力定律,均匀球壳对壳内和壳外质点的引力公式(不要求导出),开普勒定律,行星和人造卫星运动;

※惯性力的概念.

#### 3. 物体的平衡:

共点力作用下物体的平衡;

力矩,刚体的平衡条件,重心;



物体平衡的种类.

4. 动量:

冲量, 动量, 质点与质点组的动量定理, 动量守恒定律, ※质心, ※质心运动定理;

反冲运动及火箭.

5. ※冲量矩, ※角动量, ※质点和质点组的角动量定理(不引入转动惯量), ※角动量守恒定律.

6. 机械能:

功和功率;

动能和动能定理;

重力势能, 引力势能, 质点及均匀球壳壳内和壳外的引力势能公式(不要求导出), 弹簧的弹性势能;

功能原理, 机械能守恒定律;

碰撞, 恢复系数.

7. 流体静力学:

静止流体中的压强;

浮力.

8. 振动:

简谐振动  $x = A\cos(\omega t + \alpha)$ , 振幅, 频率和周期, 相位;

振动的图像;

参考圆, 振动的速度  $v = -A\omega\sin(\omega t + \alpha)$ ;

由动力学方程确定简谐振动的频率, 简谐振动的能量;

同方向同频率简谐振动的合成;

阻尼振动, 受迫振动和共振(定性了解).

9. 波和声:

横波和纵波, 波长、频率和波速的关系, 波的图像, 平面简谐波的表示式  $y = A\cos\omega(t - x/v)$ ;

波的干涉和衍射(定性), ※驻波;

声波, 声音的响度、音调和音品, 声音的共鸣, 乐音和噪声, ※多普勒效应.

## 热 学

1. 分子动理论:

原子和分子的数量级;

分子的热运动, 布朗运动, 温度的微观意义;

分子力;

分子的动能和分子间的势能, 物体的内能.

2. 热力学第一定律:

热力学第一定律.

3. ※热力学第二定律:

※热力学第二定律, ※可逆过程与不可逆过程.



## 4. 气体的性质:

热力学温标;

理想气体状态方程, 普适气体恒量;

理想气体状态方程的微观解释(定性);

理想气体的内能;

理想气体的等容、等压、等温和绝热过程(不要求用微积分运算).

## 5. 液体的性质:

液体分子运动的特点;

表面张力系数;

浸润现象和毛细现象(定性).

## 6. 固体的性质:

晶体和非晶体, 空间点阵;

固体分子运动的特点.

## 7. 物态变化:

熔化和凝固, 熔点, 熔化热;

蒸发和凝结, 饱和气压, 沸腾和沸点, 汽化热, 临界温度;

固体的升华;

空气的湿度和湿度计, 露点.

## 8. 热传递的方式:

传导、对流和辐射.

## 9. 热膨胀:

热膨胀和膨胀系数.

## 电 学

## 1. 静电场:

库仑定律, 电荷守恒定律;

电场强度, 电场线, 点电荷的场强, 场强叠加原理, 均匀带电球壳壳内的场强和壳外的场强公式(不要求导出), 匀强电场;

电场中的导体, 静电屏蔽;

电势和电势差, 等势面, 点电荷电场的电势公式(不要求导出), 电势叠加原理, 均匀带电球壳壳内和壳外的电势公式(不要求导出);

电容, 电容器的连接, 平行板电容器的电容公式(不要求导出);

电容器充电后的电能;

电介质的极化, 介电常量.

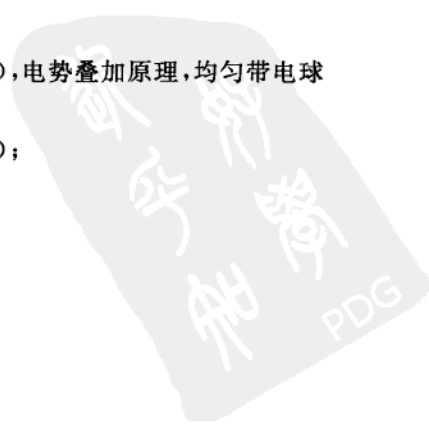
## 2. 稳恒电流:

欧姆定律, 电阻率和温度的关系;

电功和电功率;

电阻的串、并联;

电动势, 闭合电路的欧姆定律;



一段含源电路的欧姆定律,※基尔霍夫定律;

电流表,电压表,欧姆表;

惠斯通电桥,补偿电路.

3. 物质的导电性:

金属中的电流,欧姆定律的微观解释;

液体中的电流,法拉第电解定律;

气体中的电流,被激放电和自激放电(定性);

真空中的电流,示波器;

半导体的导电特性,p型半导体和n型半导体;

晶体二极管的单向导电性,三极管的放大作用(不要求机理);

超导现象.

4. 磁场:

电流的磁场,磁感应强度,磁感线,匀强磁场,长直导线中的电流的磁场;

安培力,洛伦兹力,电子荷质比的测定,质谱仪,回旋加速器.

5. 电磁感应:

法拉第电磁感应定律;

楞次定律,※感应电场(涡旋电场);

自感;

互感和变压器.

6. 交流电:

交流发电机原理,交流电的最大值和有效值;

纯电阻、纯电感、纯电容电路,

整流、滤波和稳压;

三相交流电及其连接法,感应电动机原理.

7. 电磁振荡和电磁波:

电磁振荡,振荡电路及振荡频率;

电磁场和电磁波,电磁波的波速,赫兹实验;

电磁波的发射和调制,电磁波的接收、调谐、检波.

## 光 学

1. 几何光学:

光的直进、反射、折射,全反射;

光的色散,折射率与光速的关系;

平面镜成像,球面镜成像公式及作图法;

薄透镜成像公式及作图法;

眼睛,放大镜,显微镜,望远镜.

2. 波动光学:

光程;

光的干涉和衍射,双缝干涉,单缝衍射;





光谱和光谱分析,电磁波谱.

## 近代物理

### 1. 光的本性:

光电效应,爱因斯坦方程;

光的波粒二象性,光子的能量与动量.

### 2. 原子结构:

卢瑟福实验,原子的核式结构;

玻尔模型,用玻尔模型解释氢光谱,玻尔模型的限制性;

原子的受激辐射,激光.

### 3. 原子核:

原子核的量级;

天然放射现象,放射线的探测;

质子的发现,中子的发现,原子核的组成;

核反应方程;

质能方程,裂变和聚变;

“基本”粒子,※夸克模型.

### 4. ※不确定关系,※实物粒子的波粒二象性.

### 5. ※狭义相对论:

爱因斯坦假设,时间和长度的相对论效应;

相对论动量与能量  $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, E = mc^2$ ;

### 6. ※太阳系,银河系,宇宙和黑洞的初步知识.

## 数学基础

### 1. 中学阶段全部初等数学(包括解析几何).

### 2. 矢量的合成和分解,极限、无限大和无限小的初步概念.

### 3. 不要求用微积分进行推导或运算.

## 二、实 验

全国中学生物理竞赛常委会组织编写的《全国中学生物理竞赛实验指导书》中的 34 个实验是全国中学生物理竞赛复赛实验考试内容的范围. 这 34 个实验的名称是:

实验一 实验误差;

实验二 气轨上研究瞬时速度;

实验三 杨氏模量;

实验四 用单摆测重力加速度;

实验五 气轨上研究碰撞过程中动量和能量变化;

实验六 测量声速;

- 实验七 弦线上的驻波实验；
- 实验八 冰的熔化热；
- 实验九 线膨胀率；
- 实验十 液体比热容；
- 实验十一 数字万用电表的使用；
- 实验十二 制流和分压电路；
- 实验十三 测定直流电源的参数并研究其输出特性；
- 实验十四 磁电式直流电表的改装；
- 实验十五 用量程为 200 mV 的数字电压表组成多量程的电压表和电流表；
- 实验十六 测量非线性元件的伏安特性；
- 实验十七 平衡电桥测电阻；
- 实验十八 示波器的使用；
- 实验十九 观测电容特性；
- 实验二十 检测黑盒子中的电学元件(电阻,电容,电池,二极管)；
- 实验二十一 测量温度传感器的温度特性；
- 实验二十二 测量热敏电阻的温度特性；
- 实验二十三 用霍尔效应测量磁场；
- 实验二十四 测量光敏电阻的光电特性(有、无光照时的伏安特性;光电特性)；
- 实验二十五 研究光电池的光电特性；
- 实验二十六 测量发光二极管的光电特性(用  $eU_{\text{光}} = hc/\lambda$  估算发光波长)；
- 实验二十七 研究亥姆霍兹线圈轴线磁场的分布；
- 实验二十八 测定玻璃的折射率；
- 实验二十九 测量薄透镜的焦距；
- 实验三十 望远镜和显微镜；
- 实验三十一 光的干涉现象；
- 实验三十二 光的夫琅禾费衍射；
- 实验三十三 分光计的使用与极限法测折射率；
- 实验三十四 光谱的观测。

各省(自治区、直辖市)竞赛委员会根据本省的实际从《全国中学生物理竞赛实验指导书》的 34 个实验中确定并公布不少于 20 个实验作为本省(自治区、直辖市)物理竞赛复赛实验考试的内容范围,复赛实验的试题从公布的实验中选定,具体做法见《关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题的若干规定》。

全国中学生物理竞赛决赛实验以本《内容提要》中的“理论基础”和《全国中学生物理竞赛实验指导书》作为命题的基础。

### 三、其他方面

物理竞赛的内容有一部分有较大的开阔性,主要包括以下三方面:

1. 物理知识在各方面的应用;对自然界、生产和日常生活中一些物理现象的解释。

2. 近代物理的一些重大成果和现代的一些重大信息.
3. 一些有重要贡献的物理学家的姓名和他们的主要贡献.

## 附：关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题的若干规定

(2005年)

为了使更多的地区、更多的优秀学生的物理实验水平和素养有较大的提高,为了让更多的优秀学生有机会参加实验培训,为了使复赛实验考试更加公正、公平,增加透明度,特制定以下规定.各省(自治区、直辖市)竞赛委员会必须严格按照本规定组织本省有关复赛实验的活动.

一、全国中学生物理竞赛委员会常务委员会(以下简称常委会)组织编写的《全国中学生物理竞赛实验指导书》(以下简称《实验指导书》)中的34个实验是全国中学生物理竞赛复赛实验考试的内容范围.各省(自治区、直辖市)竞赛委员会要会同本省有关专家和高等学校结合本省实际情况,从这34个实验中确定全部或一部分实验,作为本省(自治区、直辖市)复赛实验考试的范围.确定的实验数不得少于20个,其中必须包括实验一“实验误差”、实验十一“数字万用电表的使用”、实验十二“制流和分压电路”、实验十八“示波器的使用”这四个基本实验.有的实验中含有“设计实验”,这部分实验要求属于决赛的实验考试要求,复赛实验考试不涉及这部分实验.本省确定的复赛实验考试内容范围必须向本省准备参加物理竞赛的全体考生公布,公布的时间不得晚于复赛考试前6个月.各省的复赛实验试题必须从本省公布的实验中选定.

二、各省(自治区、直辖市)的竞赛委员会要在省(自治区、直辖市)物理学会的领导下与本省(自治区、直辖市)有关高校协商设立物理竞赛实验培训点和组织本省(自治区、直辖市)的实验培训工作.培训点可设在省(自治区、直辖市)、市两级的高等学校.培训点要根据《实验指导书》的要求对学生进行培训,着眼于提高学生的实验水平和实验素养.

三、各省(自治区、直辖市)要建立本省(自治区、直辖市)物理竞赛复赛实验命题小组.命题小组由2~4位物理实验业务水平较高、教学经验比较丰富、作风正派的高等学校教师组成.命题小组的成员在当年不得参加复赛前的任何物理竞赛实验的辅导和培训工作,并且他们的身份是保密的.省(自治区、直辖市)竞赛委员会要与命题小组一起研究确定本省(自治区、直辖市)复赛实验考场所在的高校.确定为实验考场的高校,应具有能解决本省(自治区、直辖市)公布的所有实验所需的器材和实验室条件.为了有利于考试的公平性,被指定为实验考场的高校在复赛实验考试前最好不安排与物理竞赛有关的实验培训任务.如果省(自治区、直辖市)竞赛委员会因这种或那种原因难以做到上述要求,而对考场所在的高校,在复赛实验考试前也安排了物理竞赛实验培训任务,则应做出相应的细致规定,防止因考场和培训设在同一所高校而可能带来的某些不良影响,以确保实验考试的公正与公平.请各省(自治区、直辖市)竞赛委员会结合本省(自治区、直辖市)的实际情况自己决定.各省(自治区、直辖市)公布的复赛实验考试内容的范围、确定为复赛实验考场的高校,都要报全国中学生物理竞赛办公室备案.

四、复赛实验命题小组的主要任务:

1. 从本省(自治区、直辖市)公布的“复赛实验考试内容范围”中选定两个实验作为本省(自治区、直辖市)复赛实验考题的内容.各省(自治区、直辖市)都必须公布的四个基本实验不单独作为实验考试题目,这四个基本实验内容的考查将体现在其他有关实验之中.

2. 根据选定作为试题内容的两个实验和《实验指导书》对这两个实验的要求,编制本省

(自治区、直辖市)复赛实验考试的试卷,试卷一般应包括以下内容:

(1) 实验名称.作为考题的实验名称可以与《实验指导书》中的该实验名称相同,亦可在行文上做些修改,使之符合试题的语气.

(2) 实验要求和实验内容.

(3) 实验所用的器材名称和必要的仪器描述.

复赛实验考试的要求,实验原理、实验内容,所用的器材都不得超出《实验指导书》中关于该实验的规定.

3. 制定复赛实验考试评分标准.

复赛实验根据考生的书面答卷进行评分,要求考生写在卷面的内容应在“实验要求”和“考试内容”中向考生交代清楚.

4. 准备实验器材,保证器材的完好性能.

5. 组织阅卷、评分、查分工作.

全国中学生物理竞赛委员会常务委员会

2005年12月22日

## 指定参考书

1. 全国中学生物理竞赛办公室,编.全国中学生物理竞赛参考资料.北京:北京教育出版社,1985—2002;全国中学生物理竞赛专辑.北京:北京教育出版社,2003—2007;北京:北京大学出版社,2008—2009.

2. 沈克琦.高中物理学 1.北京:北京出版社,1997;高中物理学 2.北京:北京出版社,1998;高中物理学 3.北京:北京出版社,1998;高中物理学 4.北京:北京出版社,1999.

3. 全国中学生物理竞赛常务委员会,组织编写.全国中学生物理竞赛实验指导书.北京:北京大学出版社,2005.

## 参考资料

1. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编写.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:力学分册.北京:清华大学出版社,2005.

2. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编写.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:电学分册.北京:清华大学出版社,2005.

3. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编写.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:热学、光学与近代物理分册.北京:清华大学出版社,2006.

4. 全国中学生物理竞赛常务委员会,编写.全国中学生物理竞赛第1~20届试题解析:实验分册.北京:清华大学出版社,2008.

## 第二部分

# 第 26 届全国中学生物理竞赛专题



# 在第 26 届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(一)

蔡达峰<sup>①</sup>

(2009 年 11 月 5 日)

尊敬的各位领导、各位专家、老师们、同学们：

复旦大学很荣幸地参加了第 26 届全国中学生物理竞赛的承办工作，借此机会，请允许我代表复旦大学，感谢各位领导、各位专家和各参赛队老师和同学们的光临。

复旦大学以建设高水平研究型大学为目标，始终坚持以人为本的教育理念，不断深化教育教学改革，全面推进素质教育和通识教育，大胆探索自主招生改革，积极倡导研究型学习，努力为国家培养具有出色的实践能力和创新精神的优秀公民。

全国中学生物理竞赛是具有广泛影响的活动，它对培养学生的科学热情和探究能力发挥了重要的引导和促进作用，为包括复旦等重点大学输送了优秀的学生。

紧张的赛事即将结束。上海市物理学会、复旦大学和华师大二附中等承办单位为此作了精心的安排，保证了赛事的顺利进行。各参赛队的同学们认真参加比赛，发挥了出色的水平，取得了优异的成绩，体现了良好的精神风貌。我们对赛事的圆满成功表示衷心的祝贺，并感谢大家给复旦带来了难忘的美好经历。祝各位同学不断进步，在求学的过程中获得更多的机会，在学术的殿堂里获得更多收获，为此，复旦期待着能够为大家提供更多的服务。

最后，祝全国中学生物理竞赛越办越好！

谢谢大家！

---

<sup>①</sup> 蔡达峰，复旦大学副校长，上海市人大常委会副主任。



## 在第 26 届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(二)

陆 昉<sup>①</sup>

(2009 年 11 月 5 日)

各位领导、各位学生、各位老师：

第 26 届全国中学生物理竞赛的所有活动即将结束,作为本次活动的组织者,此时此刻思绪万千、感慨万分.本次活动能够顺利完成,离不开各级领导的支持与帮助,离不开专家学者的睿智与才华,也离不开我们工作人员的辛劳与奉献.在此,我首先要感谢上海市教委、上海市科协领导对本次活动的大力支持,正是由于他们的关心和在财政上的支持,使得我们能够把学生安排在舒适的宾馆,享受一流的服务及一流设施,保障我们的学生顺利完成考试任务.同时我还要感谢华师大二附中以及复旦大学的领导对本次活动的高度重视,正是由于他们的热心关怀,使得我们这次活动的前期大量准备工作得以顺利完成.本次活动还得到复旦附中、交大附中的赞助,我们的部分实验仪器设备还得到复旦天欣科教仪器有限公司、上海纽迈电子科技有限公司的支持,在我们的学生报到时,还得到了浙江天煌科技实业有限公司赠送的纪念品,在此一并表示感谢.

在整个竞赛活动筹备工作中,最主要、最繁重也是最难完成的任务就是竞赛的命题工作.我们命题组的第二部分负责人是一位德高望重的老教授,他不仅长期从事大学物理教学工作,有着非常丰富的教学经验,而且也十分熟悉中学物理的教学,他一直担任中学物理教材的审稿工作,并多次参加上海高考的命题和阅卷工作.他对目前中学物理竞赛中存在这样或那样的问题也深有感受,也十分希望通过这次的命题工作,能起到一些积极作用,为我们国家的创新性人才的培养作出贡献.他不辞辛劳组织并参与了整个命题工作的全过程,尽管年过花甲,但他比其他同志更辛苦,承担了更多的压力.一开始复赛的命题工作是由三位经验丰富的老教授加一位青年教授组成,但是极其繁重的命题工作量,使得我们一些老同志由于身体健康的原因,不得不退出命题工作.因此,到了决赛的命题阶段,我们用两位青年教师替换了两位老同志,我们的青年教师思维活跃,他们的加入,使得命题组充满活力.最后,在他们非常艰苦的努力下,终于顺利完成任务.这次所出的题目,改变了以往的传统模式,其理念得到了大部分教师的认同.尽管在题目难度的把握上,还有许多值得进一步研究与探讨的地方,但总的来讲,应该说这次命题总体上还是成功的.与理论命题工作相比,实验的命题尽管题量不多,但是工作量并不少,二位命题组成员不仅要实验题目进行构思,更多的还要采购搭建实验设备.为了保密,许多工作只能他们亲自动手做,在仪器的选购,设备的加工等方面他们动足了脑筋,在整个将近 40 套仪器搭建及调试过程中,许多艰辛可能也只有他们自己知道,我既无法关心,也没有办法关心.在此,我们要对命题组所有成员的辛勤努力工作,表示衷心的感谢!

这次竞赛活动得以顺利举行,另一个十分重要因素就是会务组的热情、周密、细致的安排,

<sup>①</sup> 陆昉,第 26 届全国物理竞赛组织委员会秘书长,上海市物理学会副理事长,复旦大学校长助理、教务处处长.



使得这次竞赛活动能够十分有序顺利进行. 在这里我特别要提到的是我们会务组组长, 就在我们竞赛活动开始的前一周, 她女儿提前破腹生产, 刚当上外婆的她仅在医院里照顾了她女儿三天, 就又全力以赴地投入到竞赛活动的准备工作中. 在整个竞赛活动期间, 尽管她的家离宾馆近在咫尺, 她几乎没有回过家, 看看她的外孙女和女儿. 她全身心投入到竞赛活动的安排中, 把每个学生都看成是自己的子女, 千叮咛万嘱咐, 使每个学生都能顺利完成考试. 正是在她的带领与指挥下, 会务组工作人员工作有序, 活动安排井井有条. 大家也看到在整个一星期里, 会务组所有成员工作十分辛苦, 嗓子哑了服点金嗓子喉宝, 感冒了喝点感冒退热冲剂. 正是由于他们的辛勤工作, 使得我们这次活动能够很好地完成, 在此, 向他们表示衷心的感谢.

同学们, 本次活动即将结束, 但我们在这一周里所结下的友谊将永存, 祝你们在今后的成长道路上能够取得更大的成绩.



# 在第26届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(三)

李骏修<sup>①</sup>

(2009年11月5日)

尊敬的各位领导、各位专家、老师们、同学们：

金秋送爽，喜逢盛会。全国中学生物理竞赛就像一个巨大的磁场，吸引了全国各地的优秀学子会聚上海，展智慧、决高下、广交友；它也是一个平台，展示与检阅各地的物理教学成果，交流各自的物理教学理念与人才培养心得；它还是一个助推器，极大地激发中学生对物理的热爱和创新精神的迸发，推动优秀拔尖人才的快速成长。

上海有幸获得了本次决赛的承办权，市教委、市科协、市物理协会、复旦大学、华东师范大学二附中等多个单位通力合作，携手确保了决赛的圆满举行。作为一项青少年参与度、社会影响力巨大的赛事，全国中学生物理竞赛在提高中学生学习的主动性和积极性、改进学习方法、增强学习能力，促进学校开展多样化的课外活动、活跃学术氛围，发现具有突出才能的青少年加以培养，等多个方面发挥着不可替代的作用。上海通过承办本次决赛，既检阅了上海市的基础教育、高等教育发展水平，又促进了基础教育与高等教育间的完美衔接；同时通过与兄弟省市的最优秀的师生进行交流、竞赛，通过专家的莅临指导，对于提升上海市的基础教育水平有极大的推动作用。

百年大计，教育为本，教育之基，以人为本。青少年是祖国的未来与希望，中华民族的强国之梦寄托在他们身上。近年来，上海通过二期课改、推进素质教育工程等举措，在基础教育方面进行了许多卓有成效的尝试，努力营造创新人才、拔尖人才脱颖而出的良好氛围。

周培源教授在第一届全国中学生物理竞赛决赛上送给参赛者的话音犹在耳：“希望你们勇敢地肩负起自己光荣而艰巨的历史使命，勤于思考，勇于探索，开辟前人没有走过的道路，成为创造型、开拓型的优秀人才。”的确，能走到决赛这一步的人都是中学生中的佼佼者，你们都是过五关、斩六将，一路拼搏而来的。周培源教授所说的光荣而艰巨的历史使命唯有你们来承担。上海是一个福地，新科诺贝尔物理学奖得主高锟先生就曾生活于斯。期待未来的高锟就在你们中诞生。那时，我们又可以自豪地说：这个人曾在上海生活过。

谢谢大家！

<sup>①</sup> 李骏修，上海市教育委员会副主任。

# 在第 26 届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(四)

俞 涛<sup>①</sup>

(2009 年 11 月 5 日)

尊敬的各位领导、各位专家、老师们、同学们：

大家上午好！

经过几天紧张激烈的角逐，第 26 届全国中学生物理竞赛决赛圆满完成各项议程，今天就将胜利落下帷幕了。

历时 25 年的轮转，全国中学生物理竞赛这一高水平、高规格的国家级赛事第二次落户上海，这是中国科协和兄弟省市对上海的信赖和厚爱，也为上海提供了展示自我、提升科技教育发展水平、推进科教兴市战略和人才强市战略的极好机遇。

上海市科协高度重视决赛组织工作。早在一年前从北京市手中接到主持接力棒时，就给出了批示，指示上海市物理学会认真做好本届赛事的各项筹备工作。上海市物理学会也多次召开各种会议，就会务、考务、命题等各项工作方案进行反复斟酌，全面布置。命题组专家为体现试题的创新性，突破原有命题的框框，反复研究，并查阅了大量的参考资料，使得本届的试题与以往各届相比，都有显著变化。赛事的会务和考务工作承担单位通力合作，事无巨细地做好后勤保障和服务工作。最后，在组委会的统筹协调下，在各协办单位、承办单位的紧密合作、细致热情的服务之下，本届赛事圆满完成各项工作。

本次决赛参赛人数创历史之最，共有 280 人进入决赛。进入决赛的人都是中国科技未来的新兴力量，是中国科技事业发展的希望所在。希望这些最优秀的人能始终保持对科学强烈的热爱之情，以锲而不舍的钻研精神，在探究科学真理的路上越走越远，为人类科技事业的进步贡献力量。

最后，祝各位同学前程锦绣！祝各位领导、专家、老师工作顺利！事事如意！

谢谢大家！

<sup>①</sup> 俞涛，上海市科学技术协会副主席。



# 在第 26 届全国中学生物理竞赛颁奖大会 暨闭幕式上的讲话(五)

丛树桐

(2009 年 11 月 5 日)

各位领导、各位老师、各位同学：

第 26 届全国中学生物理竞赛的各项活动到今天将全部完成，共有约 43 万名学生参加了预赛，28304 名学生参加了复赛的理论考试，2603 名学生参加了复赛的实验考试，280 名学生参加了决赛。在决赛中，经评奖组评定，并经全国中学生物理竞赛委员会通过，评出一等奖 50 名，二等奖 98 名，三等奖 132 名，单项奖 4 名。另外，获得赛区一等奖（即保送生）的学生共 990 名。还有较多的学生获得了赛区二等奖和三等奖。让我代表全国中学生物理竞赛委员会向所有获奖的同学表示衷心的祝贺，向参加全国中学生物理竞赛的全体同学表示良好的祝愿，向辛勤培育过参赛学生的老师们致以崇高的敬意。

全国中学生物理竞赛是由中国物理学会主办的。本届竞赛的决赛由上海市科学技术协会和上海市教育委员会协办，由上海市物理学会、复旦大学、华东师大二附中联合承办。本届竞赛成立了预赛、复赛、决赛三个命题组，为了让承办单位集中力量于复赛题和决赛题，所以不参加预赛命题工作。预赛命题组由原常委会负责承担；参加复赛命题组的是复旦大学、北京大学的老师们；参加决赛命题组理论命题人员是复旦大学、北京大学、清华大学、北京师范大学的老师们，参加决赛实验命题人员主要是复旦大学的老师们，还有北京大学的老师。今年的决赛实验考试经复旦大学的努力，将以前的 3 批增加为 4 批，从而才能将参加决赛的学生由去年的 210 人增加为 280 人。决赛理论考试的阅卷、评分工作由复旦大学承担，参加的人员还有上海交通大学和上海同济大学的老师。另外，有北京大学、清华大学、北京师范大学的老师参加了阅卷评分核心组的工作。决赛实验的阅卷评分工作全由复旦大学的老师们承担。决赛评奖组的成员由复旦大学、北京大学、清华大学、北京师范大学的老师们组成。本届竞赛的考务工作由复旦大学承担，会务工作由复旦大学和华东师大二附中承担。让我代表全国竞委会向以上所有单位的领导、老师和工作人员表示诚挚的谢意。

全国中学生物理竞赛委员会已决定，2010 年第 27 届全国中学生物理竞赛在福建省厦门市举行，由福建省物理学会、厦门大学、厦门市一中联合承办。他们已在进行各项准备工作。我代表全国中学生物理竞赛委员会向他们表示感谢，并祝他们的各项准备工作能顺利进行。

同学们：

全国中学生物理竞赛是 1984 年由老一辈物理学家周培源先生（时任中国科学技术协会主席）、钱三强先生（时任中国物理学会理事长）、沈克琦先生（时任北京大学副校长、中国物理学会副秘书长——后任副理事长）等发起和创建的，由中国科协主管，由中国物理学会主办，到本届已举办了 26 届。这是由群众团体主办的面对高中学生的一种课外培育人才的活动，虽然当时与教育行政部门所领导的高考及招生制度没有关系，但由于通过竞赛涌现出一批很优秀的学生，所以从第一届开始，国内一些著名大学就主动地到决赛场地，挑选他们的新生。

从1999年即第16届开始,国家教育部制定了一项政策,决定从教育部认可的全国五项学科竞赛(数学、物理、化学、生物、信息科学)中选拔高校招收的保送生,每年总数约4000名.中国科协分配给物理学科900多个名额.中国物理学会所领导的全国中学生物理竞赛委员会常务委员会根据每年所确定的分配原则,将这些名额分配给各省、自治区、直辖市,并规定为赛区一等奖.此制度到本届已实行了10年了.

经过全国各有关方面的共同努力,全国中学生物理竞赛取得了显著的成绩,最主要的成绩就是通过竞赛,激发了广大中学生学习物理的积极性,从高中学有余力而又对物理有兴趣的学生中,涌现出一大批爱好物理且能力较强的学生,尤其是其中有一批独立思考能力较强的学生.

在取得成绩的同时,也发生了一些值得重视的问题,这几年来,关于竞赛,关于保送生制度,关于高考中加分的措施,越来越受到较多人的关注,也有人提出了一些质疑.据悉,国家教育部也在进行是否调整或怎样调整保送生的研究,这里涉及的方面较多,我想就其中与物理有关的某些问题,谈谈个人的看法,不对之处请指教.

首先我想谈谈我们这项竞赛的性质.章程中已说明,它是一项课外活动,对象是高中学生学有余力并且对物理有兴趣的学生,竞赛应坚持自愿参加的原则.竞赛的目的是为了激发这些学生学习物理的积极性和主动性,充分发展他们的特长,增强他们的能力,特别是独立思考能力和创造性思维能力,发现有突出才能的青少年,以便更好地对他们进行培养.

竞赛属于课外活动,它和课内教学有较大的区别,课内教学有统一的教学计划、课时和进度,有严格统一的教学大纲或课程标准,以及实际上是统一的教材.教学要求强调面向全体学生,课上多以教师系统讲授为主.这些对大规模地进行教学活动和保证教学质量、大面积地达到基本要求以及学生的全面发展都是必须的.但是对于充分发展每个学生的个性潜力,充分发展他们不同的兴趣和特长,充分调动学生学习他喜爱学科的积极性,最大限度地培养学生刻苦钻研、独立思考、探索和创新精神,确需要进一步开展.特别是对那些学有余力的学生,如果不在这些方面为他们提供一些条件,他们就将全部的精力花在重复地做他们本已会做的大量类似的题目上,目的是为了防止高考中万一的疏漏.这实际上是浪费了他们的大量精力,限制了他们独立思考、创造性思维能力的发展.而我们举办竞赛的初衷和宗旨,正是希望对那些学有余力,同时对物理又有兴趣和特长的学生,通过竞赛能发展他们的特长和独立思考、独创性.这里我想引用爱因斯坦晚年谈到教育问题时说过的话<sup>①</sup>:由一个没有个人独创性和个人目标所组成的社会,而是由标准化的个人所组成的社会,将是毫无发展可能的、可怜的社会.相反,学校的目标必须是培养能独立行动和独立思考的个人,而这些个人又把为社会服务视为最高的生活目的.我体会,若不能充分发展个人特长、独立思考 and 独立行动的教育,是有缺陷的教育.因此,竞赛的宗旨和素质教育应是一致的,应是素质教育的一部分,应当予以重视.在2006年召开的全国两院院士大会上,胡锦涛主席讲到创新型人才的重要性时,特别提到“千军易得,一将难求”.前一段温家宝总理到中学去听课,听课后的讲话也说到培养有突出才能的人才的重要性.另外,我想到1993年国际物理奥林匹克竞赛由美国承办,在最后的颁奖大会上,有5位诺贝尔物理学奖获得者来自美国各地,亲自为获奖学生颁奖,由此可见这些有突出贡献的物理学家对物理竞赛和参赛学生的重视,对培养有突出才能的人才的重视.

<sup>①</sup> 方在庆编译.爱因斯坦晚年文集.北京:北京大学出版社,2008.

因此,竞赛是有其特有作用的,对竞赛中成绩优秀的学生不是不可以在高考之外,另辟高校录取的途径,保送生可以是途径之一.其实,在全国范围来看,这种保送生毕竟是少数的.以2008年为例,全国本科录取数约为3120000人,五项学科的保送生占约千分之一,若以理工科来计算,约千分之二.若不与本科录取生比,而与本科加专科全部录取生相比,或者与参加高考的学生相比,则约占万分之几.当然,究竟多少数目比较合适,则需结合实际并考虑各种因素来确定.这两年国家教育部也在进行研究和协商.

早在2001年,即实行通过竞赛招收保送生的第2年,我们曾做过一些调查,现在我把那次调查的结果再介绍一下.第一项调查是在北大进行的,对象是1999年参加物理竞赛获赛区一等奖而后又在决赛中成绩优秀的一部分学生,他们在2000年被录取到北大物理系,他们在北大学习一年后,按2001年暑期前的考试成绩排队(不包括公共课体育、政治、外语),结果是,由竞赛选拔来的学生的名次是:2,3,4,6,7,8,9,11,12,13,15,17,18,20,21,23,24,26,30,……,在前30名学生中,占了 $\frac{2}{3}$ .以上说明,选拔的效度和质量是相当高的.第二项调查是在重庆进行的,对象是2000年参加竞赛获省级赛区一等奖,即获得保送生资格的学生(这些人大部分没有参加决赛),共42人.到2001年高中毕业时,接受保送而进入自己满意的重点大学相关专业的共28人,其他14人因不满意重点大学为他们提供的专业,他们自愿放弃保送而主动参加高考,结果,这14人都考入了自己挑选的重点大学的相关专业.最后这42人,进入北大11人,清华12人,复旦1人,中国科技大学3人,浙江大学2人,上海交大3人,西安交大2人,电子科大2人,北航2人,北师大、人民大学、天津大学、同济大学各1人.这有力地说明,通过物理竞赛获得优良成绩的学生,不仅物理学得好,他们在全国高考中其他学科的成绩,也都达到了我国一些著名重点大学对学生的选拔要求.以上是9年以前的调查,这些年来,竞赛成绩优良的学生,特别是参加决赛的学生,已基本上被北大、清华、复旦、中国科技大学、浙江大学、南京大学、上海交大等一些著名大学当场录取了,他们确实是一批优秀的学生.

当然,我们也应看到另一种确实存在的事实,有一些学生参加物理竞赛后,或者受到某些外在的压力,或者没有从自己的实际出发,比较盲目地参加了某种高强度的培训.其实任何人都有攀登科学高峰的可能性,但任何人都会有一个成长过程,各人所处环境不同,因此成长的早晚、快慢各不相同,有的是青年有为,有的是大器晚成.如果目前还处于初期阶段,而硬要将自己以后可获得的知识 and 能力提前来硬拼,或者硬把参加竞赛的目的定为取得保送生资格,以躲开高考,甚至孤注一掷,严重影响了其他学科的学习和全面发展,结果学得很不愉快,很被动,没有乐趣,总是穷于应付,提心吊胆,产生了畏惧或厌烦心理,处于缺乏信心的苦闷状态.我认为,这样的学习状态,负作用大于正作用,对学生的成长没有好处.

其实我们的竞赛并不是为保送生而举办的,保送生的制度决定在后.我们的竞赛带有群众性,对象是高中学有余力而又喜欢物理的学生.竞赛设有预赛、复赛和决赛,这不仅是一个选拔程序,也是一个培养过程,对大多数参赛学生来说,参加与预赛相关的学习活动,有利于兴趣和爱好的增长,有利于物理特长的培养和发展,有利于独立思考能力的提高.虽然你不一定能参加复赛,也没有获得保送或加分的待遇,但如果你在这一阶段的打算,就是希望参赛来进一步培养你的能力,你就不必有任何压力感,你已经达到了你的目标,这只是一个学习过程,你就有一种愉快的心态,就更有信心,不应有什么失落或懊丧或失败的心情.

对喜爱物理有理想的同学,不管你的水平现在处于什么阶段,有两点认识我认为是很重要的.第一点,就是要向那些有卓越成就的物理学家谈他们自己学习时的精神状态学习,因为这

是他们亲身的经验,爱因斯坦在1918年庆祝普朗克60寿辰会上的讲话<sup>①</sup>十分值得深思,即那些对科学殿堂存在与否起决定作用的科学家,他们对待科学事业“如同信仰宗教的人或谈恋爱的人的精神状态相类似,有激情”。不要让一些个人功利主义的目标影响了探索科学真理的追求。我可以再举一个人的讲话,我们不是总希望我国有人能获得诺贝尔奖吗?让我们看看获得1997年诺贝尔物理学奖的美籍华人朱棣文是怎么讲他自己的学习的。今年6月4日他在哈佛大学毕业典礼上演讲<sup>②</sup>,他对毕业生提出的第三个忠告中有这样一段话:“当你开始生活的新阶段时,请跟随你的爱好,如果你没有爱好,就去找,找不到就不罢休。生命是太短暂,所以不能空手走过,你必须对某样东西倾注你的深情。我在你们这个年龄,是超级的一根筋,我的目标就是非要成为物理学家不可。本科毕业后,我在加州大学伯克利分校又待了8年,读完了研究生,做完了博士后,然后去贝尔实验室待了9年。在这些年中,我关注的中心和职业上的全部乐趣,都来自物理。”看看他这个例子,我们就会多少了解一些这批人具有怎样的精神状态在学习了。

第二点,就是要特别重视自己独立思考和创造性能力的培养。爱因斯坦在晚年谈到教育时说过:放在首要位置的永远应该是独立思考和判断的总体能力的培养,而不是获取特定的知识。如果一个人掌握了他的学科的基本原理,并学会了如何独立地思考和工作,他将肯定会找到属于他的道路。朱棣文在哈佛大学的演讲中也谈到这方面的感受:“我在大学工作,最大优点是学生,他们生气勃勃,充满热情,思想自由,还没有被生活的重压改变。虽然他们自己没有意识到,但是他们是这个社会你能找到的最佳受众。如果生命中只有一段时间是思想自由和充满创造力,那么那段时间就是你在读大学。进校时,学生们对课本上的一字一句毫不怀疑,渐渐地,他们发现课本和教授并不是无所不知的,于是他们开始独立思考。”我们希望参赛的同学尽早地认识这一点,并重视它,追求它。这里我想顺便谈谈有关培训的一点想法。任何人的成长,都离不开老师的指导和同学之间的交流、讨论、争辩,我们应该感谢老师的培养。但同学们得到的也有主次轻重之分,现在所谓的题海战术真是厉害,使得不少同学产生了一种令人担忧的愿望,即总是期望老师能在撒大网的基础上再进行所谓的重点猜题。对于这种愿望,我希望同学们能有点清醒的认识,你在考试中做对了的题,如果都是因为平时训练过同样的或类似的题,或者百分之百地猜中了,那当然也能说明你有水平,什么水平呢?就是能接受别人教的水平,说得再好一点,就是你有较好的理解能力。但是如果你对平时没有训练过的题,你基本上做不出来,没有猜中的题就无能为力,那么这也说明你的水平,就是你尚缺乏独立思考能力,你的创造性思维能力的基础较弱。若有过分庆幸的心理,令人担忧的并不是骄傲自满情绪,而是怕使认识走入歧途,把你引导到一个不正确努力的方向上去,这将对你今后的发展产生长远的不利的影响。如果你做对的题有些是没有培训过,而是你自己靠独立思考而做出来的,那么你就应当有充分的自信心,你有较强的独立思考能力,你的学习方式的途径是对的。而培养你具有这种能力的老师,才是更高明的老师,他指导你进入到一个正确的努力方向上去。当然我不是指哪一次的考试而言,我谈的是一般正常情况下。因为具体到某一次竞赛考试,有的题或有些题要求不合理,涉及的基本内容或规律超出“全国中学生物理竞赛内容提要”,考生做不出来是理所当然的,不能以此来评价学生的独立思考能力如何,这是命题中的问题。26年来,经过命

① 许良英、范岱年编译. 爱因斯坦文集. 北京: 商务印书馆. 1976年.

② 阮一峰编译. 原文网址: [http://www.news.harvard.edu/gazette/2009/06.04/chu\\_speech.html](http://www.news.harvard.edu/gazette/2009/06.04/chu_speech.html) 音频下载: <http://harvardmag.com/media/2009-commencement-day-chu.mp3>(17.5MB)

题老师们的努力,总的来说,很多考题是很好的,得到了普遍的公认和好评;但由于这种或那种原因,也有一些考题要求不合理,从考查和培养学生独立思考和创造性思维能力看,效果较差,引起了各省有关的大学和中学老师以及竞赛委员较普遍的不满和质疑,认为这种导向不好.这是命题应该改进的问题.竞委会上已决定,将要召开一次全国中学生物理竞赛委员会的扩大会议,内容之一就是要对竞赛试题特别是近几年的试题进行评价,总结经验和教训,使竞赛试题能在培养学生独立思考能力方面更好地发挥正确的导向作用.

同学们,你们现在尚处于高中阶段,各人所处的环境和条件也不相同,不管你暂时取得的成绩如何,但只要对你有兴趣的学科投以深情、迷恋,有强烈的锲而不舍的探索精神,又能重视对自己独立思考能力的培养,我想大家都能找到属于自己理想的道路.

最后祝老师和同学们身体健康!谢谢大家.





# 全国中学生物理竞赛委员会扩大会议(深圳会议)纪要

全国中学生物理竞赛委员会

2010年3月

全国中学生物理竞赛委员会(以下简称竞委会)扩大会议于2010年3月20日至3月21日在广东省深圳市举行,会议由竞委会主任林纯镇教授主持.本次会议是根据第28次竞委会全体会议的決定召开的,与会人员除了第27届全国中学生物理竞赛的竞委会成员外,还有参加决赛的各省的领队老师和特邀代表,共60余人.会议的中心内容是对近三年的复赛试题和决赛试题进行分析和评价(会前半个月竞赛办公室已将有关资料寄送与会人员),总结命题工作的经验和教训,为改进命题工作提出建议,以及对近两年决赛的阅卷评分和查分工作进行评价,并提出改进建议.

在第一天的会议上,丛树桐教授介绍了制定《全国中学生物理竞赛内容提要》时的指导思想.副主任贾起民教授介绍了复赛、决赛命题工作的情况和遇到的问题.

会议一致认为,制定《全国中学生物理竞赛内容提要》的指导思想体现了全国中学生物理竞赛章程中关于举办中学生物理竞赛的宗旨.《全国中学生物理竞赛内容提要》是全国中学生物理竞赛命题的依据,是竞赛考试的“考试大纲”.根据已经向全体参赛学生公布的“考纲”进行命题,是竞赛公平性、公正性的一种体现.在命题过程中,承办决赛的单位的命题人员往往都是第一次接触竞赛“考纲”,他们对“考纲”的理解有这样或那样的问题是难免的,但由竞委会直接聘请的命题人员是相对稳定的,因此命题过程中在执行“考纲”的问题上他们应发挥主导作用,应负主要责任.

会议一致认为,近几年的复赛题和决赛题中出现了某些偏离“考纲”的现象.讨论中与参会人员较多地以第26届竞赛的复赛卷和决赛卷中某些试题为例,说明这些题涉及的概念、规律是《全国中学生物理竞赛内容提要》中没有的,也是一个学有余力的高中学生在学了《全国中学生物理竞赛内容提要》所规定的内容、又学习了全国中学生物理竞赛指定参考书(沈克琦主编的《高中物理》,北京出版社出版)后所不具备的.与会人员认为,广大学生做这种题不得分,并不能说明学生独立思考能力、分析、处理问题的能力差,而是缺少分析、解决这种问题所必需的概念、规律.在复赛和决赛中,虽然有个别考生做对了这种题,但实际情况表明,他们是在培训中见过了或练过了此种题.

注意试题与近代物理学新成就、新技术,与其他自然科学、生产和生活等方面的联系,将有利于扩大学生眼界,体会到作为基础学科的物理学的魅力,激发学习物理的兴趣和主动性,这也是举办物理竞赛的宗旨所希望的.二十多年来的竞赛试题表明,命题人员在这方面进行了许多有益的工作并取得了可喜的结果.与会人员认为,成功的经验表明,要在这方面设计出一些有质量、有水平又适合参赛学生实际的试题,是一件难度很大的工作.首先要找到合适的题材,其次要对材料进行加工和再创造,并使试题的表述方式适合学生的基础,使学生感到问题虽然是新的,但通过分析,将发现解决问题所需的概念、规律又包含在《全国中学生物理竞赛内容提

要》之中,学生做这种题如果不能得分,则主要原因是他们缺乏较强的独立思考能力,这正是他们应努力的方向.相反,如果试题内容是新的,但未经加工改造,或加工改造不得法,或仅是把专业课程中的某些内容向试卷搬迁,那么,学生未具备“考纲”中没有的知识就成了不能得分的主要原因.

全体与会人员充分理解近年来命题遇到的各种困难,对命题人员付出的艰辛的劳动表示感谢和敬意.多年来,也曾不止一次发生个别试题“超纲”的问题,大家都指出这是工作中的疏漏,要总结经验引以为戒.但会议一致认为,把“超纲”命题说成是“改变以往的传统模式”,或称之为一种新“理念”,不符合竞赛的宗旨,脱离了参赛学生实际,是广大教师不能认同的.会议认为,命题是竞赛委员会领导下的一项重要工作,竞赛委员会领导应对命题工作全面负责,并一致建议竞赛委员会领导要加强对命题工作的领导和管理,确保竞赛活动沿正确方向发展.

与会人员列举了许多事例说明竞赛理论考试成绩过低所造成的负面影响.例如考试成绩都密集在低分段,对选拔很不利;有的省市按规定确定的参加复赛实验考试的学生的复赛理论成绩只有30多分,严重影响了原本设想的理论考试和实验考试在确定获奖人员中所起的作用;成绩过低,也挫伤了学生学习物理的兴趣和参加物理竞赛的积极性,使许多指导老师受到了很大的压力.会议认为,应按照竞赛宗旨控制竞赛试题的难度,增加试卷的区分度.预赛试卷要顾及地区发展的不平衡性、参赛学生的群众性等特点,严格控制试题难、中、易的比例.复赛和决赛试卷,也要有一定的梯度,在不影响选拔的情况下,使参赛学生的成绩不要太低.

会议认为,对现行的《全国中学生物理竞赛内容提要》可作必要的修改和补充.与会人员提出了许多建设性意见.现行的《全国中学生物理竞赛内容提要》中的某些标题比较大,对该标题所包含的知识内容表述得不太确切,这会为理解和执行“考纲”带来困难和麻烦,会议建议对这类标题加以必要的说明或限制.多年来,预赛的要求往往偏高,可考虑适当调整“考纲”有关预赛的内容.高中数学中已有导数,物理竞赛中关于使用数学的要求似乎也可以有所调整.有的与会人员建议在复赛中使用导数和微分,有的与会人员建议在决赛中使用微积分,也有的与会人员不赞成在竞赛中引入微积分.会议认为《全国中学生物理竞赛内容提要》的修订是一项非常重要、非常严肃、非常细致的工作,竞赛委员会领导应在本次会议的基础上,组织专人进行研究,拟出修改方案,发给本次会议的与会人员进行研究,征求意见,在广泛听取各方面意见的基础上形成《全国中学生物理竞赛内容提要》的修订稿,公布后执行.

决赛中实行“面对面”的查分工作进行了两年,尽管工作中还存在某些问题,但与会人员一致认为这一做法应该肯定,对存在的问题要在总结经验的基础上加以改进.许多与会人员介绍了第26届竞赛决赛查分中发生的问题,认为个别试题的评分有不合理、不科学之处,并叙述了面对面查分时所发生的争执情况.会议认为“面对面”查分与阅卷评分密切关联,在阅卷评分中要根据考生的答卷情况订出公平、合理的评分细则,如果评分细则公平、合理,就可能减少查分工作中的争议;如果在查分中发现某些系统性问题,应抱着对考生负责的态度,下决心进行必要的“翻包”重阅,以保证阅卷的公平、合理.与会人员一致要求必须建立公开、权威的查分仲裁机构.查分的结果必须经双方签字后才有效.如果双方有争执,无法达成一致,则应提交仲裁机构作最终裁定.

会议对参加决赛的人数问题展开了充分的讨论和交换意见.希望适当增加参加决赛的人数,并对限制决赛人数的瓶颈——实验考试提出了多种改革设想.对决赛奖励名额的分配也提出了许多改进建议.

深圳中学承担了会议的接待工作. 在开幕式上深圳中学刘卓鸣书记代表深圳中学向与会人员表示热烈欢迎, 并简要介绍了深圳中学的情况和办学理念. 全体与会人员对深圳中学的办学指导思想和教育观念深表赞同, 并从中得到了很多启发和收获, 对深圳中学在五项学科竞赛中取得的成绩特别是最近几年在全国中学生物理竞赛中取得的优良成绩表示热烈祝贺.

全体与会人员对承办本次会议、为会议提供各方面的帮助和热情周到的服务的深圳中学表示衷心的感谢和敬意.



# 第 26 届全国中学生物理竞赛全国竞赛委员会、 组织委员会、评奖组及获奖学生名单

## 全国竞赛委员会成员

顾问

丛树桐

主任

林纯镇

副主任

贾起民

办公室主任

范淑兰

委员(地区以汉语拼音为序)

吴以勤(安徽)

李子恒(北京)

汪 勃(重庆)

卞伯达(福建)

陈金灿(福建)

林伟庆(福建)

管钦明(甘肃)

孙国耀(广东)

黄国华(广西)

令狐荣锋(贵州)

林 吉(海南)

杨世平(河北)

贾 瑜(河南)

赵 远(黑龙江)

刘觉平(湖北)

匡乐满(湖南)

吕天全(吉林)

潘元胜(江苏)

徐旭明(江西)

杜 安(辽宁)

王松滨(内蒙古)

陈潮红(宁夏)

唐心科(青海)

何希庆(山东)

虞仲博(山西)

白晋涛(陕西)

陈树德(上海)

陆 昉(上海)

蒋 平(上海)

缪钟英(四川)

周文壮(天津)

单增罗布(西藏)

李体莲(新疆)

夏英齐(云南)

应和平(浙江)

王安华(基教司)

## 组织委员会

主办

中国物理学会

协办

上海市科学技术协会、上海市教育委员会

承办

上海市物理学会、复旦大学、华师大二附中

名誉主任

杨玉良 沈文庆 薛明扬



**主任**

张 杰

**副主任**

俞 涛 尹后庆 陈 群

**委员**

赵卫建 马红孺 徐淀芳 倪闽景 顾 牡 何晓文 张大同 金晓峰 蒋最敏

**秘书长**

陆 昉

**副秘书长**

陈树德 赵志敏

**考务组组长**

马世红

**副组长**

蒋 平

**会务组组长**

吴 群

**副组长**

蔡越华

**评奖组成员**

丛树桐 林纯镇 贾起民 梁竹健 徐 湛 陈晓林  
俞 熹 刘晓晗 徐晓华 蒋 平 陈元杰 马世红

**决赛获奖学生名单****一等奖(50名)**

俞颀超(北京)  
肖相如(广东)  
徐 林(陕西)  
许翔飞(浙江)  
钟 顶(湖北)  
秦 峰(湖北)  
孙 健(山东)  
汤兰西(河南)  
胡 琦(湖北)  
牟 瞳(重庆)  
杨 康(江西)  
吴凯伦(河南)

吴俊东(湖南)  
严梦媛(江苏,女)  
靖 礼(湖北)  
曹传午(陕西)  
许方舟(吉林)  
戴哲昊(北京)  
周 安(上海)  
戴晓亮(广东)  
包宜骏(浙江)  
赵 鹏(江苏)  
李博海(广东)  
叶工程(浙江)

叶舒豪(湖北)  
杨 栋(山东)  
郑 凡(上海)  
贺子剑(安徽)  
张涌良(湖南)  
关牧之(辽宁)  
周啸飞(上海)  
邱晓康(湖南)  
姜 鹏(辽宁)  
生冀明(北京)  
许皓宇(河北)  
李伯诚(广西)

梁 浩(河北)  
谢雨辰(四川)  
于 乾(北京)  
杜頔康(湖南)  
向重远(湖北)  
黄泽宇(上海)  
陈 思(湖南,女)  
孙思白(湖北)  
陈思睿(湖北)  
谈国禹(江苏)  
周 琛(北京)  
厉 侃(山东)

孙晓航(辽宁)

## 二等奖(98名)

袁昊琛(上海)

井然(广西)

陶羽翔(浙江)

周叶(北京)

汤宏建(四川)

金祖鑫(上海)

章树(浙江)

王梦轩(河北)

沈逸文(辽宁)

康婉莹(天津,女)

刘书骥(辽宁)

刘经懿(福建)

管乐莹(浙江,女)

陈柏羽(浙江)

朱世初(江西)

季涛(江苏)

汤野骏(湖南)

邓云天(辽宁)

张子豪(山东)

黄越飞(广东)

王欢(河北)

马草原(上海)

方冰(山东,女)

钱圣申(上海)

马岩君(新疆)

## 三等奖(132名)

汤洲欣(福建)

周彦栋(上海)

黄博扬(四川)

吴文熹(广东)

沈升(安徽)

张川(河北)

熊泓宇(北京)

刘赫(黑龙江)

王茂林(黑龙江)

韩露冰(浙江)

敬淇翔(贵州)

秦云山(四川)

林思成(湖北)

张帆(山东)

夏雨凯(浙江)

张帆(上海)

周泽宇(湖北)

柴一占(浙江)

翁昉惊(湖北)

孙晓博(河南)

张穹(黑龙江)

燕思旻(山西)

刘显壮(吉林)

赵亦燃(四川)

郭嘉逸(河北)

吕若辰(天津)

罗宇霆(广东)

苏度(山东)

张梦石(天津)

李松涛(重庆)

陈炜艺(广东)

张志军(山东)

顾恩遥(广西)

孙伟伦(北京)

靖博灵(湖北)

舒成(陕西)

周立(浙江)

徐震(湖北)

李嘉博(安徽)

王金(黑龙江,女)

沈博强(浙江)

王沫阳(北京)

王禹(吉林)

何敏(四川)

刘沐华(黑龙江)

牛乾坤(新疆)

朱天顺(江苏)

贾弘洋(北京)

王鹤(北京)

尹一君(上海)

马达(山西)

严箴劼(上海)

王策(陕西)

孟祥一(辽宁)

寇继龙(吉林)

蔡安慰(福建)

李新然(北京)

李思扬(重庆,女)

郝康博(山东)

李鸿博(山西)

李晟航(天津)

唐宇恒(浙江)

熊力扬(湖北)

赵文禄(辽宁)

许子璇(河北)

戴凝(湖北)

石武(河北)

侯冠荣(山东)

万佳鸣(广东)

杜超(北京)

乔瑞喜(陕西)

刘洋(湖北)

李俊林(重庆)

李萌(吉林,女)

葛赞华(吉林)

袁璠(四川)

陈佳斌(浙江)

朱韵达(海南)

方慕园(河北)

梁辰(北京)

韩潇(河北)

赵容川(山西)

党仪(甘肃)

章文欣(江苏,女)

王然(河北)

陈洪江(江苏)

陈晓爽(安徽)

王玉锋(陕西)

孔令剑(黑龙江)

曾鑫(湖南)

谢旒劼(广西)

周辰驿(上海)

吴桐(湖北)

王经纬(福建)

段嘉懿(北京)

胡双达(上海)

马铮(湖北)

邓炳辰(安徽)

张睿(江苏)

廖李明(广西)

刘彪(湖南)

王凯铭(广东)

俞岚清(上海)

张寓弛(湖南)

陈天用(天津)

程天润(山西,女)

杜啸宇(江苏)

王冠(河南)

王纾寒(安徽)

闫波(陕西)

范雨晨(天津)

高鹏举(河南)

李超然(山东)

王利博(上海)

李天意(黑龙江)

赖毅杰(福建)

刘雁文(河北,女)

王若溪(新疆)

- |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 张金野(北京)   | 章弋嘉(广东)   | 张文纲(上海)   | 许乐平(天津)   |
| 谭 谦(湖南)   | 赵 阳(河南)   | 舒思扬(新疆)   | 崔一凡(山东)   |
| 蒋雨辰(云南)   | 诸子亮(云南)   | 李颖志(河北)   | 陈 翱(河北)   |
| 夏平杰(重庆)   | 管 扬(上海)   | 王希远(河南)   | 滕益华(广西)   |
| 吴 穹(湖北)   | 陈 迪(福建)   | 刘麟盛(甘肃)   | 方唯伊(重庆,女) |
| 胡彪言(上海)   | 郭 潇(内蒙古)  | 朱倩如(山西,女) | 范 唯(四川)   |
| 雷斯傲(吉林)   | 陈子豪(贵州)   | 贺 珺(上海)   | 赵少骅(内蒙古)  |
| 段 然(贵州)   | 潘楚中(江西)   | 王依林(山东)   | 孙召凯(吉林)   |
| 谢菡蓓(湖北,女) | 魏晓宇(云南)   | 陈 帜(海南)   | 刘泽龙(福建)   |
| 曲日同(辽宁)   | 万哲宇(江西)   | 王寰东(新疆)   | 魏牧星(山西)   |
| 张 政(江西)   | 王 焱(北京)   | 印沛然(安徽)   | 林 横(福建)   |
| 梁 琼(海南)   | 王知言(海南)   | 冯海洋(内蒙古)  | 张文浩(湖北)   |
| 张硕元(吉林)   | 李治儒(云南)   | 沈星辰(河南)   | 陈舜平(海南)   |
| 张丙炆(甘肃)   | 丁 浩(新疆)   | 穆建东(陕西)   | 杨翊凡(四川)   |
| 范宗洋(黑龙江)  | 王思文(吉林,女) | 周国宇(贵州)   | 区少锋(广东)   |
| 赵 丹(宁夏)   | 王炳森(甘肃)   | 刘力俊(贵州)   | 张亮钊(广东)   |
| 李 博(甘肃)   | 顾嘉禹(内蒙古)  | 霍心愿(内蒙古)  | 朱一峰(江苏)   |
| 林 垚(云南)   | 刘 袁(宁夏)   | 李瑞阳(宁夏)   | 杨浚哲(贵州)   |
| 孙晨炜(青海)   | 严兴宇(甘肃)   | 付宇航(宁夏)   | 贾 韬(内蒙古)  |
| 黄永巍(宁夏)   | 王蒙喆(青海)   | 苏 伟(海南)   | 杨翔文(青海,女) |
| 罗树正(江西)   | 卢劲丰(西藏)   | 周 鹏(西藏)   | 李 超(西藏)   |
| 刘东刚(西藏)   | 谢懋琛(西藏)   | 马 晓(青海)   | 秦亚超(青海)   |

#### 单项奖

- 总成绩最佳奖 俞颐超(北京)  
 理论成绩最佳奖 俞颐超(北京)  
 实验成绩最佳奖 曹传午(陕西)  
 女学生成绩最佳奖 严梦媛(江苏)



# 第 26 届全国中学生物理竞赛试题及参考解答

## 预赛试题及参考解答

### 试 题

一、选择题(在每小题给出的 4 个选项中,有的小题只有一项是正确的,有的小题有多项是正确的.把正确选项前面的英文字母写在每小题后面的括号内.)

1. 如图 1 所示, a, b 和 c, d 分别是两个平行板电容器的极板, E 为电池, 彼此相距较远. 用导线将 E 的正极与 a 和 c 相连, 将 E 的负极与 b 和 d 相连, 待电容器充电后, 去掉导线. 这时已知 a 带的电荷量大于 c 带的电荷量, 称此状态为原始状态. 现设想用两根导线分别都从原始状态出发, 进行以下两次连接: 第一次用一根导线将 a 与 c 相连, 用另一根导线将 b 与 d 相连; 第二次用一根导线将 a 与 d 相连, 用另一根导线将 b 与 c 相连, 每次连接后都随即移去导线. 下面哪种说法是正确的? ( )

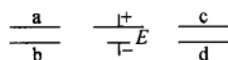


图 1

- A. 经过第一次连接, ab 间的电压下降, cd 间的电压上升
- B. 经过第一次连接, ab 间和 cd 间的电压都不变
- C. 经过第二次连接, ab 间的电压和 cd 间的电压中有一个上升, 一个下降
- D. 经过第二次连接, ab 间的电压和 cd 间的电压都下降

2. 如图 2 所示, 两根不同金属导体制成的长度相等、横截面积相同的圆柱形杆, 串联后接在某一直流电源两端. 已知杆 a 的质量小于杆 b 的质量, 杆 a 金属的摩尔质量小于杆 b 金属的摩尔质量, 杆 a 的电阻大于杆 b 的电阻, 假设每种金属的每个原子都提供相同数目的自由电子(载流子). 当电流达到稳恒时, 若 a、b 内存在电场, 则该电场可视为均匀电场. 下面结论中正确的是 ( )



图 2

- A. 两杆内的电场强度都等于零
- B. 两杆内的电场强度都不等于零, 且 a 内的场强大于 b 内的场强
- C. 两杆内载流子定向运动的速度一定相等
- D. a 内载流子定向运动的速度一定大于 b 内载流子定向运动的速度

3. 一根内径均匀、两端开口的细长玻璃管, 竖直插在水中, 管的一部分在水面上. 现用手指封住管的上端, 把一定量的空气密封在玻璃管中, 以  $V_0$  表示其体积; 然后把玻璃管沿竖直方向提出水面, 设此时封在玻璃管中的气体体积为  $V_1$ ; 最后把玻璃管在竖直平面内转过  $90^\circ$ , 让玻璃管处于水平位置, 设此时封在玻璃管中的气体体积为  $V_2$ . 则有 ( )

- A.  $V_1 > V_0 = V_2$
- B.  $V_1 > V_0 > V_2$
- C.  $V_1 = V_2 > V_0$
- D.  $V_1 > V_0, V_2 > V_0$

4. 一块足够长的白板, 位于水平桌面上, 处于静止状态. 一石墨块(可视为质点)静止在白板上. 石墨块与白板间有摩擦, 滑动摩擦系数为  $\mu$ . 突然, 使白板以恒定的速度  $v_0$  作匀速直线



运动, 石墨块将在板上划下黑色痕迹. 经过某一时间  $t$ , 令白板突然停下, 以后不再运动. 在最后石墨块也不再运动时, 白板上黑色痕迹的长度可能是(已知重力加速度为  $g$ , 不计石墨与板摩擦划痕过程中损失的质量) ( )

A.  $\frac{v_0^2}{2\mu g}$

B.  $v_0 t$

C.  $v_0 t - \frac{1}{2}\mu g t^2$

D.  $\frac{v_0^2}{\mu g}$

5. 如图3所示, 一个电容为  $C$  的理想电容器与两个阻值皆为  $R$  的电阻串联后通过电键  $K$  连接在电动势为  $E$  的直流电源的两端, 电源的内电阻忽略不计, 电键  $K$  是断开的. 在  $t=0$  时刻, 闭合电键  $K$ , 接通电路. 在图4中给出了六种电压  $V$  随时间  $t$  变化的图线  $a, b, c, d, e, f$ , 现从其中选出三种图线用来表示图3所示电路上1, 2, 3, 4 四点中某两点间的电压随时间  $t$  的变化, 下面四个选项中正确的是 ( )

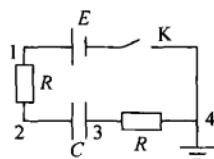


图3

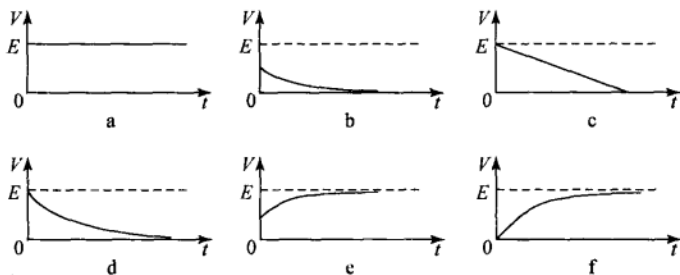
A.  $a, b, f$ B.  $a, e, f$ C.  $b, d, e$ D.  $c, d, e$ 

图4

二、填空题和作图题(把答案填在题中的横线上或把图画在题中指定的地方. 只要给出结果, 不需写出求得结果的过程.)

6. 传统的雷达天线依靠转动天线来搜索空中各个方向的目标, 这严重影响了搜索的速度. 现代的“雷达”是“相位控制阵列雷达”, 它是由数以万计的只有几厘米或更小的小天线按一定的顺序排列成的天线阵, 小天线发出相干的电磁波, 其初相位可通过电子计算机调节, 从而可改变空间干涉极强的方位, 这就起了快速扫描搜索空中各个方向目标的作用. 对下面的简单模型的研究, 有助于了解改变相干波的初相位差对空间干涉极强方位的影响.



图5

图5中  $a, b$  为相邻两个小天线, 间距为  $d$ , 发出波长为  $\lambda$  的相干电磁波.  $Ox$  轴通过  $a, b$  的中点且垂直于  $a, b$  的连线. 若已知当  $a, b$  发出的电磁波在  $a, b$  处的初相位相同即相位差为  $0$  时, 将在与  $x$  轴成  $\theta$  角 ( $\theta$  很小) 方向的远处形成干涉极强, 现设法改变  $a, b$  发出的电磁波的初相位, 使  $b$  的初相位比  $a$  的落后一个小量  $\phi$ , 结果, 原来相干极强的方向将从  $\theta$  变为  $\theta'$ , 则  $\theta - \theta'$  等于\_\_\_\_\_.

7. He-Ne 激光器产生的波长为  $6.33 \times 10^{-7} \text{ m}$  的谱线是 Ne 原子从激发态能级(用  $E_1$  表示)向能量较低的激发态能级(用  $E_2$  表示)跃迁时发生的; 波长  $3.39 \times 10^{-6} \text{ m}$  的谱线是 Ne 原

子从能级  $E_1$  向能量较低的激发态能级(用  $E_3$  表示)跃迁时发生的. 已知普朗克常量  $h$  与光速  $c$  的乘积  $hc = 1.24 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{eV}$ . 由此可知 Ne 的激发态能级  $E_3$  与  $E_2$  的能量差为 \_\_\_\_\_ eV.

8. 一列简谐横波沿  $x$  轴负方向传播, 传播速度  $v=200 \text{ m/s}$ . 已知位于坐标原点( $x=0$ )处的质元的振动图线如图 6 所示. 试在图 7 中画出  $t=40 \text{ ms}$  时该简谐波的波形图线(不少于一个波长).

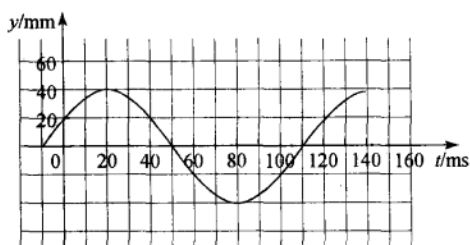


图 6

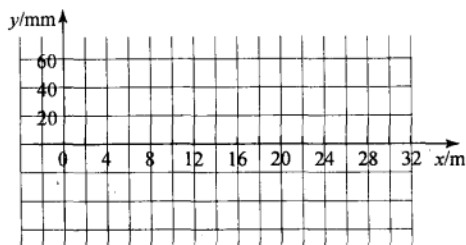


图 7

9. 图 8 为某一圆形水池的示意图(竖直截面).  $AB$  为池中水面的直径,  $MN$  为水池底面的直径,  $O$  为圆形池底的圆心. 已知  $ON$  为  $11.4 \text{ m}$ ,  $AM, BN$  为斜坡, 池中水深  $5.00 \text{ m}$ , 水的折射率为  $4/3$ . 水的透明度极好, 不考虑水的吸收. 图中  $a, b, c, d$  为四个发光点, 天空是蓝色的, 水面是平的. 在池底中心处有一凹槽, 一潜水员仰卧其中, 他的眼睛位于  $O$  处, 仰视水面的最大范围的直径为  $AB$ .

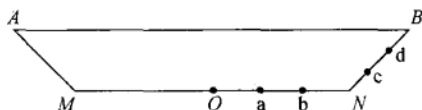


图 8

(i) 潜水员仰视时所看到的蓝天图像对他的眼睛所张的视角为 \_\_\_\_\_.

(ii) 四个发光点  $a, b, c, d$  中, 其发出的光能通过全反射到达潜水员眼睛的是 \_\_\_\_\_.

三、计算题(解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤. 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的, 答案中必须明确写出数值和单位.)

10. 试分析下面两个实验操作中的误差(或失误)对实验结果的影响.

(i) 用“插针法”测量玻璃的折射率时, 要先将透明面平行的玻璃砖放置在铺平的白纸上, 然后紧贴玻璃砖的两个透明面, 分别画出两条直线, 在实验中便以这两条直线间的距离作为透明面之间的距离. 如果由于操作中的误差, 使所画的两条直线间的距离大于玻璃砖两透明面间的实际距离, 问这样测得的折射率与实际值相比, 是偏大, 偏小, 还是相同? 试给出简要论证.

(ii) 在用单摆测量重力加速度  $g$  时, 由于操作失误, 致使摆球不在同一竖直平面内运动, 而是在一个水平面内作圆周运动, 如图 9 所示. 这时如果测出摆球作这种运动的周期, 仍用单摆的周期公式求出重力加速度, 问这样求出的重力加速度与重力加速度的实际值相比, 哪个大? 试定量比较.



图 9

11. 现有以下器材: 电流表一只(量程适当; 内阻可忽略不计; 带有按钮开关  $K_1$ , 按下按钮, 电流表与电路接通, 有电流通过电流表, 电流表显出一定的读数), 阻值已知为  $R$  的固定电阻一个, 阻值未知的待测电阻  $R_x$  一个, 直流电源一个(电动势  $\epsilon$  和内阻  $r$  待测), 单刀双掷开关

K 一个,接线用的导线若干.

试设计一个实验电路,用它既能测量直流电源的电动势  $\epsilon$  和内阻  $r$ ,又能测量待测电阻的阻值  $R_x$  (注意:此电路接好后,在测量过程中不许再拆开,只许操作开关,读取数据).具体要求:

(i) 画出所设计的电路图.

(ii) 写出测量  $\epsilon, r$  和  $R_x$  主要的实验步骤.

(iii) 导出用已知量和实验中测量出的量表示的  $\epsilon, r$  和  $R_x$  的表达式.

12. 一静止的原子核 A 发生  $\alpha$  衰变后变成原子核 B,已知原子核 A、原子核 B 和  $\alpha$  粒子的质量分别为  $m_A, m_B$  和  $m_\alpha$ ,光速为  $c$  (不考虑质量与速度有关的相对论效应),求衰变后原子核 B 和  $\alpha$  粒子的动能.

13. 近代的材料生长和微加工技术,可制造出一种使电子的运动限制在半导体一个平面内(二维)的微结构器件,且可做到电子在器件中像子弹一样飞行,不受杂质原子射散的影响.这种特点可望有新的应用价值.图 10 所示为四端十字形二维电子气半导体,当电流从 1 端进入时,通过控制磁场的作用,可使电流从 2,3 或 4 端流出.

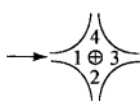


图 10

对下面模拟结构的研究,有助于理解电流在上述四端十字形导体中的流动,在图 11 中, a, b, c, d 为四根半径都为  $R$  的圆柱体的横截面,彼此靠得很近,形成四个宽度极窄的狭缝 1, 2, 3, 4, 在这些狭缝和四个圆柱所包围的空间(设为真空)存在匀强磁场,磁场方向垂直于纸面指向纸里.以  $B$  表示磁感应强度的大小.一个质量为  $m$ 、电荷量为  $q$  的带正电的粒子,在纸面内以速度  $v_0$  沿与 a, b 都相切的方向由缝 1 射入磁场内,设粒子与圆柱表面只发生一次碰撞,碰撞是弹性的,碰撞时间极短,且碰撞不改变粒子的电荷量,也不受摩擦力作用.

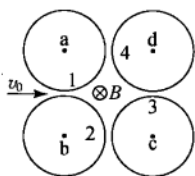


图 11

试求  $B$  为何值时,该粒子能从缝 2 处且沿与 b, c 都相切的方向射出.

14. 如图 12 所示,  $M_1 N_1 N_2 M_2$  是位于光滑水平桌面上的刚性 U 形金属导轨,导轨中接有阻值为  $R$  的电阻,它们的质量为  $m_0$ . 导轨的两条轨道间的距离为  $l$ .  $PQ$  是质量为  $m$  的金属杆,可在轨道上滑动,滑动时保持与轨道垂直,杆与轨道的接触是粗糙的,杆与导轨的电阻均不计.初始时,杆  $PQ$  位于图中的虚线处,虚线的右侧为一匀强磁场区域,磁场方向垂直于桌面,磁感应强度的大小为  $B$ . 现有一位于导轨平面内的与轨道平行的恒力  $F$  作用于  $PQ$  上,使之从静止开始在轨道上向右作加速运动.已知经过时间  $t$ ,导轨向右移动的距离为  $x_0$  (导轨的  $N_1 N_2$  部分尚未进入磁场区域).

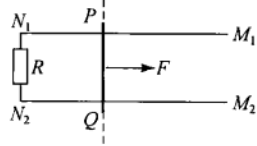


图 12

求在此过程中电阻所消耗的能量. 所求得的结果要求用已知量和  $t$  时刻杆  $PQ$  离开虚线的距离  $x$  或  $t$  时刻通过电阻的电流  $I_0$  表示,亦可用已知量及  $x, I_0$  表示. 不考虑回路的自感.

15. 图 13 中  $M_1$  和  $M_2$  是绝热气缸中的两个活塞,用轻质刚性细杆连接,活塞与气缸壁的接触是光滑的、不漏气的,  $M_1$  是导热的,  $M_2$  是绝热的,且  $M_2$  的横截面积是  $M_1$  的 2 倍.  $M_1$  把一定质量的气体封闭在气缸的  $L_1$  部分,  $M_1$  和  $M_2$  把一定质量的气体封闭在气缸的  $L_2$  部分,  $M_2$  的右侧为大气,大气的压强  $p_0$  是恒定的.  $K$  是加热  $L_2$  中气体用的电热丝. 初始时,两个活塞和气体都处在平衡状态,分别以  $V_{10}$  和  $V_{20}$  表示  $L_1$  和  $L_2$  中气体的体

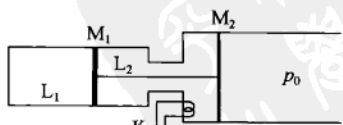


图 13

积. 现通过 K 对气体缓慢加热一段时间后停止加热, 让气体重新达到平衡态, 这时, 活塞未被气缸壁挡住. 加热后与加热前比,  $L_1$  和  $L_2$  中气体的压强是增大了、减小了还是未变? 要求进行定量论证.

16. 一个质量为  $m_1$  的废弃人造地球卫星在离地面  $h=800$  km 高空作圆周运动, 在某处和一个质量为  $m_2 = \frac{1}{9} m_1$  的太空碎片发生迎头正碰, 碰撞时间极短, 碰后二者结合成一个物体并作椭圆运动. 碰撞前太空碎片作椭圆运动, 椭圆轨道的半长轴为 7500 km, 其轨道和卫星轨道在同一平面内. 已知质量为  $m$  的物体绕地球作椭圆运动时, 其总能量即动能与引力势能之和  $E = -G \frac{Mm}{2a}$ , 式中  $G$  是引力常量,  $M$  是地球的质量,  $a$  为椭圆轨道的半长轴. 设地球是半径  $R = 6371$  km 的质量均匀分布的球体, 不计空气阻力.

(i) 试定量论证碰后二者结合成的物体会不会落到地球上.

(ii) 如果此事件是发生在北极上空(地心和北极的连线方向上), 碰后二者结合成的物体与地球相碰处的纬度是多少?

### 参 考 解 答

一、1. B,D      2. B      3. A      4. A,C      5. A,B

二、

$$6. \frac{\phi\lambda}{2\pi d}$$

7. 1.59

8.  $t=40$  ms 时该简谐波的波形图线如图 14 所示.

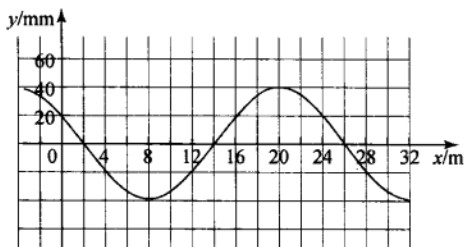


图 14

三、

9. (i)  $97.2^\circ$       (ii) c, d

10. (i) 以两条实线代表在白纸上所画出的直线, 以两条虚线代表玻璃砖的两个透明面, 根据题意, 实线间的距离大于虚线间的距离, 如图 15 所示. 根据实线位置定出的折射角为  $r$ , 按实际的玻璃砖两透明面的位置即虚线定出的折射角为  $r'$ , 由图知

$$r > r'. \quad (1)$$

由折射定律

$$\sin i = n \sin r, \quad (2)$$

今入射角  $i$  相等, 当折射角偏大时, 测出的折射率将偏小.

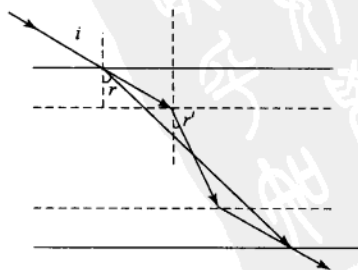


图 15

(ii) 以  $l$  表示摆长,  $\theta$  表示摆线与竖直方向的夹角,  $m$  表示摆球的质量,  $F$  表示摆线对摆球的拉力,  $T$  表示摆球作题图所示运动的周期, 有

$$F \sin \theta = ml \sin \theta \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2, \quad (1)$$

$$F \cos \theta = mg. \quad (2)$$

由(1),(2)式得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}}, \quad (3)$$

而单摆的周期公式为

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (4)$$

即使在单摆实验中, 摆角很小,  $\theta < 5^\circ$ , 但  $\cos \theta < 1$ , 这表示于同样的摆长  $l$ , 摆球在水平面内作圆周运动的周期  $T$  小于单摆运动的周期  $T'$ , 所以把较小的周期通过(4)式求出的重力加速度的数值将大于  $g$  的实际值.

### 11. 解法一

(i) 电路如图 16 所示.

(ii) 实验步骤:

(1) 将单向双掷开关  $K$  置于空位, 按所设计的电路图接线.

(2) 按下电流表上的按钮开关  $K_1$ , 读下电流表的示数  $I_1$ .

(3) 将  $K$  打向左侧与  $a$  接通, 读下电流表的示数  $I_2$ .

(4) 将  $K$  打向右侧与  $b$  接通, 读下电流表的示数  $I_3$ .

(iii) 由欧姆定律有

$$\epsilon = I_1 R + I_1 r, \quad (1)$$

$$\epsilon = I_2 r + I_2 \frac{RR_x}{R + R_x}, \quad (2)$$

$$I_3 R = \left( \frac{\epsilon}{\frac{RR_x}{R + R_x} + r} - I_3 \right) R_x, \quad (3)$$

解以上三式得

$$\epsilon = \frac{(I_2 - I_3) I_1 R}{I_2 - I_1}, \quad (4)$$

$$r = \frac{(I_1 - I_3) R}{I_2 - I_1}, \quad (5)$$

$$R_x = \frac{I_3 R}{I_2 - I_3}. \quad (6)$$

### 解法二

(i) 电路如图 17 所示.

(ii) 实验步骤:

(1) 将单向双掷开关  $K$  置于空位, 按所设计的电路图接线.

(2) 按下电流表上的按钮开关  $K_1$ , 读下电流表的示数  $I_1$ .

(3) 将  $K$  打向左侧与  $a$  接通, 读下电流表的示数  $I_2$ .

(4) 将  $K$  打向右侧与  $b$  接通, 读下电流表的示数  $I_3$ .

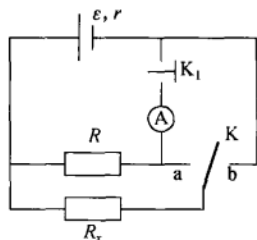


图 16

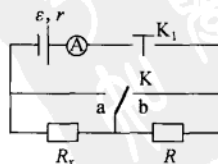


图 17

(iii) 由欧姆定律有

$$\epsilon = I_1(R + R_x + r), \quad (1)$$

$$\epsilon = I_2(R + r), \quad (2)$$

$$\epsilon = I_3(R_x + r), \quad (3)$$

解以上三式得

$$\epsilon = \frac{I_1 I_3 R}{I_3 - I_1}, \quad (4)$$

$$r = \frac{I_1 I_2 + I_1 I_3 - I_2 I_3}{I_2(I_3 - I_1)} R, \quad (5)$$

$$R_x = \frac{I_3(I_2 - I_1)}{I_2(I_3 - I_1)} R. \quad (6)$$

12. 设  $\alpha$  粒子速度的大小为  $v_a$ , 原子核 B 速度的大小为  $v_B$ , 在衰变过程中动量守恒, 有

$$m_a v_a - m_B v_B = 0. \quad (1)$$

衰变过程中能量守恒, 有

$$m_A c^2 = \frac{1}{2} m_a v_a^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 + m_a c^2 + m_B c^2. \quad (2)$$

解(1),(2)二式得

$$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{m_a}{m_a + m_B} (m_A - m_B - m_a) c^2, \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} m_a v_a^2 = \frac{m_B}{m_a + m_B} (m_A - m_B - m_a) c^2. \quad (4)$$

13. 解法一 在图中纸面内取  $Oxy$  坐标(如图 18 所示), 原点在狭缝 1 处,  $x$  轴过缝 1 和缝 3. 粒子从缝 1 进入磁场, 在洛伦兹力作用下作圆周运动. 圆轨道在原点与  $x$  轴相切, 故其圆心必在  $y$  轴上. 若以  $r$  表示此圆的半径, 则圆方程为

$$x^2 + (y - r)^2 = r^2. \quad (1)$$

根据题的要求和对称性可知, 粒子在磁场中作圆周运动时应与  $d$  的柱面相碰于缝 3, 4 间的圆弧中点处. 碰撞处的坐标为

$$x = 2R - R \sin 45^\circ, \quad (2)$$

$$y = R - R \cos 45^\circ. \quad (3)$$

由(1),(2),(3)式得

$$r = 3R, \quad (4)$$

由洛伦兹力和牛顿定律有

$$qv_0 B = m \frac{v_0^2}{r}, \quad (5)$$

由(4),(5)式得

$$B = \frac{mv_0}{3qR}. \quad (6)$$

解法二 如图 19 所示,  $A$  为  $a, b$  两圆圆心的连线与缝 1 的交点,  $F$  为  $c, d$  两圆圆心的连线与缝 3 的交点. 从 1 缝中射入的粒子在磁场作用下与圆柱  $d$  的表面发生弹性碰撞后, 反弹进

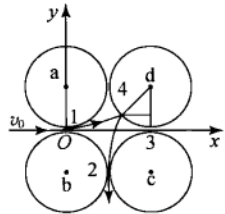


图 18

入缝2,这个过程一定对连接 b, d 两圆圆心的直线  $OP$  对称,故直线  $OP$  与 d 圆的交点  $C$  必是碰撞点. 由于粒子在磁场中作圆运动过  $A$  点,因此这个轨道的圆心必在过  $A$  点并垂直于  $AF$  的直线  $AE$  上;同时这个轨道经过  $C$  点,所以轨道的圆心也一定在  $AC$  的垂直平分线  $DE$  上. 这样  $AE$  与  $DE$  的交点  $E$  就是轨道的圆心,  $AE$  就是轨道的半径  $r$ . 过  $C$  点作  $AF$  的垂线与  $AF$  交于  $H$  点,则

$$\triangle AHC \sim \triangle EDA,$$

有

$$r = \frac{AC}{HC} AD. \quad (1)$$

由图可知

$$HC = R - \frac{\sqrt{2}}{2}R, \quad (2)$$

$$AH = 2R - \frac{\sqrt{2}}{2}R, \quad (3)$$

$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2}, \quad (4)$$

$$AD = \frac{1}{2}AC. \quad (5)$$

由以上各式得

$$r = 3R, \quad (6)$$

根据洛伦兹力和牛顿定律有

$$qv_0 B = m \frac{v_0^2}{r}, \quad (7)$$

得到

$$B = \frac{mv_0}{3qR}. \quad (8)$$

14. 杆  $PQ$  在磁场中运动时,受到的作用力有:外加恒力  $F$ ,方向向右;磁场的安培力,其大小  $F_B = BIl$ ,方向向左,式中  $I$  是通过杆的感应电流,其大小与杆的速度有关;摩擦力,大小为  $F_\mu$ ,方向向左. 根据动能定理,在所考察过程中作用于杆的合力做的功等于杆所增加的动能,即有

$$W_F + W_{F_B} + W_{F_\mu} = \frac{1}{2}mv^2. \quad (1)$$

式中  $v$  为经过时间  $t$  杆速度的大小,  $W_F$  为恒力  $F$  对杆做的功,  $W_{F_B}$  为安培力对杆做的功,  $W_{F_\mu}$  为摩擦力对杆做的功. 恒力  $F$  对杆做的功

$$W_F = Fx. \quad (2)$$

因安培力的大小是变化的,安培力对杆做的功用初等数学无法计算,但杆克服安培力做的功等于电阻所消耗的能量,若以  $E_R$  表示电阻所消耗的能量,则有

$$-W_{F_B} = E_R. \quad (3)$$

摩擦力  $F_\mu$  是恒力,它对杆做的功

$$W_{F_\mu} = -F_\mu x, \quad (4)$$

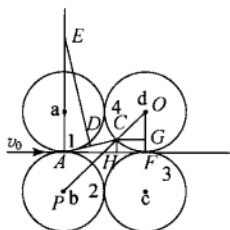


图 19

但  $F_\mu$  未知. 因 U 形导轨在摩擦力作用下作匀加速运动, 若其加速度为  $a$ , 则有

$$F_\mu = m_0 a, \quad (5)$$

而

$$a = \frac{2x_0}{t^2}, \quad (6)$$

由(4),(5),(6)三式得

$$W_{F_\mu} = -2m_0 \frac{x_0 x}{t^2}. \quad (7)$$

根据动量定理. 在所考察的过程中作用于杆的合力的冲量等于杆增加的动量, 有

$$Ft - F_\mu t - J_B = mv \quad (8)$$

式中  $J_B$  为安培力的冲量. 根据冲量的定义有

$$J_B = \sum BlI \Delta t_i = \sum Bl \frac{Blv_i}{R} \Delta t_i \quad (9)$$

$$\text{因} \quad \sum v_i \Delta t_i = x \quad (10)$$

由(5),(6),(8)和(10)各式得

$$v = \frac{Ft}{m} - \frac{2m_0 x_0}{mt} - \frac{B^2 l^2}{mR} x \quad (11)$$

由(1),(2),(3),(7)和(11)式得

$$E_R = \left( F - \frac{2m_0 x_0}{t^2} \right) x - \frac{1}{2m} \left( Ft - \frac{2m_0 x_0}{t} - \frac{B^2 l^2}{R} x \right)^2 \quad (12)$$

这便是用已知量和  $x$  所表示的结果.

当杆的速度为  $v$  时, 杆和导轨构成的回路中的感应电动势为

$$\epsilon = Blv, \quad (13)$$

此时回路中的感应电流

$$I_0 = \frac{\epsilon}{R}, \quad (14)$$

由(13),(14)式得

$$v = \frac{I_0 R}{Bl}. \quad (15)$$

由(11)式和(15)式, 可得

$$x = \frac{RFt}{B^2 l^2} - \frac{2m_0 x_0 R}{B^2 l^2 t} - \frac{mR^2}{B^3 l^3} I_0 \quad (16)$$

由(15)式或(16)式可分别得到以已知量和  $I_0$  以及以已知量和  $x$  与  $I_0$  两个量表示的结果

$$E_R = \left( F - \frac{2m_0 x_0}{t} \right) \left( \frac{RFt}{B^2 l^2} - \frac{2m_0 x_0 R}{B^2 l^2 t} - \frac{mR^2}{B^3 l^3} I_0 \right) - \frac{1}{2} m \frac{I_0^2 R^2}{B^2 l^2} \quad (17)$$

$$E_R = \left( F - 2m_0 \frac{x_0}{t^2} \right) x - \frac{1}{2} m \frac{I_0^2 R^2}{B^2 l^2}. \quad (18)$$

(根据已知条件, 若用高等数学, 则可不必用  $x$ , 或  $I_0$  来表示结果)

15. 解法一 用  $n_1$  和  $n_2$  分别表示  $L_1$  和  $L_2$  中气体的摩尔数,  $p_1, p_2$  和  $V_1, V_2$  分别表示  $L_1$  和  $L_2$  中气体处在平衡态时的压强和体积,  $T$  表示气体的温度(因为  $M_1$  是导热的, 两部分气体的温度相等), 由理想气体状态方程有



$$p_1 V_1 = n_1 RT, \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = n_2 RT, \quad (2)$$

式中  $R$  为普适气体常量. 若以两个活塞和轻杆构成的系统为研究对象, 处在平衡状态时有

$$p_1 S_1 - p_2 S_1 + p_2 S_2 - p_0 S_2 = 0. \quad (3)$$

已知

$$S_2 = 2S_1, \quad (4)$$

由(3),(4)式得

$$p_1 + p_2 = 2p_0, \quad (5)$$

由(1),(2),(5)三式得

$$p_1 = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 V_2}{V_1 + \frac{n_1}{n_2} V_2}. \quad (6)$$

若(6)式中的  $V_1, V_2$  是加热后  $L_1$  和  $L_2$  中气体的体积, 则  $p_1$  就是加热后  $L_1$  中气体的压强. 加热前  $L_1$  中气体的压强则为

$$p_{10} = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 V_{20}}{V_{10} + \frac{n_1}{n_2} V_{20}}. \quad (7)$$

设加热后,  $L_1$  中气体体积的增加量为  $\Delta V_1$ ,  $L_2$  中气体体积的增加量为  $\Delta V_2$ , 因连接两活塞的杆是刚性的, 活塞  $M_2$  的横截面积是  $M_1$  的 2 倍, 故有

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V. \quad (8)$$

加热后,  $L_1$  和  $L_2$  中气体的体积都是增大的, 即  $\Delta V > 0$ . [若  $\Delta V < 0$ , 即加热后, 活塞是向左移动的, 则大气将对封闭在气缸中的气体做功, 电热丝又对气体加热, 根据热力学第一定律, 气体的内能增加, 温度将上升, 而体积是减小的, 故  $L_1$  和  $L_2$  中气体的压强  $p_1$  和  $p_2$  都将增大. 这违反力学平衡条件(5)式.]

于是有

$$V_1 = V_{10} + \Delta V, \quad (9)$$

$$V_2 = V_{20} + \Delta V. \quad (10)$$

由(6),(7),(9),(10)四式得

$$p_1 - p_{10} = \frac{2 \frac{n_1}{n_2} p_0 (V_{10} - V_{20}) \Delta V}{\left[ V_{10} + \Delta V + \frac{n_1}{n_2} (V_{20} + \Delta V) \right] \left( V_{10} + \frac{n_1}{n_2} V_{20} \right)}. \quad (11)$$

由(11)式可知, 若加热前  $V_{10} = V_{20}$ , 则  $p_1 = p_{10}$ , 即加热后  $p_1$  不变, 由(5)式知  $p_2$  亦不变; 若加热前  $V_{10} < V_{20}$ , 则  $p_1 < p_{10}$ , 即加热后  $p_1$  必减小, 由(5)式知  $p_2$  必增大; 若加热前  $V_{10} > V_{20}$ , 则  $p_1 > p_{10}$ , 即加热后  $p_1$  必增大, 由(5)式知  $p_2$  必减小.

解法二 设加热前  $L_1$  和  $L_2$  中气体的压强和体积分别为  $p_{10}, p_{20}$  和  $V_{10}, V_{20}$ , 以  $p_1, p_2$  和  $V_1, V_2$  分别表示加热后  $L_1$  和  $L_2$  中气体的压强和体积, 由于  $M_1$  是导热的, 加热前  $L_1$  和  $L_2$  中气体的温度是相等的, 设为  $T_0$ , 加热后  $L_1$  和  $L_2$  中气体的温度也相等, 设为  $T$ . 因加热前、后两个活塞和轻杆构成的系统都处在力学平衡状态, 注意到  $S_2 = 2S_1$ , 力学平衡条件分别为

$$p_{10} + p_{20} = 2p_0, \quad (1)$$

$$p_1 + p_2 = 2p_0. \quad (2)$$

由(1),(2)两式得

$$p_1 - p_{10} = -(p_2 - p_{20}). \quad (3)$$

根据理想气体状态方程,对  $L_1$  中的气体有

$$\frac{p_1 V_1}{p_{10} V_{10}} = \frac{T}{T_0}, \quad (4)$$

对  $L_2$  中的气体有

$$\frac{p_2 V_2}{p_{20} V_{20}} = \frac{T}{T_0}, \quad (5)$$

由(4),(5)两式得

$$\frac{p_1 V_1}{p_{10} V_{10}} = \frac{p_2 V_2}{p_{20} V_{20}}, \quad (6)$$

(6)式可改写成

$$\left(1 + \frac{p_1 - p_{10}}{p_{10}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{10}}\right) = \left(1 + \frac{p_2 - p_{20}}{p_{20}}\right) \left(1 + \frac{V_2 - V_{20}}{V_{20}}\right). \quad (7)$$

因连接两活塞的杆是刚性的,活塞  $M_2$  的横截面积是  $M_1$  的 2 倍,故有

$$V_1 - V_{10} = V_2 - V_{20}, \quad (8)$$

把(3),(8)式代入(7)式得

$$\left(1 + \frac{p_1 - p_{10}}{p_{10}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{10}}\right) = \left(1 - \frac{p_1 - p_{10}}{p_{20}}\right) \left(1 + \frac{V_1 - V_{10}}{V_{20}}\right). \quad (9)$$

若  $V_{10} = V_{20}$ ,则由(9)式得  $p_1 = p_{10}$ ,即若加热前, $L_1$  中气体的体积等于  $L_2$  中气体的体积,则加热后  $L_1$  中气体的压强不变,由(2)式可知加热后  $L_2$  中气体的压强亦不变.

若  $V_{10} < V_{20}$ ,则由(9)式得  $p_1 < p_{10}$ ,即若加热前, $L_1$  中气体的体积小于  $L_2$  中气体的体积,则加热后  $L_1$  中气体的压强必减小,由(2)式可知加热后  $L_2$  中气体的压强必增大.

若  $V_{10} > V_{20}$ ,则由(9)式得  $p_1 > p_{10}$ ,即若加热前, $L_1$  中气体的体积大于  $L_2$  中气体的体积,则加热后  $L_1$  中气体的压强必增大,由(2)式可知加热后  $L_2$  中气体的压强必减小.

16. (i) 图 20 为卫星和碎片运行轨道的示意图.以  $v_1$  表示碰撞前卫星作圆周运动的速度,以  $M$  表示地球 E 的质量,根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{Mm_1}{(R+h)^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R+h}, \quad (1)$$

式中  $G$  是引力常量.由(1)式得

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{R}{R+h}} \sqrt{\frac{GM}{R}}, \quad (2)$$

以  $v_2$  表示刚要碰撞时太空碎片的速度,因为与卫星发生碰撞时,碎片到地心的距离等于卫星到地心的距离,根据题意,太空碎片作椭圆运动的总能量

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - G \frac{Mm_2}{R+h} = -G \frac{Mm_2}{2a}, \quad (3)$$

式中  $a$  为椭圆轨道的半长轴.由(3)式得

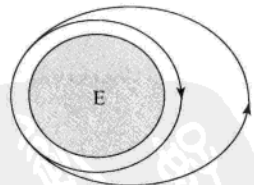


图 20

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R+h} - \frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{2R}{R+h} - \frac{R}{a}} \sqrt{\frac{GM}{a}}. \quad (4)$$

卫星和碎片碰撞过程中动量守恒,有

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v, \quad (5)$$

这里  $v$  是碰后二者结合成的物体(简称结合物)的速度. 由(5)式得

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (6)$$

由(2),(4),(6)三式并代入有关数据得

$$v = 0.7520 \sqrt{\frac{GM}{R}}. \quad (7)$$

结合物能否撞上地球,要看其轨道(椭圆)的近地点到地心的距离  $r_{\min}$ , 如果  $r_{\min} < R$ , 则结合物就撞上地球. 为此我们先来求结合物轨道的半长轴  $a'$ . 结合物的总能量

$$-G \frac{M(m_1 + m_2)}{2a'} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - G \frac{M(m_1 + m_2)}{R+h}, \quad (8)$$

代入有关数据得

$$a' = 5259 \text{ km}. \quad (9)$$

结合物轨道的近地点到地心的距离

$$r_{\min} = 2a' - (R+h) = 3347 \text{ km} < R, \quad (10)$$

据此可以判断,结合物最后要撞上地球.

(ii) 解法一 在极坐标中讨论.

取极坐标,坐标原点在地心处,极轴由北极指向南极,如图 21 所示. 碰撞点在北极上空,是椭圆轨道的远地点,结合物轨道的椭圆方程

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}, \quad (11)$$

式中  $e$  是偏心率,  $p$  是椭圆的半正焦距. 远地点到地心的距离

$$r_{\max} = R + h. \quad (12)$$

由解析几何有

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2a'} (= 0.3635), \quad (13)$$

在轨道的近地点,  $r = r_{\min}$ ,  $\theta = 0^\circ$ , 由(11)式得

$$p = r_{\min}(1 + e) (= 4563 \text{ km}), \quad (14)$$

或

$$p = r_{\max}(1 - e). \quad (15)$$

在结合物撞击地球处  $r = R$ , 由(11)式有

$$R = \frac{p}{1 + e \cos \theta}, \quad (16)$$

或

$$\cos \theta = \frac{p - R}{eR}, \quad (17)$$

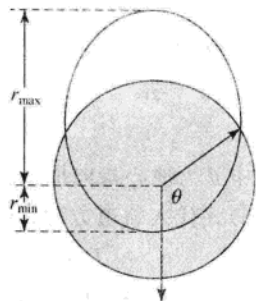


图 21

代入有关数据可得

$$\cos\theta = -0.7807, \quad (18)$$

$$\theta = 141.32^\circ, \quad (19)$$

这是北纬  $51.32^\circ$ .

解法二 在直角坐标中讨论.

取直角坐标系,以椭圆的对称中心为坐标原点  $O$ ,  $x$  轴通过近地点和远地点并由远地点指向近地点,如图 22 所示. 结合物轨道的椭圆方程是

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1, \quad (20)$$

式中  $a'$ ,  $b'$  分别为结合物椭圆轨道的半长轴和半短轴. 远地点到地心的距离

$$r_{\max} = R + h. \quad (21)$$

根据解析几何,若  $c$  为地心与坐标原点间的距离

$$c = r_{\max} - a' (= 1912 \text{ km}), \quad (22)$$

而

$$b' = \sqrt{a'^2 - c^2}, \quad (23)$$

注意到  $a'$  由(9)式给出,得

$$b' = 4899 \text{ km}. \quad (24)$$

结合物撞击地面处是结合物的椭圆轨道与地面的交点,设该处的坐标为  $x_p$  和  $y_p$ , 则有

$$x_p = R \cos\theta + c, \quad (25)$$

$$y_p = R \sin\theta, \quad (26)$$

式中  $\theta$  为地心指向撞击点的矢经与  $x$  正方向的夹角. 因撞击点在结合物的轨道上,将(24), (25)式代入轨道方程(20)式,经整理得

$$R^2(b'^2 - a'^2)\cos^2\theta + 2b'^2cR\cos\theta + b'^2c^2 - a'^2b'^2 + a'^2R^2 = 0. \quad (27)$$

引入以下符号并代入有关数据得

$$\alpha = R^2(b'^2 - a'^2) (= -1484 \times 10^{11} \text{ km}),$$

$$\beta = 2b'^2cR (= 5846 \times 10^{11} \text{ km}),$$

$$\gamma = b'^2c^2 - a'^2b'^2 + a'^2R^2 (= 5465 \times 10^{11} \text{ km}).$$

代入(27)式得

$$\alpha \cos^2\theta + \beta \cos\theta + \gamma = 0, \quad (28)$$

解得

$$\cos\theta = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}, \quad (29)$$

舍掉不合理的答案,得

$$\cos\theta = -0.7803, \quad (30)$$

$$\theta = 141.29^\circ, \quad (31)$$

这是在北纬  $51.29^\circ$ .

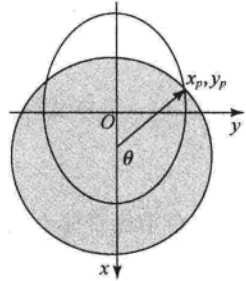


图 22

## 复赛试题及参考解答

### 试 题

#### 一、填空(问答)题

1. 有人设想了一种静电场: 电场的方向都垂直于纸面并指向纸里, 电场强度的大小自左向右逐渐增大, 如图 23 所示. 这种分布的静电场是否可能存在? 试述理由. \_\_\_\_\_.

2. 海尔-波普彗星轨道是长轴非常大的椭圆, 近日点到太阳中心的距离为 0.914 天文单位(1 天文单位等于地日间的平均距离), 则其近日点速率的上限与地球公转(轨道可视为圆周)速率之比约为(保留 2 位有效数字)\_\_\_\_\_.

3. 用测电笔接触市电相线, 即使赤脚站在地上也不会触电, 原因是\_\_\_\_\_; 另一方面, 即使穿绝缘性能良好的电工鞋操作, 测电笔仍会发亮. 原因是\_\_\_\_\_.

4. 在图 24 所示的复杂网络中, 所有电源的电动势均为  $E_0$ , 所有电阻器的阻值均为  $R_0$ , 所有电容器的电容均为  $C_0$ , 则图示电容器 A 极板上的电荷量为\_\_\_\_\_.

5. 如图 25 所示, 给静止在水平粗糙地面上的木块一初速度, 使之开始运动. 一学生利用角动量定理来考察此木块以后的运动过程: “把参考点设于如图所示的地面上一点  $O$ , 此时摩擦力  $f$  的力矩为 0, 从而木块的角动量将守恒, 这样木块将不减速而作匀速运动.” 请指出上述推理的错误, 并给出正确的解释: \_\_\_\_\_.

二、如图 26 所示正方形轻质刚性水平桌面由四条完全相同的轻质细桌腿 1, 2, 3, 4 支撑于桌角  $A, B, C, D$  处, 桌腿竖立在水平粗糙刚性地面上. 已知桌腿受力后将产生弹性微小形变. 现于桌面中心点  $O$  至角  $A$  的连线  $OA$  上某点  $P$  施加一竖直向下的力  $F$ , 令  $\frac{OP}{OA} = c$ , 求桌面对桌腿 1 的压力  $F_1$ .

#### 三、

1. 一质量为  $m$  的小球与一劲度系数为  $k$  的弹簧相连组成一体系, 置于光滑水平桌面上, 弹簧的另一端与固定墙面相连, 小球作一维自由振动. 试问在一沿此弹簧长度方向以速度  $u$  作匀速运动的参考系里观察, 此体系的机械能是否守恒, 并说明理由.

2. 若不考虑太阳和其他星体的作用, 则地球-月球系统可看成孤立系统. 若把地球和月球都看做是质量均匀分布的球体, 它们的质量分别为  $M$  和  $m$ , 月心-地心间的距离为  $R$ , 万有引力恒量为  $G$ . 学生甲以地心为参考系, 利用牛顿第二定律和万有引力定律, 得到月球相对地心



图 23

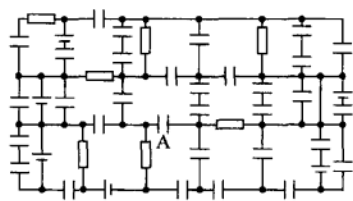


图 24

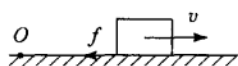


图 25

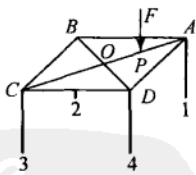


图 26

参考系的加速度为  $a_m = G \frac{M}{R^2}$ ; 学生乙以月心为参考系, 同样利用牛顿第二定律和万有引力定律, 得到地球相对月心参考系的加速度为  $a_e = G \frac{m}{R^2}$ . 这二位学生求出的地-月间的相对加速度明显矛盾, 请指出其中的错误, 并分别以地心参考系(以地心速度作平动的参考系)和月心参考系(以月心速度作平动的参考系)求出正确结果.

四、火箭通过高速喷射燃气产生推力. 设温度  $T_1$ , 压强  $p_1$  的炽热高压气体在燃烧室内源源不断生成, 并通过管道由狭窄的喷气口排入气压  $p_2$  的环境. 假设燃气可视为理想气体, 其摩尔质量为  $\mu$ , 每摩尔燃气的内能为  $u = c_v T$  ( $c_v$  是常量,  $T$  为燃气的绝对温度). 在快速流动过程中, 对管道内任意处的两个非常靠近的横截面间的气体, 可以认为它与周围没有热交换, 但其内部则达到平衡状态, 且有均匀的压强  $p$ , 温度  $T$  和密度  $\rho$ , 它们的数值随着流动而不断变化, 并满足绝热方程  $pV^{\frac{c_v+R}{c_v}} = C$  (恒量), 式中  $R$  为普适气体常量. 求喷气口处气体的温度与相对火箭的喷射速率.

五、内半径为  $R$  的直立圆柱器皿内盛水银, 绕圆柱轴线匀速旋转(水银不溢, 皿底不露), 稳定后的液面为旋转抛物面. 若取坐标原点在抛物面的最低点, 纵坐标轴  $z$  与圆柱器皿的轴线重合, 横坐标轴  $r$  与  $z$  轴垂直, 则液面的方程为  $z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$ , 式中  $\omega$  为旋转角速度,  $g$  为重力加速度(当代已使用大面积的此类旋转水银液面做反射式天文望远镜).

观察者的眼睛位于抛物面最低点正上方某处, 保持位置不变. 然后使容器停转, 待液面静止后, 发现与稳定旋转时相比, 看到的眼睛的像的大小、正倒都无变化. 求人眼位置至稳定旋转水银面最低点的距离.

六、两惯性系  $S'$  与  $S$  初始时刻完全重合, 前者相对后者沿  $x$  轴正向以速度  $v$  高速运动. 作为光源的自由质点静止于  $S'$  系中, 以恒定功率  $P$  向四周辐射(各向同性)光子. 在  $S$  系中观察, 辐射偏向于光源前部(即所谓的前灯效应).

1. 在  $S$  系中观察,  $S'$  系中向前的那一半辐射将集中于光源前部以  $x$  轴为轴线的圆锥内. 求该圆锥的半顶角  $\alpha$ . 已知相对论速度变换关系为

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}},$$

式中  $u_x$  与  $u'_x$  分别为  $S$  与  $S'$  系中测得速度的  $x$  分量,  $c$  为光速.

2. 求  $S$  系中测得的单位时间内光源辐射的全部光子的总动量与总能量.

七、

1. 设想光子能量为  $E$  的单色光垂直入射到质量为  $M$ 、以速度  $V$  沿光入射方向运动的理想反射镜(无吸收)上, 试用光子与镜子碰撞的观点确定反射光的光子能量  $E'$ , 可取以下近似:

$$\frac{E}{Mc^2} \ll \frac{V}{c} \ll 1, \text{ 其中 } c \text{ 为光速.}$$

2. 若在上述问题中单色光的强度为  $\Phi$ , 试求反射光的强度  $\Phi'$  (可以近似认为光子撞击镜子后, 镜子的速度仍为  $V$ ). 光的强度定义为单位时间内通过垂直于光传播方向单位面积的光子的能量.

八、惰性气体分子为单原子分子. 在自由原子情形下, 其电子电荷分布是球对称的. 负电荷中心与原子核重合. 但如两个原子接近, 则彼此能因静电作用产生极化(正负电荷中心不重合), 从而导致有相互作用力. 这称为范德瓦尔斯相互作用. 下面我们采用一种简化模型来研究此问题.

当负电中心与原子核不重合时, 若以  $x$  表示负电中心相对正电荷(原子核)的位移, 当  $x$  为正时, 负电中心在正电荷的右侧, 当  $x$  为负时, 负电中心在正电荷的左侧, 如图 27 所示. 这时, 原子核的正电荷对核外负电荷的作用力  $f$  相当于一个劲度系数为  $k$  的弹簧的弹性力, 即  $f = -kx$ , 力的方向指向原子核, 核外负电荷的质量全部集中在负电中心, 此原子可用一弹簧振子来模拟.



图 27

今有两个相同的惰性气体原子, 它们的原子核固定, 相距为  $R$ , 原子核正电荷的电荷量为  $q$ , 核外负电荷的质量为  $m$ . 因原子间的静电相互作用, 负电中心相对各自原子核的位移分别为  $x_1$  和  $x_2$ , 且  $|x_1|$  和  $|x_2|$  都远小于  $R$ ,

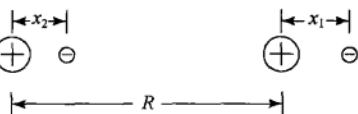


图 28

如图 28 所示. 此时每个原子的负电荷除受到自己核的正电荷作用外, 还受到另一原子的正、负电荷的作用.

众所周知, 孤立谐振子的能量  $E = mv^2/2 + kx^2/2$  是守恒的, 式中  $v$  为质量  $m$  的振子运动的速度,  $x$  为振子相对平衡位置的位移. 量子力学证明, 在绝对零度时, 谐振子的能量为  $\hbar\omega/2$ , 称为零点振动能,  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  为普朗克常量,  $\omega = \sqrt{k/m}$  为振子的固有角频率. 试计算在绝对零度时上述两个有范德瓦尔斯相互作用的惰性气体原子构成的体系的能量, 与两个相距足够远的(可视为孤立的、没有范德瓦尔斯相互作用的)惰性气体原子的能量差, 并从结果判定范德瓦尔斯相互作用是吸引还是排斥. 可利用当  $|x| \ll 1$  时的近似式  $(1+x)^{1/2} \approx 1+x/2-x^2/8$ ,  $(1+x)^{-1} \approx 1-x+x^2$ .

### 参 考 解 答

一、1. 这种分布的静电场不可能存在. 因为静电场是保守场, 电荷沿任意闭合路径一周电场力做的功等于 0, 但在这种电场中, 电荷可以沿某一闭合路径移动一周而电场力做功不为 0. 2. 1.5. 3. 测电笔内阻很大, 通过与之串联的人体上的电流(或加在人体上的电压)在安全范围内; 市电为交流电, 而电工鞋相当于一电容器, 串联在电路中仍允许交流电通过.

4.  $2E_0C_0$ . 5. 该学生未考虑竖直方向木块所受的支持力和重力的力矩. 仅根据摩擦力的力矩为零便推出木块的角动量应守恒, 这样推理本身就不正确. 事实上, 此时支持力合力的作用线在重力作用线的右侧, 支持力与重力的合力矩不为 0, 木块的角动量不守恒, 与木块作减速运动不矛盾.

二、设桌面对四条腿的作用力皆为压力, 分别为  $F_1, F_2, F_3, F_4$ . 因轻质刚性的桌面处在平衡状态, 可推得

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = F. \quad (1)$$

由于对称性,

$$F_2 = F_4. \quad (2)$$

考察对桌面对角线  $BD$  的力矩, 由力矩平衡条件可得

$$F_3 + cF = F_1. \quad (3)$$

根据题意,  $0 \leq c \leq 1$ ,  $c=0$  对应于力  $F$  的作用点在  $O$  点,  $c=1$  对应于  $F$  作用点在  $A$  点.

设桌腿的劲度系数为  $k$ , 在力  $F$  的作用下, 腿 1 的形变为  $F_1/k$ , 腿 2 和 4 的形变均为  $F_2/k$ , 腿 3 的形变为  $F_3/k$ . 依题意, 桌面上四个角在同一平面上, 因此满足  $\frac{1}{2} \left( \frac{F_1}{k} + \frac{F_3}{k} \right) = \frac{F_2}{k}$ , 即

$$F_1 + F_3 = 2F_2. \quad (4)$$

由(1),(2),(3),(4)式, 可得

$$F_1 = \frac{2c+1}{4}F, \quad (5)$$

$$F_3 = \frac{1-2c}{4}F, \quad (6)$$

当  $c \geq \frac{1}{2}$  时,  $F_3 \leq 0$ .  $F_3=0$ , 表示腿 3 无形变;  $F_3 < 0$ , 表示腿 3 受到桌面的作用力为拉力, 这是不可能的, 故应视  $F_3=0$ . 此时(2)式(3)式仍成立. 由(3)式, 可得

$$F_1 = cF. \quad (7)$$

综合以上讨论得

$$F_1 = \frac{2c+1}{4}F, \quad 0 \leq c \leq \frac{1}{2}. \quad (8)$$

$$F_1 = cF, \quad \frac{1}{2} \leq c \leq 1. \quad (9)$$

三、1. 否. 原因是墙壁对于该体系而言是外界, 墙壁对弹簧有作用力, 在运动参考系里此力的作用点有位移, 因而要对体系做功, 从而会改变这一体系的机械能.

2. 因地球受月球的引力作用, 月球受地球的引力作用, 它们相对惯性系都有加速度, 故它们都不是惯性参考系. 相对非惯性参考系, 牛顿第二定律不成立. 如果要在非惯性参考系中应用牛顿第二定律, 必须引入相应的惯性力; 而这两位学生又都未引入惯性力, 所以他们得到的结果原则上都是错误的.

以地心为参考系来求月球的加速度. 地心系是非惯性系, 设地球相对惯性系的加速度的大小为  $a_e^*$ , 则由万有引力定律和牛顿第二定律有

$$G \frac{Mm}{R^2} = Ma_e^*, \quad (1)$$

加速度的方向指向月球. 相对地心参考系, 月球受到惯性力作用, 其大小

$$f_m^* = ma_e^*, \quad (2)$$

方向指向地球, 与月球受到的万有引力的方向相同. 若月球相对地心系的加速度为  $a_m$ , 则有

$$G \frac{Mm}{R^2} + f_m^* = ma_m. \quad (3)$$

由(1),(2),(3)三式, 得

$$a_m = G \frac{M+m}{R^2}, \quad (4)$$

加速度的方向指向地球.



以月心为参考系来求地球的加速度. 月心系也是非惯性系, 设月球相对惯性系的加速度的大小为  $a_m^*$ , 则由万有引力定律和牛顿第二定律有

$$G \frac{Mm}{R^2} = ma_m^*, \quad (5)$$

加速度的方向指向地球. 相对月心参考系, 地球受到惯性力作用, 惯性力的大小

$$f_c^* = Ma_m^*, \quad (6)$$

方向指向月球, 与地球受到的万有引力的方向相同. 若地球相对月心系的加速度为  $a_e$ , 则有

$$G \frac{Mm}{R^2} + f_c^* = Ma_e. \quad (7)$$

由(5), (6), (7)三式得

$$a_e = G \frac{M+m}{R^2}, \quad (8)$$

加速度的方向指向月球. (4)式与(8)式表明, 地球相对月心系的加速度  $a_e$  与月球相对地心系的加速度  $a_m$  大小相等(方向相反), 与运动的相对性一致.

四、于火箭燃烧室出口处与喷气口各取截面  $A_1$  与  $A_2$ , 它们的面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ , 由题意,  $S_1 \gg S_2$ , 以其间管道内的气体为研究对象, 如图 29 所示.

设经过很短时间  $\Delta t$ , 这部分气体流至截面  $B_1$  与  $B_2$  之间,  $A_1B_1$  间和  $A_2B_2$  间的微小体积分别为  $\Delta V_1$  和  $\Delta V_2$ , 两处气体密度分别为  $\rho_1$  和  $\rho_2$ , 流速分别为  $v_1$  和  $v_2$ . 气流达到稳恒时, 内部一切物理量分布只依赖于位置, 与时间无关. 由此可知, 尽管  $B_1A_2$  间气体更换, 但总的质量与能量不变.

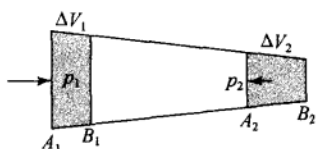


图 29

先按绝热近似求喷气口的气体温度  $T_2$ . 质量守恒给出

$$\rho_1 \Delta V_1 = \rho_2 \Delta V_2, \quad (1)$$

即  $A_2B_2$  间气体可视为由  $A_1B_1$  间气体绝热移动所得. 事实上, 因气流稳恒,  $A_1B_1$  间气体流出口时将再现  $A_2B_2$  间气体状态. 对质量  $\Delta m = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_2 \Delta V_2$  的气体, 利用理想气体的状态方程

$$p \Delta V = \frac{\Delta m}{\mu} RT \quad (2)$$

和绝热过程方程

$$p_1 (\Delta V_1)^{\frac{c_v+R}{c_v}} = p_2 (\Delta V_2)^{\frac{c_v+R}{c_v}}, \quad (3)$$

可得

$$T_2 = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{c_v+R}} T_1. \quad (4)$$

再通过能量守恒求气体的喷射速率  $v_2$ . 由(1)式及  $\Delta V = Sv\Delta t$ , 可得

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2, \quad (5)$$

再利用(1)和(3)式, 知  $v_1 = \frac{\rho_2 S_2}{\rho_1 S_1} v_2 = \frac{S_2}{S_1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{c_v+R}{c_v}} v_2$ , 因  $S_2 \ll S_1$ ,  $p_2 \ll p_1$ , 故

$$v_1 \ll v_2. \quad (6)$$

整个体系经  $\Delta t$  时间的总能量(包括宏观流动机械能与微观热运动内能)增量  $\Delta E$  为  $A_2B_2$  部分与  $A_1B_1$  部分的能量差. 由于重力势能变化可忽略, 在理想气体近似下并考虑到(6)式, 有

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 + \frac{\Delta m}{\mu} c_V (T_2 - T_1). \quad (7)$$

体系移动过程中,外界做的总功为

$$W = p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2. \quad (8)$$

根据能量守恒定律,绝热过程满足

$$\Delta E = W, \quad (9)$$

得

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(c_V + R)T_1}{\mu} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{c_V + R}} \right]}, \quad (10)$$

其中利用了(2)和(4)两式.

五、旋转抛物面对平行于对称轴的光线严格聚焦,此抛物凹面镜的焦距为

$$f = \frac{g}{2\omega^2}. \quad (1)$$

由(1)式,旋转抛物面方程可表示为

$$z = \frac{r^2}{4f}. \quad (2)$$

停转后液面水平静止.由液体不可压缩性,知液面上升.以下求抛物液面最低点上升的高度.

抛物液面最低点以上的水银,在半径  $R$ ,高  $R^2/4f$  的圆柱形中占据体积为  $M$  的部分,即图 30 中左图阴影部分绕轴线旋转所得的回转体;其余体积为  $V$  的部分无水银.体  $M$  在高度  $z$  处的水平截面为圆环,利用抛物面方程,得  $z$  处圆环面积

$$S_M(z) = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R^2 - 4fz). \quad (3)$$

将体积  $V$  倒置,得图 30 中右图阴影部分绕轴线旋转所得的回转体  $\Delta$ ,相应抛物面方程变为

$$z = \frac{R^2 - r^2}{4f}, \quad (4)$$

其高度  $z$  处的水平截面为圆面,面积为

$$S_A(z) = \pi r^2 = \pi(R^2 - 4fz) = S_M(z). \quad (5)$$

由此可知

$$M = \Delta = V = \frac{1}{2} \pi R^2 \frac{R^2}{4f}, \quad (6)$$

即停转后抛物液面最低点上升

$$h = \frac{M}{\pi R^2} = \frac{R^2}{8f}. \quad (7)$$

因抛物镜在其轴线附近的一块小面积可视为凹球面镜,抛物镜的焦点就是球面镜的焦点,故可用球面镜的公式来处理问题.两次观察所见到的眼睛的像分别经凹面镜与平面镜反射而成,而先后看到的像的大小、正倒无变化,这就要求两像对眼睛所张的视角相同.设每只眼睛的长度为  $y_0$ .凹面镜成像时,物距  $u$  即所求距离,像距  $v$  与像长  $y$  分别为

$$v = \frac{fu}{u-f}, \quad (8)$$

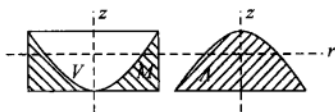


图 30

$$y = -\frac{v}{u}y_0 = \frac{f}{f-u}y_0. \quad (9)$$

平面镜成像时,由于抛物液面最低点上升,物距为

$$u' = u - h = u - \frac{R^2}{8f}, \quad (10)$$

像距  $v'$  与像长  $y'$  分别为

$$v' = -u', \quad (11)$$

$$y' = -\frac{v'}{u'}y_0 = y_0. \quad (12)$$

两像视角相同要求

$$\frac{y}{u-v} = \frac{y'}{u'-v'}, \quad (13)$$

即

$$\frac{1}{2u - \frac{u^2}{f}} = \frac{1}{2u - \frac{R^2}{4f}}, \quad (14)$$

此处利用了(8)~(12)诸式.由(14)式可解得所求距离

$$u = \frac{R}{2}. \quad (15)$$

六、1. 先求两惯性系中光子速度方向的变换关系.根据光速不变原理,两系中光速的大小都是  $c$ .以  $\theta$  和  $\theta'$  分别表示光子速度方向在  $S$  和  $S'$  系中与  $x$  和  $x'$  轴的夹角,则光速的  $x$  分量为

$$u_x = c \cos \theta, \quad (1)$$

$$u'_x = c \cos \theta'. \quad (2)$$

再利用相对论速度变换关系,得

$$\cos \theta = \frac{\cos \theta' + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v \cos \theta'}{c}}. \quad (3)$$

$S'$  系中光源各向同性辐射,表明有一半辐射分布于  $0 \leq \theta' \leq \pi/2$  的方向角范围内, $S$  系中,此范围对应  $0 \leq \theta \leq \alpha$ .由上式求得

$$\alpha = \arccos \frac{\cos \frac{\pi}{2} + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c} \cos \frac{\pi}{2}} = \arccos \frac{v}{c}. \quad (4)$$

可以看出,光源的速度  $v$  越大,圆锥的顶角越小.

2.  $S'$  系中,质点静止,在  $\Delta t'$  时间内辐射光子的能量来自质点静能的减少,即

$$P \Delta t' = \Delta m_0 c^2, \quad (5)$$

式中  $\Delta m_0$  为  $\Delta t'$  时间内质点减少的质量. $S$  系中,质点以速度  $v$  匀速运动,由于辐射,其动质量减少  $\Delta m$ ,故动量与能量亦减少.转化为光子的总动量为  $\Delta p = \Delta m v$ ,即

$$\Delta p = \frac{\Delta m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (6)$$

转化为光子的总能量为  $\Delta E = \Delta m c^2$ ,即

$$\Delta E = \frac{\Delta m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

$S'$ 系中光源静止,测得的辐射时间  $\Delta t'$ 为本征时,在  $S$ 系中膨胀为

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (8)$$

由以上各式可得在  $S$ 系中单位时间内辐射的全部光子的总动量与总能量分别为

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{vP}{c^2}, \quad (9)$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = P. \quad (10)$$

七、1. 光子与反射镜碰撞过程中的动量和能量守恒定律表现为

$$\frac{E}{c} + MV = \frac{-E'}{c} + MV', \quad (1)$$

$$E + \frac{MV^2}{2} = E' + \frac{MV'^2}{2}. \quad (2)$$

其中  $V'$ 为碰撞后反射镜的速度.从上两式消去  $V'$ ,得

$$E + E' = \frac{4E}{1 + \frac{V}{c} + \sqrt{\left(1 + \frac{V}{c}\right)^2 + \frac{4E}{Mc^2}}} \approx \frac{2E}{1 + \frac{V}{c}}, \quad (3)$$

$$E' = E \frac{1 - \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c}}. \quad (4)$$

当  $\frac{V}{c} \ll 1$  时,  $\frac{1}{1 + \frac{V}{c}} \approx 1 - \frac{V}{c}$ , 可得

$$E' = E \left(1 - \frac{2V}{c}\right). \quad (5)$$

2. 考察时刻  $t$  位于垂直于光传播方向的截面  $A$  左侧的长为光在  $1$  s 时间内所传播的距离  $c \times 1$  s、底面积为单位面积柱体内的光子,如图 31 所示.经过  $1$  s 时间,它们全部通过所考察的截面.若单位体积中的光子数为  $n$ ,根据光强的定义,入射光的强度

$$\Phi = ncE.$$

若  $A$  处固定一反射镜,则柱体的底面  $S_2$  处的光子在时刻  $t$  到达位于  $A$  处的反射镜便立即被反射,以光速  $c$  向左移动;当柱体的底面  $S_1$  在  $t+1$  s 到达  $A$  处被反射镜反射时,这柱体的底面  $S_2$  已到达  $A$  左边距离  $A$  为  $c \times 1$  s 处,所有反射光的光子仍分布在长为  $c \times 1$  s,截面积为单位面积的柱体内,所以反射光的强度与入射光的强度相等.

如果反射镜不固定,而是以恒定的速度  $V$  向右移动,则在时刻  $t+1$  s 柱体的底面  $S_1$  到达  $A$  处时,反射镜已移



(6) 图 31

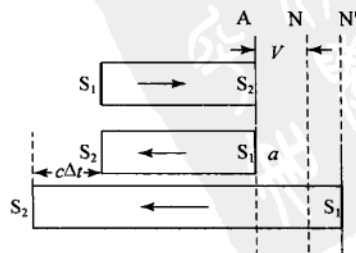


图 32

到 A 右边距离为  $V \times 1 \text{ s}$  的 N 处,这时底面  $S_2$  移到 A 左侧,离 A 的距离为  $c \times 1 \text{ s}$ ,如图 32 中 a 所示.设再经过时间  $\Delta t$ , $S_1$  与镜面相遇,但这时镜面已来到 N'处,因为在  $\Delta t$  时间内,镜面又移过了一段距离  $V\Delta t$ ,即在时刻  $t + 1 \text{ s} + \Delta t$ ,底面  $S_1$  才到达反射镜被反射.亦即原在  $S_1$  处的光子须多行进  $c\Delta t$  的距离才能被反射.因此

$$c\Delta t = (1 \text{ s} + \Delta t)V,$$

得

$$\Delta t = \frac{V}{c-V}. \quad (7)$$

而这时,底面  $S_2$  又向左移了一段距离  $c\Delta t$ .这样反射光的光子将分布在长为  $c \times 1 \text{ s} + 2c\Delta t$  的柱体内.因反射不改变光子总数,设  $n'$  为反射光单位体积中的光子数,有

$$nc = n' \left( c + 2 \frac{cV}{c-V} \right) = n'c \frac{c+V}{c-V},$$

故有

$$n' = n \frac{c-V}{c+V}. \quad (8)$$

根据光强度的定义,反射光的强度

$$\Phi' = n'cE'. \quad (9)$$

由(4),(8),(9)各式得

$$\Phi' = \Phi \left( \frac{c-V}{c+V} \right)^2. \quad (10)$$

注意到  $V \ll c$  有

$$\Phi' = \Phi \left( 1 - \frac{4V}{c} \right). \quad (11)$$

八、两个相距  $R$  的惰性气体原子组成体系的能量包括以下几部分:每个原子的负电中心振动的动能,每个原子的负电中心因受各自原子核“弹性力”作用的弹性势能,一个原子的正、负电荷与另一原子的正、负电荷的静电相互作用能.以  $v_1$  和  $v_2$  分别表示两个原子的负电中心振动速度, $x_1$  和  $x_2$  分别表示两个原子的负电中心相对各自原子核的位移,则体系的能量

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + U, \quad (1)$$

式中  $U$  为静电相互作用能

$$U = k_c q^2 \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R+x_1-x_2} - \frac{1}{R+x_1} - \frac{1}{R-x_2} \right), \quad (2)$$

$k_c$  为静电力常量.因  $R+x_1-x_2 = R \left( 1 + \frac{x_1-x_2}{R} \right)$ ,  $R+x_1 = R \left( 1 + \frac{x_1}{R} \right)$ ,  $R-x_2 = R \left( 1 - \frac{x_2}{R} \right)$ ,利用  $(1+x)^{-1} \approx 1-x+x^2$ ,可将(2)式化为

$$U = -\frac{2k_c q^2 x_1 x_2}{R^3}, \quad (3)$$

因此体系总能量可近似表为

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{2k_c q^2 x_1 x_2}{R^3}. \quad (4)$$

注意到  $a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2}$  和  $2ab = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2}$ ,可将(4)式改写为

$$E = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}\left(k - \frac{2k_c q^2}{R^3}\right)y_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 + \frac{1}{2}\left(k + \frac{2k_c q^2}{R^3}\right)y_2^2. \quad (5)$$

式中

$$u_1 = (v_1 + v_2)/\sqrt{2}, \quad (6)$$

$$u_2 = (v_1 - v_2)/\sqrt{2}, \quad (7)$$

$$y_1 = (x_1 + x_2)/\sqrt{2}, \quad (8)$$

$$y_2 = (x_1 - x_2)/\sqrt{2}. \quad (9)$$

(5)式表明体系的能量相当于两个独立谐振子的能量和,而这两个振子的固有角频率分别为

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k - \frac{2k_c q^2}{R^3}}{m}}, \quad (10)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k + \frac{2k_c q^2}{R^3}}{m}}. \quad (11)$$

在绝对零度,零点能为

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar(\omega_1 + \omega_2), \quad (12)$$

两个孤立惰性气体原子在绝对零度的能量分别表示为  $E_{10}$  和  $E_{20}$ , 有

$$E_{10} = E_{20} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0, \quad (13)$$

式中

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (14)$$

为孤立振子的固有角频率.由此得绝对零度时,所考察的两个惰性气体原子组成的体系的能量与两个孤立惰性气体原子能量和的差为

$$\Delta E = E_0 - (E_{10} + E_{20}). \quad (15)$$

利用  $(1+x)^{1/2} \approx 1+x/2-x^2/8$ , 可得

$$\Delta E = -\frac{\hbar}{2} \frac{k_c^2 q^4}{k^{3/2} m^{1/2} R^6}. \quad (16)$$

$\Delta E < 0$ , 表明范德瓦尔斯相互作用为相互吸引.

## 决赛试题及参考解答

### 理论部分试题

#### 一、填空题

1. 某光滑曲面由曲线  $y=f(x)$  绕竖直  $y$  轴旋转一周形成. 一自然半径  $a$ 、质量  $m$ 、劲度系数  $k$  的弹性圆环置于该曲面上,能水平静止于任意高度处,则曲线方程为\_\_\_\_\_.

2. 如图 33 所示的电阻框架为四维空间中的超立方体在三维空间中投影的模型(可视为

内外两个立方体框架,对应顶点互相连接起来),若该结构中每条棱均由电阻为  $R$  的材料构成,则  $AB$  节点间的等效电阻为\_\_\_\_\_.

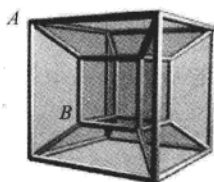


图 33

3. 某种蜜蜂的眼睛能够看到平均波长约为  $500 \text{ nm}$  的光,它是由约  $5000$  个小眼构成的复眼,小眼一个个密集排放在眼睛的整个表面上.小眼构造很精巧,顶部有一个透光的圆形集光装置,叫角膜镜;下面连着圆锥形的透明晶体,使得外部入射的光线会聚到圆锥顶点连接的感光细胞上(入射进入一个小眼的光线不会透过锥壁进入其他小眼),从而造成一个“影像点”(像素);所有小眼的影像点就拼成了一个完整的像.若将复眼看做球面圆锥,球面半径  $r$  等于  $1.5 \text{ mm}$ ,则蜜蜂小眼角膜镜的最佳直径  $d$  约为(请给出两位有效数字)

4. 开路电压  $U_0$  与短路电流  $I_{sc}$  是半导体 p-n 结光电池的两个重要技术指标,试给出两者之间的关系表达式:  $U_0 =$  \_\_\_\_\_, 式中各符号代表的物理量分别为\_\_\_\_\_.

二、天体或微观系统的运动可借助计算机动态模拟软件直观显示,这涉及几何尺寸的按比例缩放.为使显示的运动对缩放后的系统而言是实际可发生的,运行时间也应缩放.

1. 在牛顿力学框架中,设质点在力场  $F(r)$  中作轨道运动,且有  $F(ar) = a^k F(r)$ ,  $k$  为常数,  $r$  为位矢.若几何尺寸按比率  $\alpha$  缩放显示,试确定运行时间的缩放率  $\beta$ .

2. 由此证明,行星绕太阳轨道运动周期的平方与轨道几何尺寸的立方成正比.

三、在水平面上有两根垂直相交内壁光滑的连通细管,管内放置两个质量均为  $m$ 、电荷量均为  $q$  的同号带电质点 A 和 B. 初始时质点 A 至两管交点 O 的距离为  $d$ , 质点 B 位于交点 O 处,速度相互垂直,方向如图 34 所示,大小均为  $u_0 = \sqrt{\frac{kq^2}{md}}$ ,  $k$  为静电力常量. 求在以后运动中,它们之间的最小距离.

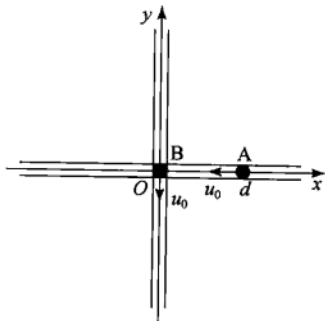


图 34

四、热机和热泵利用物质热力学循环实现相反功能:前者从高温处吸热,将部分热量转化为功对外输出,其余向低温处放出;后者依靠外界输入功,从低温处吸热,连同外界做功转化成的热量一起排向高温处.按热力学第二定律,无论热机还是热

泵,若工作物质循环过程中只与温度分别为  $T_1$  和  $T_2$  的两个热源接触,则吸收的热量  $Q_1$  和  $Q_2$  满足不等式  $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$ , 其中热量可正可负,分别表示从热源吸热与向热源放热.

某供暖设备原本以温度  $T_0$  的锅炉释放的热量向房间直接供暖,使室内温度保持恒温  $T_1$ , 高于户外温度  $T_2$ . 为提高能源利用率,拟在利用原有能源的基础上采用上述机器改进供暖方案.与直接供暖相比,能耗下降率的理论极限可达多少?

五、磁场会影响电子的运动,从而使存在磁场时的电流与电压之间的关系偏离通常我们熟悉的欧姆定律,本题所要研究的问题即为一例.

设  $xOy$  平面内有面密度(单位面积中的电子数)为  $n$  的二维电子气.平面内沿  $x$  轴正方向存在均匀电场  $E = E\mathbf{i}$  ( $\mathbf{i}$  为  $x$  轴正方向单位矢量),垂直于平面的  $z$  方向存在均匀磁场,磁感应强度为  $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$  ( $\mathbf{k}$  为  $x$  轴正方向单位矢量).已知平面内的电子运动受到的散射阻力与速度  $\mathbf{v}$

成正比,可等效地用一时间参量  $\tau$  描述为  $-\frac{m\mathbf{v}}{\tau}$ ,  $m$  为电子质量. 试求在稳态时沿  $x$  和  $y$  方向的电流密度(大小为垂直于电流方向单位长度上的电流)  $j_x$  和  $j_y$ , 将结果用电子电荷量绝对值  $e$ ,  $n$ ,  $m$ ,  $E$ ,  $\tau$  及  $\omega$  表示,  $\omega = \frac{eB}{m}$ .

六、如图 35 所示的两块平行薄板,由理想导体构成,板间距为  $d$ ,  $y$  方向无限延伸. 两板间沿垂直于  $y$  方向传播的电磁波沿  $x$  正向以行波形式传播,其电场可表述为  $E = E_0 \sin(2\pi z/\lambda_z) \cdot \sin(2\pi x/\lambda_x - \omega t)$ . 式中  $\omega$  为圆频率,  $t$  为时间,  $\lambda_z, \lambda_x$  为待定参量. 这种结构的组合可以制成实用的微波发射天线,用来代替传统的巨大抛物面天线,可以大幅度降低天线成本.

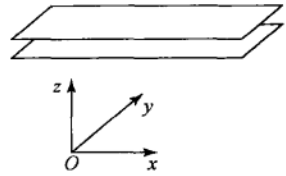


图 35

1. 证明  $\lambda_z$  只能取如下值:

$$\lambda_z = 2d/m, m = 1, 2, 3, \dots$$

2. 当  $m=1$  时,求  $\lambda_x$ .

3. 如将一系列板间距相等而长度不等的理想导体板相对于沿  $y$  方向无限延伸的线状波源(与纸面交于  $O$  点)平行对称叠排,板的右端对齐,而板的长度有一定分布(此结构与纸面相交的截面图如图 36 所示),则在这一结构的右端可输出沿  $x$  方向传播的平面电磁波. 试给出满足这一要求的板堆在  $xOz$  截面内左侧边缘(如图 36 所示)所满足的曲线方程(取  $m=1$ , 已知波源沿  $x$  轴到板堆左端的距离为  $L$ ).

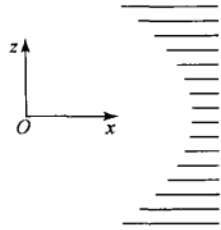


图 36

七、1. 在经典的氢原子模型中,电子围绕原子核作圆周运动,电子的向心力来自于核电场的作用. 可是,经典的电磁理论表明电子作加速运动会发射电磁波,其发射功率可表示为(拉莫尔公式):  $P = \frac{e^2 a^2}{6\pi c^3 \epsilon_0}$ , 其中  $a$  为电子加速度,  $c$  为真空光速,  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ , 电子电荷量绝对值  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ . 若不考虑相对论效应,试估计在经典模型中氢原子的寿命  $\tau$ . (实验测得氢原子的结合能  $E_B = 13.6 \text{ eV}$ , 电子静止质量  $m_0 = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

2. 带电粒子加速后发射电磁波也有重要应用价值,当代科学研究中应用广泛的同步辐射即是由以接近光速运动的电子在磁场中作曲线运动改变运动方向时所产生的电磁辐射. 电子存储环是同步辐射光源装置的核心,存储环中的电子束团通过偏转磁铁等装置产生高性能的同步辐射光. 上海光源是近年来建成的第三代同步辐射光源,它的部分工作参数如下: 环内电子能量  $E = 3.50 \text{ GeV}$ , 电子束团流强  $I = 300 \text{ mA}$ , 周长  $L = 432 \text{ m}$ , 单元数(装有偏转磁铁的弯道数量)  $N = 20$ , 偏转磁铁磁场的磁感应强度  $B = 1.27 \text{ T}$ . 试计算该设备平均每个出光口的辐射总功率  $P_0$ .

(在电子接近光速时,若动质量不变,牛顿第二定律仍然成立,但拉莫尔公式不再适用,相应的公式变化为  $P = \frac{e^2 a^2}{6\pi c^3 \epsilon_0} \times \gamma^4$ , 其中  $\gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$ ,  $E$  为电子总能量,  $m_0 c^2$  为电子的静止能量.)

3. 由于存储环内的电子速度接近光速,所以同步辐射是一个沿着电子轨道的切线方向的光锥,光锥的半张角为  $1/\gamma$ ,由此可见电子的能量越高,方向性越好. 试计算: 上述设备中,在辐射方向上某点接收到的单个电子产生的辐射持续时间  $\Delta T$ . (本题结果均请以三位有效数字表示.)



## 理论部分参考解答

一、1. 当取  $y$  轴竖直向上时,  $y = C - \frac{2\pi^2 k}{mg}(x-a)^2$  ( $C$  为任意常数). 2.  $\frac{7}{12}R$ . 3.  $30 \mu\text{m}$ .

4.  $U_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{I_{sc}}{I_s} + 1\right)$ , 式中  $e$  为电子电荷量的绝对值,  $k$  为玻尔兹曼常量,  $T$  为绝对温度,  $I_s$  为 p-n 结反向饱和电流.

二、1. 设位矢、时间缩放为  $r' = \alpha r$ ,  $t' = \beta t$ , 故速度、加速度满足关系

$$v' = \lim_{\Delta t' \rightarrow 0} \frac{\Delta r'}{\Delta t'} = \frac{\alpha}{\beta} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\alpha}{\beta} v, \quad (1)$$

$$a' = \lim_{\Delta t' \rightarrow 0} \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{\alpha}{\beta^2} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\alpha}{\beta^2} a. \quad (2)$$

缩放前后质点运动均满足牛顿运动方程, 即

$$ma = F(r), \quad (3)$$

$$ma' = F(r'). \quad (4)$$

利用(2)式及  $F(\alpha r) = \alpha^k F(r)$ , (4)式化为

$$ma = \alpha^{k-1} \beta^2 F(r). \quad (5)$$

对照(3)式, 得

$$\beta = \alpha^{\frac{k-1}{2}}. \quad (6)$$

2. 万有引力场  $k = -2$ , 设想轨道尺寸按

$$l' = \alpha l \quad (7)$$

缩放, 则周期按

$$\tau' = \beta \tau = \alpha^{3/2} \tau \quad (8)$$

缩放, 故有

$$\frac{\tau'^2}{l'^3} = \frac{\tau^2}{l^3}. \quad (9)$$

三、两质点的相对位矢为  $r = r_B - r_A$ , 记其单位矢量为  $e_r = r/r$ . 由于质点约束在管内运动, 所受合力必定沿运动方向, 即为静电力沿运动方向的分力. 两质点运动方程

$$\begin{cases} ma_A = -\frac{kq^2}{r^2} (e_r \cdot i) i \\ ma_B = \frac{kq^2}{r^2} (e_r \cdot j) j \end{cases}, \quad (1)$$

相减可得

$$ma = \frac{kq^2}{r^2} e_r, \quad (2)$$

其中  $a = a_B - a_A$  为 B 相对 A 的加速度. (2) 式表明, B 相对 A 的运动即力心固定之库仑势场中质点  $m$  的运动, 其电势能为:

$$U = \frac{kq^2}{r}. \quad (3)$$

中心力场中运动质点的角动量、能量守恒. 此处角动量与能量均应为 B 相对 A 运动的值, 可由初始条件定出:

$$L = |-m\mathbf{d}\mathbf{i} \times (-u_0\mathbf{j} + u_0\mathbf{i})| = md\sqrt{\frac{kq^2}{md}}, \quad (4)$$

$$E = \frac{1}{2}m(-u_0\mathbf{j} + u_0\mathbf{i})^2 + \frac{kq^2}{d} = \frac{2kq^2}{d}. \quad (5)$$

所求量即近力心点到力心的距离  $r_m$ , 该点速度  $u_m$  必与矢径  $r_m\mathbf{e}_r$  垂直, 故有

$$mr_m u_m = md\sqrt{\frac{kq^2}{md}}, \quad (6)$$

$$\frac{1}{2}mu_m^2 + \frac{kq^2}{r_m} = \frac{2kq^2}{d}. \quad (7)$$

从上两式解得

$$r_m = \frac{1+\sqrt{5}}{4}d. \quad (8)$$

四、为方便表述, 以下热量均用绝对值表示.

可以采用热机热泵联合供暖方案: 利用热机从锅炉吸收热量, 转化为功; 此功驱动热泵, 从户外吸热, 向室内放热.

热机的高温热源为锅炉, 低温热源可选室内或户外环境. 以室内为例, 设热机从锅炉吸热  $Q_0$ , 向室内放热  $Q_{10}$ , 则有

$$\frac{Q_0}{T_0} - \frac{Q_{10}}{T_1} \leq 0. \quad (1)$$

热泵的高、低温热源分别为室内、户外环境. 设热泵从户外吸热  $Q_2$ , 向室内放热  $Q_{12}$ , 则有

$$-\frac{Q_{12}}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0. \quad (2)$$

通过热机、热泵联合循环工作, 室内获得的总热量为

$$Q_1 = Q_{10} + Q_{12}. \quad (3)$$

将(1)、(2)两式相加, 得

$$\frac{Q_0}{T_0} + \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} \leq 0. \quad (4)$$

若热机以户外环境为低温热源, 同理可得上式.

能量守恒定律给出

$$Q_1 = Q_0 + Q_2. \quad (5)$$

直接供暖时, 给室内供热  $Q_1$ , 锅炉所释放的热量为

$$Q'_0 = Q_1. \quad (6)$$

联立(4)、(5)式, 可得热机热泵供暖锅炉释放的热量

$$Q_0 \geq \frac{T_0(T_1 - T_2)}{T_1(T_0 - T_2)}Q_1. \quad (7)$$

能耗的下降率为

$$\frac{Q'_0 - Q_0}{Q'_0} \leq \frac{T_2(T_0 - T_1)}{T_1(T_0 - T_2)}. \quad (8)$$

理论极限为上式取等号.

五、列出  $x$  和  $y$  方向的二维电子的牛顿方程如下:

$$ma_x = -eE - ev_y B - \frac{mv_x}{\tau}, \quad (1)$$

$$ma_y = ev_x B - \frac{mv_y}{\tau}. \quad (2)$$

在稳态,  $v$  不随时间变化, 电子无加速度,  $a_x = a_y = 0$ . 因此由(2)式得

$$v_y = \omega\tau v_x, \quad (3)$$

代入(1)式得

$$v_x = -\frac{e\tau E}{m(1 + \omega^2\tau^2)}, \quad (4)$$

根据定义

$$j_x = -nev_x \quad (5)$$

$$j_y = -nev_y \quad (6)$$

有

$$j_x = \frac{ne^2\tau E}{m(1 + \omega^2\tau^2)}, \quad (7)$$

$$j_y = \frac{ne^2\omega\tau^2 E}{m(1 + \omega^2\tau^2)}, \quad (8)$$

可见在垂直于电场的方向也产生电流.

六、1. 已知两板间电磁波的电场强度  $E$  为

$$E = E_0 \sin(2\pi x/\lambda_x) \sin(2\pi x/\lambda_x - \omega t). \quad (1)$$

由于是理想导体板, 当  $x=0$  和  $d$  时应有  $E=0$ . 从而

$$2\pi d/\lambda_x = m\pi, \lambda_x = 2d/m, m = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

2. 对于(1)式描述的电磁波, 可以通过

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)], \quad (3)$$

表达为两列平面电磁波的叠加,

$$\begin{cases} E = E_1 + E_2, \\ E_1 = \frac{1}{2}E_0 \cos(2\pi x/\lambda_x - 2\pi x/\lambda_x - \omega t), \\ E_2 = \frac{1}{2}E_0 \cos(2\pi x/\lambda_x + 2\pi x/\lambda_x - \omega t - \pi), \end{cases} \quad (4)$$

式中两列电磁波的波长  $\lambda_0$  都可表达为

$$\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^2 = \left(\frac{1}{\lambda_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_x}\right)^2 = \left(\frac{\omega}{2\pi c}\right)^2. \quad (5)$$

当  $m=1$  时,  $\lambda_x = 2d$ ,

$$\lambda_x = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2\pi c}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{1}{2d}\right)^2}}. \quad (6)$$

3. 因此,  $x$  方向波速  $v_x$  为

$$v_x = \left(\frac{\omega}{2\pi}\right)\lambda_x = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\pi c}{\omega d}\right)^2}} \quad (7)$$

如图 37 所示, 设板堆左端任一点  $P$  到波源的距离  $OP=R$ ,  $OP$  与  $x$  轴夹角  $\theta$ . 要使得输出为沿  $x$  方向的平面波, 应满足

$$L/c = R/c + (L - R\cos\theta)/v_x, \quad (8)$$

由此可得

$$R = L \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\pi c}{\omega d}\right)^2}\right) \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\pi c}{\omega d}\right)^2} \cos\theta\right). \quad (9)$$

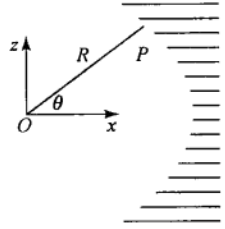


图 37

七、1. 由方程

$$F = ma, \quad (1)$$

$$a = \frac{v^2}{r}, \quad (2)$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad (3)$$

可推导出电子的总能量为

$$U = \frac{-e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0}. \quad (4)$$

由条件  $E_B = -U = 13.6 \text{ eV}$  推导出氢原子的轨道半径和运动速度分别为:

$$r_0 = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}, \quad (5)$$

$$v_0 = 2.19 \times 10^6 \text{ m/s}. \quad (6)$$

由拉莫尔公式得初始发射功率

$$P = \frac{e^2 a^2}{6\pi c^3 \epsilon_0} = \frac{e^6}{96\pi^3 c^3 \epsilon_0^3 m^2 r_0^4}. \quad (7)$$

在微小时间间隔  $\Delta t$  中, 辐射使电子总能量  $U$  减少

$$\Delta U = -P \times \Delta t, \quad (8)$$

$$\Delta U = \frac{-e^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r - \Delta r} - \frac{1}{r}\right) = \frac{-e^2}{8\pi\epsilon_0 r^2} \Delta r, \quad (9)$$

其中  $\Delta r$  为电子轨道半径的减小量. 由此可导出时间和半径  $r$  的变化方程:

$$\Delta t = \frac{12\pi^2 c^3 \epsilon_0^2 m^2 r^2}{e^4} \Delta r = A \times 4\pi r^2 \Delta r, \quad (10)$$

其中  $A = \frac{3\pi c^3 \epsilon_0^2 m^2}{e^4}$ .

构造一个半径为  $r_0$  的球体, 则  $4\pi r^2 \Delta r$  即为距离球心为  $r$  的薄球壳体积, 在  $r_0$  到 0 的求和过程中可以计算出球的体积为  $\frac{4}{3}\pi r_0^3$ . 对应本题情况解出电子轨道从  $r_0$  减少到 0 所需的时间为

$$\tau = \sum \Delta t = \frac{4\pi^2 c^3 \epsilon_0^2 m^2 r_0^3}{e^4}, \quad (11)$$

代入数据后得

$$\tau = 1.56 \times 10^{-11} \text{ s}. \quad (12)$$

2. 对于高能电子有

$$v \approx c, \quad (1)$$

$$E = mc^2, \quad (2)$$

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad (3)$$

$$F = ecB, \quad (4)$$

$$F = ma, \quad (5)$$

以上条件可以得出电子的偏转半径

$$R = \frac{E}{ecB}. \quad (6)$$

存储环中的电子数量

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{I\Delta t}{e}, \quad (7)$$

其中  $\Delta t$  为电子旋转一圈所花费的时间. 由(3)式及辐射条件可得每个电子每圈损失的总能量为(电子在直道上不辐射能量)

$$E_{\text{turn}} = \frac{e^2 a^2 \gamma^4}{6\pi c^3 \epsilon_0} \times \frac{2\pi R}{c} = \frac{e^2 \gamma^4}{3\epsilon_0 R}. \quad (8)$$

由(7)和(8)式得到存储环中的电子消耗的总功率为

$$P_{\text{total}} = \frac{nE_{\text{turn}}}{\Delta t} = \frac{Ie\gamma^4}{3\epsilon_0 R} = 4.34 \times 10^5 \text{ W}. \quad (9)$$

出光口的功率为

$$P_0 = \frac{P_{\text{total}}}{N} = 2.17 \times 10^4 \text{ W}. \quad (10)$$

3. 如图 38 所示, 在电子轨道上某点的切线方向上的某一点处接收, 接收者只能在一个很短的时间间隔内接收到电子发出的辐射, 这段时间是电子的速度方向改变圆锥顶角(即  $2/\gamma$ )的角度所对应的光到达接收点的时间间隔. 在这段时间内电子移动的距离为

$$x = \frac{2R}{\gamma}.$$

令  $\beta = v/c$ , 则电子在这两点发出的辐射间隔时间为:

$$t_2 - t_1 = \frac{2R}{\gamma c \beta}.$$

但对在轨道的切线方向的接收者来说, 上述时间还要扣除 A 点发射出的光到达 B 点位置所花费的时间

$$t' = \frac{2R}{\gamma c}, \quad (3)$$

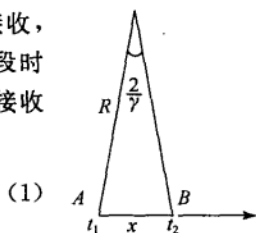
则

$$\Delta T = t_2 - t_1 - t'. \quad (4)$$

又

$$\gamma = \frac{mc^2}{m_0 c^2} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (5)$$

由  $1-\beta \rightarrow 0$  可得



(2) 图 38

$$\frac{2}{\beta}(1-\beta) = \frac{1}{\gamma^2}. \quad (6)$$

代入(4)式得到

$$\Delta T = \frac{R}{c\gamma^3}, \quad (7)$$

代入数据得

$$\Delta T = 9.51 \times 10^{-20} \text{ s}. \quad (8)$$

## 实验部分试题

### 实验一：利用 NTC 热敏电阻设计制作数字温度计

#### 一、实验说明

NTC(负温度系数)热敏电阻是一种用半导体材料制成的体积小、电阻值随温度变化比金属电阻要灵敏得多,因此被广泛用于温度测量、温度控制以及电路中的温度补偿、时间延迟等。

本实验要求测定 NTC 热敏电阻阻值与温度的关系,并设计制作一个数字温度计。(温度范围:35~42℃)

#### 二、实验装置与器材

1. NTC 热敏电阻 1 个(为避免热敏电阻自身发热对实验的影响,流过热敏电阻的电流不能超过 300  $\mu\text{A}$ )。

2. 恒温装置 1 台:室温-80℃,显示分辨率 0.1℃。

仪器使用方法:接通电源后待温度显示值出现“B=.=.”时可按“升温”键,设定用户所需的温度;再按“确定”键,加热指示灯发光,表示加热开始工作,同时显示“A=.=.”为当时水槽的实际温度;再按“确定”键显示“B=.=.”表示水槽温度的设定值;反复按“确定”键可轮换显示 A、B 值,A 为水温值,B 为设定值。按“恢复”键可以重新开始。注意:其他旋钮和接线柱均不使用,请勿乱动。

3. 直流稳压电源 1 台:0~20 V,显示分辨率 0.01 V。

4. 3 位半数字万用表 1 台:

电压挡:量程自动变换,最小量程 200 mV,显示分辨率 0.1 mV,不确定度限值 0.5%+3;

欧姆挡:量程自动变换,最小量程 200  $\Omega$ ,显示分辨率 0.1  $\Omega$ ,不确定度限值 0.8%+3。

5. 电阻箱 2 个:0.1 级,0.0~99999.9  $\Omega$ 。

6. 单刀双掷开关 1 个、导线 6 根。

7. 塑料烧杯 1 个。

8. 30 cm 钢尺 1 把(作图用)、20 cm×25 cm 作图纸 1 张。

9. 计算器 1 个、黑色水笔 1 支、HB 铅笔 1 支、橡皮 1 块。

#### 三、实验内容

1. 测量不同温度  $T$  下 NTC 热敏电阻的阻值  $R$ 。

(1) 设计实验方案,画出实验电路图,标明各元件的参数;

(2) 测量  $R$  和  $T$  的数据记录(自行列表)。

2. 求出  $R$  与  $T^{-1}$  之间的关系.
3. 设计数字体温计的电路.
  - (1) 利用提供的仪器设备,设计数字体温计的电路;
  - (2) 计算出各元件的参数值.

要求: 数字电压表的  $\text{mV}$  示数即为温度示值. 如电压表显示  $38.5 \text{ mV}$ , 即表示此时数字体温计测到的温度为  $38.5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

4. 根据设计的电路图搭建数字温度计, 并进行调试.
  - (1) 测量不同温度时, 数字体温计的电压示数, 并绘制校准曲线;
  - (2) 根据校准曲线, 对设计的电路进行改进, 要求使数字体温计的误差不超过  $0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ .

## 实验二: 玻璃材料物理特性的实验研究

### 一、实验目的

研究光学玻璃材料的色散关系及其角色散率(本领) $D_\theta$ .

### 二、实验原理

光学材料的色散现象是指该材料折射率  $n$  或吸收系数  $\alpha$  随光波波长  $\lambda$  变化的宏观表现. 由于光与材料相互作用的结果, 一般色散规律或  $n$  值随波长  $\lambda$  值的变化呈非线性变化关系. 在不同波长  $\lambda$  的单色光波下, 利用测角仪(分光计)测出玻璃材料(三棱镜)对应该单色光波的最小偏向角, 进而计算出对应的折射率  $n$  值, 就可以获得折射率  $n$  与波长  $\lambda$  关系的色散曲线.

最小偏向角法测定玻璃材料折射率  $n$  的物理原理, 可参见图 39 所示. 当光线经棱镜两次折射, 其传播方向总的变化可用入射光线  $a$  和出射光线  $t$  延长线的夹角  $\delta$  来表示,  $\delta$  叫做偏向角. 理论上可以证明: 当入射光线  $a$  和出射光线  $t$  对称地“分布”在棱镜两旁时, 偏向角有最小值, 叫最小偏向角, 常用  $\delta_m$  表示. 故其折射率  $n$  可由下式表示:

$$n = \frac{\sin \frac{A + \delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

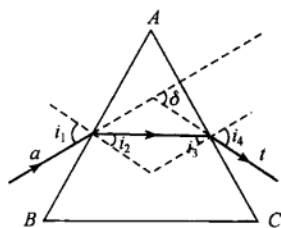


图 39 最小偏向角法测量原理

常用玻璃棱镜的角色散率  $D_\theta$  来标志其可作为分光色散元件(仪器)的光学性能指标. 它的定义是: 光波长差  $\Delta\lambda$  的两条光谱线经棱镜折射后, 相应最小偏向角差  $\Delta\delta$  与  $\Delta\lambda$  的比值, 即

$$D_\theta = \frac{\Delta\delta}{\Delta\lambda} \approx \frac{d\delta}{d\lambda},$$

式中单位:  $\text{rad/mm}$  或  $(^\circ)/\text{mm}$ . 亦即  $D_\theta$  值越大, 说明波长相差一个单位的两谱线所分开的角度越大, 角色散的本领也越大.

如果光波波长  $\lambda$  增加时, 材料折射率  $n$  和色散率  $\nu = dn/d\lambda$  都减小, 这样的色散现象叫做正常色散现象. 反之, 则叫反常色散现象. 依据一定的物理模型, 可以推导出描述正常色散现象的柯西(Cauchy)经验公式:

$$n = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2} + \frac{C_3}{\lambda^4},$$

式中  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_3$  是表征材料特性的常数.

### 三、实验装置及材料

1. 玻璃样品 1 个(利用 ZF1 光学玻璃制成的三棱镜,其顶角为  $60^{\circ}00'$ ,误差为  $2.0'$ ).
2. 小型光栅单色仪 1 个(波长范围:  $200\sim 800\text{ nm}$ ,焦距  $72.5\text{ mm}$ ,相对口径  $1:4$ ,光栅:  $1200\text{ L/mm}$ ,波长精度:  $\pm 3\text{ nm}$ ,波长重复性:  $\pm 1\text{ nm}$ ,外形尺寸:  $90\text{ mm}\times 68\text{ mm}\times 62\text{ mm}$ ),出射狭缝处附带有可插入测角仪(分光计)之平行光管的套筒.
3. 发光光源(已经将其与小型光栅单色仪固定在一起,且对准后者的人射狭缝):由 4 个发光二极管(LED)(白光,  $3.0\text{ V}$ ,  $5\text{ W}$ )及其灯座, 1 个 CX-4403A 型直流电源变压器(附带 1 个输出端插头和 1 个输出端插座,后者与 LED 灯座相连)组成.
4. 测角仪(分光计)1 台,由五部分组成(详见以下说明部分).
5. 平面镜 1 个.
6. 直钢尺 1 个(量程  $30\text{ cm}$ ,分度  $0.1\text{ cm}$ ).
7. 2 张坐标纸( $20\text{ cm}\times 25\text{ cm}$ ),供作图用.
8. 黑色水笔 1 支、HB 铅笔 1 支、橡皮 1 块.
9. 含线性拟合功能的计算器 1 个(CASIO,  $fx-82ES$  型).

说明:

#### 1. 小型光栅单色仪的波长读数

该光栅单色仪的波长值是由波长读数头(鼓轮)直接读取的,其结构如图 40 所示.通过动尺的旋转改变输出单色光的波长,动尺上的每一小格表示为  $1\text{ nm}$ ,定尺上的每一大(小)格表示为  $100(50)\text{ nm}$ ,当动尺移动到定尺刻度“0”线时,光栅单色仪输出的波长为“零级”的光谱.(注意:实验过程中,动尺的移动不宜超出  $350\sim 750\text{ nm}$  范围.)

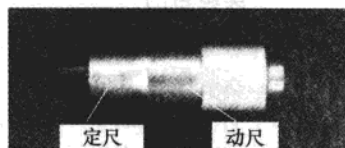


图 40 波长读数头的结构

#### 2. 测角仪(分光计)

所用的测角仪(分光计)为 JJY 型,测量精度  $1'$ ,图 41 是它的结构图.

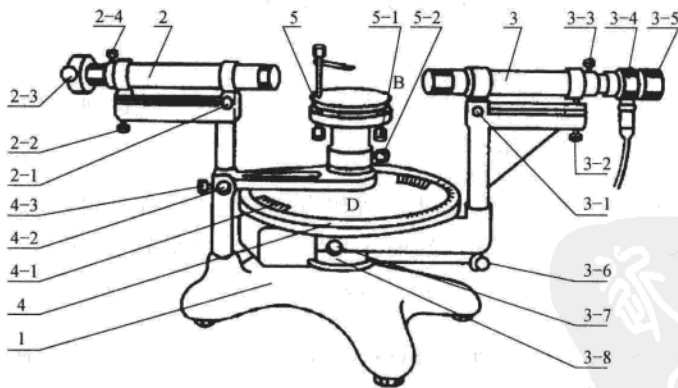


图 41 测角仪(分光计)结构示意图

1. 三角底座.
2. 平行光管: 2-1 水平方向调节螺钉, 2-2 倾角调节螺钉, 2-3 宽度可调节的狭缝及其套筒(这里用“小型光栅单色仪”上“出射缝处的套筒”替代), 2-4 狭缝位置锁定螺钉.
3. 望远镜: 3-1 水平方向调节螺钉, 3-2 倾角调节螺钉, 3-3 套筒位置锁定螺钉, 3-4 照明灯筒, 3-5 目镜清晰度调节手轮, 3-6 望远镜微调螺钉, 3-7 望远镜与刻度盘联动螺钉, 3-8 望远镜止动螺钉(位于图的背面).
4. 圆刻度盘: 4-1 角游标, 4-2 游标盘微调螺钉, 4-3 游标盘止动螺钉.
5. 载物平台: 5-1 载物台调平螺钉(3 个), 5-2 载物台锁定螺钉.



### 3. 最小偏向角 $\delta_m$ 的测定

在调好测角仪(分光计)和三棱镜位置的基础上,用LED照亮光栅单色仪的入射狭缝,转动游标盘(游标盘与待测物之间不可有丝毫相对位移),使棱镜处在如图42所示的位置.通过转动游标盘,以改变入射角  $i_1$ ,使光谱线朝偏向角减少的方向移动,同时转动望远镜跟踪该光谱线,直到棱镜继续沿着同方向转动时,该光谱线不再向前移动却往相反方向移动为止.此光谱线反方向移动的转折位置就是棱镜对该光谱线的最小偏向角位置.

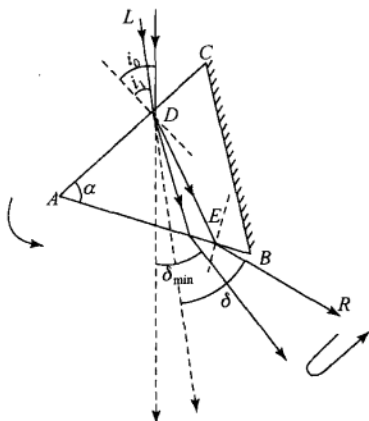


图42 偏向角的移动示意图

### 四、实验要求

在初步调好测角仪(分光计)的基础上,首先,将光栅单色仪出射狭缝处的套筒插入分光计的平行光管中,接通电源、点亮LED后,接着前后调节该狭缝的位置以保证其发出平行光,亦即通过测角仪(分光计)的望远镜可观察到出射狭缝清晰的两侧刀口.

此时,已经完全能够将小型光栅单色仪与LED的有机组合视作为一个平行线光源.转动光栅单色仪的鼓轮(注意:测量过程中应该顺着一个方向转动),即可得到由平行光管射出的波长连续可变的单色平行光.记下鼓轮上的读数刻度值,放大100倍后,就是光栅单色仪输出光所对应光谱线的波长( $\lambda$ )数值(单位: nm).根据上述该组合光源的特点,就可以实现仅仅利用气体光源(如:高压汞灯等)时所不能进行的角色散率与波长  $\lambda$  的关系曲线的测量.

1. 多次测量谱线波长为 579.0 nm 的最小偏向角(要求:测量次数不少于3次)且计算所对应的折射率,最后用不确定度表示该测量结果.

(1) 在表1中填入所测得的实验数据.

实验所用的三棱镜的顶角  $A \pm \Delta A = 60^{\circ}00' \pm 2'$ .

表1 最小偏向角  $\delta_m$  的测量(三棱镜编号: \_\_\_\_\_)

测量次数	“左”游标读数			“右”游标读数			$\delta_m = (\delta'_m + \delta''_m) / 2$
	$\theta'_1$ (出射光)	$\theta'_2$ (入射光)	$\delta'_m = \theta'_1 - \theta'_2$	$\theta''_1$ (出射光)	$\theta''_2$ (入射光)	$\delta''_m = \theta''_1 - \theta''_2$	
总平均值	—	—	—	—	—	—	

(2) 实验数据的处理:(在下划线上填写你的计算过程和结果)

测角仪(分光计)的最大允许误差为  $\Delta\theta_{\text{仪}} = 1' \approx$  \_\_\_\_\_ rad.

最小偏向角算术平均值的标准不确定度:

$\Delta\theta_{\text{测}} = \Delta\delta_m =$  \_\_\_\_\_  $\approx$  \_\_\_\_\_ " = \_\_\_\_\_ rad.

$\Delta\theta = \sqrt{(\Delta\theta_{\text{测}})^2 + (\Delta\theta_{\text{仪}})^2} / 3 =$  \_\_\_\_\_ rad.

$\Delta A = 2' \approx$  \_\_\_\_\_ rad.



拟合的相关系数  $\gamma =$  \_\_\_\_\_

3. 利用自己在上面的实验过程中已经获得的实验数据值, 绘出所求光学玻璃材料的角色散率与波长  $\lambda$  的关系曲线。

(1) 在可见光范围内, 将两条相近的单色光谱线(设其波长差为  $\Delta\lambda = 10 \text{ nm}$ ) 作为一组光谱线对(实验中至少需要 10 组线对), 且取其中心波长(指光谱线对的平均波长)作为该光谱线对的波长值. 测量所选光谱线对的相应 2 个最小偏向角, 即可得到该光谱线对最小偏向角的差值  $\Delta\delta$ , 进而可以算得各中心波长的  $\Delta\delta/\Delta\lambda$  值. 将全部测定的中心波长  $\lambda$  对应的  $\Delta\delta/\Delta\lambda$  值列成数据表格. 在表 3 内记录实验数据(根据需要画竖格线)。

表 3

---



---



---



---

(2) 以中心波长  $\lambda$  为横坐标, 角色散率  $\Delta\delta/\Delta\lambda$  为纵坐标, 画出  $(\Delta\delta/\Delta\lambda) - \lambda$  关系曲线。

说明: 测角仪的下列部件已经调节好, 亦即: ① 望远镜聚焦于无穷远处, 实验过程中可以微调目镜; ② 平行光管的光轴与仪器转轴垂直; ③ 望远镜的光轴与仪器转轴垂直, 故在测量过程中, 尽量不要再调节它们。

### 实验部分参考解答

#### 实验一: 利用 NTC 热敏电阻设计制作数字体温计

1. (1) 先用数字万用表的欧姆挡粗测热敏电阻的阻值:  $33^\circ\text{C}$  时,  $R_x = 6.4 \text{ k}\Omega$ 。

实验电路图如图 43 所示:

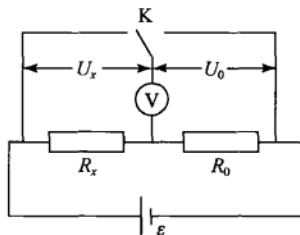


图 43

取  $R_0 = 5000 \Omega$ ,  $\varepsilon = 1.5 \text{ V}$ 。

(2) 测量  $R$  和  $T$  的数据记录见表 4。

实验条件:  $R_0 = 5000 \Omega$ ,  $\varepsilon = 2.25 \text{ V}$ 。

表 4

$T/^\circ\text{C}$	$T^{-1}/^\circ\text{C}^{-1}$	$U_0/\text{V}$	$U_x/\text{V}$	$R_x/\Omega$
35.8	0.0279	1.000	1.257	6285
36.6	0.0273	1.020	1.237	6064
37.3	0.0268	1.041	1.214	5831

续表

$T/^{\circ}\text{C}$	$T^{-1}/^{\circ}\text{C}^{-1}$	$U_0/\text{V}$	$U_x/\text{V}$	$R_x/\Omega$
38.4	0.0260	1.072	1.184	5522
39.1	0.0256	1.087	1.169	5377
40.2	0.0249	1.112	1.143	5139
40.9	0.0244	1.129	1.127	4991
42.0	0.0238	1.142	1.114	4877

2.

表 5

$T^{-1}/^{\circ}\text{C}^{-1}$	$R_x/\Omega$
0.0279	6285
0.0273	6064
0.0268	5831
0.0260	5522
0.0256	5377
0.0249	5139
0.0244	4991
0.0238	4877

由表 5, 用计算器拟合函数关系:

$$R_x = -3622 \Omega + \frac{3.53 \times 10^5 \Omega \cdot ^{\circ}\text{C}}{T}$$

3. (1) 设计的数字体温计电路图如图 44 所示:

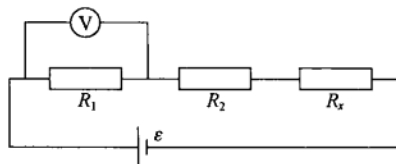


图 44

$$(2) \text{ 因 } R_x = -3622 \Omega + \frac{3.53 \times 10^5 \Omega \cdot ^{\circ}\text{C}}{T} \Rightarrow T = \frac{3.53 \times 10^5 \Omega \cdot ^{\circ}\text{C}}{R_x + 3622 \Omega}$$

$$\text{由设计的电路可得: } V = \frac{\varepsilon \cdot R_1}{R_x + R_1 + R_2}$$

$$\text{故有: } \varepsilon \cdot R_1 = 3.53 \times 10^5 \text{ mV} \cdot \Omega; R_1 + R_2 = 3622 \Omega$$

$$\text{选取电源电压 } 2.00 \text{ V, 则 } R_1 = 176 \Omega, R_2 = 3446 \Omega$$

4. (1) 不同温度时, 数字温度计的电压示数如表 6 所示, 校准曲线如图 45 所示.

实验条件: 电源电压 1.960 V, 则  $R_1 = 180.0 \Omega, R_2 = 3442.0 \Omega$ .

表 6

$T/^{\circ}\text{C}$	$U/\text{mV}$
35.6	35.5
36.9	36.8
38.1	37.9
39.6	39.4
40.9	40.6
42.0	41.5

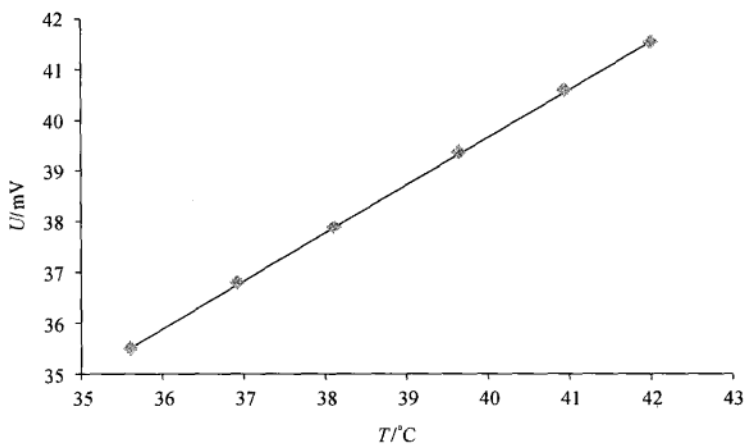


图 45

(2) 对数据作线性拟合, 结果为:  $U = 0.944 \text{ mV} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot T + 1.96 \text{ mV}$ .

发现当斜率偏小 5% 左右, 截距偏大 1.96 mV. 因此, 在不改变电源电压的前提下,  $R_1$  应增大 5%, 即改为  $190.6 \Omega$ ;  $R_2$  应减小为  $3431.4 \Omega$  (具体数值应在某个温度, 如  $38.0^{\circ}\text{C}$  时, 进行实际调节, 使电压表示数为  $38.0 \text{ mV}$ ).

### 实验二: 玻璃材料物理特性的实验研究

1. (1) 测得的实验数据如表 7 所示.

表 7 最小偏向角  $\delta_m$  的测量 (三棱镜编号: \_\_\_\_\_)

测量次数	“左”游标读数			“右”游标读数			$\delta_m = (\delta'_m + \delta''_m) / 2$
	$\theta'_1$ (出射光)	$\theta'_2$ (入射光)	$\delta'_m = \theta'_1 - \theta'_2$	$\theta''_1$ (出射光)	$\theta''_2$ (入射光)	$\delta''_m = \theta''_1 - \theta''_2$	
1	$155^{\circ}16'$	$104^{\circ}19'$	$50^{\circ}57'$	$335^{\circ}17'$	$284^{\circ}20'$	$50^{\circ}57'$	$50^{\circ}57'$
2	$155^{\circ}6'$	$104^{\circ}10'$	$50^{\circ}56'$	$335^{\circ}7'$	$284^{\circ}11'$	$50^{\circ}56'$	$50^{\circ}56'$
3	$154^{\circ}57'$	$104^{\circ}00'$	$50^{\circ}57'$	$334^{\circ}59'$	$284^{\circ}1'$	$50^{\circ}58'$	$50^{\circ}57.5'$
4	$155^{\circ}5'$	$104^{\circ}8'$	$50^{\circ}57'$	$335^{\circ}6'$	$284^{\circ}8'$	$50^{\circ}58'$	$50^{\circ}57.5'$
5	$155^{\circ}15'$	$104^{\circ}18'$	$50^{\circ}57'$	$335^{\circ}16'$	$284^{\circ}19'$	$50^{\circ}57'$	$50^{\circ}57'$
/	/	/	/	/	/	/	/
总平均值	—	—	—	—	—	—	$50^{\circ}57'$

(2) 测角仪(分光计)的最大允许误差为  $\Delta\theta_{\text{仪}} = 1' \approx 0.00029 \text{ rad}$ .

最小偏向角算术平均值的标准不确定度:

$$\Delta\theta_{\text{测}} = \Delta\delta_{\text{m}}$$

$$= \sqrt{[2 \times (50^{\circ}57' - 50^{\circ}57')^2 + (50^{\circ}56' - 50^{\circ}57')^2 + \frac{2 \times (50^{\circ}57.5' - 50^{\circ}57')^2}{5(5-1)}]}$$

$$\approx 17'' = 0.000082 \text{ rad}.$$

$$\Delta\theta = \sqrt{(\Delta\theta_{\text{测}})^2 + (\Delta\theta_{\text{仪}})^2} / 3 = 0.00019 \text{ rad}.$$

$$\Delta A = 2' \approx 0.00058 \text{ rad}.$$

棱镜材料的折射率  $n$  为:

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_{\text{m}} + 60^{\circ}00'}{2}}{\sin \frac{60^{\circ}00'}{2}} = \frac{\sin \frac{50^{\circ}57' + 60^{\circ}00'}{2}}{\sin \frac{60^{\circ}00'}{2}}$$

$$= 1.647757938.$$

折射率  $n$  的不确定度为:

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial \delta_{\text{m}}}\right)^2 \cdot \Delta\theta^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial A}\right)^2 \cdot \Delta A^2}.$$

其中:

$$\frac{\partial n}{\partial \delta_{\text{m}}} = \frac{1}{2} \times \frac{\cos\left(\frac{\delta_{\text{m}} + A}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{0.566765775}{2 \times 0.5}$$

$$= 0.566765775.$$

$$\frac{\partial n}{\partial A} = \frac{1}{2} \times \frac{\cos\left(\frac{\delta_{\text{m}} + A}{2}\right) \sin\left(\frac{A}{2}\right) - \sin\left(\frac{\delta_{\text{m}} + A}{2}\right) \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)} = \frac{1}{2} \times \frac{\sin\left(-\frac{\delta_{\text{m}}}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$$= (-0.4301172287) / (2 \times 0.25)$$

$$= -0.860234457.$$

$$\Delta n = \sqrt{0.566765775^2 \times 0.00019^2 + (-0.860234457)^2 \times 0.00058^2} = 0.000512.$$

$$(3) n = 1.647757938, \Delta n = 0.000512.$$

光学玻璃材料的折射率是  $n = 1.6478 \pm 0.0005$ .

2. (1) 记录的实验数据如表 8 所示.

表 8 光波长值、最小偏向角及折射率

波长/nm	波长 <sup>-2</sup> /10 <sup>-6</sup> nm <sup>-2</sup>	最小偏向角/(°)	折射率 $n$
405.0	6.0960	54.483	1.6819
410.0	5.9488	54.308	1.6803
420.0	5.6689	53.950	1.6769
430.0	5.4083	53.658	1.6741
440.0	5.1653	53.375	1.6714
450.0	4.9383	53.167	1.6694

续表

波长/nm	波长 <sup>-2</sup> /10 <sup>-6</sup> nm <sup>-2</sup>	最小偏向角/(°)	折射率 $n$
460.0	4.7259	52.883	1.6666
470.0	4.5269	52.667	1.6646
480.0	4.3403	52.442	1.6624
490.0	4.1643	52.258	1.6606
500.0	4.0000	52.075	1.6588
510.0	3.8447	51.917	1.6573
520.0	3.6982	51.783	1.6560
530.0	3.5600	51.650	1.6547
540.0	3.4294	51.508	1.6533
550.0	3.3058	51.400	1.6522
560.0	3.1888	51.267	1.6509
570.0	3.0779	51.142	1.6497
580.0	2.9727	51.033	1.6486
590.0	2.8727	50.933	1.6476
600.0	2.7778	50.858	1.6469
610.0	2.6874	50.767	1.6459
620.0	2.6015	50.675	1.6450
630.0	2.5195	50.592	1.6442
640.0	2.4414	50.508	1.6434
650.0	2.3669	50.433	1.6426
660.0	2.2957	50.375	1.6420
670.0	2.2277	50.308	1.6414
680.0	2.1626	50.242	1.6407
690.0	2.1004	50.158	1.6399
700.0	2.0408	50.100	1.6393

(2) 根据表 8 中所测量的最小偏向角而计算出的折射率数值, 绘制其色散关系曲线(如图 46 所示).

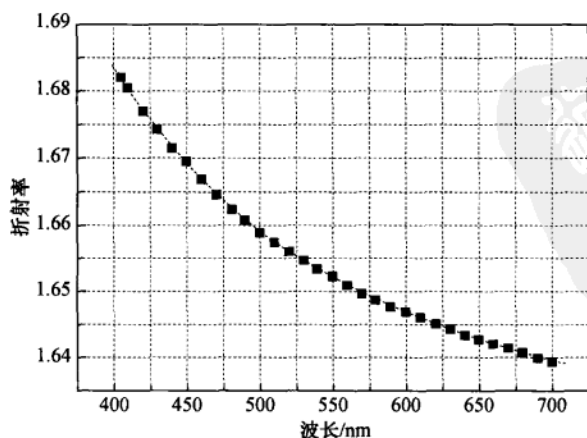


图 46 光学玻璃 ZF1 材料的色散关系曲线

(3) 按照考生自带的(或考场提供的)科学型计算器的回归功能要求,分别输入  $1/\lambda^2$  数值和  $n$  数值;然后,通过计算器的相关输出功能,得到的所需截距和斜率,亦即为玻璃材料的特征常数  $C_1$  和  $C_2$  值,以及拟合的相关系数  $\gamma$ .

$C_1=1.6181, C_2=10322 \text{ nm}^2$ , 拟合的相关系数  $\gamma=0.9997$ .

3. (1) 利用上面表 8 中的数值,可以得到表 9 中的具体数值,进而得到角色散率.

表 9 中心波长值、最小偏向角差值及折射率

中心波长/nm	最小偏向角的差值 $\Delta\delta/(')$	角色散率 $(\Delta\delta/\Delta\lambda)/(\text{rad}/\text{nm})$
415.0	21.5	$-6.254 \times 10^{-4}$
425.0	17.5	$-5.091 \times 10^{-4}$
435.0	17.0	$-4.945 \times 10^{-4}$
445.0	15.5	$-4.509 \times 10^{-4}$
455.0	14.0	$-4.072 \times 10^{-4}$
465.0	13.0	$-3.782 \times 10^{-4}$
475.0	13.5	$-3.927 \times 10^{-4}$
485.0	11.0	$-3.200 \times 10^{-4}$
495.0	11.0	$-3.199 \times 10^{-4}$
505.0	9.5	$-2.763 \times 10^{-4}$
515.0	8.0	$-2.327 \times 10^{-4}$
525.0	8.0	$-2.327 \times 10^{-4}$
535.0	8.5	$-2.473 \times 10^{-4}$
545.0	6.5	$-1.891 \times 10^{-4}$
555.0	8.0	$-2.327 \times 10^{-4}$
565.0	7.5	$-2.182 \times 10^{-4}$
575.0	6.5	$-1.891 \times 10^{-4}$
585.0	6.0	$-1.745 \times 10^{-4}$
595.0	4.5	$-1.309 \times 10^{-4}$
605.0	5.5	$-1.600 \times 10^{-4}$
615.0	5.5	$-1.600 \times 10^{-4}$
625.0	5.0	$-1.454 \times 10^{-4}$
635.0	5.0	$-1.454 \times 10^{-4}$
645.0	4.5	$-1.309 \times 10^{-4}$
655.0	3.5	$-1.018 \times 10^{-4}$
665.0	4.0	$-1.164 \times 10^{-4}$
675.0	4.0	$-1.164 \times 10^{-4}$
685.0	5.0	$-1.454 \times 10^{-4}$
695.0	3.5	$-1.018 \times 10^{-4}$



(2) 根据表 9 中的相关数据,可以绘制出如图 47 所示的光学玻璃材料的角色散率关系曲线图.

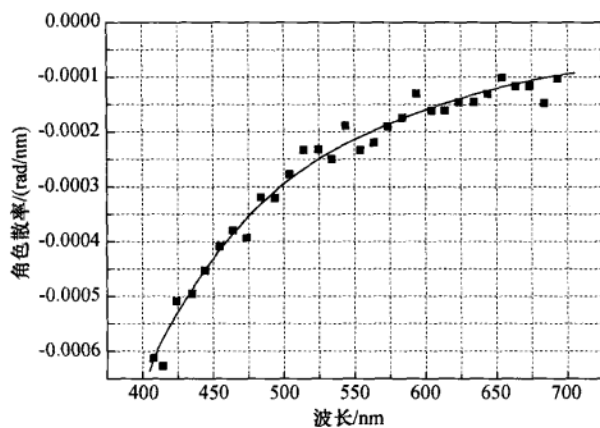


图 47 光学玻璃材料的角色散率关系曲线



## 附录(一) 历届全国中学生物理竞赛及我国参加的国际物理奥林匹克竞赛基本情况

第 1~25 届全国中学生物理竞赛的基本情况见表 A-1.

表 A-1 第 1~25 届全国中学生物理竞赛的基本情况

届次	预 赛		决 赛		
	时 间	参赛人数	时 间	地点	参赛人数
1	1984 年 11 月 18 日	43 079	1985 年 2 月 26 日至 3 月 2 日	北京	76
2	1985 年 1 月 26 日	52 925	1986 年 4 月 1 日至 5 日	上海	104
3	1986 年 11 月 16 日	58 766	1987 年 2 月 22 日至 25 日	天津	105
4	1987 年 10 月 25 日	57 523	1988 年 1 月 6 日至 10 日	兰州	101
5	1988 年 10 月 23 日	55 855	1989 年 1 月 6 日至 10 日	广州	106
6	1989 年 10 月 8 日	53 096	1989 年 12 月 10 日至 14 日	长春	127
7	1990 年 10 月 21 日	54 393	1990 年 12 月 23 日至 27 日	福州	105
8	1991 年 6 月 30 日	73 806	1991 年 9 月 8 日至 13 日	桂林、南宁	104
9	1992 年 9 月 6 日	60 617	1992 年 10 月 12 日至 15 日	合肥	101
10	1993 年 9 月 5 日	46 843	1993 年 10 月 8 日至 11 日	长沙	105
11	1994 年 9 月 4 日	65 146	1994 年 10 月 9 日至 12 日	西安	109
12	1995 年 9 月 3 日	55 867	1995 年 10 月 8 日至 11 日	太原	112
13	1996 年 9 月 8 日	86 173	1996 年 10 月 19 日至 22 日	杭州	114
14	1997 年 9 月 8 日	90 067	1997 年 10 月 18 日至 22 日	南昌	118
15	1998 年 9 月 6 日	134 599	1998 年 10 月 21 日至 25 日	大庆	121
16	1999 年 9 月 5 日	169 282	1999 年 10 月 16 日至 21 日	南京	126
17	2000 年 9 月 3 日	225 683	2000 年 10 月 21 日至 25 日	武汉	143
18	2001 年 9 月 9 日	267 363	2001 年 10 月 20 日至 24 日	海口	145
19	2002 年 9 月 8 日	322 043	2002 年 10 月 19 日至 23 日	郑州	146
20	2003 年 9 月 7 日	359 835	2003 年 10 月 18 日至 22 日	济南	170
21	2004 年 9 月 5 日	328 134	2004 年 10 月 16 日至 20 日	重庆	173
22	2005 年 9 月 4 日	363 139	2005 年 10 月 15 日至 19 日	沈阳	167
23	2006 年 9 月 2 日	426 673	2006 年 11 月 4 日至 9 日	深圳	173
24	2007 年 9 月 2 日	411 350	2007 年 11 月 3 日至 8 日	宁波	177
25	2008 年 9 月 7 日	452 967	2008 年 10 月 18 日至 23 日	北京	210
26	2009 年 9 月 6 日	437 840	2009 年 10 月 31 日至 11 月 5 日	上海	280
累计		4 753 064			3518

1986年7月,我国首次参加了在英国伦敦举行的第17届国际物理奥林匹克竞赛(International Physics Olympiad, IPhO). 在以后的历届国际物理奥林匹克竞赛中,我国每年选派5名学生参赛,至今共派出103人. 历届参赛的基本情况见表A-2.

表A-2 我国参加第17~39届国际物理奥林匹克竞赛的基本情况

届次	时间	地 点	参赛学生姓名	获奖数据				
				金牌	银牌	铜牌	表扬奖	合计
17	1986年	英国伦敦	林晨、卫星、张明		1	1	1	3
18	1987年	德国耶拿	陈恂、黎锦晖、唐鹏飞、吴爱华、张燕平		2	3		5
19	1988年	奥地利伊施尔	陈岩松、徐剑波、陈丰、丁爱东、陈建	1	2	1	1	5
20	1989年	波兰华沙	燕京、毛甬、邱东昱、葛宁、林晓帆		4	1		5
21	1990年	荷兰格罗宁根	吴明扬、周纲、杨巍、陈伯友、段志勇	2	1	2		5
22	1991年	古巴哈瓦那	王泰然、任宇翔、宣佩琦、夏磊、吕强	5				5
23	1992年	芬兰赫尔辛基	陈涵、李翌、石长春、张霖涛、罗卫东	5				5
24	1993年	美国威廉斯堡	张俊安、李林波、贾占峰、韦韬、黄稚宁	2	2	1		5
25	1994年	中国北京	杨亮、韩岩、田涛、饶京翔、黄英	4	1			5
26	1995年	澳大利亚堪培拉	淤海涛、毛蔚(女)、谢小林、倪彬、蒋志	5				5
27	1996年	挪威奥斯陆	刘雨润、张蕊(女)、徐开闻、陈汇钢、倪征	5				5
28	1997年	加拿大萨德伯里	赖柯吉、王晨扬、连乔、王新元、倪欣来	3	2			5
29	1998年	冰岛雷克雅未克	邓志峰、陈宇翱、刘媛(女)、吴欣安、李啸峰	5				5
30	1999年	意大利帕多瓦	蒋良、季焘、段学峰、贾珣、张志鹏	2	3			5
31	2000年	英国莱斯特	吕莹、陈晓升、宋均亮、张弛、肖晶	5				5
32	2001年	土耳其安塔利亚	施陈博、戚扬、刘彦、魏轶旻、吴彬	4	1			5
33	2002年	印度尼西亚巴厘	樊向军、杨桓、顾春辉、陈阳、高俊	4	1			5
34	2003年	中国台湾	—					
35	2004年	韩国浦项	李真、缪亚立、施焯明、郎瑞田、高亢	5				5
36	2005年	西班牙萨拉曼卡	戴明劼、余江雷、李哈哈、李安、黄武杰	5				5
37	2006年	新加坡	杨硕龙、王星泽、朱力、张鸿凯、裴东斐	5				5
38	2007年	伊朗伊斯法罕	彭星月、胡嘉仲、钱秉玺、简超明、李骛西	4	1			5
39	2008年	越南河内	谭隆志、廉磊、周权、贺卓然、毕震	5				5
40	2009年	墨西哥梅里达	史寒朵、林倩、雷进、熊照熙、管紫轩	5				5
累计				81	21	9	2	113

## 附录(二) 第40届国际奥林匹克物理竞赛 试题及参考解答<sup>①</sup>

### THEORETICAL PROBLEMS

#### 1. Evolution of the Earth-Moon System

Scientists can determine the distance Earth-Moon with great precision. They achieve this by bouncing a laser beam on special mirrors deposited on the Moon's surface by astronauts in 1969, and measuring the round travel time of the light (see Figure 1).

With these observations, they have directly measured that the Moon is slowly receding from the Earth. That is, the Earth-Moon distance is increasing with time. This is happening because due to tidal torques the Earth is transferring angular momentum to the Moon, see Figure 2. In this problem you will derive the basic parameters of the phenomenon.

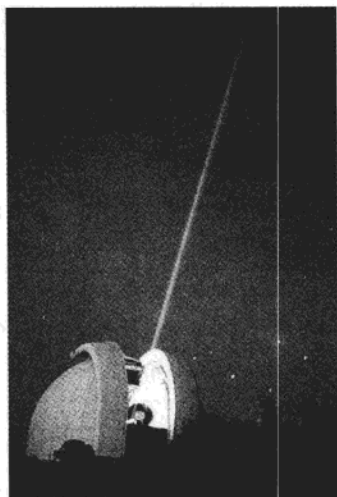


Figure 1 A laser beam sent from an observatory is used to measure accurately the distance between the Earth and the Moon.

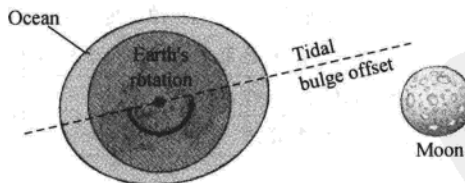


Figure 2 The Moon's gravity produces tidal deformations or "bulges" in the Earth. Because of the Earth's rotation, the line that goes through the bulges is not aligned with the line between the Earth and the Moon. This misalignment produces a torque that transfers angular momentum from the Earth's rotation to the Moon's translation. The drawing is not to scale.

<sup>①</sup> 第40届国际奥林匹克物理竞赛于2009年7月12~19日在墨西哥梅里达举行。试题及参考解答见官方网站：<http://ipho2009.smf.mx/home>.

### 1. Conservation of Angular Momentum.

Let  $L_1$  be the present total angular momentum of the Earth-Moon system. Now, make the following assumptions: i)  $L_1$  is the sum of the rotation of the Earth around its axis and the translation of the Moon in its orbit around the Earth only. ii) The Moon's orbit is circular and the Moon can be taken as a point. iii) The Earth's axis of rotation and the Moon's axis of revolution are parallel. iv) To simplify the calculations, we take the motion to be around the center of the Earth and not the center of mass. Throughout the problem, all moments of inertia, torques and angular momenta are defined around the axis of the Earth. v) Ignore the influence of the Sun.

**1a** Write down the equation for the present total angular momentum of the Earth-Moon system. Set this equation in terms of  $I_E$ , the moment of inertia of the Earth;  $\omega_{E1}$ , the present angular frequency of the Earth's rotation;  $I_{M1}$ , the present moment of inertia of the Moon with respect to the Earth's axis; and  $\omega_{M1}$ , the present angular frequency of the Moon's orbit.

This process of transfer of angular momentum will end when the period of rotation of the Earth and the period of revolution of the Moon around the Earth have the same duration. At this point the tidal bulges produced by the Moon on the Earth will be aligned with the line between the Moon and the Earth and the torque will disappear.

**1b** Write down the equation for the final total angular momentum  $L_2$  of the Earth-Moon system. Make the same assumptions as in Question **1a**. Set this equation in terms of  $I_E$ , the moment of inertia of the Earth;  $\omega_2$ , the final angular frequency of the Earth's rotation and Moon's translation; and  $I_{M2}$ , the final moment of inertia of the Moon.

**1c** Neglecting the contribution of the Earth's rotation to the final total angular momentum, write down the equation that expresses the angular momentum conservation for this problem.

### 2. Final Separation and Final Angular Frequency of the Earth-Moon System.

Assume that the gravitational equation for a circular orbit (of the Moon around the Earth) is always valid. Neglect the contribution of the Earth's rotation to the final total angular momentum.

**2a** Write down the gravitational equation for the circular orbit of the Moon around the Earth, at the final state, in terms of  $M_E$ ,  $\omega_2$ ,  $G$  and the final separation  $D_2$  between the Earth and the Moon.  $M_E$  is the mass of the Earth and  $G$  is the gravitational constant.

**2b** Write down the equation for the final separation  $D_2$  between the Earth and the Moon in terms of the known parameters,  $L_1$ , the total angular momentum of the system,  $M_E$  and  $M_M$ , the masses of the Earth and Moon, respectively, and  $G$ .

**2c** Write down the equation for the final angular frequency  $\omega_2$  of the Earth-Moon system in terms of the known parameters  $L_1$ ,  $M_E$ ,  $M_M$  and  $G$ .

Below you will be asked to find the numerical values of  $D_2$  and  $\omega_2$ . For this you need to know the moment of inertia of the Earth.

**2d** Write down the equation for the moment of inertia of the Earth  $I_E$  assuming it is a sphere with inner density  $\rho_i$  from the center to a radius  $r_i$ , and with outer density  $\rho_o$  from the

radius  $r_i$  to the surface at a radius  $r_o$  (see Figure 3).

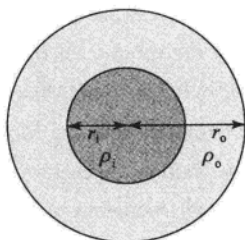


Figure 3 The Earth as a sphere with two densities,  $\rho_i$  and  $\rho_o$ .

Determine the numerical values requested in this problem always to *two significant digits*.

**2e** Evaluate the moment of inertia of the Earth  $I_E$ , using  $\rho_i = 1.3 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $r_i = 3.5 \times 10^6 \text{ m}$ ,  $\rho_o = 4.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , and  $r_o = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ .

The masses of the Earth and Moon are  $M_E = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$  and  $M_M = 7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$ , respectively. The present separation between the Earth and the Moon is  $D_1 = 3.8 \times 10^8 \text{ m}$ . The present angular frequency of the Earth's rotation is  $\omega_{E1} = 7.3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . The present angular frequency of the Moon's translation around the Earth is  $\omega_{M1} = 2.7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ , and the gravitational constant is  $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**2f** Evaluate the numerical value of the total angular momentum of the system,  $L_1$ .

**2g** Find the final separation  $D_2$  in meters and in units of the present separation  $D_1$ .

**2h** Find the final angular frequency  $\omega_2$  in  $\text{s}^{-1}$ , as well as the final duration of the day in units of present days.

Verify that the assumption of neglecting the contribution of the Earth's rotation to the final total angular momentum is justified by finding the ratio of the final angular momentum of the Earth to that of the Moon. This should be a small quantity.

**2i** Find the ratio of the final angular momentum of the Earth to that of the Moon.

**3. How much is the Moon receding per year?**

Now, you will find how much the Moon is receding from the Earth each year. For this, you will need to know the equation for the torque acting at present on the Moon. Assume that the tidal bulges can be approximated by two point masses, each of mass  $m$ , located on the surface of the Earth, see Figure 4. Let  $\theta$  be the angle between the line that goes through the bulges and the line that joins the centers of the Earth and the Moon.

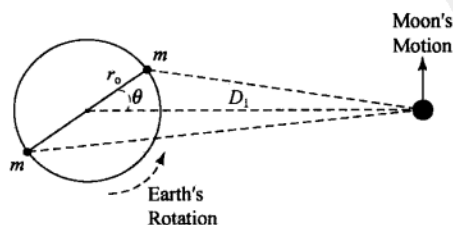


Figure 4 Schematic diagram to estimate the torque produced on the Moon by the bulges on the Earth. The drawing is not to scale.

**3a** Find  $F_c$ , the magnitude of the force produced on the Moon by the closest point mass.

**3b** Find  $F_f$ , the magnitude of the force produced on the Moon by the farthest point mass.

You may now evaluate the torques produced by the point masses.

**3c** Find the magnitude of  $\tau_c$ , the torque produced by the closest point mass.

**3d** Find the magnitude of  $\tau_f$ , the torque produced by the farthest point mass.

**3e** Find the magnitude of the total torque  $\tau$  produced by the two masses. Since  $r_o \ll D_1$  you should approximate your expression to lowest significant order in  $r_o/D_1$ . You may use that  $(1+x)^a \approx 1+ax$ , if  $x \ll 1$ .

**3f** Calculate the numerical value of the total torque  $\tau$ , taking into account that  $\theta=3^\circ$  and that  $m=3.6 \times 10^{16}$  kg (note that this mass is of the order of  $10^{-8}$  times the mass of the Earth).

Since the torque is the rate of change of angular momentum with time, find the increase in the distance Earth-Moon at present, per year. For this step, express the angular momentum of the Moon in terms of  $M_M$ ,  $M_E$ ,  $D_1$  and  $G$  only.

**3g** Find the increase in the distance Earth-Moon at present, per year.

Finally, estimate how much the length of the day is increasing each year.

**3h** Find the decrease of  $\omega_{E1}$  per year and how much is the length of the day at present increasing each year.

#### 4. Where is the energy going?

In contrast to the angular momentum, that is conserved, the total (rotational plus gravitational) energy of the system is not. We will look into this in this last section.

**4a** Write down an equation for the total (rotational plus gravitational) energy of the Earth-Moon system at present,  $E$ . Put this equation in terms of  $I_E$ ,  $\omega_{E1}$ ,  $M_M$ ,  $M_E$ ,  $D_1$  and  $G$  only.

**4b** Write down an equation for the change in  $E$ ,  $\Delta E$ , as a function of the changes in  $D_1$  and in  $\omega_{E1}$ . Evaluate the numerical value of  $\Delta E$  for a year, using the values of changes in  $D_1$  and in  $\omega_{E1}$  found in questions **3g** and **3h**.

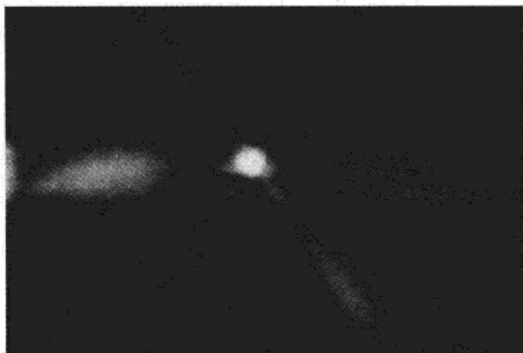
Verify that this loss of energy is consistent with an estimate for the energy dissipated as heat in the tides produced by the Moon on the Earth. Assume that the tides rise, on the average by 0.5 m, a layer of water  $h=0.5$  m deep that covers the surface of the Earth (for simplicity assume that all the surface of the Earth is covered with water). This happens twice a day. Further assume that 10% of this gravitational energy is dissipated as heat due to viscosity when the water descends. Take the density of water to be  $\rho_{\text{water}}=10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , and the gravitational acceleration on the surface of the Earth to be  $g=9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**4c** What is the mass of this surface layer of water?

**4d** Calculate how much energy is dissipated in a year? How does this compare with the energy lost per year by the Earth-Moon system at present?

## 2. Doppler Laser Cooling and Optical Molasses

The purpose of this problem is to develop a simple theory to understand the so-called “laser cooling” and “optical molasses” phenomena. This refers to the cooling of a beam of neutral atoms, typically alkaline, by counterpropagating laser beams with the same frequency. This is part of the Physics Nobel Prize awarded to S. Chu, P. Phillips and C. Cohen-Tannoudji in 1997.



The image above shows sodium atoms (the bright spot in the center) trapped at the intersection of three orthogonal pairs of opposing laser beams. The trapping region is called “optical molasses” because the dissipative optical force resembles the viscous drag on a body moving through molasses.

In this problem you will analyze the basic phenomenon of the interaction between a photon incident on an atom and the basis of the dissipative mechanism in one dimension.

### Part I : Basics of Laser Cooling

Consider an atom of mass  $m$  moving in the  $+x$  direction with velocity  $v$ . For simplicity, we shall consider the problem to be one-dimensional, namely, we shall ignore the  $y$  and  $z$  directions (see Figure 1). The atom has two internal energy levels. The energy of the lowest state is considered to be zero and the energy of the excited state to be  $\hbar\omega_0$ , where  $\hbar = h/2\pi$ . The atom is initially in the lowest state. A laser beam with frequency  $\omega_L$  in the laboratory is directed in the  $-x$  direction and it is incident on the atom. Quantum mechanically the laser is composed of a large number of photons, each with energy  $\hbar\omega_L$  and momentum  $-\hbar q$ . A photon can be absorbed by the atom and later spontaneously emitted; this emission can occur with equal probabilities along the  $+x$  and  $-x$  directions. Since the atom moves at non-relativistic speeds,  $v/c \ll 1$  (with  $c$  the speed of light), keep terms up to first order in this quantity only. Consider also  $\hbar q/mv \ll 1$ , namely, that the momentum of the atom is much larger than the momentum of a single photon. In writing your answers, keep only corrections linear in either of the above quantities.



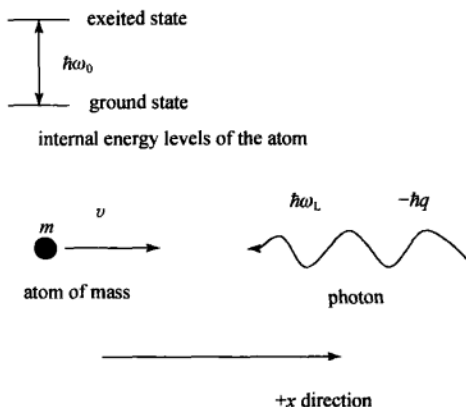


Figure 1 Sketch of an atom of mass  $m$  with velocity  $v$  in the  $+x$  direction, colliding with a photon with energy  $\hbar\omega_L$  and momentum  $-\hbar q$ . The atom has two internal states with energy difference  $\hbar\omega_0$ .

Assume that the laser frequency  $\omega_L$  is tuned such that, as seen by the moving atom, it is in resonance with the internal transition of the atom. Answer the following questions:

### 1. Absorption.

1a Write down the resonance condition for the absorption of the photon.

1b Write down the momentum  $p_{at}$  of the atom after absorption, as seen in the laboratory.

1c Write down the total energy  $\epsilon_{at}$  of the atom after absorption, as seen in the laboratory.

### 2. Spontaneous emission of a photon in the $-x$ direction.

At some time after the absorption of the incident photon, the atom may emit a photon in the  $-x$  direction.

2a Write down the energy of the emitted photon,  $\epsilon_{ph}$ , after the emission process in the  $-x$  direction, as seen in the laboratory.

2b Write down the momentum of the emitted photon  $p_{ph}$ , after the emission process in the  $-x$  direction, as seen in the laboratory.

2c Write down the momentum of the atom  $p_{at}$ , after the emission process in the  $-x$  direction, as seen in the laboratory.

2d Write down the total energy of the atom  $\epsilon_{at}$ , after the emission process in the  $-x$  direction, as seen in the laboratory.

### 3. Spontaneous emission of a photon in the $+x$ direction.

At some time after the absorption of the incident photon, the atom may instead emit a photon in the  $+x$  direction.

3a Write down the energy of the emitted photon,  $\epsilon_{ph}$ , after the emission process in the  $+x$  direction, as seen in the laboratory.

3b Write down the momentum of the emitted photon  $p_{ph}$ , after the emission process in

the  $+x$  direction, as seen in the laboratory.

**3c** Write down the momentum of the atom  $p_{\text{at}}$ , after the emission process in the  $+x$  direction, as seen in the laboratory.

**3d** Write down the total energy of the atom  $\epsilon_{\text{at}}$ , after the emission process in the  $+x$  direction, as seen in the laboratory.

**4. Average emission after the absorption.**

The spontaneous emission of a photon in the  $-x$  or in the  $+x$  directions occurs with the same probability. Taking this into account, answer the following questions.

**4a** Write down the average energy of an emitted photon,  $\epsilon_{\text{ph}}$ , after the emission process.

**4b** Write down the average momentum of an emitted photon  $p_{\text{ph}}$ , after the emission process.

**4c** Write down the average total energy of the atom  $\epsilon_{\text{at}}$ , after the emission process.

**4d** Write down the average momentum of the atom  $p_{\text{at}}$ , after the emission process.

**5. Energy and momentum transfer.**

Assuming a complete one-photon absorption-emission process only, as described above, there is a net average momentum and energy transfer between the laser radiation and the atom.

**5a** Write down the average energy change  $\Delta\epsilon$  of the atom after a complete one-photon absorption-emission process.

**5b** Write down the average momentum change  $\Delta p$  of the atom after a complete one-photon absorption-emission process.

**6. Energy and momentum transfer by a laser beam along the  $+x$  direction.**

Consider now that a laser beam of frequency  $\omega'_L$  is incident on the atom along the  $+x$  direction, while the atom moves also in the  $+x$  direction with velocity  $v$ . Assuming a resonance condition between the internal transition of the atom and the laser beam, as seen by the atom, answer the following questions:

**6a** Write down the average energy change  $\Delta\epsilon$  of the atom after a complete one-photon absorption-emission process.

**6b** Write down the average momentum change  $\Delta p$  of the atom after a complete one-photon absorption-emission process.

## Part II : Dissipation and the Fundamentals of Optical Molasses

Nature, however, imposes an inherent uncertainty in quantum processes. Thus, the fact that the atom can spontaneously emit a photon in a *finite* time after absorption, gives as a result that the resonance condition does not have to be obeyed *exactly* as in the discussion above. That is, the frequency of the laser beams  $\omega_L$  and  $\omega'_L$  may have any value and the absorption-emission process can still occur. These will happen with different (quantum) probabilities and, as one should expect, the maximum probability is found at the exact

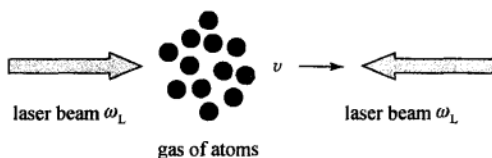
resonance condition. On the average, the time elapsed between a single process of absorption and emission is called the lifetime of the excited energy level of the atom and it is denoted by  $\Gamma^{-1}$ .

Consider a collection of  $N$  atoms at *rest* in the laboratory frame of reference, and a laser beam of frequency  $\omega_L$  incident on them. The atoms absorb and emit continuously such that there is, on average,  $N_{\text{exc}}$  atoms in the excited state (and therefore,  $N - N_{\text{exc}}$  atoms in the ground state). A quantum mechanical calculation yields the following result:

$$N_{\text{exc}} = N \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2},$$

where  $\omega_0$  is the resonance frequency of the atomic transition and  $\Omega_R$  is the so-called Rabi frequency;  $\Omega_R^2$  is proportional to the *intensity* of the laser beam. As mentioned above, you can see that this number is different from zero even if the resonance frequency  $\omega_0$  is different from the frequency of the laser beam  $\omega_L$ . An alternative way of expressing the previous result is that the number of absorption-emission processes per unit of time is  $N_{\text{exc}} \Gamma$ .

Consider the physical situation depicted in Figure 2, in which two counter propagating laser beams with the *same* but *arbitrary* frequency  $\omega_L$  are incident on a gas of  $N$  atoms that move in the  $+x$  direction with velocity  $v$ .



**Figure 2** Two counter propagating laser beams with the *same* but *arbitrary* frequency  $\omega_L$  are incident on a gas of  $N$  atoms that move in the  $+x$  direction with velocity  $v$ .

### 7. Force on the atomic beam by the lasers.

**7a** With the information found so far, find the force that the lasers exert on the atomic beam. You should assume that  $mv \gg \hbar q$ .

### 8. Low velocity limit.

Assume now that the velocity of the atoms is small enough, such that you can expand the force up to first order in  $v$ .

**8a** Find an expression for the force found in Question 7a, in this limit.

Using this result, you can find the conditions for speeding up, slowing down, or no effect at all on the atoms by the laser radiation.

**8b** Write down the condition to obtain a positive force (speeding up the atoms).

**8c** Write down the condition to obtain a zero force

**8d** Write down the condition to obtain a negative force (slowing down the atoms).

**8e** Consider now that the atoms are moving with a velocity  $-v$  (in the  $-x$  direction).

Write down the condition to obtain a slowing down force on the atoms.

### 9. Optical molasses.

In the case of a negative force, one obtains a frictional dissipative force. Assume that initially, at  $t=0$ , the gas of atoms has velocity  $v_0$ .

**9a** In the limit of low velocities, find the velocity of the atoms after the laser beams have been on for a time  $\tau$ .

**9b** Assume now that the gas of atoms is in thermal equilibrium at a temperature  $T_0$ . Find the temperature  $T$  after the laser beams have been on for a time  $\tau$ .

This model does not allow you to go to arbitrarily low temperatures.

## 3. Why are Stars so Large?

The stars are spheres of hot gas. Most of them shine because they are fusing hydrogen into helium in their central parts. In this problem we use concepts of both classical and quantum mechanics, as well as of electrostatics and thermodynamics, to understand why stars have to be big enough to achieve this fusion process and also derive what would be the mass and radius of the smallest star that can fuse hydrogen.

### USEFUL CONSTANTS

Gravitational constant

$$=G=6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^2.$$

Boltzmann's constant  $=k=1.4 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Planck's constant  $=h=6.6 \times 10^{-31} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Mass of the proton  $=m_p=1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .

Mass of the electron  $=m_e=9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .

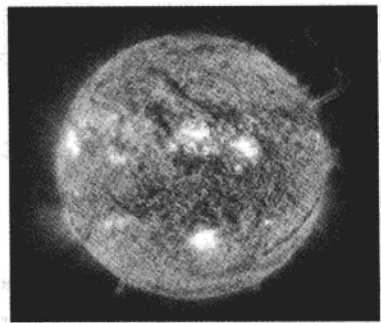
Unit of electric charge  $=q=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

Electric constant (vacuum permittivity)

$$=\epsilon_0=8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Radius of the Sun  $=R_s=7.0 \times 10^8 \text{ m}$ .

Mass of the Sun  $=M_s=2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ .



**Figure 1** Our Sun, as most stars, shines as a result of thermonuclear fusion of hydrogen into helium in its central parts.

### 1. A classical estimate of the temperature at the center of the stars.

Assume that the gas that forms the star is pure ionized hydrogen (electrons and protons in equal amounts), and that it behaves like an ideal gas. From the classical point of view, to fuse two protons, they need to get as close as  $10^{-15} \text{ m}$  for the short range strong nuclear force, which is attractive, to become dominant. However, to bring them together they have to overcome first the repulsive action of Coulomb's force. Assume classically that the two protons (taken to be point sources) are moving in an antiparallel way, each with velocity  $v_{\text{rms}}$ , the root-mean-square (rms) velocity of the protons, in a onedimensional frontal collision.

**1a** What has to be the temperature of the gas,  $T_c$ , so that the distance of closest approach of the protons,  $d_c$ , equals  $10^{-15}$  m? Give this and all numerical values in this problem up to two significant figures.

**2. Finding that the previous temperature estimate is wrong.**

To check if the previous temperature estimate is reasonable, one needs an independent way of estimating the central temperature of a star. The structure of the stars is very complicated, but we can gain significant understanding making some assumptions. Stars are in equilibrium, that is, they do not expand or contract because the inward force of gravity is balanced by the outward force of pressure (see Figure 2). For a slab of gas the equation of hydrostatic equilibrium at a given distance  $r$  from the center of the star, is given by

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} = -\frac{GM_r \rho_r}{r^2},$$

where  $P$  is the pressure of the gas,  $G$  the gravitational constant,  $M_r$  the mass of the star within a sphere of radius  $r$ , and  $\rho_r$  is the density of the gas in the slab.

An order of magnitude estimate of the central temperature of the star can be obtained with values of the parameters at the center and at the surface of the star, making the following approximations:

$$\Delta P \approx P_o - P_c,$$

where  $P_c$  and  $P_o$  are the pressures at the center and surface of the star, respectively.

Since  $P_c \gg P_o$ , we can assume that

$$\Delta P \approx -P_c.$$

Within the same approximation, we can write

$$\Delta r \approx R,$$

where  $R$  is the total radius of the star, and

$$M_r \approx M_R = M,$$

with  $M$  the total mass of the star.

The density may be approximated by its value at the center,

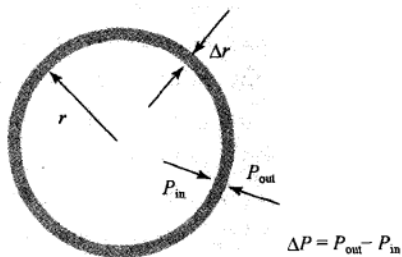
$$\rho_r \approx \rho_c.$$

You can assume that the pressure is that of an ideal gas.

**2a** Find an equation for the temperature at the center of the star,  $T_c$ , in terms of the radius and mass of the star and of physical constants only.

We can use now the following prediction of this model as a criterion for its validity:

**2b** Using the equation found in **2a** write down the ratio  $M/R$  expected for a star in terms of physical constants and  $T_c$  only.



**Figure 2** The stars are in hydrostatic equilibrium, with the pressure difference balancing gravity.

**2c** Use the value of  $T_c$  derived in section **1a** and find the numerical value of the ratio  $M/R$  expected for a star.

**2d** Now, calculate the ratio  $M(\text{Sun})/R(\text{Sun})$ , and verify that this value is much smaller than the one found in **2c**.

### 3. A quantum mechanical estimate of the temperature at the center of the stars.

The large discrepancy found in **2d** suggests that the classical estimate for  $T_c$  obtained in **1a** is not correct. The solution to this discrepancy is found when we consider quantum mechanical effects, that tell us that the protons behave as waves and that a single proton is smeared on a size of the order of  $\lambda_p$ , the de Broglie wavelength. This implies that if  $d_c$ , the distance of closest approach of the protons is of the order of  $\lambda_p$ , the protons in a quantum mechanical sense overlap and can fuse.

**3a** Assuming that  $d_c = \frac{\lambda_p}{2^{1/2}}$  is the condition that allows fusion, for a proton with velocity  $v_{\text{rms}}$ , find an equation for  $T_c$  in terms of physical constants only.

**3b** Evaluate numerically the value of  $T_c$  obtained in **3a**.

**3c** Use the value of  $T_c$  derived in **3b** to find the numerical value of the ratio  $M/R$  expected for a star, using the formula derived in **2b**. Verify that this value is quite similar to the ratio  $M(\text{Sun})/R(\text{Sun})$  observed.

Indeed, stars in the so-called *main sequence* (fusing hydrogen) approximately do follow this ratio for a large range of masses.

### 4. The mass/radius ratio of the stars.

The previous agreement suggests that the quantum mechanical approach for estimating the temperature at the center of the Sun is correct.

**4a** Use the previous results to demonstrate that for any star fusing hydrogen, the ratio of mass  $M$  to radius  $R$  is the same and depends only on physical constants. Find the equation for the ratio  $M/R$  for stars fusing hydrogen.

### 5. The mass and radius of the smallest star.

The result found in **4a** suggests that there could be stars of any mass as long as such a relationship is fulfilled; however, this is not true.

The gas inside normal stars fusing hydrogen is known to behave approximately as an ideal gas. This means that  $d_c$ , the typical separation *between electrons* is on the average larger than  $\lambda_e$ , their typical de Broglie wavelength. If closer, the electrons would be in a so-called degenerate state and the stars would behave differently. Note the distinction in the ways we treat protons and electrons inside the star. For protons, their de Broglie waves should overlap closely as they collide in order to fuse, whereas for electrons their de Broglie waves should not overlap in order to remain as an ideal gas.

The density in the stars increases with decreasing radius. Nevertheless, for this order-of-magnitude estimate assume they are of uniform density. You may further use that  $m_p \gg m_e$ .

**5a** Find an equation for  $n_e$ , the average electron number density inside the star.

**5b** Find an equation for  $d_e$ , the typical separation between electrons inside the star.

**5c** Use the  $d_e \geq \frac{\lambda_e}{2^{1/2}}$  condition to write down an equation for the radius of the smallest normal star possible. Take the temperature at the center of the star as typical for all the stellar interior.

**5d** Find the numerical value of the radius of the smallest normal star possible, both in meters and in units of solar radius.

**5e** Find the numerical value of the mass of the smallest normal star possible, both in kg and in units of solar masses.

### 6. Fusing helium nuclei in older stars.

As stars get older they will have fused most of the hydrogen in their cores into helium (He), so they are forced to start fusing helium into heavier elements in order to continue shining. A helium nucleus has two protons and two neutrons, so it has twice the charge and approximately four times the mass of a proton. We saw before that  $d_e \geq \frac{\lambda_p}{2^{1/2}}$  is the condition for the protons to fuse.

**6a** Set the equivalent condition for helium nuclei and find  $v_{\text{rms}}(\text{He})$ , the rms velocity of the helium nuclei and  $T(\text{He})$ , the temperature needed for helium fusion.

## EXPERIMENTAL PROBLEMS

The experimental part of this Olympiad consists of two problems. In Problem 1 the aim is to measure the wavelength of a diode laser, and in Problem 2 the goal is to measure the birefringence of a material called mica.

### Diode Laser Equipment and Movable Mirror

In both experimental setups you should need a diode laser, with its holder and power supply, and a mirror on a mechanical movable mount.

Before you decide on which problem to work first, we suggest that you mount the laser and the mirror, as indicated in Figure 0. Use the following material:

1) Wooden optical table.

2) Diode laser equipment. Includes the diode laser, support post, "S" clamp and power supply box (LABEL A). See photograph for mounting instructions. **DO NOT LOOK DIRECTLY INTO THE LASER BEAM.**

3) A mirror on a movable mount with two adjusting knobs and support post (LABEL B). See photograph for mounting instructions. **CAUTION: mount the support post to the optical table without touching the mirror. Take off the paper cover after you have mounted the mirror.**

Mount the above devices as indicated in Figure 0. The alignment of the laser beam will be done later on. NOTE: Although we have provided you with optional Allen wrenches, everything can be left fingertight.

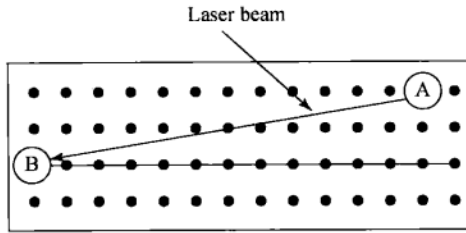
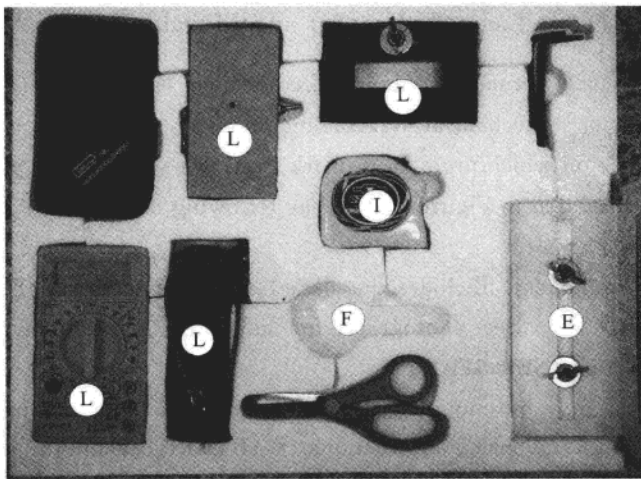
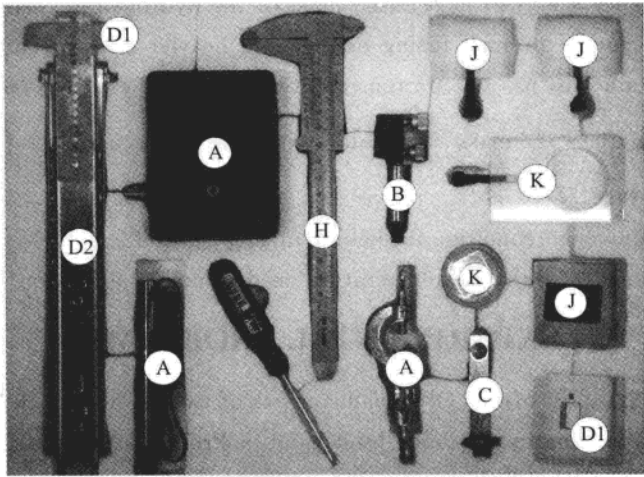
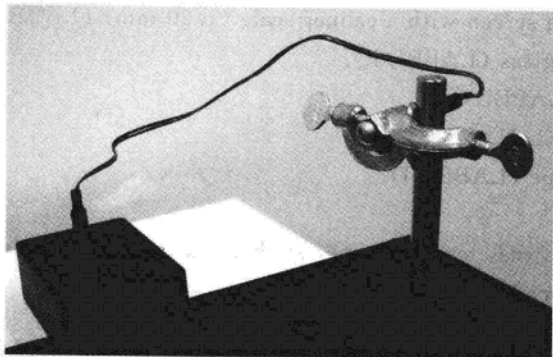


Figure 0 Mounting the laser and the mirror.







Diode laser, support post, "S" clamp and power supply box (LABEL A).



Mirror on a movable mount with two adjusting knobs and support post (LABEL B).

## 1. Determination of the Wavelength of a Diode Laser

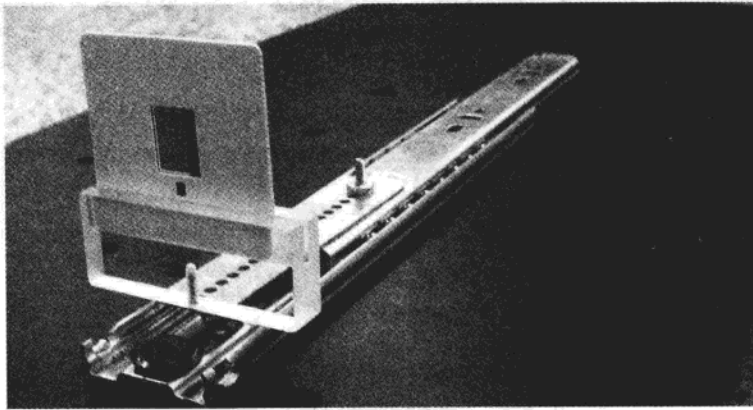
### Material

In addition to items 1), 2) and 3), you should use:

4) A lens mounted on a square post (LABEL C).

5) A razor blade in a slide holder to be placed in acrylic support (LABEL D1), and mounted on sliding rail (LABEL D2). Use the screwdriver to tighten the support if necessary. See photograph for mounting instructions.

- 6) An observation screen with a caliper scale (1/20 mm) (LABEL E).
- 7) A magnifying glass (LABEL F).
- 8) 30 cm ruler (LABEL G).
- 9) Caliper (LABEL H).
- 10) Measuring tape (LABEL I).
- 11) Calculator.
- 12) White index cards, masking tape, stickers, scissors, triangle squares set.
- 13) Pencils, paper, graph paper.



Razor blade in a slide holder to be placed in acrylic support (LABEL D1) and mounted on sliding rail (LABEL D2).

### Experiment Description

You are asked to determine a diode laser wavelength. The particular feature of this measurement is that no exact micrometer scales (such as prefabricated diffraction gratings) are used. The smallest lengths measured are in the millimetric range. The wavelength is determined using light diffraction on a sharp edge of a razor blade.

Once the laser beam (A) is reflected on the mirror (B), it must be made to pass through a lens (C), which has a focal length of a few centimeters. It can now be assumed that the focus is a light point source from which a spherical wave is emitted. After the lens, and along its path, the laser beam hits a sharp razor blade edge as an obstacle. This can be considered to be a light source from which a cylindrical wave is emitted. These two waves interfere with each other, in the forward direction, creating a diffractive pattern that can be observed on a screen. See Figure 1.1 with a photograph of a typical pattern.

There are two important cases, see Figures 1.2 and 1.3.

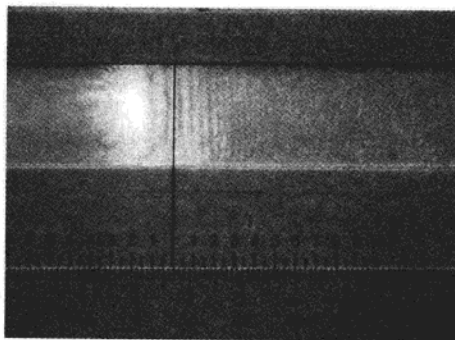
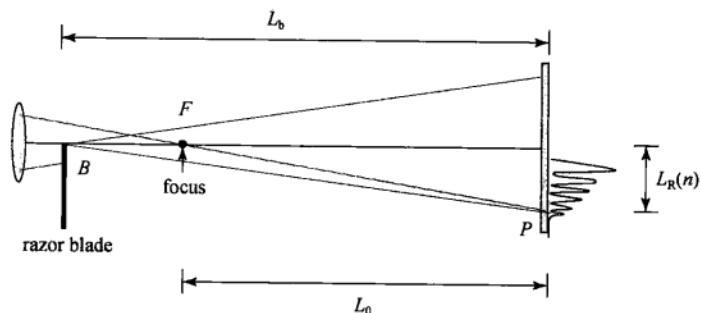
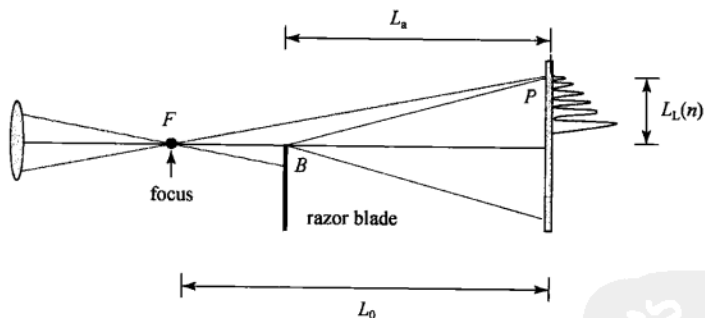


Figure 1.1 Typical interference fringe pattern.

Figure 1.2 Case I. The razor blade is *before* the focus of the lens. Figure is not at scale.  $B$  in this diagram is the edge of the blade and  $F$  is the focal point.Figure 1.3 Case II. The razor blade is *after* the focus of the lens. Figure is not at scale.  $B$  in this diagram is the edge of the blade and  $F$  is the focal point.

### Experimental Setup

**Task 1.1 Experimental setup.** Design an experimental setup to obtain the above described interference patterns. The distance  $L_0$  from the focus to the screen should be much larger than the focal length.

- Make a sketch of your experimental setup in the drawing of the optical table provided. Do this by writing the LABELS of the different devices on the drawing of the

optical table. You can make additional simple drawings to help clarify your design.

- You may align the laser beam by using one of the white index cards to follow the path.

- Make a sketch of the laser beam path on the drawing of the optical table and write down the height  $h$  of the beam as measured from the optical table.

**WARNING: Ignore the larger circular pattern that may appear. This is an effect due to the laser diode itself.**

Spend some time familiarizing yourself with the setup. You should be able to see of the order of 10 or more vertical linear fringes on the screen. The readings are made using the positions of the **dark** fringes. You may use the magnifying glass to see more clearly the position of the fringes. **The best way to observe the fringes is to look at the back side of the illuminated screen (E).** Thus, the scale of the screen should face out of the optical table. If the alignment of the optical devices is correct, you should see both patterns (of Cases I and II) by simply sliding the blade (D1) through the rail (D2).

### Theoretical Considerations

Refer to Figure 1.2 and 1.3 above. There are five basic lengths;

$L_0$ : distance from the focus to the screen.

$L_b$ : distance from the razor blade to the screen, Case I.

$L_a$ : distance from the razor blade to the screen, Case II.

$L_R(n)$ : position of the  $n$ -th **dark** fringe for Case I.

$L_L(n)$ : position of the  $n$ -th **dark** fringe for Case II.

The first dark fringe, for both Cases I and II, is the widest one and corresponds to  $n=0$ .

Your experimental setup must be such that  $L_R(n) \ll L_0$ ,  $L_b$  for Case I and  $L_L(n) \ll L_0$ ,  $L_a$  for Case II.

The phenomenon of wave interference is due to the difference in optical paths of a wave starting at the same point. Depending on their phase difference, the waves may cancel each other (destructive interference) giving rise to dark fringes; or the waves may add (constructive interference) yielding bright fringes.

A detailed analysis of the interference of these waves gives rise to the following condition to obtain a **dark** fringe, for Case I:

$$\Delta_I(n) = \left(n + \frac{5}{8}\right)\lambda \quad \text{with } n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.1)$$

and for Case II:

$$\Delta_{II}(n) = \left(n + \frac{7}{8}\right)\lambda \quad \text{with } n = 0, 1, 2, \dots. \quad (1.2)$$

where  $\lambda$  is the wavelength of the laser beam, and  $\Delta_I$  and  $\Delta_{II}$  are the optical path differences for each case.

The difference in optical paths for Case I is

$$\Delta_I(n) = (BF + FP) - BP \quad \text{for each } n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.3)$$

while for Case II is,

$$\Delta_{II}(n) = (FB + BP) - FP \quad \text{for each } n = 0, 1, 2, \dots. \quad (1.4)$$

**Task 1.2 Expressions for optical paths differences.** Assuming  $L_R(n) \ll L_0, L_b$  for Case I and  $L_L(n) \ll L_0, L_a$  for Case II in equations (1.3) and (1.4) (make sure your setup satisfies these conditions), find approximated expressions for  $\Delta_I(n)$  and  $\Delta_{II}(n)$  in terms of  $L_0, L_b, L_a, L_R(n)$  and  $L_L(n)$ . You may find useful the approximation  $(1+x)^r \approx 1+rx$  if  $x \ll 1$ .

The experimental difficulty with the above equations is that  $L_0, L_R(n)$  and  $L_L(n)$  cannot be accurately measured. The first one because it is not easy to find the position of the focus of the lens, and the two last ones because the origin from which they are defined may be very hard to find due to misalignments of your optical devices.

To solve the difficulties with  $L_R(n)$  and  $L_L(n)$ , first choose the zero (0) of the scale of the screen (LABEL E) as the origin for all your measurements of the fringes. Let  $l_{0R}$  and  $l_{0L}$  be the (unknown) positions from which  $L_R(n)$  and  $L_L(n)$  are defined. Let  $l_R(n)$  and  $l_L(n)$  be the positions of the fringes as measured from the origin (0) you chose. Therefore

$$L_R(n) = l_R(n) - l_{0R} \quad \text{and} \quad L_L(n) = l_L(n) - l_{0L} \quad (1.5)$$

### Performing the Experiment. Data Analysis

#### Task 1.3 Measuring the dark fringe positions and locations of the blade.

- For both Case I and Case II, measure the positions of the dark fringes  $l_R(n)$  and  $l_L(n)$  as a function of the number fringe  $n$ . Write down your measurements in Table I; you should report no less than 8 measurements for each case.

- Report also the positions of the blade  $L_b$  and  $L_a$ , and indicate with its LABEL the instrument you used.

- **IMPORTANT SUGGESTION:** For purposes of both simplification of analysis and better accuracy, measure *directly* the distance  $d = L_b - L_a$  with a better accuracy than that of  $L_b$  and  $L_a$ ; that is, do not calculate it from the measurements of  $L_b$  and  $L_a$ . Indicate with its LABEL the instrument you used.

Make sure that you include the uncertainty of your measurements.

**Task 1.4 Data analysis.** With all the previous information you should be able to find out the values of  $l_{0R}$  and  $l_{0L}$ , and, of course, of the wavelength  $\lambda$ .

- Devise a procedure to obtain those values. Write down the expressions and/or equations needed.

- Include the analysis of the errors. You may use Table I or you can use another one to report your findings; make sure that you label clearly the contents of the columns of your tables.

- Plot the variables analyzed. Use the graph paper provided.
- Write down the values for  $l_{OR}$  and  $l_{OL}$ , with uncertainties.

**Task 1.5 Calculating  $\lambda$ .** Write down the calculated value for  $\lambda$ . Include its uncertainty and the analysis to obtain it. **SUGGESTION:** In your formula for  $\lambda$ , wherever you find ( $L_b - L_a$ ) replace it by  $d$  and use its measured value.

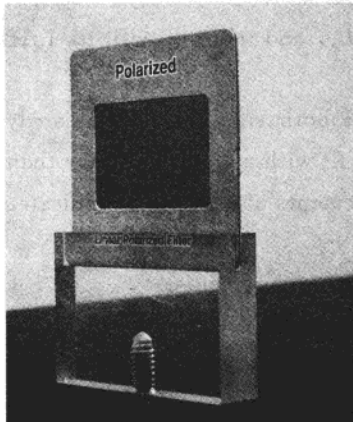
## 2. Birefringence of Mica

In this experiment you will measure the birefringence of mica (a crystal widely used in polarizing optical components).

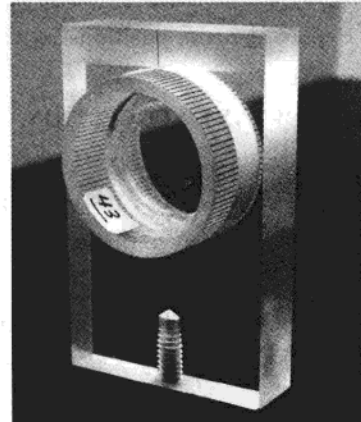
### Material

In addition to items 1), 2) and 3), you should use,

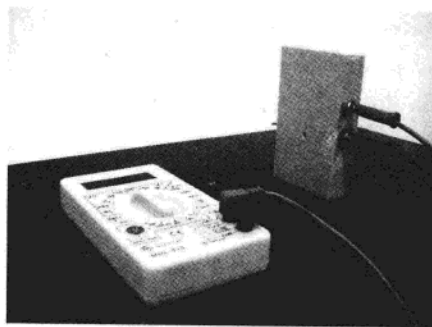
- 14) Two polarizing films mounted in slide holders, each with an additional acrylic support (LABEL J). See photograph for mounting instructions.
- 15) A thin mica plate mounted in a plastic cylinder with a scale with no numbers; acrylic support for the cylinder (LABEL K). See photograph for mounting instructions.
- 16) Photodetector equipment. A photodetector in a plastic box, connectors and foam support. A multimeter to measure the voltage of the photodetector (LABEL L). See photograph for mounting and connecting instructions.
- 17) Calculator.
- 18) White index cards, masking tape, stickers, scissors, triangle squares set.
- 19) Pencils, paper, graph paper.



Polarizer mounted in slide holder with acrylic support (LABEL J).



Thin mica plate mounted in cylinder with a scale with no numbers, and acrylic support (LABEL K).



A photodetector in a plastic box, connectors and foam support. A multimeter to measure the voltage of the photodetector (LABEL L). Set the connections as indicated.

### Description of the Phenomenon

Light is a transverse electromagnetic wave, with its electric field lying on a plane perpendicular to the propagation direction and oscillating in time as the light wave travels.

If the direction of the electric field remains in time oscillating *along a single line*, the wave is said to be linearly polarized, or simply, polarized. See Figure 2. 1.

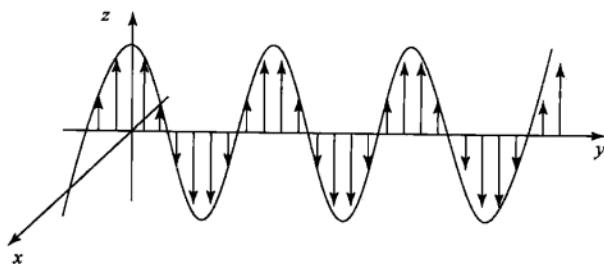


Figure 2. 1 A wave travelling in the  $y$ -direction and polarized in the  $z$ -direction.

A polarizing film (or simply, a polarizer) is a material with a privileged axis parallel to its surface, such that, transmitted light emerges polarized along the axis of the polarizer. Call (+) the privileged axis and (-) the perpendicular one.

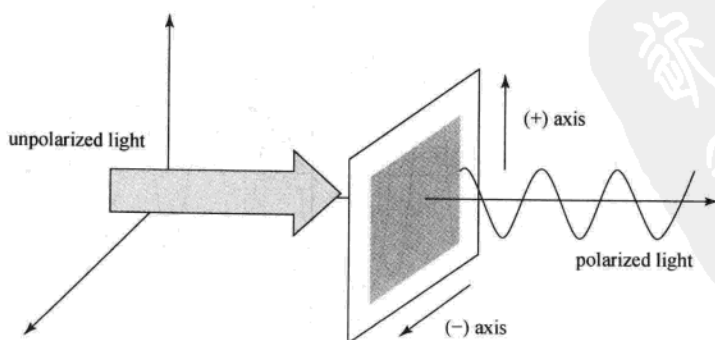


Figure 2. 2 Unpolarized light normally incident on a polarizer. Transmitted light is polarized in the (+) direction of the polarizer.

Common transparent materials (such as window glass), transmit light with the same polarization as the incident one, because its index of refraction does not depend on the direction and/or polarization of the incident wave. Many crystals, including mica, however, are sensitive to the direction of the electric field of the wave. For propagation perpendicular to its surface, the mica sheet has two characteristic orthogonal axes, which we will call Axis 1 and Axis 2. This leads to the phenomenon called birefringence.

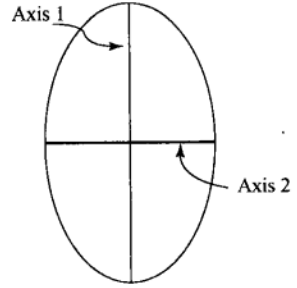


Figure 2.3 Thin slab of mica with its two axes, Axis 1 (red) and Axis 2 (green).

Let us analyze two simple cases to exemplify the birefringence. Assume that a wave **polarized in the vertical direction** is normally incident on one of the surfaces of the thin slab of mica.

Case 1) Axis 1 or Axis 2 is parallel to the polarization of the incident wave. The transmitted wave passes without changing its polarization state, but the propagation is characterized as if the material had either an index of refraction  $n_1$  or  $n_2$ . See Figs. 2.4 and 2.5.

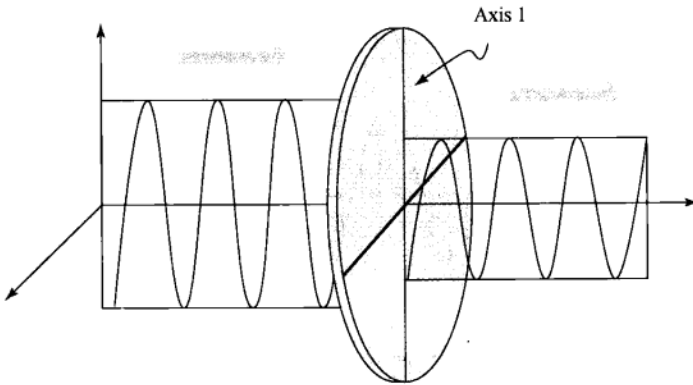


Figure 2.4 Axis 1 is parallel to polarization of incident wave. Index of refraction is  $n_1$ .

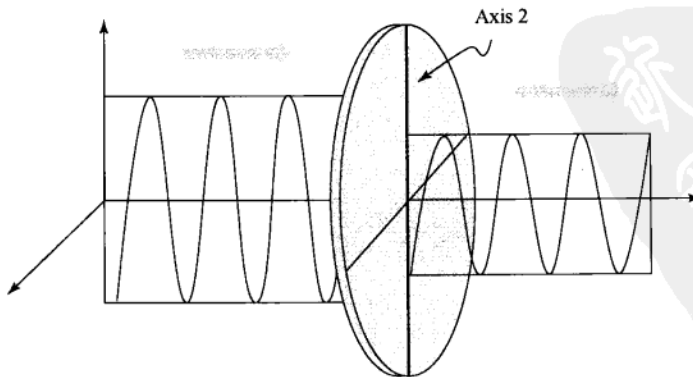


Figure 2.5 Axis 2 is parallel to polarization of incident wave. Index of refraction is  $n_2$ .



Case 2) Axis 1 makes an angle  $\theta$  with the direction of polarization of the incident wave. The transmitted light has a more complicated polarization state. This wave, however, can be seen as the *superposition* of two waves with different phases, one that has polarization **parallel** to the polarization of the incident wave (i. e. “vertical”) and another that has polarization **perpendicular** to the polarization of the incident wave (i. e. “horizontal”).

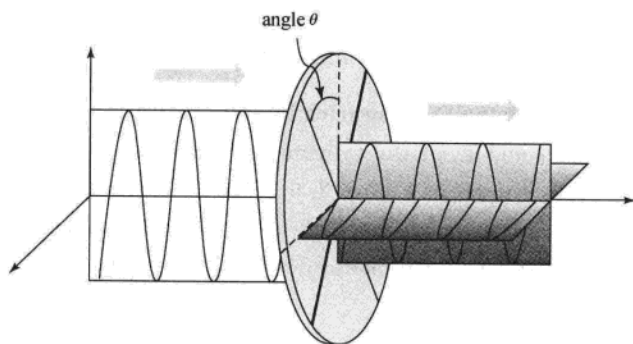


Figure 2.6 Axis 1 makes an angle  $\theta$  with polarization of incident wave

Call  $I_P$  the *intensity* of the wave transmitted *parallel* to the polarization of the incident wave, and  $I_O$  the *intensity* of the wave transmitted *perpendicular* to polarization of the incident wave. These intensities depend on the angle  $\theta$ , on the wavelength  $\lambda$  of the light source, on the thickness  $L$  of the thin plate, and on the absolute value of the difference of the refractive indices,  $|n_1 - n_2|$ . This last quantity is called the *birefringence* of the material. The measurement of this quantity is the goal of this problem. Together with polarizers, birefringent materials are useful for the control of light polarization states.

We point out here that the photodetector measures the intensity of the light incident on it, independent of its polarization.

The dependence of  $I_P(\theta)$  and  $I_O(\theta)$  on the angle  $\theta$  is complicated due to other effects not considered, such as the absorption of the incident radiation by the mica. One can obtain, however, approximated but very simple expressions for the normalized intensities  $\bar{I}_P(\theta)$  and  $\bar{I}_O(\theta)$ , defined as

$$\bar{I}_P(\theta) = \frac{I_P(\theta)}{I_P(\theta) + I_O(\theta)} \quad (2.1)$$

and

$$\bar{I}_O(\theta) = \frac{I_O(\theta)}{I_P(\theta) + I_O(\theta)}. \quad (2.2)$$

It can be shown that the normalized intensities are (approximately) given by

$$\bar{I}_P(\theta) = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta) \quad (2.3)$$

and

$$\bar{I}_O(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta), \quad (2.4)$$

where  $\Delta\phi$  is the difference of phases of the parallel and perpendicular transmitted waves. This quantity is given by

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2|, \quad (2.5)$$

where  $L$  is the thickness of the thin plate of mica,  $\lambda$  the wavelength of the incident radiation and  $|n_1 - n_2|$  the birefringence.

### Experimental Setup

**Task 2.1 Experimental setup for measuring intensities.** Design an experimental setup for measuring the intensities  $I_P$  and  $I_O$  of the transmitted wave, as a function of the angle  $\theta$  of any of the optical axes, as shown in Figure 2.6. *Do this by writing the LABELS of the different devices on the drawing of the optical table.* Use the convention (+) and (-) for the direction of the polarizers. You can make additional simple drawings to help clarify your design.

Task 2.1 a) Setup for  $I_P$ .

Task 2.1 b) Setup for  $I_O$ .

**Laser beam alignment.** Align the laser beam in such a way that it is parallel to the table and is incident on the center of the cylinder holding the mica. You may align by using one of the white index cards to follow the path. Small adjustments can be made with the movable mirror.

**Photodetector and the multimeter.** The photodetector produces a voltage as light impinges on it. Measure this voltage with the multimeter provided. The voltage produced is linearly proportional to the intensity of the light. Thus, report the intensities as the voltage produced by the photodetector. Without any laser beam incident on the photodetector, you can measure the background light intensity of the detector. This should be less than 1 mV. *Do not correct* for this background when you perform the intensity measurements.

**WARNING:** The laser beam is partially polarized but it is not known in which direction. Thus, to obtain polarized light with good intensity readings, place a polarizer with either its (+) or (-) axes vertically in such a way that you obtain the maximum transmitted intensity in the absence of any other optical device.

### Measuring Intensities

**Task 2.2 The scale for angle settings.** The cylinder holding the mica has a regular graduation for settings of the angles. Write down the value in degrees of the smallest interval (i. e. between two black consecutive lines).

**Finding (approximately) the zero of  $\theta$  and/or the location of the mica axes.** To facilitate the analysis, it is very important that you find the appropriate zero of the angles. We suggest that, first, you identify the location of one of the mica axes, and call it Axis 1. It is almost sure that this position will not coincide with a graduation line on the cylinder. Thus, consider the nearest graduation line in the mica cylinder as the provisional origin for the

angles. Call  $\bar{\theta}$  the angles measured from such an origin. Below you will be asked to provide a more accurate location of the zero of  $\theta$ .

**Task 2.3 Measuring  $I_P$  and  $I_O$ .** Measure the intensities  $I_P$  and  $I_O$  for as many angles  $\bar{\theta}$  as you consider necessary. Report your measurements in Table I. Try to make the measurements for  $I_P$  and  $I_O$  for the *same* setting of the cylinder with the mica, that is, for a fixed angle  $\bar{\theta}$ .

**Task 2.4 Finding an appropriate zero for  $\theta$ .** The location of Axis 1 defines the zero of the angle  $\theta$ . As mentioned above, it is mostly sure that the location of Axis 1 does not coincide with a graduation line on the mica cylinder. To find the zero of the angles, you may proceed either graphically or numerically. Recognize that the relationship near a maximum or a minimum may be approximated by a parabola where:

$$I(\bar{\theta}) \approx a\bar{\theta}^2 + b\bar{\theta} + c,$$

and the minimum or maximum of the parabola is given by

$$\bar{\theta}_m = -\frac{b}{2a}.$$

Either of the above choices gives rise to a shift  $\delta\bar{\theta}$  of all your values of  $\bar{\theta}$  given in Table I of Task 2.3, such that they can now be written as angles  $\theta$  from the appropriate zero,  $\theta = \bar{\theta} + \delta\bar{\theta}$ . Write down the value of the shift  $\delta\bar{\theta}$  in degrees.

### Data Analysis

**Task 2.5 Choosing the appropriate variables.** Choose  $\bar{I}_P(\theta)$  or  $\bar{I}_O(\theta)$  to make an analysis to find the difference of phases  $\Delta\phi$ . Identify the variables that you will use.

#### Task 2.6 Data analysis and the phase difference.

- Use Table II to write down the values of the variables needed for their analysis. Make sure that you use the corrected values for the angles  $\theta$ . Include uncertainties. Use graph paper to plot your variables.

- Perform an analysis of the data needed to obtain the phase difference  $\Delta\phi$ . Report your results including uncertainties. Write down any equations or formulas used in the analysis. Plot your results.

- Calculate the value of the phase difference  $\Delta\phi$  in radians, including its uncertainty. Find the value of the phase difference in the interval  $[0, \pi]$ .

**Task 2.7 Calculating the birefringence  $|n_1 - n_2|$ .** You may note that if you add  $2N\pi$  to the phase difference  $\Delta\phi$ , with  $N$  any integer, or if you change the sign of the phase, the values of the intensities are unchanged. However, the value of the birefringence  $|n_1 - n_2|$  would change. Thus, to use the value  $\Delta\phi$  found in Task 2.6 to correctly calculate the birefringence, you must consider the following:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2| \quad \text{if } L < 82 \times 10^{-6} \text{ m},$$

or

$$2\pi - \Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2| \quad \text{if } L > 82 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

where the value  $L$  of the thickness of the slab of mica you used is written on the cylinder holding it. This number is given in micrometers ( $1 \text{ micrometer} = 10^{-6} \text{ m}$ ). Assign  $1 \times 10^{-6} \text{ m}$  as the uncertainty for  $L$ . For the laser wavelength, you may use the value you found in Problem 1 or the average value between  $620 \times 10^{-9} \text{ m}$  and  $750 \times 10^{-9} \text{ m}$ , the reported range for red in the visible spectrum. Write down the values of  $L$  and  $\lambda$  as well as the birefringence  $|n_1 - n_2|$  with its uncertainty. Include the formulas that you used to calculate the uncertainties.

## SOLUTIONS TO THEORETICAL PROBLEMS

### 1. Evolution of the Earth-Moon System

$$1a \quad L_1 = I_E \omega_{E1} + I_{M1} \omega_{M1}. \quad 1b \quad L_2 = I_E \omega_2 + I_{M2} \omega_2. \quad 1c \quad I_E \omega_{E1} + I_{M1} \omega_{M1} = I_{M2} \omega_2 = L_1.$$

$$2a \quad \omega_2^2 D_2^3 = GM_E. \quad 2b \quad D_2 = \frac{L_1^2}{GM_E M_M^2}. \quad 2c \quad \omega_2 = \frac{G^2 M_E^2 M_M^3}{L_1^3}.$$

2d The moment of inertia of the Earth will be the addition of the moment of inertia of a sphere with radius  $r_o$  and density  $\rho_o$  and of a sphere with radius  $r_i$  and density  $\rho_i - \rho_o$ :

$$I_E = \frac{2}{5} \frac{4\pi}{3} [r_o^5 \rho_o + r_i^5 (\rho_i - \rho_o)].$$

$$2e \quad I_E = \frac{2}{5} \frac{4\pi}{3} [r_o^5 \rho_o + r_i^5 (\rho_i - \rho_o)] = 8.0 \times 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

$$2f \quad L_1 = I_E \omega_{E1} + I_{M1} \omega_{M1} = 3.4 \times 10^{34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$2g \quad D_2 = 5.4 \times 10^8 \text{ m}, \text{ that is } D_2 = 1.4 D_1.$$

$$2h \quad \omega_2 = 1.6 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}, \text{ that is, a period of 46 days.}$$

2i Since  $I_E \omega_2 = 1.3 \times 10^{32} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  and  $I_{M2} \omega_2 = 3.4 \times 10^{34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , the approximation is justified since the final angular momentum of the Earth is  $1/260$  of that of the Moon.

3a Using the law of cosines, the magnitude of the force produced by the mass  $m$  closest to the Moon will be:

$$F_c = \frac{GmM_m}{D_1^2 + r_o^2 - 2D_1 r_o \cos\theta}.$$

3b Using the law of cosines, the magnitude of the force produced by the mass  $m$  farthest to the Moon will be:

$$F_f = \frac{GmM_m}{D_1^2 + r_o^2 + 2D_1 r_o \cos\theta}.$$

3c Using the law of sines, the torque will be

$$\tau_c = F_c \frac{\sin\theta r_o D_1}{[D_1^2 + r_o^2 - 2D_1 r_o \cos\theta]^{1/2}} = \frac{GmM_m \sin\theta r_o D_1}{[D_1^2 + r_o^2 - 2D_1 r_o \cos\theta]^{3/2}}.$$

3d Using the law of sines, the torque will be

$$\tau_f = F_f \frac{\sin\theta r_o D_1}{[D_1^2 + r_o^2 + 2D_1 r_o \cos\theta]^{1/2}} = \frac{GmM_m \sin\theta r_o D_1}{[D_1^2 + r_o^2 + 2D_1 r_o \cos\theta]^{3/2}}.$$

$$\begin{aligned} 3e \quad \tau_c - \tau_f &= GmM_M \sin\theta r_o D_1^{-2} \left( 1 - \frac{3r_o^1}{2D_1^2} + \frac{3r_o \cos\theta}{D_1} - 1 + \frac{3r_o^2}{2D_1^2} + \frac{3r_o \cos\theta}{D_1} \right) \\ &= \frac{6GmM_M r_o^2 \sin\theta \cos\theta}{D_1^3}. \end{aligned}$$

$$3f \quad \tau = \frac{6GmM_M r_o^2 \sin\theta \cos\theta}{D_1^3} = 4.1 \times 10^{16} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

3g Since  $\omega_{M1}^2 D_1^3 = GM_E$ , we have that the angular momentum of the Moon is

$$I_{M1} \omega_{M1} = M_M D_1^2 \left[ \frac{GM_E}{D_1^3} \right]^{1/2} = M_M [D_1 GM_E]^{1/2},$$

The torque will be:

$$\tau = \frac{M_M [GM_E]^{1/2} \Delta(D_1^{1/2})}{\Delta t} = \frac{M_M [GM_E]^{1/2} \Delta D_1}{2[D_1]^{1/2} \Delta t},$$

So, we have that

$$\Delta D_1 = \frac{2\tau \Delta t}{M_M} \left[ \frac{D_1}{GM_E} \right]^{1/2}.$$

That for  $\Delta t = 3.1 \times 10^7 \text{ s} = 1 \text{ year}$ , gives  $\Delta D_1 = 0.034 \text{ m}$ .

This is the yearly increase in the Earth-Moon distance.

3h We now use that

$$\tau = - \frac{I_E \Delta \omega_{E1}}{\Delta t},$$

from where we get

$$\Delta \omega_{E1} = - \frac{\tau \Delta t}{I_E},$$

that for  $\Delta t = 3.1 \times 10^7 \text{ s} = 1 \text{ year}$  gives

$$\Delta \omega_{E1} = -1.6 \times 10^{-14} \text{ s}^{-1}.$$

If  $P_E$  is the period of time considered, we have that

$$\frac{\Delta P_E}{P_E} = - \frac{\Delta \omega_{E1}}{\omega_E},$$

since  $P_E = 1 \text{ day} = 8.64 \times 10^4 \text{ s}$ , we get

$$\Delta P_E = 1.9 \times 10^{-5} \text{ s}.$$

This is the amount of time that the day lengthens in a year.

4a The present total (rotational plus gravitational) energy of the system is

$$E = \frac{1}{2} I_E \omega_{E1}^2 + \frac{1}{2} I_M \omega_{M1}^2 - \frac{GM_E M_M}{D_1}.$$

Using that  $\omega_{M1}^2 D_1^3 = GM_E$ , we get

$$E = \frac{1}{2} I_E \omega_{E1}^2 - \frac{1}{2} \frac{GM_E M_M}{D_1}.$$

$$4b \quad \Delta E = I_E \omega_{E1} \Delta \omega_{E1} + \frac{1}{2} \frac{GM_E M_M}{D_1^2} \Delta D_1, \text{ that gives}$$

$$\Delta E = -9.0 \times 10^{19} \text{ J}.$$

$$4c \quad M_{\text{water}} = 4\pi r_o^2 \times h \times \rho_{\text{water}} \text{ kg} = 2.6 \times 10^{17} \text{ kg}.$$

$$4d \quad \Delta E_{\text{water}} = -g M_{\text{water}} \times 0.5 \text{ m} \times 2 \text{ day}^{-1} \times 365 \text{ days} \times 0.1 = -9.3 \times 10^{19} \text{ J}.$$
 Then, the

two energy estimates are comparable.

## 2. Doppler Laser Cooling and Optical Molasses

The key to this problem is the Doppler effect (to be precise, the longitudinal Doppler effect): The frequency of a monochromatic beam of light detected by an observer depends on its state of motion relative to the emitter, i. e. the observed frequency is

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}} \approx \omega \left(1 \pm \frac{v}{c}\right),$$

where  $v$  is the relative speed of emitter and observer and  $\omega$  the frequency of the emitter. The upper-lower signs correspond, respectively, when source and observer move towards or away from each other. The second equality holds in the limit of low velocities (non-relativistic limit).

The frequency of the laser in the lab is  $\omega_L$ ;  $\omega_0$  is the transition frequency of the atom; the atom moves with speed  $v$  towards the incident direction of the laser.

It is important to point out that the results must be given to first significant order in  $v/c$  or  $\hbar q/mv$ .

### PART I

$$\mathbf{1a} \quad \omega_0 \approx \omega_L \left(1 + \frac{v}{c}\right). \quad \mathbf{1b} \quad p_{\text{at}} = p - \hbar q \approx mv - \frac{\hbar \omega_L}{c}. \quad \mathbf{1c} \quad \epsilon_{\text{at}} = \frac{p_{\text{at}}^2}{2m} + \hbar \omega_0 \approx \frac{mv^2}{2} + \hbar \omega_L.$$

2. First, one calculates the energy of the emitted photon, as seen in the lab reference frame. One must be careful to keep the correct order; this is because the velocity of the atom changes after the absorption, however, this is second order correction for the emitted frequency:

$$\omega_{\text{ph}} \approx \omega_0 \left(1 - \frac{v'}{c}\right) \quad \text{with} \quad v' \approx v - \frac{\hbar q}{m},$$

thus,

$$\omega_{\text{ph}} \approx \omega_0 \left(1 - \frac{v}{c} + \frac{\hbar q}{mc}\right) \approx \omega_L \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 - \frac{v}{c} + \frac{\hbar q}{mc}\right) \approx \omega_L \left(1 + \frac{\hbar q}{mc}\right) \approx \omega_L \left(1 + \left(\frac{\hbar q}{mv}\right) \left(\frac{v}{c}\right)\right) \approx \omega_L.$$

$$\mathbf{2a} \quad \epsilon_{\text{ph}} \approx \hbar \omega_L. \quad \mathbf{2b} \quad p_{\text{ph}} \approx -\hbar \omega_L/c.$$

Use conservation of momentum (see **1b**):  $p_{\text{at}} + p_{\text{ph}} \approx p - \hbar q$ .

$$\mathbf{2c} \quad p_{\text{at}} \approx p = mv. \quad \mathbf{2d} \quad \epsilon_{\text{at}} \approx \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}.$$

3. The same as in the previous questions, keeping the right order.

$$\mathbf{3a} \quad \epsilon_{\text{ph}} \approx \hbar \omega_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \approx \hbar \omega_L \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c}\right) \approx \hbar \omega_L \left(1 + 2 \frac{v}{c}\right).$$

$$\mathbf{3b} \quad p_{\text{ph}} \approx \frac{\hbar \omega_L}{c} \left(1 + 2 \frac{v}{c}\right).$$

$$\mathbf{3c} \quad p_{\text{at}} = p - \hbar q - p_{\text{ph}} \approx p - \hbar q - \frac{\hbar \omega_L}{c} \left(1 + 2 \frac{v}{c}\right) \approx mv - 2 \frac{\hbar \omega_L}{c}.$$

$$\mathbf{3d} \quad \epsilon_{\text{at}} \approx \frac{p_{\text{at}}^2}{2m} \approx \frac{mv^2}{2} \left(1 - 2 \frac{\hbar q}{mv}\right).$$



4. The spontaneous emission processes occur with equal probabilities in both directions.

$$4a \quad \epsilon_{ph} = \frac{1}{2}\epsilon_{ph}^+ + \frac{1}{2}\epsilon_{ph}^- \approx \hbar\omega_L \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

$$4b \quad p_{ph} = \frac{1}{2}p_{ph}^+ + \frac{1}{2}p_{ph}^- \approx \frac{\hbar\omega_L}{c} \frac{v}{c} = mv \left(\frac{\hbar q}{mv} \frac{v}{c}\right) \approx 0, \text{ second order.}$$

$$4c \quad \epsilon_{at} = \frac{1}{2}\epsilon_{at}^+ + \frac{1}{2}\epsilon_{at}^- \approx \frac{mv^2}{2} \left(1 - \frac{\hbar q}{mv}\right).$$

$$4d \quad p_{at} = \frac{1}{2}p_{at}^+ + \frac{1}{2}p_{at}^- \approx p - \frac{\hbar\omega_L}{c}.$$

$$5a \quad \Delta\epsilon = \epsilon_{at}^{\text{after}} - \epsilon_{at}^{\text{before}} \approx -\frac{1}{2}\hbar q v = -\frac{1}{2}\hbar\omega_L \frac{v}{c}.$$

$$5b \quad \Delta p = p_{at}^{\text{after}} - p_{at}^{\text{before}} \approx -\hbar q = -\frac{\hbar\omega_L}{c}.$$

$$6a \quad \Delta\epsilon = \epsilon_{at}^{\text{after}} - \epsilon_{at}^{\text{before}} \approx +\frac{1}{2}\hbar q v = +\frac{1}{2}\hbar\omega_L' \frac{v}{c}.$$

$$6b \quad \Delta p = p_{at}^{\text{after}} - p_{at}^{\text{before}} \approx +\hbar q = +\frac{\hbar\omega_L'}{c}.$$

## PART II

Two counterpropagating laser beams with the *same* but *arbitrary* frequency  $\omega_L$  are incident on a beam of  $N$  atoms that move in the  $+x$  direction with (average) velocity  $v$ .

7. On the average, the fraction of atoms found in the excited state is given by

$$P_{\text{exc}} = \frac{N_{\text{exc}}}{N} = \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2},$$

where  $\omega_0$  is the resonance frequency of the atoms and  $\Omega_R$  is the so-called Rabi frequency;  $\Omega_R^2$  is proportional to the *intensity* of the laser beam. The lifetime of the excited energy level of the atom is  $\Gamma^{-1}$ .

The force is calculated as the number of absorption-emission cycles, times the momentum exchange in each event, divided by the time of each event. CAREFUL! One must take into account the Doppler shift of each laser, as seen by the atoms.

$$7a \quad F = N\Delta p^- P_{\text{exc}}^- \Gamma + N\Delta p^+ P_{\text{exc}}^+ \Gamma$$

$$= \left[ \frac{\Omega_R^2}{\left(\omega_0 - \omega_L + \omega_L \frac{v}{c}\right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2} - \frac{\Omega_R^2}{\left(\omega_0 - \omega_L - \omega_L \frac{v}{c}\right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2} \right] N\Gamma\hbar q.$$

$$8a \quad F \approx -\frac{4N\hbar q^2 \Omega_R^2 \Gamma}{\left(\omega_0 - \omega_L\right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2} (\omega_0 - \omega_L) v.$$

$$8b \quad \omega_0 < \omega_L. \quad 8c \quad \omega_0 = \omega_L.$$

8d  $\omega_0 > \omega_L$ , this is the famous rule "tune below resonance for cooling down".

8e  $\omega_0 > \omega_L$ , i. e. independent of the direction motion of the atom.

$$\mathbf{9a} \quad F = -\beta v \Rightarrow m \frac{dv}{dt} \approx -\beta v$$

$\Rightarrow v = v_0 e^{-\beta t/m}$ ,  $\beta$  can be read from **8a**.

**9b** Recalling that  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k T$  in 1 dimension, and using  $v$  as the average thermal velocity in the equation of **9a**, we can write down

$$T = T_0 e^{-2\beta t/m}.$$

### 3. Why are Stars so Large?

**1a** We equate the initial kinetic energy of the two protons to the electric potential energy at the distance of closest approach:

$$2 \left( \frac{1}{2} m_p v_{rms}^2 \right) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d_c};$$

and since  $\frac{3}{2} k T_c = \frac{1}{2} m_p v_{rms}^2$ , we obtain

$$T_c = \frac{q^2}{12\pi\epsilon_0 d_c k} = 5.5 \times 10^9 \text{ K}.$$

**2a** Since we have that  $\frac{\Delta P}{\Delta r} = -\frac{GM_r \rho_r}{r^2}$ , making the assumptions given above, we obtain that  $P_c = \frac{GM \rho_c}{R}$ . Now, the pressure of an ideal gas is

$$P_c = \frac{2\rho_c k T_c}{m_p},$$

where  $k$  is Boltzmann's constant,  $T_c$  is the central temperature of the star, and  $m_p$  is the proton mass. The factor of 2 in the previous equation appears because we have two particles (one proton and one electron) per proton mass and that both contribute equally to the pressure. Equating the two previous equations, we finally obtain that

$$T_c = \frac{GM m_p}{2kR}.$$

**2b** From section **2a** we have that:

$$\frac{M}{R} = \frac{2kT_c}{Gm_p}.$$

**2c** From section **2b** we have that, for  $T_c = 5.5 \times 10^9 \text{ K}$ :

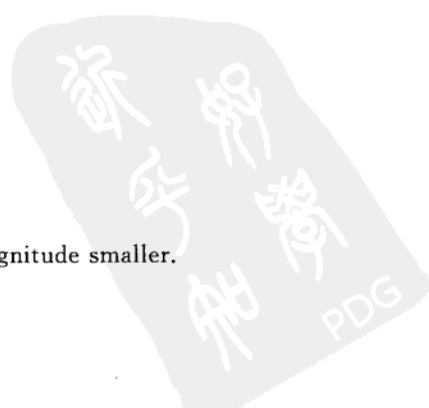
$$\frac{M}{R} = \frac{2kT_c}{Gm_p} = 1.4 \times 10^{24} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}.$$

**2d** For the Sun we have that:

$$\frac{M(\text{Sun})}{R(\text{Sun})} = 2.9 \times 10^{21} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}, \text{ that is, three orders of magnitude smaller.}$$

**3a** We have that

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p v_{rms}},$$





and since  $\frac{3}{2}kT_c = \frac{1}{2}m_p v_{\text{rms}}^2$ , and  $T_c = \frac{q^2}{12\pi\epsilon_0 d_c k}$ , we obtain:

$$T_c = \frac{q^4 m_p}{24\pi^2 \epsilon_0^2 k h^2}.$$

$$\mathbf{3b} \quad T_c = \frac{q^4 m_p}{24\pi^2 \epsilon_0^2 k h^2} = 9.7 \times 10^6 \text{ K}.$$

**3c** From section **2b** we have that, for  $T_c = 9.7 \times 10^6 \text{ K}$ :

$$\frac{M}{R} = \frac{2kT_c}{Gm_p} = 2.4 \times 10^{21} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1};$$

while for the Sun we have that:  $\frac{M(\text{Sun})}{R(\text{Sun})} = 2.9 \times 10^{21} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ .

**4a** Taking into account that

$$\frac{M}{R} = \frac{2kT_c}{Gm_p}, \quad \text{and that} \quad T_c = \frac{q^4 m_p}{24\pi^2 \epsilon_0^2 k h^2},$$

we obtain:

$$\frac{M}{R} = \frac{q^4}{12\pi^2 \epsilon_0^2 G h^2}.$$

$$\mathbf{5a} \quad n_e = \frac{M}{(4/3)\pi R^3 m_p}. \quad \mathbf{5b} \quad d_e = n_e^{-1/3} = \left( \frac{M}{(4/3)\pi R^3 m_p} \right)^{-1/3}.$$

**5c** We assume that  $d_e \geq \frac{\lambda_e}{2^{1/2}}$ . Since

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_{\text{rms}}(\text{electron})}, \quad \frac{3}{2}kT_c = \frac{1}{2}m_e v_{\text{rms}}^2(\text{electron}), \quad T_c = \frac{q^4 m_p}{24\pi^2 \epsilon_0^2 k h^2}, \quad \frac{M}{R} = \frac{q^4}{12\pi^2 \epsilon_0^2 G h^2},$$

and  $d_e = \left( \frac{M}{(4/3)\pi R^3 m_p} \right)^{-1/3}$ , we get that

$$R \geq \frac{\epsilon_0^{1/2} h^2}{4^{1/4} q m_e^{3/4} m_p^{5/4} G^{1/2}}.$$

$$\mathbf{5d} \quad R \geq \frac{\epsilon_0^{1/2} h^2}{4^{1/4} q m_e^{3/4} m_p^{5/4} G^{1/2}} = 6.9 \times 10^7 \text{ m} = 0.10 R(\text{Sun}).$$

**5e** The mass to radius ratio is:

$$\frac{M}{R} = \frac{q^4}{12\pi^2 \epsilon_0^2 G h^2} = 2.4 \times 10^{21} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}, \quad \text{from where we derive that}$$

$$M \geq 1.7 \times 10^{29} \text{ kg} = 0.09 M(\text{Sun}).$$

**6a** For helium we have that

$$\frac{4q^2}{4\pi\epsilon_0 m_{\text{He}} v_{\text{rms}}^2(\text{He})} = \frac{h}{2^{1/2} m_{\text{He}} v_{\text{rms}}(\text{He})};$$

from where we get  $v_{\text{rms}}(\text{He}) = \frac{2^{1/2} q^2}{\pi\epsilon_0 h} = 2.0 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

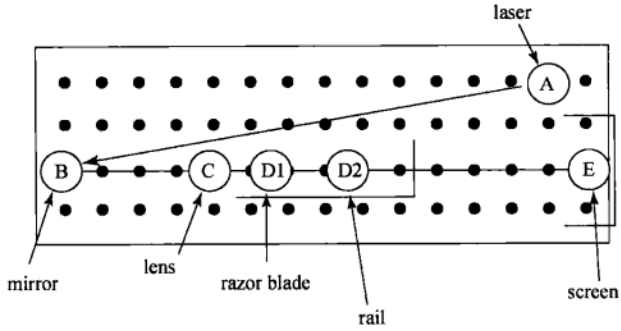
We now use:

$$T(\text{He}) = \frac{v_{\text{rms}}^2(\text{He}) m_{\text{He}}}{3k} = 6.5 \times 10^8 \text{ K}.$$

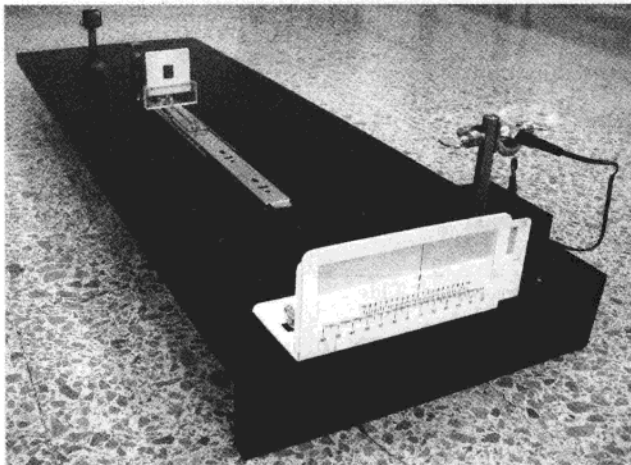
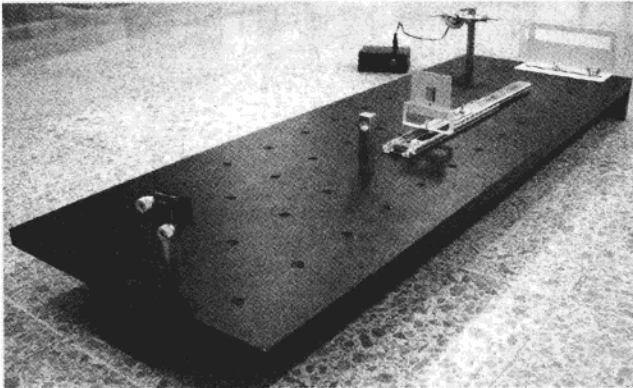
This value is of the order of magnitude of the estimates of stellar models.

## SOLUTIONS TO EXPERIMENTAL PROBLEMS

### Task 1. 1



$$h \pm \Delta h = (5.0 \pm 0.05) \times 10^{-2} \text{ m.}$$



Experimental setup for measurement of diode laser wavelength (Task 1. 1)

**Task 1.2** The path differences are

Case I :

$$\begin{aligned}\Delta_I(n) &= (BF + FP) - BP = (L_b - L_0) + \sqrt{L_0^2 + L_R^2(n)} - \sqrt{L_b^2 + L_R^2(n)} \\ &= (L_b - L_0) + L_0 \sqrt{1 + \frac{L_R^2(n)}{L_0^2}} - L_b \sqrt{1 + \frac{L_R^2(n)}{L_b^2}}.\end{aligned}$$

using  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x \approx (L_b - L_0) + L_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_R^2(n)}{L_0^2}\right) - L_b \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_R^2(n)}{L_b^2}\right)$

$$\Rightarrow \Delta_I(n) \approx \frac{1}{2} L_R^2(n) \left( \frac{1}{L_0} - \frac{1}{L_b} \right).$$

Case II :

$$\begin{aligned}\Delta_{II}(n) &= (FB + BP) - FP = (L_0 - L_a) + \sqrt{L_a^2 + L_L^2(n)} - \sqrt{L_0^2 + L_L^2(n)} \\ &\approx (L_0 - L_a) + L_a \sqrt{1 + \frac{L_L^2(n)}{L_a^2}} - L_0 \sqrt{1 + \frac{L_L^2(n)}{L_0^2}}.\end{aligned}$$

using  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x \approx (L_0 - L_a) + L_a \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_L^2(n)}{L_a^2}\right) - L_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_L^2(n)}{L_0^2}\right)$

$$\Rightarrow \Delta_{II}(n) \approx \frac{1}{2} L_L^2(n) \left( \frac{1}{L_a} - \frac{1}{L_0} \right).$$

**Task 1.3**

TABLE I

$n$	$(l_R(n) \pm 0.1) \times 10^{-3}$ m	$(l_L(n) \pm 0.1) \times 10^{-3}$ m	$x_R$	$x_L$
0	-7.5	1.1	0.791	0.935
1	-10.1	3.7	1.275	1.369
2	-12.4	6.4	1.620	1.696
3	-14.0	8.2	1.903	1.968
4	-15.6	10.0	2.151	2.208
5	-17.2	11.4	2.372	2.424
6	-18.4	12.2	2.574	2.622
7	-19.7		2.761	
8	-20.7		2.937	
9	-22.0		3.102	
10	-23.0		3.260	
11	-24.1		3.410	

Positions of the blade and their difference with higher precision:

$$L_b \pm \Delta L_b = (653 \pm 1) \times 10^{-3} \text{ m, LABEL (I) (measuring tape).}$$

$$L_a \pm \Delta L_a = (628 \pm 1) \times 10^{-3} \text{ m, LABEL (I) (measuring tape).}$$

$$d = L_b - L_a = (24.6 \pm 0.1) \times 10^{-3} \text{ m, LABEL (H) (caliper).}$$

**Task 1.4** A procedure:

From the condition of dark fringes and Task 1.2, we have

$$\frac{1}{2}L_R^2(n)\left(\frac{1}{L_0} - \frac{1}{L_b}\right) = \left(n + \frac{5}{8}\right)\lambda$$

and

$$\frac{1}{2}L_L^2(n)\left(\frac{1}{L_a} - \frac{1}{L_0}\right) = \left(n + \frac{7}{8}\right)\lambda.$$

Using (1.5),  $L_R(n) = l_R(n) - l_{0R}$  and  $L_L(n) = l_L(n) - l_{0L}$  we can rewrite

$$\frac{1}{2}(l_R(n) - l_{0R})^2\left(\frac{1}{L_0} - \frac{1}{L_b}\right) = \left(n + \frac{5}{8}\right)\lambda \Rightarrow l_R(n) = \sqrt{\frac{2L_bL_0}{L_b - L_0}}\lambda\sqrt{n + \frac{5}{8}} + l_{0R}$$

and

$$\frac{1}{2}(l_L(n) - l_{0L})^2\left(\frac{1}{L_a} - \frac{1}{L_0}\right) = \left(n + \frac{7}{8}\right)\lambda \Rightarrow l_L(n) = \sqrt{\frac{2L_aL_0}{L_0 - L_a}}\lambda\sqrt{n + \frac{7}{8}} + l_{0L}.$$

These can be cast as equations of a straight line,  $y = mx + b$ .

$$\text{Case I : } y_R = l_R \quad x_R = \sqrt{n + \frac{5}{8}} \quad m_R = \sqrt{\frac{2L_bL_0}{L_b - L_0}}\lambda \quad b_R = l_{0R}.$$

$$\text{Case II : } y_L = l_L \quad x_L = \sqrt{n + \frac{7}{8}} \quad m_L = \sqrt{\frac{2L_aL_0}{L_0 - L_a}}\lambda \quad b_L = l_{0L}.$$

Perform least squares analysis of above equations. In Table I, we write down the values  $x_R$  and  $x_L$ .

One finds:

$$m_R \pm \Delta m_R = (-6.39 \pm 0.07) \times 10^{-3} \text{ m},$$

$$m_L \pm \Delta m_L = (6.83 \pm 0.19) \times 10^{-3} \text{ m},$$

and (values of  $l_{0R}$  and  $l_{0L}$ )

$$l_{0R} \pm \Delta l_{0R} = b_R \pm \Delta b_R = (-2.06 \pm 0.17) \times 10^{-3} \text{ m},$$

$$l_{0L} \pm \Delta l_{0L} = b_L \pm \Delta b_L = (-5.33 \pm 0.36) \times 10^{-3} \text{ m}.$$

The equations used in the least squares analysis:

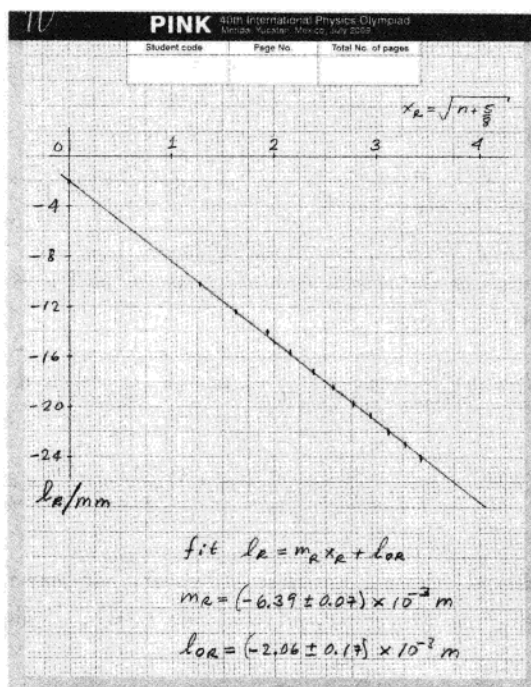
$$m = \frac{N \sum_{n=1}^N x_n y_n - \sum_{n=1}^N x_n \sum_{n'=1}^N y_{n'}}{\Delta}, \quad b = \frac{\sum_{n=1}^N x_n^2 \sum_{n'=1}^N y_{n'} - \sum_{n=1}^N x_n \sum_{n'=1}^N x_{n'} y_{n'}}{\Delta},$$

where  $\Delta = N \sum_{n=1}^N x_n^2 - \left[ \sum_{n=1}^N x_n \right]^2$ , with  $N$  the number of data points.

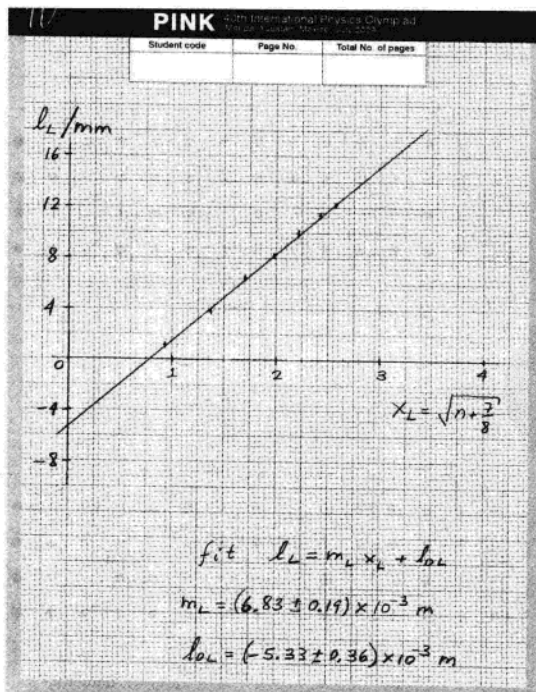
The uncertainty is calculated as

$$(\Delta m)^2 = N \frac{\sigma^2}{\Delta}, \quad (\Delta b)^2 = \frac{\sigma^2}{\Delta} \sum_{n=1}^N x_n^2 \quad \text{with} \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{n=1}^N (y_n - b - mx_n)^2.$$

REFERENCE: P. R. Bevington, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, McGraw-Hill, 1969.



Plot ( I ) for Task 1.4



Plot ( II ) for Task 1.4

**Task 1.5** From any slope and the value of  $L_0$  one finds

$$\lambda = \frac{L_b - L_a}{2L_a L_b} \frac{m_R^2 m_L^2}{m_R^2 + m_L^2}.$$

Using the suggestion to replace  $d = L_b - L_a$ , we can write

$$\lambda = \frac{d}{2L_a L_b} \frac{m_R^2 m_L^2}{m_R^2 + m_L^2}, \quad \lambda \pm \Delta\lambda = (663 \pm 25) \times 10^{-9} \text{ m}.$$

The uncertainty may range from 15 to 30 nanometers.

A precise measurement of the wavelength is  $\lambda \pm \Delta\lambda = (655 \pm 1) \times 10^{-9} \text{ m}$ .

The formula for the uncertainty

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial d}\right)^2 \Delta d^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial L_a}\right)^2 \Delta L_a^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial L_b}\right)^2 \Delta L_b^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial m_R}\right)^2 \Delta m_R^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial m_L}\right)^2 \Delta m_L^2},$$

one finds

$$\frac{\partial\lambda}{\partial d} = \frac{\lambda}{d}, \quad \frac{\partial\lambda}{\partial L_b} = \frac{\lambda}{L_b}, \quad \frac{\partial\lambda}{\partial L_a} = \frac{\lambda}{L_a} \quad \text{and} \quad \frac{\partial\lambda}{\partial m_R} = \frac{2m_L^2}{m_R} \frac{\lambda}{m_L^2 + m_R^2},$$

and analogously for the other slope.

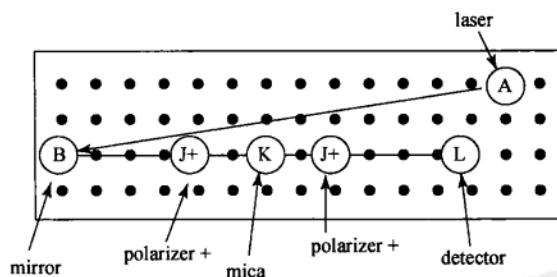
One can calculate directly these quantities. However, one may note that the errors due to  $L_a$ ,  $L_b$  and  $d$  are negligible. Moreover,  $m_R^2 \approx m_L^2$  and  $L_a \approx L_b$ . This implies

$$\frac{\partial\lambda}{\partial m_R} \approx \frac{\lambda}{m_R} \approx \frac{\partial\lambda}{\partial m_L}.$$

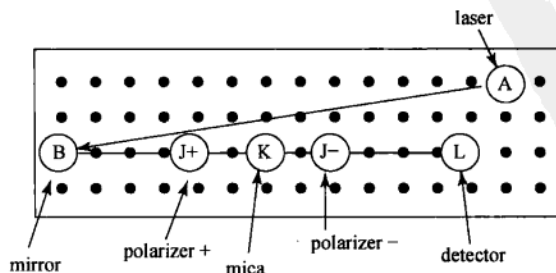
Thus,

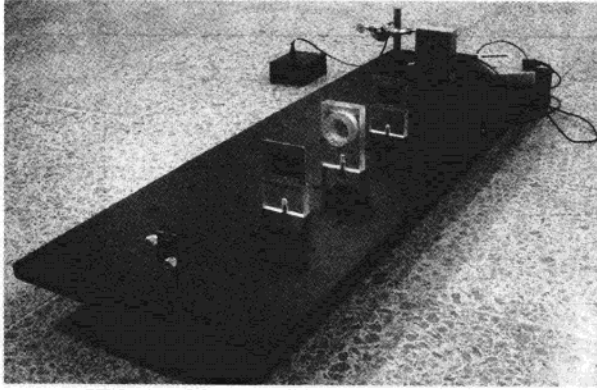
$$\Delta\lambda \approx \sqrt{2} \frac{\lambda}{m_L} \Delta m_L \approx (25 \times 10^{-9}) \text{ m}.$$

**Task 2.1** a)



b)





Experimental setup for measurement of mica birefringence

**Task 2.2** The angle between two consecutive black lines is  $\theta_{\text{int}} = 3.6$  degrees because there are 100 lines.

**Tasks 2.3**

TABLE I

$\bar{\theta}(\text{degrees})$	$(I_p \pm 1) \times 10^{-3} \text{ V}$	$(I_0 \pm 1) \times 10^{-3} \text{ V}$
-3.6	46.4	1.1
0	48.1	0.2
3.6	47.0	0.6
7.2	46.0	2.0
10.8	42.3	4.9
14.4	38.2	9.0
18.0	33.9	12.5
21.6	27.7	17.9
25.2	23.4	22.0
28.8	17.8	27.0
32.4	12.5	31.7
36.0	8.8	34.8
39.6	5.2	38.0
43.2	3.6	39.4
46.8	3.2	39.6
50.4	4.5	38.7
54.0	6.9	36.6
57.6	10.3	33.6
61.2	14.7	29.4
64.8	20.1	24.7

续表

$\bar{\theta}$ (degrees)	$(I_P \pm 1) \times 10^{-3}$ V	$(I_O \pm 1) \times 10^{-3}$ V
68.4	25.4	19.7
72.0	30.5	14.7
75.6	36.6	10.2
79.2	40.7	6.1
82.8	44.3	3.2
86.4	46.9	1.0
90.0	47.8	0.2
93.6	47.0	0.4
97.2	45.7	2.0

**Task 2.4** a) *Graphical analysis.* The value for the shift is  $\delta\bar{\theta} = -1.0$  degrees.

b) *Numerical analysis.* From Table I choose the first three points of  $\bar{\theta}$  and  $I_O(\bar{\theta})$ : (intensities in millivolts)

$$(x_1, y_1) = (-3.6, 1.1), \quad (x_2, y_2) = (0, 0.2), \quad (x_3, y_3) = (3.6, 0.6),$$

We want to fit  $y = ax^2 + bx + c$ . This gives three equations:

$$1.1 = a(3.6)^2 - b(3.6) + c,$$

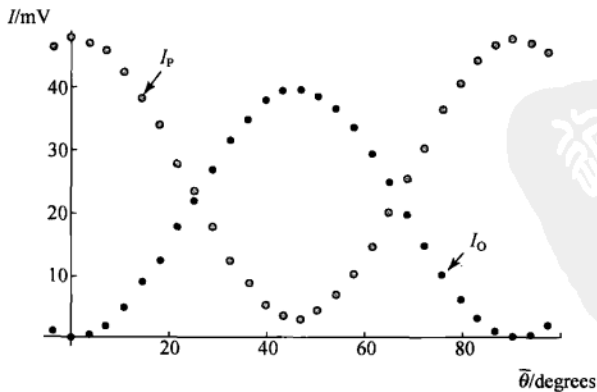
$$0.2 = c,$$

$$0.6 = a(3.6)^2 + b(3.6) + c.$$

$$\text{second in first} \Rightarrow b = \frac{-0.9 + a(3.6)^2}{3.6},$$

$$\text{in third} \Rightarrow 0.6 = a((3.6)^2 + (3.6)^2) - 0.9 + 0.2,$$

$$\Rightarrow a = 0.050, \quad b = -0.069.$$



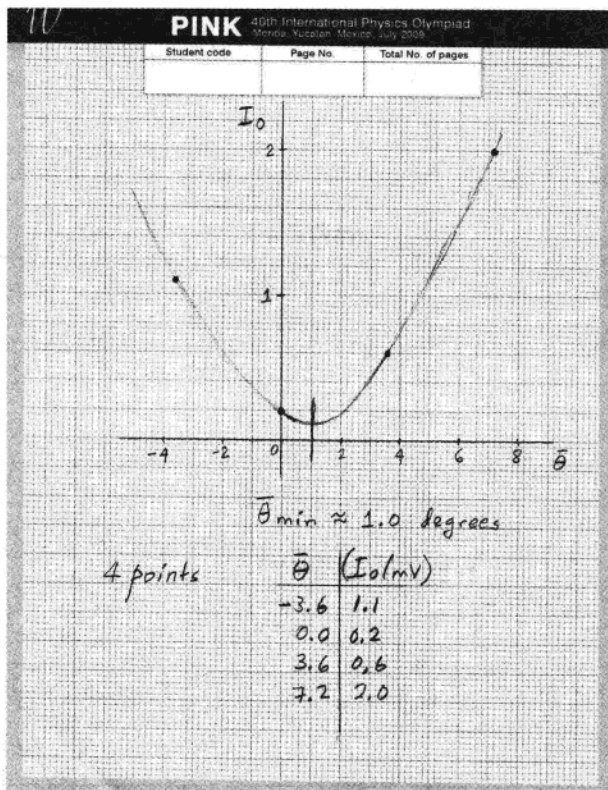
Parallel  $I_P$  and perpendicular  $I_O$  intensities vs angle  $\bar{\theta}$  (This Graph is not Required)



The minimum of the parabola is at

$$\bar{\theta}_{\min} = -\frac{b}{2a} \approx 0.7 \text{ degrees.}$$

Therefore,  $\delta\bar{\theta} = -0.7$  degrees.



Graphical analysis for Task 2.4

**Task 2.5** Equation (2.4) for the perpendicular intensity is

$$\bar{I}_O(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta).$$

This can be cast as a straight line  $y = mx + b$ , with

$$y = \bar{I}_O(\theta), \quad x = \sin^2(2\theta) \quad \text{and} \quad m = \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi),$$

from which the phase may be obtained.

**NOTE:** This is not the only way to obtain the phase difference. One may, for instance, analyze the 4 maxima of either  $\bar{I}_P(\theta)$  or  $\bar{I}_O(\theta)$ .

**Task 2.6** To perform the statistical analysis, we shall then use

$$y = \bar{I}_O(\theta) \quad \text{and} \quad x = \sin^2(2\theta).$$

Since for  $\theta: 0 \rightarrow \frac{\pi}{4}$ ,  $x: 0 \rightarrow 1$ , we use only 12 pairs of data points to cover this range, as given in Table II.

$x$  may be left without uncertainty since it is a setting. The uncertainty in  $y$  may be calculated as

$$\Delta \bar{I}_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{I}_0}{\partial I_0}\right) \Delta I_0^2 + \left(\frac{\partial \bar{I}_0}{\partial I_P}\right) \Delta I_P^2},$$

and one gets

$$\Delta \bar{I}_0 = \frac{\sqrt{I_0^2 + I_P^2}}{(I_0 + I_P)^2} \Delta I_0 \approx 0.018, \text{ approximately the same for all values.}$$

TABLE II

$\bar{\theta}$ (degrees)	$x = \sin^2(2\theta)$	$y = \bar{I}_0 \pm 0.018$
2.9	0.010	0.013
6.5	0.051	0.042
10.1	0.119	0.104
13.7	0.212	0.191
17.3	0.322	0.269
20.9	0.444	0.392
24.5	0.569	0.484
28.1	0.690	0.603
31.7	0.799	0.717
35.3	0.890	0.798
38.9	0.955	0.880
42.5	0.992	0.916

We now perform a least square analysis for the variables  $y$  vs  $x$  in Table II. The slope and  $y$ -intercept are

$$m \pm \Delta m = 0.913 \pm 0.012, \quad b \pm \Delta b = -0.010 \pm 0.008.$$

The formulas for this analysis are

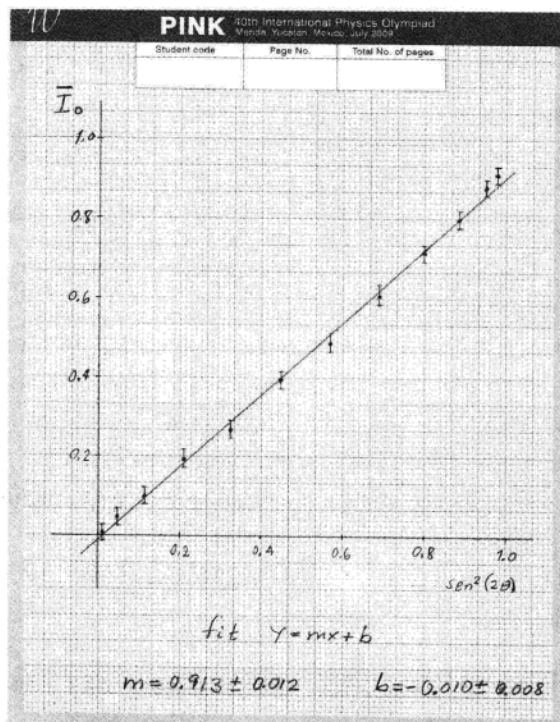
$$m = \frac{N \sum_{n=1}^N x_n y_n - \sum_{n=1}^N x_n \sum_{n'=1}^N y_{n'}}{\Delta}, \quad b = \frac{\sum_{n=1}^N x_n^2 \sum_{n'=1}^N y_{n'} - \sum_{n=1}^N x_n \sum_{n'=1}^N x_{n'} y_{n'}}{\Delta},$$

where  $\Delta = N \sum_{n=1}^N x_n^2 - \left( \sum_{n=1}^N x_n \right)^2$ , with  $N$  the number of data points.

The uncertainty is calculated as

$$(\Delta m)^2 = N \frac{\sigma^2}{\Delta}, \quad (\Delta b)^2 = \frac{\sigma^2}{\Delta} \sum_{n=1}^N x_n^2$$

with  $\sigma^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{n=1}^N (y_n - b - m x_n)^2$ , with  $N=12$  in this example.



Plot for Task 2.6

Calculate the value of the phase  $\Delta\phi$  in radians in the interval  $[0, \pi]$ . From the slope  $m = \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)$ , one finds

$$\Delta\phi \pm \Delta(\Delta\phi) = 2.54 \pm 0.04.$$

Write down the formulas for the calculation of the uncertainty. We see that

$$\Delta m = \left| \frac{\partial m}{\partial \Delta\phi} \right| \Delta(\Delta\phi) = \frac{1}{2} \sin(\Delta\phi) \Delta(\Delta\phi),$$

therefore,  $\Delta(\Delta\phi) = \frac{2\Delta m}{\sin(\Delta\phi)}$ .

**Task 2.7** The width of the slab of mica you used,

$$L \pm \Delta L = (100 \pm 1) \times 10^{-6} \text{ m}.$$

The wavelength you use,

$$\lambda \pm \Delta\lambda = (663 \pm 25) \times 10^{-9} \text{ m (from Problem 1)}.$$

The birefringence

$$|n_1 - n_2| \pm \Delta|n_1 - n_2| = (3.94 \pm 0.16) \times 10^{-3}.$$

The birefringence is between 0.003 and 0.005. Nominal value 0.004.

The formulas you used for the calculation of the uncertainty of the birefringence;

Since the width  $L > 82$  micrometers, we use

$$2\pi - \Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2|,$$

The error is

$$\Delta |n_1 - n_2| = \sqrt{\left(\frac{\partial |n_1 - n_2|}{\partial \lambda}\right)^2 \Delta\lambda^2 + \left(\frac{\partial |n_1 - n_2|}{\partial L}\right)^2 \Delta L^2 + \left(\frac{\partial |n_1 - n_2|}{\partial \Delta\phi}\right)^2 \Delta(\Delta\phi)^2},$$

$$\Delta |n_1 - n_2| = \sqrt{\left(\frac{|n_1 - n_2|}{\lambda}\right)^2 \Delta\lambda^2 + \left(\frac{|n_1 - n_2|}{L}\right)^2 \Delta L^2 + \left(\frac{\lambda}{2\pi L}\right)^2 \Delta(\Delta\phi)^2}.$$

Since the data may appear somewhat disperse and/or the errors in the intensities may be large, a graphical analysis may be performed.

In the accompanying plot, it is exemplified a simple graphical analysis: first the main slope is found, then, using the largest deviations one can find two extreme slopes.

The final result is

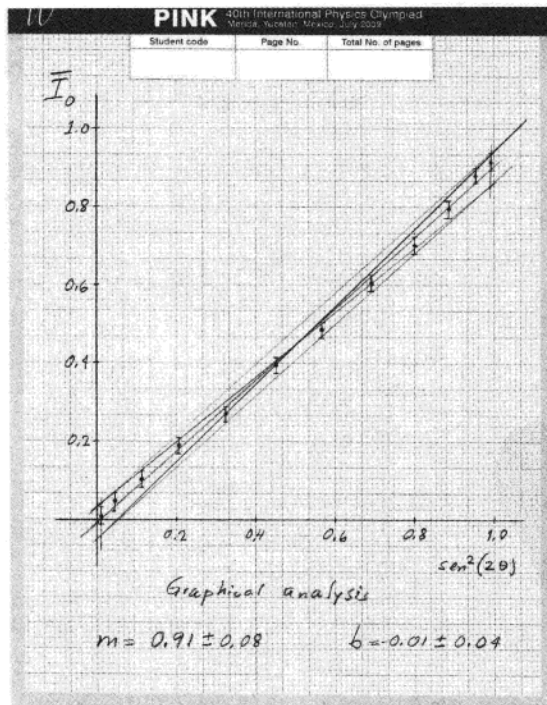
$$m = 0.91 \pm 0.08 \quad \text{and} \quad b = -0.01 \pm 0.04.$$

The calculation of the birefringence and its uncertainty follows as before.

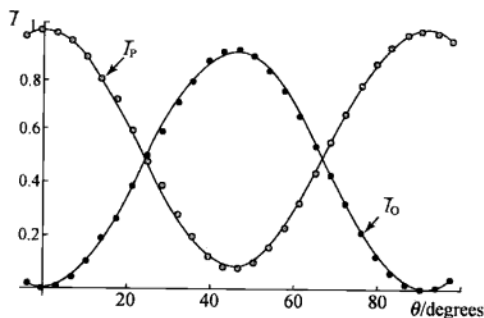
One now finds,

$$|n_1 - n_2| \pm \Delta |n_1 - n_2| = (3.94 \pm 0.45) \times 10^{-3}.$$

A larger (more realistic) error.



Plot for Task 2.7



Comparison of experimental data (normalized intensities  $\bar{I}_P$  and  $\bar{I}_O$ ) with fitting (equations (2.3) and (2.4)) using the calculated value of the phase difference  $\Delta\phi$ . (This Graph is not Required)

## 附：中文试题<sup>①</sup>

### 理论题

#### 1. 月地系统的演化

科学家们可以极精确地确定月地间距离. 1969年, 宇航员在月球表面放置了一个特别的反射镜, 通过测量一束激光到达反射镜并返回所花的时间就可以达到精确测量月地距离的目的(见图1).

通过上述方法, 科学家们直接测得月亮在缓慢地远离地球, 即, 月地间距在随时间增加. 如图2所示, 这是由于潮汐引起的扭矩使得地球不断地将角动量传给月球所致. 在此题中, 你需要推导与此现象有关的基本参量.

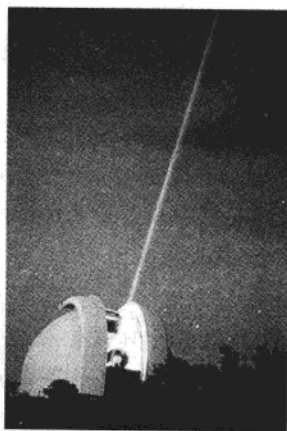


图1 一束从天文台发出, 被用于精确测量月地距离的激光.

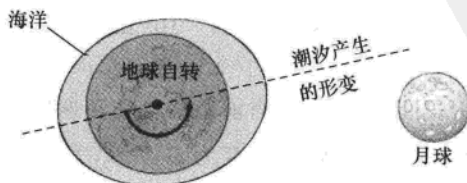


图2 月球的引力会造成地球上的潮汐形变或称“膨凸”. 由于地球的自转, 贯穿膨凸的连线与月地间的连线并不共线. 这种偏离会产生一个扭矩, 此扭矩会将地球的自转角动量转移给月球的公转角动量. 图未按比例.

<sup>①</sup> 由北京大学物理学院荀坤、王若鹏、陈晓林翻译.

### 1. 角动量守恒

用  $L_1$  表示月地系统的当前总角动量, 并作如下假定: i)  $L_1$  仅是地球绕其自转轴转动和月球绕地球公转的角动量之和. ii) 月球的轨道是一个圆, 且月球可视为质点. iii) 地球自转轴与月球的公转轴平行. iv) 为计算简单起见, 认为月球是绕地球公转, 而不是绕系统质心公转. 本题中用到的所有转动惯量、扭矩和角动量都是相对于地球自转轴而言的. v) 忽略太阳的影响.

**1a** 写出表示月地系统当前总角动量的方程. 将方程用地球的转动惯量  $I_E$ , 地球当前的自转角速度  $\omega_{E1}$ , 月球相对于地球自转轴的当前转动惯量  $I_{M1}$ , 及月球当前的公转角速度  $\omega_{M1}$  表示.

此角动量的转移过程将在地球自转周期与月球公转周期相等时结束. 此时, 月球引起的潮汐膨胀将处于月球于地球的中心连线上, 因此, 扭矩将消失.

**1b** 写出表示月地系统终态总角动量  $L_2$  的方程. 作与 **1a** 中相同的假定, 将方程用地球的转动惯量  $I_E$ , 地球的终态自转角速度, 也即月球的终态公转角速度  $\omega_2$ , 以及月球的终态转动惯量  $I_{M2}$  表示.

**1c** 就本题而言, 忽略地球自转对终态总角动量的贡献, 写出表示角动量守恒的方程.

### 2. 月地系统的终态距离与终态角速度

假定月球绕地球转动的轨道是圆的, 并忽略地球自转对终态总角动量的贡献.

**2a** 对月球绕地球的圆形轨道, 写出终态时的引力表达式, 用  $\omega_2$ 、地球质量  $M_E$ 、万有引力常数  $G$  和月地间的终态距离  $D_2$  表示.

**2b** 写出表示月地间终态距离  $D_2$  的方程, 用已知的系统当前总角动量  $L_1$ 、地球质量  $M_E$ 、月球质量  $M_M$  和万有引力常数  $G$  表示.

**2c** 写出表示月地系统终态角速度  $\omega_2$  的方程, 用已知参数  $L_1$ ,  $M_E$ ,  $M_M$  和  $G$  表示.

下面, 将要求你给出  $D_2$  和  $\omega_2$  的数值. 为此, 你需要知道地球的转动惯量.

**2d** 写出表示地球转动惯量  $I_E$  的方程. 假定地球为球形, 当半径小于  $r_1$  时密度为  $\rho_1$ , 半径在  $r_1$  与最外层半径  $r_0$  之间时密度为  $\rho_0$  (见图 3).

在此题中所有数值结果都要求保留两位有效数字.

**2e** 估计地球的转动惯量  $I_E$ . 取  $\rho_1 = 1.3 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $r_1 = 3.5 \times 10^6 \text{ m}$ ,  $\rho_0 = 4.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 和  $r_0 = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ .

地球质量和月球质量分别为  $M_E = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$  和  $M_M = 7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$ . 当前月地间距为  $D_1 = 3.8 \times 10^8 \text{ m}$ . 当前地球自转角速度为  $\omega_{E1} = 7.3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , 月球绕地球的公转角速度为  $\omega_{M1} = 2.7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ , 万有引力常数  $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**2f** 估计系统当前总角动量  $L_1$  的数值.

**2g** 分别以米和以当前距离  $D_1$  为单位, 给出月地终态距离  $D_2$  的值.

**2h** 以  $\text{s}^{-1}$  为单位, 给出终态角速度  $\omega_2$  的值. 以当前的一天时长为单位, 给出终态时一天

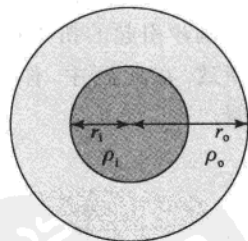


图 3 将地球看成是  $\rho_1$  和  $\rho_0$  两种密度构成的球.

的时长.

给出地球自转的终态角动量和月球公转的终态角动量之比,并由此比值是小量,验证地球自转角动量对总角动量的贡献可忽略的假定是合理的.

21 给出地球自转的终态角动量和月球公转的终态角动量之比.

### 3. 月球每年退行多少?

现在,你要给出月球相对地球每年退行多少.为此,你需要知道现在作用在月球上的扭矩是多少.如图4所示,假定潮汐膨凸可以用位于地球表面的每个质量为  $m$  的两个质点来近似表示.令  $\theta$  为两个膨凸间连线与月地中心连线间的夹角.

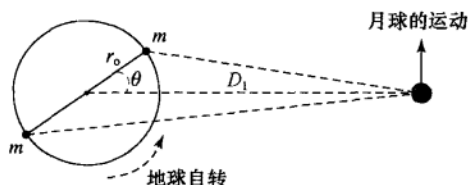


图4 估计地球上的膨凸作用在月球上的扭矩的示意图.此图未按比例.

3a 给出最靠近月球的质点作用在月球上的力  $F_c$  的大小.

3b 给出最远离月球的质点作用在月球上的力  $F_f$  的大小.

你现在可以估计这些质点产生的扭矩.

3c 给出最靠近月球的质点作用在月球上的力矩  $\tau_c$  的大小.

3d 给出最远离月球的质点作用在月球上的力矩  $\tau_f$  的大小.

3e 给出这对质点作用在月球上的总力矩  $\tau$  的大小.由于  $r_0 \ll D_1$ ,在表达式中应该只保留到  $r_0/D_1$  的最低次项.如果  $x \ll 1$ ,你可以利用  $(1+x)^a \approx 1+ax$ ,  $x \ll 1$ .

3f 取  $\theta=3^\circ$  和  $m=3.6 \times 10^{16}$  kg(注意此质量仅为地球质量的  $10^{-8}$ ),计算总扭矩的数值.

因为扭矩是角动量随时间变化的速率,给出当前月地距离每年的增加量.在这一步,仅用  $M_M, M_E, D_1$  和  $G$  来表示月球的角动量.

3g 给出当前月地距离每年的增加量.

最后,估计每年日长的增加量.

3h 给出地球自转角速度  $\omega_{E1}$  每年的下降量,每年日长增加多少?

### 4. 能量到哪里去了?

与保持守恒的角动量不同,系统的总能(包括转动能和引力能)并不守恒.在本题的最后,我们要来考察此问题.

4a 写出月地系统的总能(包括转动能和引力能)  $E$  的表达式,并仅用  $I_E, \omega_{E1}, M_M, M_E, D_1$  和  $G$  表示.

4b 写出  $E$  的变化量  $\Delta E$  作为  $D_1$  的变化量和  $\omega_{E1}$  的变化量的函数.  $D_1$  的变化量和  $\omega_{E1}$  的变化量分别采用 3g 和 3h 中得到的结果,计算一年的  $\Delta E$  数值.

验证这一能量损失与以月球引起地球潮汐的热耗散能所估计的结果一致. 假定潮汐使地球任何地方的水面平均升高  $0.5 \text{ m}$ , 地球表面深度  $h=0.5 \text{ m}$  的水层参与潮汐(为简单起见, 假定地球的整个表面都覆盖满水). 潮汐每天发生两次, 并进一步假定由于水的黏性,  $10\%$  的重力势能在水的下降过程中耗散为热. 取水的密度为  $\rho_{\text{water}}=10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 地球表面附近的重力加速度为  $g=9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

4c 表面水层的质量是多少?

4d 在一年中耗散的能量是多少? 此能量与月地系统每年的能量损失相比如何?

## 2. 多普勒激光冷却与光频俘

本题的目的是要发展一个简单的理论来理解所谓的“激光冷却”和“光频俘”现象. 这一现象是指一束中性原子, 以碱金属最为典型, 被相向传播的同频率激光冷却. 1997 年朱棣文、菲利普斯和库恩-坦努吉就因此项工作获诺贝尔物理学奖.



上图展示的是被捕捉在三个正交的相向传播的激光束对交叉点的钠原子(中心的亮点). 由于耗散性的光学力与在蜜糖中运动的物体所受的黏性阻力类似, 捕捉区域被称为“光频俘”. 在本题中, 你要分析一个光子入射到一个原子时的相互作用和一维的耗散机制.

### I. 激光冷却基础

考虑一个质量为  $m$  的原子以速度  $v$  沿  $+x$  方向运动. 为简单起见, 我们考虑一维问题, 我们将不考虑  $y$  和  $z$  方向(见图 1). 此原子有两个内部能级. 低能级称基态, 能量取为零, 高能级称激发态, 能量记为  $\hbar\omega_0$ , 这里  $\hbar=h/2\pi$ . 原子最初处于基态. 在实验室参考系中频率为  $\omega_L$  的一束激光沿  $-x$  方向照到所讨论的原子上. 按量子力学的观点, 此激光由大量的能量为  $\hbar\omega_L$ , 动量为  $-\hbar q$  的光子组成. 原子可以吸收一个光子, 随后又自发地发射一个光子, 发射的光子沿  $+x$  和  $-x$  方向的概率相等. 因为原子的运动速度远小于光速, 即,  $v/c \ll 1$  ( $c$  是光速), 再考虑到  $\hbar q/mv \ll 1$ , 即, 原子的动量远大于单个光子的动量, 你的结果只需保留到  $v/c$  和  $\hbar q/mv$  的一次项.



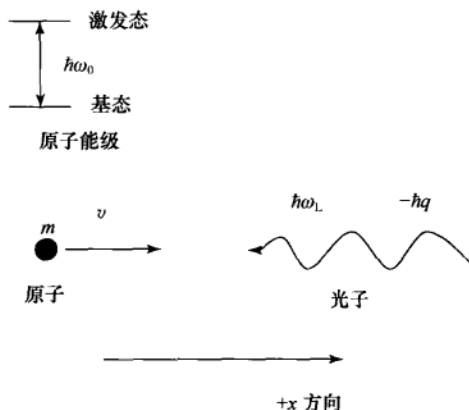


图1 一个质量为  $m$ , 速度  $v$  沿  $+x$  方向的原子与频率为  $\hbar\omega_L$ , 动量为  $-\hbar q$  的光子碰撞的示意图. 原子有两个能量差为  $\hbar\omega_0$  的内部能级.

假定激光的频率  $\omega_L$  被调到某个频率, 使得在运动的原子看来, 该频率激光正好能与原子的两个内部能级间发生跃迁共振. 回答下列问题:

### 1. 吸收

1a 写出光子共振吸收的条件.

1b 写出吸收光子后实验室参考系中原子动量  $p_{at}$  的表达式.

1c 写出吸收光子后实验室参考系中原子总能量  $\epsilon_{at}$  的表达式

### 2. 沿 $-x$ 方向自发发射一个光子

在某些时候, 吸收上述光子后, 原子会沿  $-x$  方向发射一个光子.

2a 写出实验室参考系中看到的沿  $-x$  方向发射的光子的能量  $\epsilon_{ph}$ .

2b 写出实验室参考系中看到的沿  $-x$  方向发射的光子的动量  $p_{ph}$ .

2c 写出沿  $-x$  方向发射一个光子后, 实验室参考系中观察到的原子动量  $p_{at}$ .

2d 写出沿  $-x$  方向发射一个光子后, 实验室参考系中观察到的原子总能量  $\epsilon_{at}$ .

### 3. 沿 $+x$ 方向自发发射一个光子

在某些时候, 吸收上述光子后, 原子会沿  $+x$  方向发射一个光子.

3a 写出实验室参考系中看到的沿  $+x$  方向发射的光子的能量  $\epsilon_{ph}$ .

3b 写出实验室参考系中看到的沿  $+x$  方向发射的光子的动量  $p_{ph}$ .

3c 写出沿  $+x$  方向发射一个光子后, 实验室参考系中观察到的原子动量  $p_{at}$ .

3d 写出沿  $+x$  方向发射一个光子后, 实验室参考系中观察到的原子总能量  $\epsilon_{at}$ .

### 4. 吸收后的平均发射

沿  $-x$  和  $+x$  方向发射一个光子的概率相等. 基于此, 回答如下问题:

4a 写出所发射光子的平均能量  $\epsilon_{ph}$ .

4b 写出所发射光子的平均动量  $p_{ph}$ .

4c 写出发射光子后原子的平均总能量  $\epsilon_{at}$ .

4d 写出发射光子后原子的平均动量  $p_{at}$ .

### 5. 能量和动量转移

如上所述,对一个完整的单光子吸收-发射过程,在激光辐射与原子间存在一个净的平均动量和能量转移.

**5a** 写出经历一个完整的单光子吸收-发射过程后,原子能量的平均变化量  $\Delta\varepsilon$ .

**5b** 写出经历一个完整的单光子吸收-发射过程后,原子动量的平均变化量  $\Delta p$ .

### 6. 沿 $+x$ 方向传播的激光造成的能量动量转移

现在考虑一束频率为  $\omega'_L$  的激光沿  $+x$  方向照到原子上,而原子也以速度  $v$  沿  $+x$  方向运动.假定,在原子参考系看来,激光频率与原子内部能级间跃迁的共振条件依然满足.回答下列问题:

**6a** 写出经历一个完整的单光子吸收-发射过程后,原子能量的平均变化量  $\Delta\varepsilon$ .

**6b** 写出经历一个完整的单光子吸收-发射过程后,原子动量的平均变化量  $\Delta p$ .

## II. 耗散与光频给的基础

然而,量子过程中总是存在不确定性.因此,由原子在吸收一个光子后的有限时间内会发射一个光子可以推断,前面讨论的共振条件不一定要严格满足.即,激光束的频率  $\omega_L$  和  $\omega'_L$  为任意值时吸收-发射过程依然能够发生.当然,这些过程发生的概率会不同.显然,当共振条件得到严格满足时发生的概率最大.平均说来,吸收到发射间经历的时间被称作原子的激发能级的寿命,用  $\Gamma^{-1}$  表示.

考虑  $N$  个相对于实验室参考系静止的原子的集合,有频率为  $\omega_L$  的激光束照到其上.原子不断地吸收和发射光子,平均说来,有  $N_{\text{exc}}$  个原子处于激发态(因而,有  $N - N_{\text{exc}}$  个原子处于基态).经过量子力学计算可以得到下列结果:

$$N_{\text{exc}} = N \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2},$$

这里,  $\omega_0$  是原子跃迁的共振频率,  $\Omega_R$  是所谓的拉比频率,  $\Omega_R^2$  正比于激光束的强度.正如前面提到过的,即使激光频率  $\omega_L$  与原子的共振频率  $\omega_0$  不等,  $N_{\text{exc}}$  也不为零.上面结果的另一种表达方式是:单位时间内发生吸收-发射过程的数目为  $N_{\text{exc}}\Gamma$ .

考虑图2所描述的物理情形,两束频率相同但频率  $\omega_L$  任意的相向传播激光照射到包含  $N$  个原子,以速度  $v$  沿  $+x$  方向运动的原子气上.

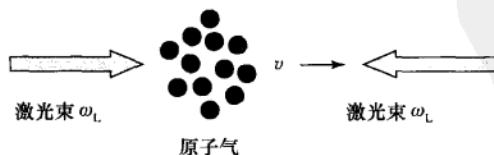


图2 两束频率相同但频率  $\omega_L$  任意的相向传播激光照射到包含  $N$  个原子,以速度  $v$  沿  $+x$  方向运动的原子气上.

### 7. 激光作用到原子束上的力

**7a** 依照到目前为止得到的知识,给出激光作用到原子束上的力.你应该假定  $mv \gg \hbar q$ .

### 8. 低速极限

现在假定原子的速度足够小,使得你可以将力的表达式展开到  $v$  的一阶项.

8a 在此极限下,给出 7a 中力的表达式.

利用此结果,你可以给出利用激光辐照使原子加速、减速和根本不对原子产生影响的条件.

8b 写出得到一个正作用力(即,使原子加速)的条件.

8c 写出作用力为零的条件.

8d 写出得到一个负作用力的条件(使原子减速).

8e 现在考虑原子以速度  $-v$  (沿  $-x$  方向)运动. 写出得到使原子减速的力的条件.

### 9. 光频蚀

在负作用力的条件下,我们得到一个摩擦耗散力. 假定初始时,  $t=0$ , 原子气具有速度  $v_0$ .

9a 在低速极限下,给出在被激光束照射  $\tau$  时间后原子的速度.

9b 现在假定原子气处于温度为  $T_0$  的热平衡状态,给出激光束照射  $\tau$  时间后的温度  $T$ . 此模型不允许你达到任意低的温度.

## 3. 恒星为什么这么大

恒星是炽热的气体球. 大部分恒星发光的能量,来源于在其核心部分发生的将氢变为氦的核聚变过程. 在本题中,我们分别采用经典和量子的观念,以及静电学和热力学的知识,来理解为什么恒星必须足够大才能保证核聚变过程的发生,同时导出能保证氢聚变为氦的反应发生的最小恒星的质量和半径.

#### 有用的常数

万有引力常数  $=G=6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^2$

玻尔兹曼常数  $=k=1.4 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

普朗克常数  $=h=6.6 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}$

质子质量  $=m_p=1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$

电子电量  $=m_e=9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

电量单位  $=q=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

真空介电常数  $=\epsilon_0=8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

太阳半径  $=R_s=7.0 \times 10^8 \text{ m}$

太阳质量  $=M_s=2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$

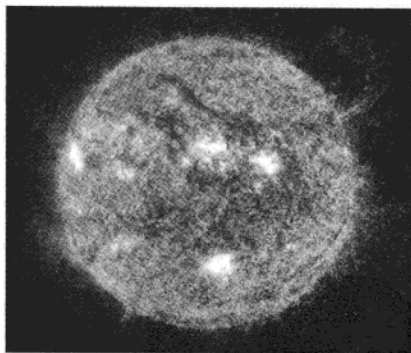


图1 我们的太阳像大多数恒星一样,依靠其中心部分发生的氢聚变为氦的热核反应来发光.

#### 1. 恒星中心温度的经典理论估算

假设构成恒星的气体是电离氢(等数量的质子与电子),并假设可以把构成恒星的气体当作理想气体来处理. 根据经典理论的观点,要使聚变发生,两个质子间的距离必须小到  $10^{-15} \text{ m}$ . 只有在这样小的间距下,质子间吸引性的短程核力才足以盖过排斥力. 两个质子要能够靠近到这样小的距离,它们首先需要克服库仑斥力. 假设可以把质子看作经典的点电荷. 考虑两个质

子以速度  $v_{\text{rms}}$  ( $v_{\text{rms}}$  为质子速度的方均值) 反向运动并发生一维正碰。

**1a** 气体的温度  $T_c$  要到达什么值才能使质子最小间距  $d_c$  等于  $10^{-15}$  m? 本题所有数值结果保留两位有效数字。

## 2. 证明前面估算的温度是错误的

为验证前面估算的温度是否合理, 我们需要一个独立的方法来估算恒星中心的温度. 恒星的结构是非常复杂的, 但作一些合理的假设, 我们可以获得很具意义的理解. 恒星处于平衡状态, 既不膨胀也不收缩, 向内的万有引力与向外的气体压力相平衡 (见图 2). 对于距离恒星中心  $r$  的气体薄层, 流体静力学的平衡条件给出以下关系

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} = -\frac{GM_r \rho_r}{r^2},$$

其中  $P$  为气体压强,  $G$  为万有引力常数,  $M_r$  为恒星中心半径为  $r$  的球体所包含的气体的质量,  $\rho_r$  是所考察的气体球壳的密度.

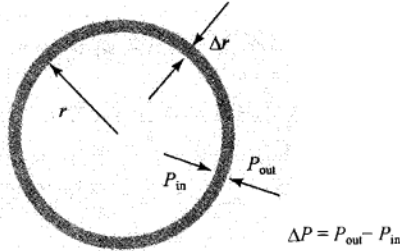


图 2 在恒星中万有引力与气体压力差达到静力学平衡。

可通过恒星中心和表面的参数, 来估算恒星中心温度的数量级, 采用以下近似:

$$\Delta P \approx P_c - P_s,$$

其中  $P_c$  与  $P_s$  分别是恒星核心处和恒星表面的压强. 由于  $P_c \gg P_s$ , 我们可以假设

$$\Delta P \approx -P_c.$$

此时, 我们有

$$\Delta r \approx R,$$

这里  $R$  是恒星的半径,

$$M_r \approx M_R = M,$$

其中  $M$  是恒星的总质量.

气体密度可以近似取为恒星中心气体密度的值

$$\rho_r \approx \rho_c.$$



可以假设压强为理想气体的压强.

**2a** 导出一个仅由恒星半径、恒星质量和若干物理常数确定恒星中心温度  $T_c$  的方程.

我们可以用此模型的以下推论作为其是否有效的判据:

**2b** 根据 **2a** 中得到的方程, 写出恒星  $M/R$  的表达式, 结果仅用物理常数和  $T_c$  表达.

**2c** 采用 **1a** 中导出的  $T_c$  的值, 计算一个恒星质量半径比  $M/R$  的数值.

**2d** 计算太阳的质量半径比  $M(\text{Sun})/R(\text{Sun})$ , 并验证此值远小于 **2c** 中得到的值.

### 3. 恒星中心温度的量子力学理论估算

**2d** 中计算结果的巨大不一致说明 **1a** 中经典方法估算的  $T_c$  是不正确的. 如果考虑量子力学效应则这个不一致的问题可以得到解决. 按量子力学质子表现出波动性, 而一个质子则弥散在一个德布罗意波长  $\lambda_p$  数量级的空间范围内. 这意味着, 当质子间的最小距离  $d_c$  达到  $\lambda_p$  的数量级时, 质子在量子力学意义上发生重叠, 聚变得以发生.

**3a** 假设  $d_c = \frac{\lambda_p}{2^{1/2}}$  为聚变发生的条件, 对于速度为  $v_{\text{rms}}$  的质子, 导出一个仅由物理常数确定  $T_c$  的方程.

**3b** 计算 **3a** 得到的  $T_c$  的数值.

**3c** 采用 **3b** 中得到的  $T_c$  的值和 **2b** 导出的公式, 计算一个恒星的质量半径比  $M/R$  的数值. 验证这个数值与观测到的太阳的质量半径比  $M(\text{Sun})/R(\text{Sun})$  相吻合.

的确, 在相当大的质量范围内, 所谓主星序恒星(氢聚变)  $M/R$  的数值的确近似等于这里得到的结果.

### 4. 恒星的质量半径比

前面结果的吻合表明, 估算太阳中心温度的量子力学方法是正确的.

**4a** 利用前面的结果证明靠氢聚变发光的恒星的质量  $M$  与半径  $R$  之比是相同的并只由物理常数确定. 导出计算氢聚变恒星的关于比率  $M/R$  的方程.

### 5. 最小恒星的质量与半径

根据 **4a** 中得到的结果, 只要该关系成立, 恒星的质量可以取任何值. 但实际情况并不是这样.

我们知道正常的氢聚变恒星中的气体可以近似看作理想气体. 这意味着电子的平均间距  $d_e$  要大于电子的典型德布罗意波长  $\lambda_e$ . 如果相距更近, 电子会处于所谓的简并态, 而恒星的表现也将有所不同. 注意我们处理恒星中质子和电子的不同方式. 对于质子, 其德布罗意波须重叠以发生聚变. 而对于电子, 其德布罗意波须不发生叠加, 以便可将其当作理想气体来处理.

恒星中的密度随半径的减少而增加. 不过在作数量级估算时我们仍将恒星的密度看作是不变的. 进一步, 你可使用条件  $m_p \gg m_e$ .

**5a** 导出关于恒星中电子的平均数密度  $n_e$  的方程.

**5b** 导出关于恒星中电子典型间距  $d_e$  的方程.

5c 采用条件  $d_e \geq \frac{\lambda_e}{2^{1/2}}$ , 写出一个关于可能的最小正常恒星的半径的方程. 设恒星内部温度均与恒星中心温度相同.

5d 求可能的最小正常恒星半径的数值, 分别用米和太阳半径两种单位表示.

5e 求可能的最小正常恒星质量的数值, 分别用千克和太阳质量两种单位表示.

### 6. 老年恒星中氦核的聚变

随着恒星的老年化, 其核心处的氢大部分都已聚变成氦(He). 这些恒星要继续发光的话, 必须发生将氦核聚变成更重的元素的核聚变. 一个氦核包含两个质子和两个中子, 即两倍于质子的电量和四倍于质子的质量. 前面我们已经给出质子聚变的条件为  $d_e = \frac{\lambda_p}{2^{1/2}}$ .

6a 对照质子的情况, 设定氦核发生聚变的条件, 计算氦核发生聚变所需的氦核速度的方均根值  $v_{\text{rms}}(\text{He})$ , 及温度  $T(\text{He})$ .

## 实验题

本次竞赛的实验部分包括 2 个试题. 其中第 1 题的目的是测量一激光二极管的工作波长, 第 2 题的目的是测量云母的双折射.

### 二极管激光装置和可调节反射镜

在两个实验试题中, 你都需要一个二极管激光器、激光器的支架、电源以及一个安装在调节座上的反射镜.

在你确定先做哪一个实验之前, 我们建议你按图 0 所示安装激光器和反射镜. 用如下材料:

1) 木制光学平台;

2) 二极管激光器组: 包括二极管激光器, 支杆, “S”形夹子和电源盒(标记为“A”). 安装时请参考照片. 注意不要直接看激光束.

3) 可调节反射镜: 该装置有两个调节旋钮和一个支杆(标记为“B”). 安装时请参考照片. 注意: 把支杆安在光学平台上时不要碰到反射镜镜面. 装上反射镜之后再取下纸盖.

按图 0 所示安装装置. 激光束的光路调整后面再做. 注意: 虽然我们提供了备用的内六角扳手, 所有东西用手就可以固定.

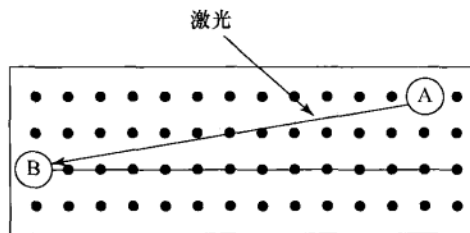
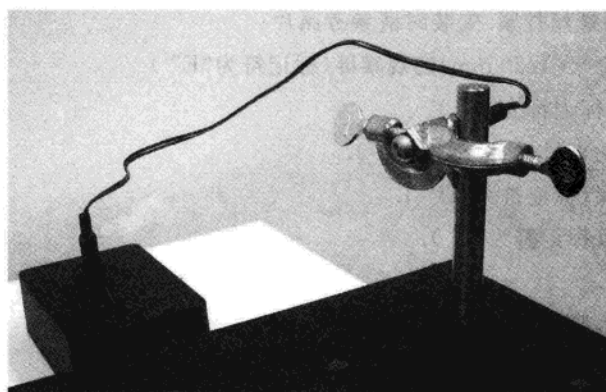
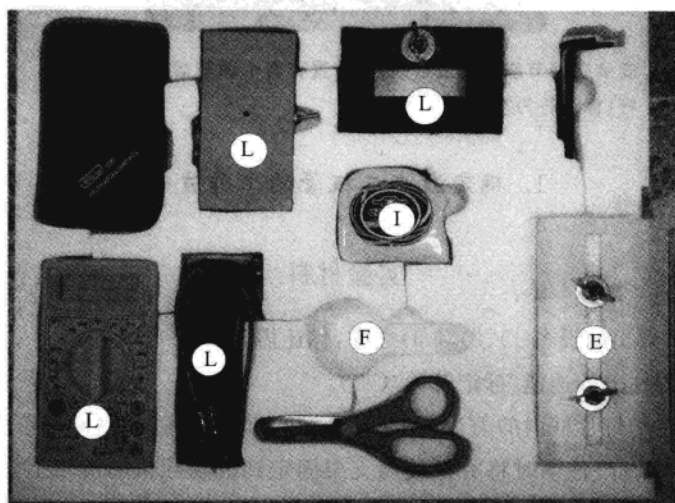
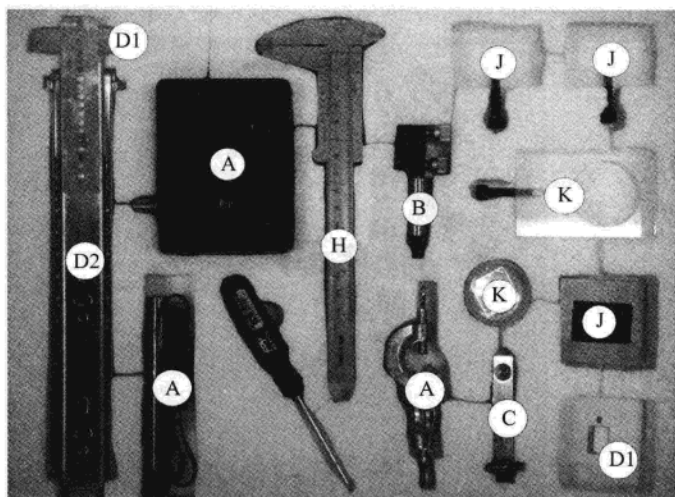
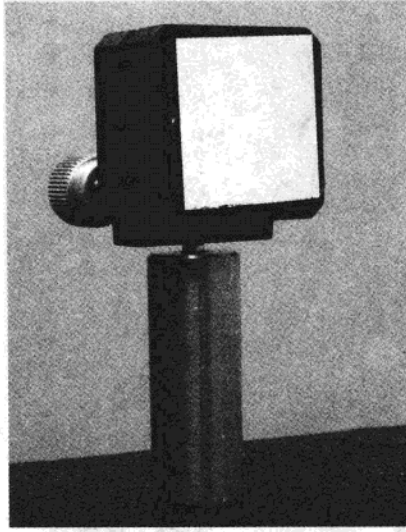


图 0 安装激光器和反射镜



二极管激光器,支杆,“S”形固定夹和电源(标记符为“A”).



安装在调节座上的反射镜,该装置有两个调节旋钮和一个支杆(标记符为“B”).

### 1. 确定激光二极管的工作波长

#### 实验材料

除了实验说明列出的设备 1)、2)和 3)之外,你还需要:

4) 装在一个方柱上的透镜(标记符为“C”).

5) 一个安放在幻灯片框内的刀片,一个带滑槽的有机玻璃支架(标记符为“D1”),一个滑动导轨(标记符为“D2”).使用时将有机玻璃支架固定到滑动导轨的滑轨上,再将滑动导轨固定在光学平台上.刀片可以在有机玻璃支架上的滑槽内滑动.如有必要,请用改锥(螺丝刀)将固定有机玻璃支架的螺丝拧紧.安装时请参考照片.

6) 一个带有游标尺(1/20 mm)的观察屏(标记符为“E”).

7) 一个放大镜(标记符为“F”).

8) 一把 30 cm 的直尺(标记符为“G”).

9) 一把游标卡尺(标记符为“H”).

10) 一个钢卷尺(标记符为“I”).

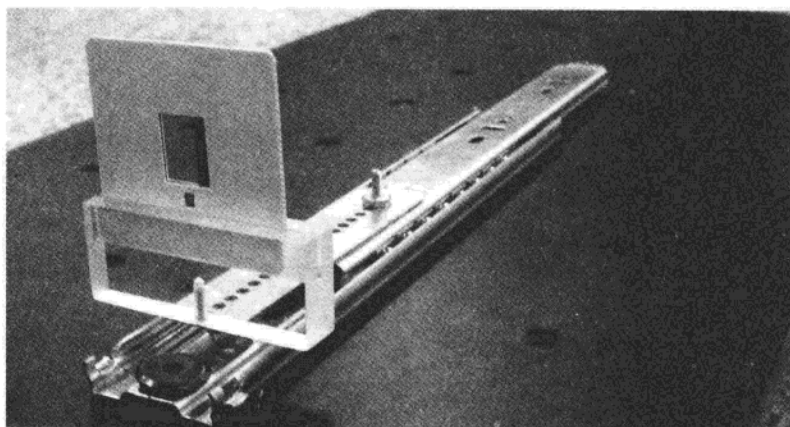
11) 一个计算器.

12) 若干白卡片,胶带,粘贴纸,剪刀,三角尺等.

13) 铅笔、纸、绘图纸.







安放在幻灯片框内的刀片被置于一个带滑槽的有机玻璃支架上(标记符为“D1”),该支架又被固定到一个滑动导轨上(标记符为“D2”).

### 实验描述

实验要求你测量二极管激光的波长. 这个测量的特点是没有任何微米标尺(例如没有事先刻好的衍射光栅)可用. 最小测量长度是毫米数量级. 这里的波长需要用光在锋利的刀片边缘的衍射来测量.

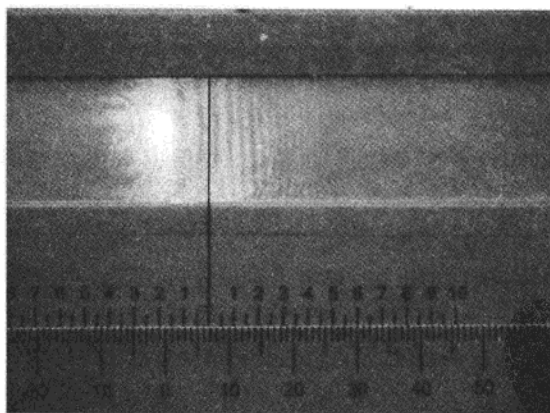


图 1.1 典型的干涉图像

当激光束(A)经反射镜(B)反射后,须让它通过一个透镜(C),该透镜的焦距约为几个厘米. 可以假设焦点是一个点光源,球面波从该点发出. 激光束经过透镜后在其光路上受到锋利刀片的边缘阻碍. 刀片边缘可以当作一个发出柱面波的光源. 上述球面波和柱面波在前方相互干涉,形成能在屏上被观测到的衍射图像. 参见图 1.1 中的典型图像的照片.

有两种重要的光路配置的情形,分别由图 1.2 和 1.3 示意.

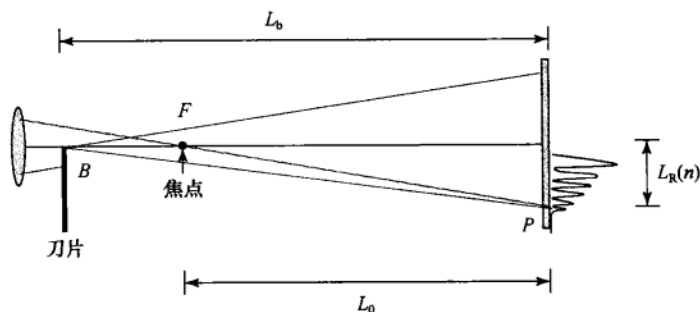


图 1.2 情形 I. 刀片在透镜的焦点之前. 该图未按比例绘制.  $B$  是刀片边缘,  $F$  为焦点

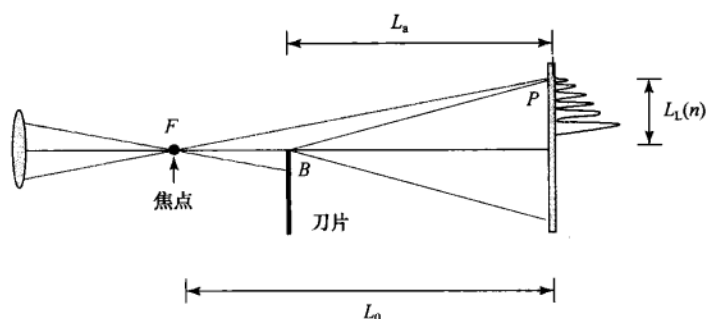


图 1.3 情形 II. 刀片在透镜的焦点之后. 该图未按比例绘制.  $B$  是刀片边缘,  $F$  为焦点

## 实验装置

### 任务 1.1 实验装置

设计一套光路, 以获得前面所述的干涉图像. 要保证从焦点到屏的距离  $L_0$ . 要远大于焦距.

- 在所给的光学平台图版上绘出你的实验装置的草图, 即在光学平台图版上标出不同设备的标记符, 还可以在此基础上加画一些简单内容以使你的设计更清楚.
- 你可以用一张白卡片来跟踪光束的路线, 以帮助调节激光束的方向.
- 在实验装置草图上示意绘出激光束的传播路线, 给出测得的激光束相对于光学平台的高度  $h$ .

**注意:** 忽略可能出现的较大的圆形图斑, 这是由激光二极管本身导致的结果.

用一些时间来熟悉你的上述实验装置. 你应该能在屏上看到 10 来条竖直的线状条纹. 你要读的是暗纹的位置. 你可以用放大镜更清楚地看到条纹的位置. 观察条纹最好的位置是在被照射的屏(E)的背面. 所以, 屏上的标尺应该面向光学平台外侧. 如果光路正确, 只需简单滑动导轨(D2)使刀片(D1)前后移动, 你就能分别看到情形 I 和情形 II 对应的两种衍射条纹花样.

## 理论考虑

由前述图 1.2 和 1.3 知, 有 5 个基本长度.

$L_0$ : 从焦点到屏的距离.

$L_b$ : 从刀片到屏的距离, 情形 I.

$L_a$ : 从刀片到屏的距离, 情形 II.

$L_R(n)$ :  $n$  级暗纹的位置, 情形 I.

$L_L(n)$ :  $n$  级暗纹的位置, 情形 II.

无论是情形 I 还是情形 II, 第一个暗纹都是最宽的一个, 对应  $n=0$ .

你的实验装置必须满足: 对情形 I,  $L_R(n) \ll L_0, L_b$ ; 对情形 II,  $L_L(n) \ll L_0, L_a$ .

光波的干涉现象是由于同一点发出的光波的光程差造成的. 根据相位差的不同, 波可以相消(相消干涉)形成暗纹; 波也可以相长(相长干涉)写成亮纹.

详细分析这些波的干涉, 可给出如下产生暗纹的条件. 对情形 I:

$$\Delta_I(n) = \left(n + \frac{5}{8}\right)\lambda, \quad \text{当 } n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.1)$$

对情形 II:

$$\Delta_{II}(n) = \left(n + \frac{7}{8}\right)\lambda, \quad \text{当 } n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.2)$$

这里  $\lambda$  是激光束的波长,  $\Delta_I$  和  $\Delta_{II}$  分别是两种情形光程差.

情形 I 中的光程差是

$$\Delta_I(n) = (BF + FP) - BP, \quad \text{当 } n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.3)$$

而对情形 II 是:

$$\Delta_{II}(n) = (FB + BP) - FP, \quad \text{当 } n = 0, 1, 2, \dots. \quad (1.4)$$

**任务 1.2 光程差的表达式.** 假设公式(1.3)和(1.4)分别满足: 情形 I,  $L_R(n) \ll L_0, L_b$ ; 情形 II,  $L_L(n) \ll L_0, L_a$  (需要确认你的装置的确满足这些条件), 求出  $\Delta_I(n)$  和  $\Delta_{II}(n)$  的近似表达式, 结果用  $L_0, L_b, L_a, L_R(n)$  和  $L_L(n)$  表示出来. 当  $x \ll 1$  时, 你可以用近似公式  $(1+x)^r \approx 1+rx$ .

使用上述公式的实验困难是  $L_0, L_R(n)$  和  $L_L(n)$  不能精确测量.  $L_0$  测不准的原因是不容易找到透镜焦点的位置; 后两个量测不准的原因是它们的零点位置非常难以确定.

为解决  $L_R(n)$  和  $L_L(n)$  的测量困难, 可以选择屏(标记符为“E”)标尺的零点(0)作为你测量所有条纹位置的参考零点. 令  $l_{0R}$  和  $l_{0L}$  分别为定义  $L_R(n)$  和  $L_L(n)$  时所用的零点位置, 此时, 它们实际上是未知的. 再令  $l_R(n)$  和  $l_L(n)$  为条纹到你选取的原点的距离. 因此,

$$L_R(n) = l_R(n) - l_{0R} \quad \text{和} \quad L_L(n) = l_L(n) - l_{0L}. \quad (1.5)$$

## 实验操作和数据分析处理

### 任务 1.3 测量暗条纹的位置和刀片的位置

- 对情形 I 和情形 II, 分别测量不同条纹编号  $n$  下暗条纹的位置  $l_R(n)$  和  $l_L(n)$ . 将测量结果记入表 I 中. 对每种情形, 测量的条纹位置数要尽可能达到或超过 8.

- 还要报告测得的刀片位置  $L_b$  和  $L_a$ , 并注明所用测量仪器(用该仪器的标记符标记).

- **重要建议:** 为分析简单和结果精确起见, 不要由  $L_b$  和  $L_a$  计算得到  $d=L_b-L_a$ , 而是要直接测量. 以标记符标明你测量  $d=L_b-L_a$  时所用的仪器.

你的测量结果必须要包括不确定度.

**任务 1.4 数据分析处理.** 由现有的信息你已经可以得出  $l_{0R}$  和  $l_{0L}$ , 当然也包括波长  $\lambda$  的值.

- 设计一个方案来得到这些值, 并写出所需的表达式或方程.
- 结果要包括误差分析. 你可以用表 I, 也可以用自己的表来给出你的结果, 但要确保你的表中各栏名称能清楚反映其内容.
- 用所给的图纸选用适当变量画图得到所需量.
- 分别写出带不确定度的  $l_{0R}$  和  $l_{0L}$  的值.

**任务 1.5 计算  $\lambda$ .** 写出  $\lambda$  值的计算结果. 其中包括不确定度和得到它的过程. **建议:** 在计算  $\lambda$  时, 凡出现  $(L_b - L_a)$  之处, 均可以用  $d$  代替, 并使用  $d$  的测量值来作计算.

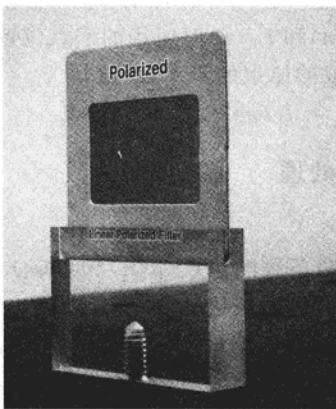
## 2. 云母的双折射

本实验的目的是测定云母的双折射量.

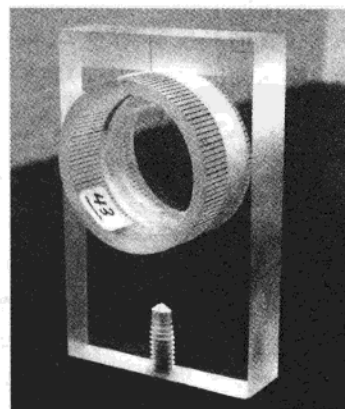
### 实验器材

除 1)、2)、3) 项实验器材外, 还需使用:

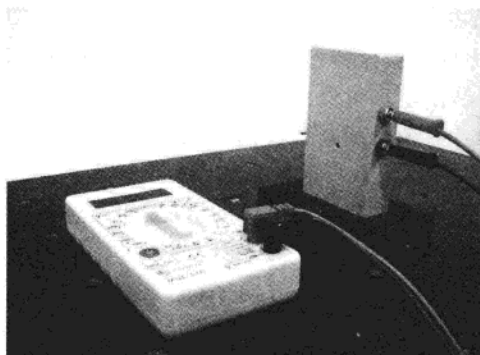
- 14) 两片装在幻灯片框内的偏振片. 每个偏振片还配有一个有机玻璃座(标记符为 J). 参见装配说明照片.
- 15) 一个装在小塑料圆筒内的云母薄片, 小塑料圆筒外部有不标数字的刻线; 圆筒有一个有机玻璃座(标记符为 K). 参见装配说明照片.
- 16) 光探测装置. 包括: 一个装在塑料盒中的光探测器、连接用导线、用于固定光探测器的泡沫套. 用一个万用表来测量光探测器的输出电压(标记符为 L). 参见装配和连线说明照片.
- 17) 计算器.
- 18) 指示激光束用白色厚纸片、胶带、剪刀、三角尺.
- 19) 铅笔、纸、坐标纸.



装在幻灯片框内配有有机玻璃座的偏振片 (标记符为 J).



装有不带数字的刻线的小塑料圆筒内的云母薄片(标记符为 K).



一个装在塑料盒中的光探测器、连接导线、泡沫套。用来测量光探测器输出电压的万用表(标记符号为L)。按此照片连线。

### 现象的描述

光是电磁波,并且是横波,其电场方向与传播方向垂直,并在此方向上随光的传播而振荡。如果电场的振荡方向始终保持在同一平面内,则称光波为线偏振光,或简称偏振光。见图 2.1。

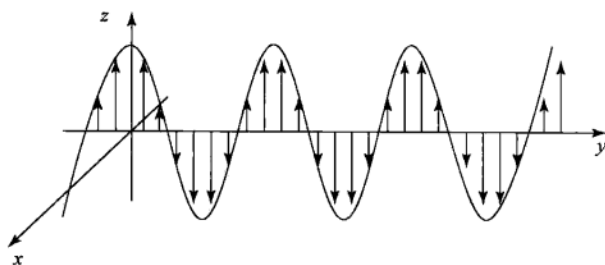


图 2.1 偏振方向为  $z$  方向,传播方向为  $y$  方向的光波。

偏振片的材料特性使其有一个与其表面平行的特殊方向,只允许电场方向与此方向(即透振方向)一致的光波通过。(与透振方向平行的方向记为(+)方向,与透振方向垂直的方向记为(-)方向)

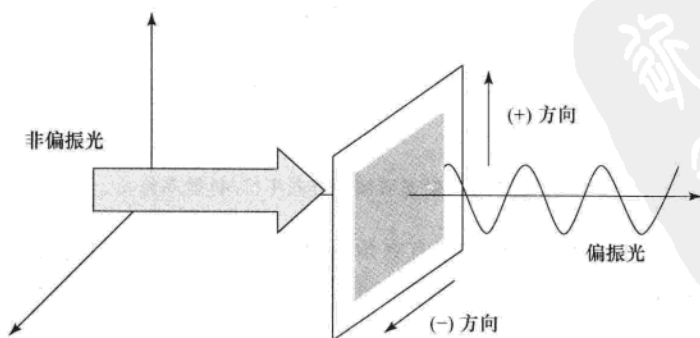


图 2.2 非偏振光正入射到偏振片上,透射光为沿透振方向偏振的光。

一般的透明材料(例如窗玻璃)不改变光波的偏振方向,因为其折射率不随入射光波的方向及偏振特性而变化.但许多晶体,包括云母,它们的折射率与光波的电场方向有关.对于传播方向与云母片表面垂直的光,云母薄片有两个相互垂直的特殊轴向,我们称之为轴1和轴2.这导致了一种称为双折射的现象.

作为双折射的例子我们分析一下两个简单的情况.假设竖直偏振的光波正入射到云母薄片的一个表面上.

情形1) 轴1或轴2与入射光波偏振方向平行.光波偏振方向不发生变化,但云母的折射率分别为  $n_1$  或  $n_2$ . 见图 2.4 和图 2.5.

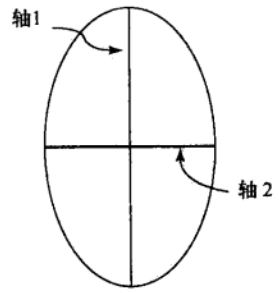


图 2.3 云母薄片的两个特殊轴向,轴1和轴2.

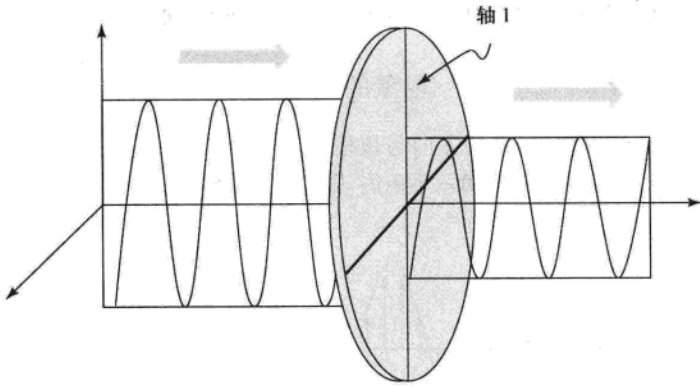


图 2.4 轴1与入射光波偏振方向平行. 折射率为  $n_1$ .

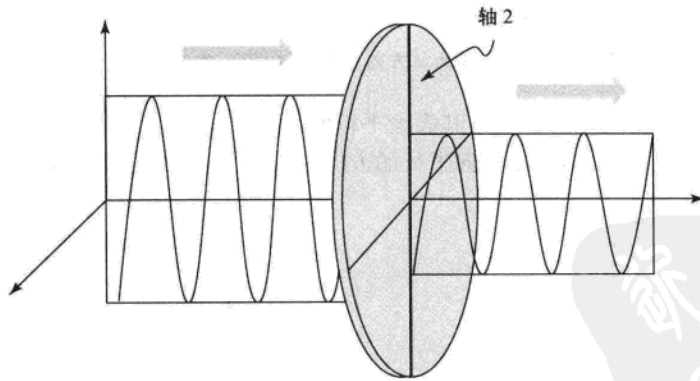
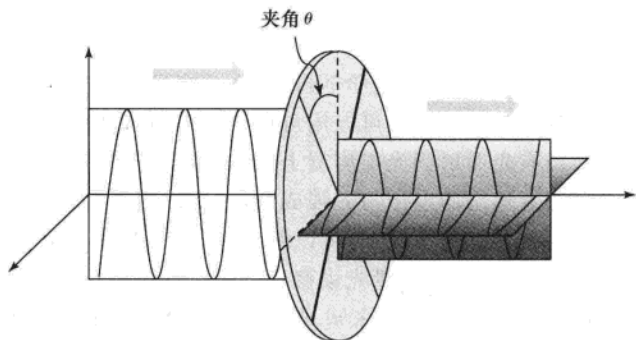


图 2.5 轴2与入射光波偏振方向平行. 折射率为  $n_2$ .

情形2) 轴1与入射光波偏振方向有夹角  $\theta$ . 此时透射光波具有更为复杂的偏振态,可看作是相位不同的垂直偏振(与入射波偏振方向平行)光波和水平偏振(与入射波偏振方向垂直)光波的叠加.

图 2.6 轴 1 与入射光波偏振方向有夹角  $\theta$ .

记  $I_P$  为偏振方向与入射波偏振方向平行的光波的光强,  $I_O$  为方向与入射波偏振方向垂直的光波的光强. 这两个光强的大小与夹角  $\theta$ 、波长  $\lambda$ 、云母片厚度  $L$  以及折射率差  $|n_1 - n_2|$  有关. 折射率差  $|n_1 - n_2|$  被称为介质的双折射量. 本实验的目的就是测量云母的双折射量. 与偏振片配合, 双折射介质可用来控制光波的偏振态.

需要指出的是, 光探测器测量的是照射到探测器上的光强, 与光波的偏振态无关.

由于还与其它因素(如云母对光波的吸收)有关,  $I_P(\theta)$  和  $I_O(\theta)$  与夹角  $\theta$  的关系是十分复杂的. 如果按

$$\bar{I}_P(\theta) = \frac{I_P(\theta)}{I_P(\theta) + I_O(\theta)}, \quad (2.1)$$

及

$$\bar{I}_O(\theta) = \frac{I_O(\theta)}{I_P(\theta) + I_O(\theta)}, \quad (2.2)$$

定义  $\bar{I}_P(\theta)$  和  $\bar{I}_O(\theta)$ , 它们与夹角  $\theta$  有简单的近似关系

$$\bar{I}_P(\theta) = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta) \quad (2.3)$$

及

$$\bar{I}_O(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta). \quad (2.4)$$

这里相位差  $\Delta\phi$  是平行和垂直方向两种情形的透射光的相位差, 由下式给出

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2|, \quad (2.5)$$

其中  $L$  是云母薄片的厚度,  $\lambda$  是入射光的波长,  $|n_1 - n_2|$  为双折射量.

## 实验装置

### 任务 2.1 测量光强的实验装置.

设计一个测量透射光的  $I_P$  和  $I_O$  光强与夹角  $\theta$  关系的装置(见图 2.6),  $\theta$  可以是偏振方向与两个光轴中任意一个光轴的夹角. 设计结果用在光学平台的示意图上相应位置处标出所用实验器材的标记符的方式来表达. 用 (+) 或 (-) 来标记偏振片透振方向的平行和垂直. 可以在示意图上画简单的线条以把你的设计表达得更清楚.

**任务 2.1 a)** 测量  $I_P$  的装置设计.

**任务 2.1 b)** 测量  $I_O$  的装置设计.

**激光束的调整.** 调整激光束,使其与光学平台平行,并通过装有云母薄片的圆筒的中心.可用提供的白色厚纸片确定激光束的位置.可以用可调节反射镜对光束作小的调整.

**光探测器和万用表.** 当有光照射到光探测器上时,光探测器会有电压输出.用所提供的万用表测量这个电压.光探测器输出的电压与光强成正比,所以用光探测器的输出电压来记录光强.在没有激光入射到光探测器上的情况下,可以测量背景光强.背景光强对应的输出电压应小于  $1\text{ mV}$ .在进行光强测量时不要作背景光强修正.

**注意:** 激光束是部分偏振的但其方向未知.故在仅加入起偏器时,先要转动激光器使透过的光强最大,这样才能确保在后面的实验中得到较大的光强.

## 光强测量

**任务 2.2 角度刻度的标定.**

装有云母薄片的圆筒外部有等角度的刻线.写出最小间隔(即两条相邻刻线之间的间隔)所对应的角度(用度表示).

(近似)确定  $\theta$  的零点位置和/或云母片光轴的位置.找到夹角  $\theta$  等于  $0$  的位置对数据分析是十分重要的.我们建议首先确定云母的一个光轴(轴 1)的位置.几乎可以肯定的是这个位置不与任何圆筒上刻线重合.因此先选择最接近此位置的刻线作为夹角的临时原点,将从临时原点出发测量的角度记为  $\bar{\theta}$ .稍后你会被要求确定  $\theta$  零点的更精确的位置.

**任务 2.3 测量  $I_P$  和  $I_O$ .** 对于你认为必要的多个  $\bar{\theta}$  取值,测量光强  $I_P$  和  $I_O$ .将测量结果填入表 1 中.应在同一云母片位置(即相同的  $\bar{\theta}$  取值)分别测量光强  $I_P$  和  $I_O$ .

**任务 2.4 确定  $\theta$  零点的正确位置.**  $\theta$  角的零点由轴 1 的位置定义.正如前面所强调的,几乎可以肯定的是轴 1 的位置不与圆筒上的任何刻线相重合.你可以选择采用作图的方法或数值计算的方法来确定  $\theta$  角的零点.在极大值或极小值附近,光强曲线可用抛物线来近似:

$$I(\bar{\theta}) \approx a\bar{\theta}^2 + b\bar{\theta} + c,$$

抛物线的极大值或极小值点由下式给出

$$\bar{\theta}_m = -\frac{b}{2a}.$$

确定了  $\theta$  角的零点后就可以将任务 2.3 表 1 中的  $\bar{\theta}$  值加上一个偏移量  $\delta\bar{\theta}$  得到正确的  $\theta$  的值:  $\theta = \bar{\theta} + \delta\bar{\theta}$ . 写出偏移量  $\delta\bar{\theta}$  的值,结果用度表达.

## 数据分析

**任务 2.5 选择适当的变量.** 选择  $\bar{I}_P(\bar{\theta})$  或  $\bar{I}_O(\bar{\theta})$  进行分析,以求得相位差  $\Delta\phi$  的值.说明你所选择的变量.

**任务 2.6 数据分析与相位差**

- 将数据分析所用变量的值填入表 2 中.确定你使用的是修正了的角度  $\theta$  值.包含不确定度.在坐标纸上画出你的数据点.

- 以得到相位差  $\Delta\phi$  为目的,对上面的数据作统计分析.给出你的结果及结果的不确定度.写出分析中所用到的方程或公式.将此处统计分析得到的结果,以直线的形式画在(已标有



数据点的)坐标纸上.

- 计算相位差  $\Delta\phi$  及其不确定度的值, 结果用弧度表示. 在区间  $[0, \pi]$  确定相位差的值.

**任务 2.7 计算双折射量  $|n_1 - n_2|$ .** 注意到在相位差  $\Delta\phi$  上增加  $2\pi$  的整数倍或改变  $\Delta\phi$  的符号, 都不会改变光强的大小, 但双折射量  $|n_1 - n_2|$  却会改变. 所以在采用任务 2.6 中得到的  $\Delta\phi$  来计算双折射量  $|n_1 - n_2|$  时须作如下处理:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2| \quad \text{若 } L < 82 \times 10^{-6} \text{ m}$$

或

$$2\pi - \Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2| \quad \text{若 } L > 82 \times 10^{-6} \text{ m},$$

这里  $L$  是云母片的厚度, 其值可以在装云母片的小圆筒上找到, 单位为微米 ( $\mu\text{m}$ ) ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ ).  $L$  的不确定度可取为  $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ . 你可用实验试题 1 中得到的激光波长作为这里的波长, 也可以用红光区间  $620 \times 10^{-9} \text{ m}$  至  $750 \times 10^{-9} \text{ m}$  的平均值作为这里的波长. 写出  $L, \lambda$  和  $|n_1 - n_2|$  的值及不确定度, 并写出用于不确定度计算的公式.

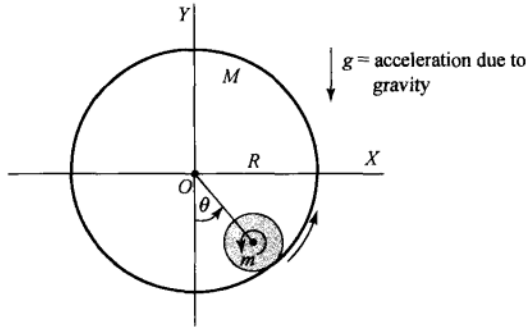


## 附录(三) 第 10 届亚洲物理奥林匹克竞赛 试题及参考解答<sup>①</sup>

### THEORETICAL PROBLEMS

#### 1. Rolling Cylinders

A thin-walled cylinder of mass  $M$  and rough inner surface of radius  $R$  can rotate about its fixed central horizontal axis  $OZ$ . The  $Z$ -axis is perpendicular to and out of the page. Another smaller uniform solid cylinder of mass  $m$  and radius  $r$  rolls without slipping (except for question 1.8) on the inner surface of  $M$  about its own central axis which is parallel to  $OZ$ .



1.1) The rotation of  $M$  is to be started from rest at the instant  $t=0$  when  $m$  is resting at the lowest point. At a later time  $t$  the angular position of the centre of mass of  $m$  is  $\theta$  and by then  $M$  has turned through an angle  $\phi$  radians. How many radians (designated  $\Psi$ ) would have mass  $m$  turned through about its central axis relative to a fixed line (for example, the negative  $Y$ -axis)? Give your answer in terms of  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $R$  and  $r$ .

1.2) What is the angular acceleration of  $m$ ,  $\frac{d^2}{dt^2}\Psi$ , about its own axis through its centre of mass? Give your answer in terms of  $R$ ,  $r$ , and derivatives of  $\theta$  and  $\phi$ .

1.3) Derive an equation for the angular acceleration of the centre of mass of  $m$ ,  $\frac{d^2}{dt^2}\theta$ , in terms of  $m$ ,  $g$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $\theta$ ,  $\frac{d^2}{dt^2}\phi$ , and the moment of inertia  $I_{CM}$  of  $m$  about its central axis.

1.4) What is the period of small amplitude oscillation of  $m$  when  $M$  is constrained to rotate at a constant angular velocity? Give your answer only in terms of  $R$ ,  $r$ , and  $g$ .

<sup>①</sup> 第 10 届亚洲物理奥林匹克竞赛于 2009 年 4 月 24 日~5 月 2 日在泰国曼谷举行. 试题及参考解答见官方网站: <http://mpec.sc.mahidol.ac.th/apho10/>.

1.5) What is the value of  $\theta$  for the equilibrium position of  $m$  in question 1.4?

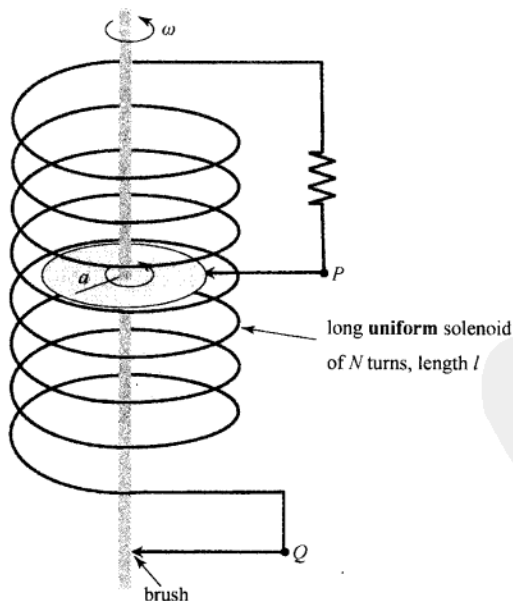
1.6) What is the equilibrium position of  $m$  when  $M$  is rotating with a constant angular acceleration  $\alpha$ ? Give your answer in terms of  $R$ ,  $g$ , and  $\alpha$ .

1.7) Now  $M$  is allowed to rotate (oscillate) freely, without constraint, about its central axis  $OZ$  while  $m$  is executing a small-amplitude oscillation by pure rolling on the inner surface of  $M$ . Find the period of this oscillation.

1.8) Consider the situation in which  $M$  is rotating steadily at an angular velocity  $\Omega$  and  $m$  is rotating (rolling) about its stationary centre of mass, at the equilibrium position found in question 1.5.  $M$  is then brought abruptly to a halt. What must be the lowest value of  $\Omega$  such that  $m$  will roll up and reach the highest point of the cylindrical surface of  $M$ ? The coefficient of friction between  $m$  and  $M$  is assumed to be sufficiently high that  $m$  begins to roll without slipping soon after a short skidding right after  $M$  is stopped.

## 2. A Self-excited Magnetic Dynamo

A metallic disc of radius  $a$  mounted on a slender axle is rotating with a constant angular velocity  $\omega$  inside a long solenoid of inductance  $L$  whose two ends are connected to the rotating disc by two brush contacts as shown. The total resistance of the whole circuit is  $R$ . A small magnetic disturbance can initiate the growth of an induced electromotive force across the terminals  $P$ ,  $Q$ .



2.1) Write down the differential equation for  $i(t)$ , the current through the circuit. Express your answer in terms of  $L$ ,  $R$ , and the induced e. m. f. ( $\epsilon$ ) across the terminals  $P$  and  $Q$ .

2.2) What is the value of the magnetic flux density ( $B$ ) in terms of  $i$ ,  $N$ ,  $l$ , and the permeability of free space  $\mu_0$ ? Ignore the magnetic field generated by the disc and the axle.

2.3) What is the expression for the induced e. m. f. ( $\epsilon$ ) in terms of  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $a$ ,  $l$ ,  $i$ , and the angular velocity  $\omega$ ?

2.4) Solve the equation in question 2.1 for current at any time  $t$  in terms of the initial current  $i(0)$ , and other parameters.

2.5) What is the minimum value of the angular velocity that will permit the current to grow? Give your answers in terms of  $R$ ,  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $a$ , and  $l$ .

2.6) In order to maintain a certain steady angular velocity  $\omega$ , what must be the value of torque applied to the axle at the instant  $t$ ?

### 3. The Leidenfrost Phenomenon

The purpose is to estimate the lifetime of a (hemispherical) drop of a liquid sitting on top of a very thin layer of vapour which is thermally insulating the drop from the very hot plate below.

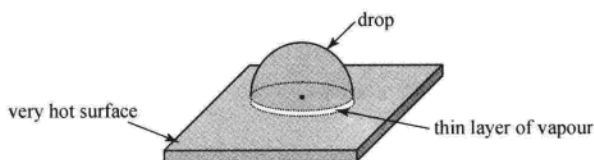


Figure 1

It will be assumed here that the flow of vapour underneath the drop is streamline and behaves as a Newtonian fluid of viscosity coefficient  $\eta$  and of thermal conductivity  $\kappa$ . The specific latent heat of vaporization of the liquid is  $l$ . And for a Newtonian fluid we have the shear stress  $\frac{F}{A} = \eta \times$  the rate of shear  $\frac{dv}{dz}$  where  $v$  is the flow velocity and  $z$  is the perpendicular distance to the direction of flow, and the direction of  $F$  is tangential to the surface area  $A$ .

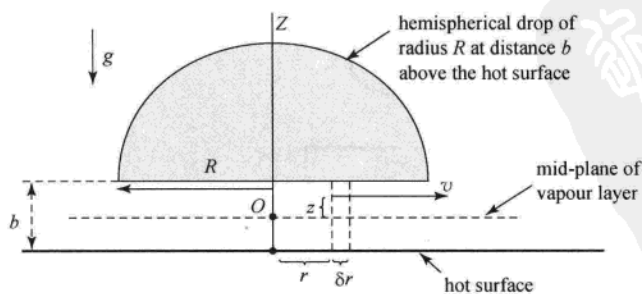


Figure 2

$v$  is the velocity of vapour in the radial direction at the height  $z$  above the mid-plane. The pressure  $P$  inside the vapour must be higher towards the centre  $O$ . This will result in the out-flowing of vapour and in force that holds the drop against the pull of gravity. The thickness of vapour layer under thermal and mechanical equilibria is  $b$ .

For a Newtonian flow of vapour we can approximate that

$$\frac{d}{dz}v = \frac{z}{\eta} \frac{d}{dr}P.$$

3.1) Show that 
$$v(z) = \frac{z^2}{2\eta} \frac{d}{dr}P + C,$$

where  $C$  is an arbitrary constant of integration.

3.2) Refer to Figure 2, find the value of  $C$  in terms of  $\eta$ ,  $\frac{d}{dr}P$ , and  $b$  using the boundary condition

$$v = 0 \text{ for } z = \pm \frac{b}{z}.$$

3.3) Calculate the volume rate of flow of vapour through the cylindrical surface defined by  $r$ . (Hint: the cylinder is of radius  $r$  and of height  $b$  underneath the drop).

3.4) By assuming that the rate of production of vapour of density  $\rho_v$  is due to heat flow from the hot surface to the drop, find the expression for the pressure  $P(r)$ . Use  $P_a$  to represent the atmospheric pressure, and use  $\Delta T$  for the temperature difference between those of the hot surface and of the drop. Assume that the system has reached the steady state.

3.5) Calculate the value of  $b$  by equating the weight of the drop to the net force due to pressure difference between the bottom and the top of the drop. The density of the drop is  $\rho_0$ .

3.6) Now, what is the total rate of vaporization?

3.7) Assume that the drop maintains a hemispherical shape, what is the lifetime of the drop?

## EXPERIMENTAL PROBLEMS

### 1. The Earth's Horizontal Magnetic Field

This is to determine the horizontal component of the Earth's magnetic field  $B_H$  using small-amplitude oscillation of a cylindrical bar magnet. The magnet is to oscillate in the combined static fields of the Earth and that due to a square coil.

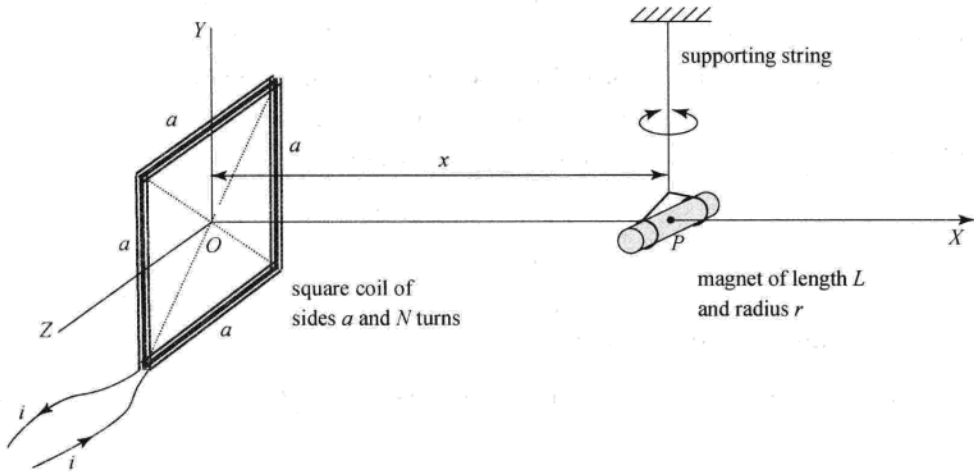


Figure 1

The experiment is to be done in three sections. Section I is a derivation of formulae to be used in Section III.

### Apparatus

Each student is provided with apparatus as shown in Figure 2:

1. a square coil of resistance  $5.2 \pm 0.2 \Omega$  and 130 turns
2. a small cylindrical magnet of mass  $15.0 \pm 0.2 \text{ g}$  with nylon strings
3. a voltmeter (for measuring the potential difference across the coil only)
4. a power supply (placed under the table to avoid the interference of its magnetic field)
5. a wooden stand
6. a stop watch
7. a ruler
8. a protractor
9. white label (you can write on it)
10. color clay
11. graph papers
12. an electrical cord



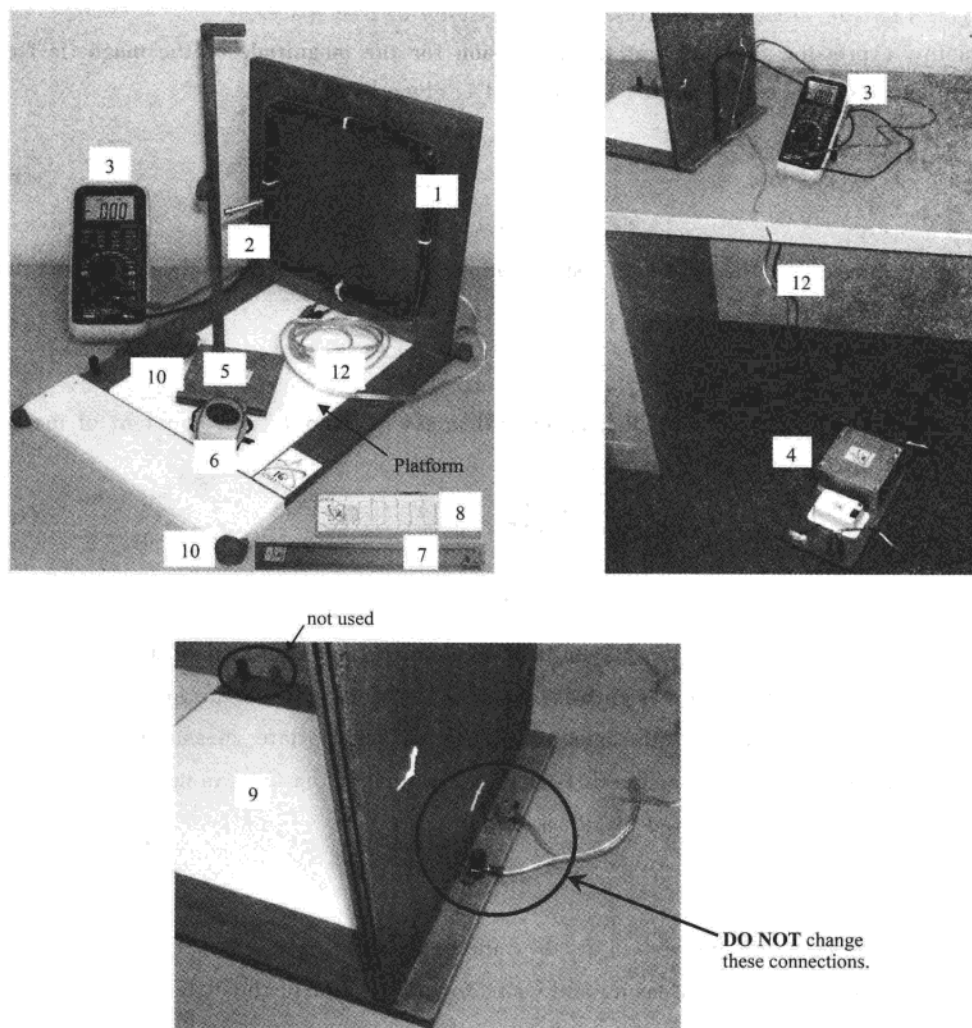


Figure 2

**Warning:** Use the multi-meter to measure only the voltage difference of the coils. Using the multi-meter in other modes can destroy the power supply!!!

## Section I

It is given here that the magnetic flux density  $B_P$  at a perpendicular distance  $l$  from the middle of a straight current element  $ia$  is

$$B_P = \frac{\mu_0 i}{2\pi l} \frac{(a/2)}{\sqrt{l^2 + (a/2)^2}},$$

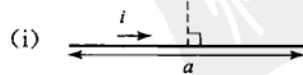


Figure 3

where  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  henry per metre, the permeability of free space.

Use this expression to show that the expression for the magnitude of the magnetic flux density from the square coil at point  $P$  in Figure 1 is given by

$$B_{Px} = \frac{\mu_0 a^2 i N}{2\pi} \left[ \frac{1}{\left(x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right) \sqrt{x^2 + 2\left(\frac{a}{2}\right)^2}} \right]. \quad (\text{ii})$$

It is also given here that the period of a small-amplitude oscillation of the magnet in the net magnetic field  $B$  is

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mB}}, \quad (\text{iii})$$

where  $m$  is the magnetic moment of magnet with mass  $M$ , and  $I$  is its moment of inertia about the axis through its centre of mass

$$I = M \left( \frac{L^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right). \quad (\text{iv})$$

## Section II

For the experiments in Section III you have to align the magnet in the position as shown in Figure 1. If the length of the string is too small, the torsion of the string cannot be neglected in the oscillation of the magnet. Perform appropriate measurements (say, oscillation of magnet in Earth's magnetic field alone) to justify that we can ignore the torsion of the string. You are not required to plot a graph.

## Section III

For the following experiments (in a), b), and c)), you have to align the magnet in the position as shown in Figure 1. Measure and write down the value of the distance between the centre of the magnet and the top surface of the platform.

### a) Coil's magnetic field and Earth's horizontal magnetic field in the same direction

**Warning:** Please connect the coil to the power supply and leave it on for at least 5 minutes.

Measure periods of oscillation for different values of the combined field strength when the coil's magnetic field and Earth's magnetic field are in the same direction. Draw a straight line graph and compute the values of  $B_H$  and the magnetic moment  $m$  from this graph and estimate their errors.

### b) Earth's magnetic field only

Use the value of  $m$  from a) and the period of oscillation of the magnet bar in the absence of the Coil's magnetic field from Section II to calculate again the value for  $B_H$  and estimate its error.



### c) Coil's magnetic field and Earth's horizontal magnetic field in opposite directions

By reversing the connection **at the power supply**, find the equilibrium position  $x_0$  along the  $X$ -direction between Earth's magnetic field and the opposing magnetic field from the coil. Use the value of  $x_0$  to calculate again the value for  $B_H$  and estimate its error.

## 2. Oscillation of Water-Filled Vessel

The student is required to perform non-destructive measurements in order to determine the thickness  $t$  of an aluminium vessel whose cavity is completely filled with water. The aluminium vessel is composed of a cylinder and two end plates. The cylinder is of length  $L$  and outer radius  $R$ . The total length of the vessel is  $h$ . The thickness of both end plates is 0.60 cm (see Figure 1). You can neglect the error of this thickness. *In this problem, please use gramme and centimetre as units for mass and length, respectively.*

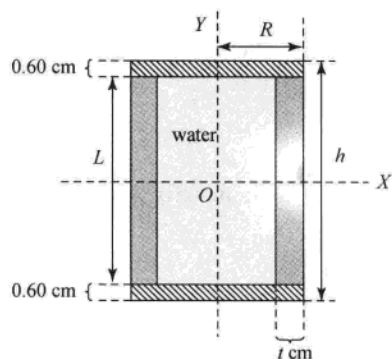


Figure 1

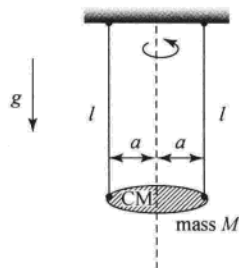


Figure 2

Figure 2 shows the so-called bifilar suspension of mass  $M$ . The two strings are each of equal length  $l$ . The period  $T$  of a small-amplitude oscillation of  $M$  is

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{I}{Ma^2}}, \quad (i)$$

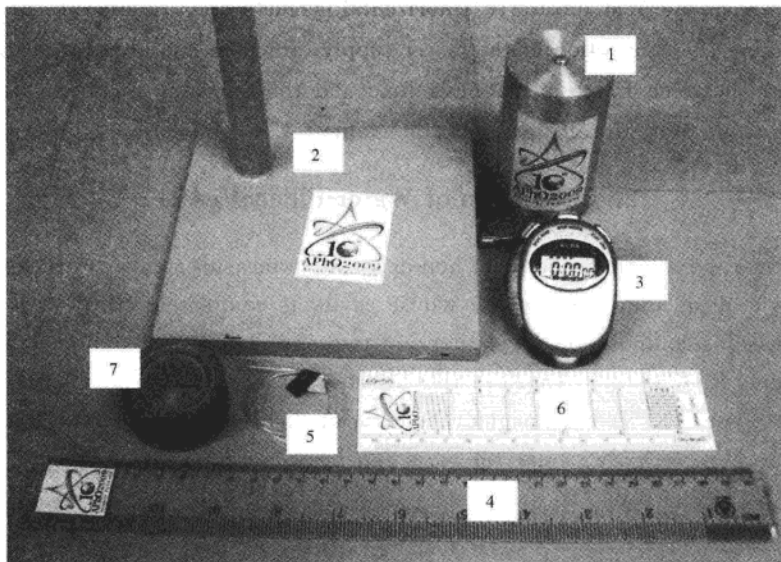
where  $I$  is the effective moment of inertia about the vertical axis through the centre of mass of  $M$  and  $g$  is the acceleration due to gravity at Bangkok ( $g = 978 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ ).

This experiment consists of two parts. Section I concerns a derivation of formulae and Section II concerns the actual experimentation.

### Apparatus

Each student is provided with:

- |                          |  |                 |
|--------------------------|--|-----------------|
| 1. a water-filled vessel | 2. a stand                                 | 3. a stop watch |
| 4. a ruler               | 5. a nylon string                          | 6. a protractor |
| 7. masking tapes         | 8. a knife (not shown in the figure below) |                 |



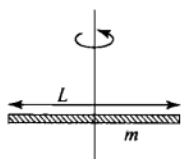
## Section I

The student is to **derive expressions** in terms of  $R, L, t$  and the density  $\rho$  of aluminium of the following quantities [see Figure 1],

- i) mass ( $m_1$ ) of the cylindrical body of the vessel,
- ii) mass ( $m_2$ ) of each end plate,
- iii) mass ( $m_3$ ) of water in the whole cavity,
- iv) the total mass ( $M$ ) of the water-filled vessel, and
- v) the effective moment of inertia,  $I_y$ , about the  $Y$ -axis, of this water-filled vessel (see Figure 1), assuming that the water is **ideal** fluid.

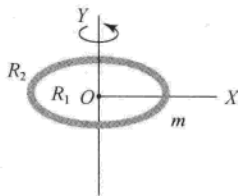
Then perform measurements of  $R, h, L$ . By substituting the values, *derive expressions in terms of  $t$*  for the quantities i)-v) above. The aluminium density  $\rho = 2.70 \text{ g/cm}^3$  and the water density is  $1.00 \text{ g/cm}^3$ .

**Hint:**



$$I = m \frac{L^2}{12}$$

Thin rod length  $L$



$$I_y = \frac{1}{2} m (R_2^2 + R_1^2)$$

$$I_x = \frac{1}{4} m (R_2^2 + R_1^2)$$

Thin cylinder of inner radius  $R_1$  and outer radius  $R_2$

Figure 3

## Section II

**a) Angular oscillation about the axis of symmetry**

For one fixed value of  $l$ , perform precise measurements of the period  $T_y$  for a small-amplitude oscillation as in Figure 4. Then compute the value of the thickness ( $t$ ) of the cylindrical wall. Estimate the experimental error  $\Delta t$  for the thickness.

Compute also the values of  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , and  $M$  using this value of  $t$ .

**b) Angular oscillation about the central axis perpendicular to the length**

Change the bifilar suspension of the vessel to that of Figure 5 and make similar measurements as in a).

Then use the value of the period of oscillation just found together with the values of  $t$ ,  $m_1$ ,  $m_3$ ,  $M$  found in a) to compute the value of the effective moment of inertia  $I_x^{\text{Exp}}$  of the vessel about the X-axis (see Figure 2 and Figure 5).

Compute also the theoretical estimate of the value of  $I_x^{\text{Theo}}$  based on the value of  $t$  found in a) assuming that the whole of the computed mass of water found in a) is now constrained to take part in the oscillatory motion of the vessel.

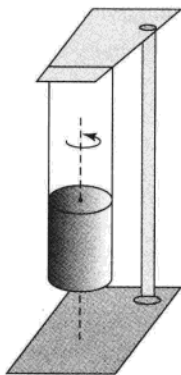


Figure 4

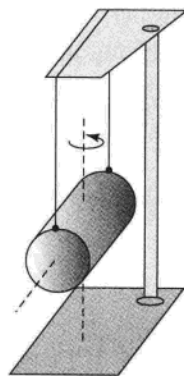


Figure 5

**c) Comparing experimental and theoretical values of the moment of inertia**

What is the difference ( $\Delta I_x$ ) between the values of  $I_x^{\text{Theo}}$  and  $I_x^{\text{Exp}}$ ?

Do you consider this difference statistically significant?

Estimate the percentage of the mass of water that takes part in the oscillatory motion in

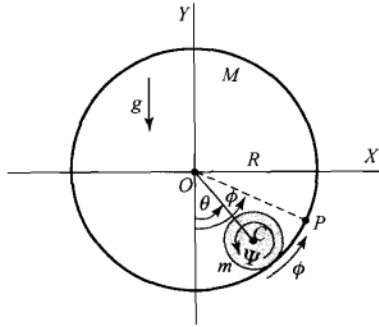
b), assuming this water to be circular discs adhering to the end plates.

**Hint:**

$$I_x^{\text{Theo}} = m_1 \left[ \frac{L^2}{12} + \frac{R^2 + (R-t)^2}{4} \right] + 2m_2 \left[ \frac{(0.6 \text{ cm})^2}{12} + \frac{R^2}{4} + \left( \frac{L}{2} + \frac{0.6 \text{ cm}}{2} \right)^2 \right] + m_3 \left[ \frac{L^2}{12} + \frac{(R-t)^2}{4} \right]$$

## SOLUTIONS TO THEORETICAL PROBLEMS

### 1. Rolling Cylinders



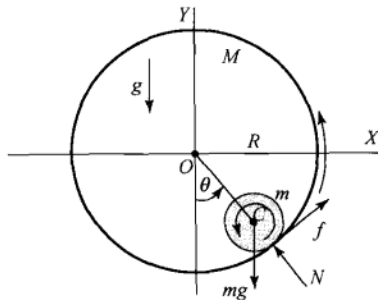
1. 1) The point  $P$  which is fixed on the surface of  $M$  was at the position directly below  $O$  at time  $t=0$ . Hence  $m$  must have rolled through an angle  $\frac{\phi R - \theta R}{r}$  radians relative to surface of  $M$  in time  $t$  during which the line  $OC$  has also turned anti-clockwise through an angle  $\theta$ . Therefore the total angular displacement of  $m$  about its centre of mass relative to any fixed reference line in time  $t$  is

$$\Psi = \frac{\phi R - \theta R}{r} + \theta = \frac{R}{r}\phi - \left(\frac{R-r}{r}\right)\theta. \quad (i)$$

1. 2) By differentiating the equation (i) twice with respect to time, we get

$$\frac{d^2}{dt^2}\Psi = \frac{R}{r}\frac{d^2}{dt^2}\phi - \left(\frac{R-r}{r}\right)\frac{d^2}{dt^2}\theta. \quad (ii)$$

1. 3)



The equations of motion of centre of mass of  $m$  are

$$m(R-r)\frac{d^2}{dt^2}\theta = f - mg \sin\theta, \quad (iii)$$

$$m\left(\frac{d}{dt}\theta\right)^2(R-r) = N - mg \cos\theta. \quad (iv)$$

The equation for the rotation of  $m$  about its centre of mass is

$$I_{\text{CM}} \frac{d^2}{dt^2} \Psi = I_{\text{CM}} \left[ \frac{R}{r} \frac{d^2}{dt^2} \phi - \left( \frac{R-r}{r} \right) \frac{d^2}{dt^2} \theta \right] = fr, \quad (\text{v})$$

where  $I_{\text{CM}} = \frac{1}{2} mr^2$ .

Equations (iii) and (v) yield:

$$\left( m + \frac{I_{\text{CM}}}{r^2} \right) (R-r) \frac{d^2}{dt^2} \theta = -mg \sin \theta + \frac{I_{\text{CM}} R}{r^2} \frac{d^2}{dt^2} \phi. \quad (\text{vi})$$

1.4) Here,  $\frac{d^2}{dt^2} \phi = 0$ ,  $\sin \theta \approx \theta$  and also  $I_{\text{CM}} = \frac{1}{2} mr^2$ , the equation (vi) is reduced to

$$\frac{d^2}{dt^2} \theta = -\frac{2g}{3(R-r)} \theta. \quad (\text{vii})$$

This gives a period

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3(R-r)}{2g}}. \quad (\text{viii})$$

1.5) The equilibrium position of  $m$  in question 1.4 is  $\theta = 0$ .

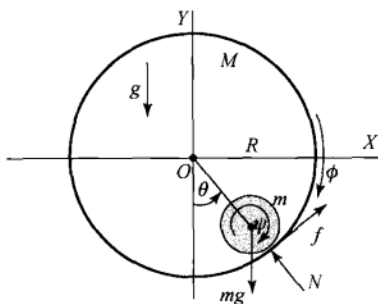
1.6) But the equilibrium position for the case where  $M$  is rotating with a constant angular acceleration  $\alpha$  is by considering the equation (vi), namely,

$$\frac{3}{2} (R-r) \frac{d^2}{dt^2} \theta = -g \sin \theta + \frac{R}{2} \alpha. \quad (\text{ix})$$

Let  $\theta_{\text{eq}}$  be the equilibrium position; this implies that  $m$  remains stationary at this position if it does not oscillate. Hence  $\frac{d^2}{dt^2} \theta_{\text{eq}} = 0$ , and

$$\theta_{\text{eq}} = \arcsin \left( \frac{R\alpha}{2g} \right). \quad (\text{x})$$

1.7)



showing forces acting on  $m$

From the equation (i) we get, after changing the directions of  $\Psi$  and  $\phi$ ,

$$\frac{d}{dt} \Psi = \frac{R}{r} \frac{d}{dt} \phi + \left( \frac{R-r}{r} \right) \frac{d}{dt} \theta. \quad (\text{xi})$$

The equations of motion of  $m$  and  $M$  are:

$$\frac{1}{2} mr^2 \frac{d^2}{dt^2} \Psi = -fr, \quad (\text{xii})$$

$$MR^2 \frac{d^2}{dt^2} \phi = +fR. \quad (\text{xiii})$$

**Method 1 (Angular Momentum)**

The effect of gravity on the system as a whole is to change its angular momentum:

$$\frac{d}{dt} \left[ MR^2 \frac{d\phi}{dt} + \frac{1}{2} mr^2 \frac{d\psi}{dt} - m(R-r)^2 \frac{d\theta}{dt} \right] = + mg(R-r) \sin\theta, \quad (\text{xiv. 1})$$

Hence 
$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = - \frac{m(R-r)}{(2M+m)R} \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (\text{xv. 1})$$

and 
$$\left( MR + \frac{1}{2} mr \right) R \frac{d^2\phi}{dt^2} - m(R-r) \left( R - \frac{3}{2} r \right) \frac{d^2\theta}{dt^2} = mg(R-r) \sin\theta. \quad (\text{xvi. 1})$$

Combining the last two equations:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \frac{g}{(R-r)} \frac{(2M+m)}{(3M+m)} \sin\theta. \quad (\text{xvii. 1})$$

For a small-amplitude oscillation we put  $\sin\theta \approx \theta$  and equation (xvii) is reduced to

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \frac{g}{(R-r)} \frac{(2M+m)}{(3M+m)} \theta. \quad (\text{xviii. 1})$$

The period of this oscillation is, therefore,

$$T = 2\pi \sqrt{\left( \frac{R-r}{g} \right) \frac{(3M+m)}{(2M+m)}}.$$

**Method 2 (Newton's law)**

From Newton's law:

$$mg \sin\theta - f = ma,$$

$$mg \sin\theta - f = -m(R-r) \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (\text{xiv. 2})$$

From equation (xiii): 
$$f = MR \frac{d^2\phi}{dt^2},$$

By substituting this into equation (xiv. 2) we have

$$mg \sin\theta = MR \frac{d^2\phi}{dt^2} - m(R-r) \frac{d^2\theta}{dt^2}. \quad (\text{xv. 2})$$

From equations (xi) (xii) and (xiii), we then have

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = - \frac{m}{2M+m} \left( \frac{R-r}{R} \right) \frac{d^2\theta}{dt^2}. \quad (\text{xvi. 2})$$

Then (xv. 2) becomes 
$$mg \sin\theta = - \frac{Mm}{2M+m} (R-r) \frac{d^2\theta}{dt^2} - m(R-r) \frac{d^2\theta}{dt^2},$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \frac{g}{(R-r)} \frac{2M+m}{3M+m} \sin\theta. \quad (\text{xvii. 2})$$

For a small-amplitude oscillation we put  $\sin\theta \approx \theta$  and equation (xvii) is reduced to

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = - \frac{g}{(R-r)} \frac{(2M+m)}{(3M+m)} \theta. \quad (\text{xviii. 2})$$

The period of this oscillation is, therefore,

$$T = 2\pi \sqrt{\left( \frac{R-r}{g} \right) \frac{(3M+m)}{(2M+m)}}.$$

**Method 3 (Conservation of Energy)**

The total mechanical energy of the system is given by

$$E = \frac{1}{2}MR^2\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\left(\frac{d\Psi}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2(R-r)^2 + mg(R-r)(1-\cos\theta). \quad (\text{xiv. 3})$$

We now use conservation of mechanical energy,

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = & MR^2\left(\frac{d\phi}{dt}\right)\left(\frac{d^2\phi}{dt^2}\right) + \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\left(\frac{d\Psi}{dt}\right)\left(\frac{d^2\Psi}{dt^2}\right) + m\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)(R-r)^2 \\ & + mg(R-r)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\sin\theta = 0. \end{aligned} \quad (\text{xv. 3})$$

By applying the equations (xi), (xii), and (xiii), we have

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{R-r}{R}\frac{m}{2M+m}\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{and} \quad \frac{d^2\Psi}{dt^2} = \frac{R-r}{r}\frac{2M}{2M+m}\frac{d^2\theta}{dt^2}. \quad (\text{xvi. 3})$$

Without loss of generality, we can integrate both equations and obtain

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{R-r}{R}\frac{m}{2M+m}\frac{d\theta}{dt} \quad \text{and} \quad \frac{d\Psi}{dt} = \frac{R-r}{r}\frac{2M}{2M+m}\frac{d\theta}{dt}, \quad (\text{xvii. 3})$$

by imposing the condition that all bodies have zero linear and angular velocities at the same particular instant. And by substituting these relations into the equation above from conservation of energy, we have

$$\left[\frac{Mm}{(2M+m)^2} + \frac{2M^2}{(2M+m)^2} + 1\right]\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)(R-r)^2 = -g(R-r)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\sin\theta. \quad (\text{xviii. 3})$$

This equation must hold at all time, so we can divide  $\frac{d\theta}{dt}$  on both sides. After some simplifications, we have

$$\frac{d^2}{dt^2}\theta = -\frac{g}{(R-r)}\frac{(2M+m)}{(3M+m)}\sin\theta. \quad (\text{xix. 3})$$

For a small-amplitude oscillation we put  $\sin\theta \approx \theta$ , and the above expression is reduced to:

$$\frac{d^2}{dt^2}\theta = -\frac{g}{(R-r)}\frac{(2M+m)}{(3M+m)}\theta. \quad (\text{xx. 3})$$

The period of this oscillation is, therefore,

$$T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{R-r}{g}\right)\left(\frac{3M+m}{2M+m}\right)}.$$

Note that, although it seems like we have more than one degree of freedom, there exists only one mode of oscillations because the coupling to the potential energy is only through the angle  $\theta$ .

However, we have a freedom to impose any constant angular velocity  $\frac{d\phi}{dt}$  and  $\frac{d\Psi}{dt}$  (and the condition for rolling without slipping), and this will not alter the period of the oscillations. This corresponds to a freedom in choosing different initial conditions of the motion of the system.

1.8) When  $M$  is made to rotate steadily at an angular velocity  $\Omega$  the equation (vi) becomes

$$\frac{3}{2}(R-r)\frac{d^2}{dt^2}\theta = -g\sin\theta, \quad (\text{xix})$$

which implies that  $m$  remains at  $\theta=0$  if  $m$  does not oscillate.

Hence the equation (i) is reduced to

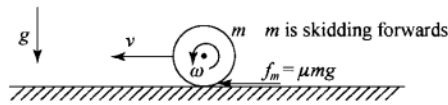
$$\Psi = \frac{R}{r}\phi$$

and

$$\frac{d}{dt}\Psi = \frac{R}{r}\frac{d\phi}{dt} = \frac{R}{r}\Omega. \quad (\text{xx})$$

This means that  $m$  is rotating at a constant angular velocity  $\frac{R}{r}\Omega$  prior to the instant when  $M$  is stopped.

After that instant  $m$  will accelerate itself by way of frictional impulse. This acceleration process lasts for only a short time due to the high value of frictional coefficient ( $\mu$ ). To simplify the calculation we will take to lower surface of  $M$  to be flat.



$$m \frac{d}{dt}v = +f_m, \quad (\text{xxi})$$

$$I_{\text{CM}} \frac{d}{dt}\omega = -f_m r, \quad I_{\text{CM}} = \frac{1}{2}mr^2. \quad (\text{xxii})$$

By solving these last two equations for  $v(t)$  and  $\omega(t)$  with initial conditions  $v(0)=0$  and  $\omega(0)=\frac{R}{r}\Omega$ , and imposing the condition  $v'(t)=\omega'(t)r$  for the onset of pure rolling we get

$$v' = \frac{1}{3}R\Omega, \quad \omega' = \frac{1}{3}\frac{R}{r}\Omega. \quad (\text{xxiii})$$

From now on, the cylinder  $m$  will roll up the side of the cylindrical wall. And since frictional force does not do work in pure rolling we can use the principle of conservation of energy;

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_{\text{CM}}\omega^2 + 2mg(R-r) = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}I_{\text{CM}}\omega'^2. \quad (\text{xxiv})$$

We have also

$$N = m \frac{v^2}{R-r} - mg, \quad (\text{xxv})$$

$$\therefore N = \left(\frac{m}{R-r}\right)\left(\frac{R\Omega}{3}\right)^2 - \frac{11}{3}mg, \quad (\text{xxvi})$$

$m$  will reach the top if  $N \geq 0$ . Hence

$$\Omega \geq \sqrt{33g\left(\frac{R-r}{R^2}\right)}. \quad (\text{xxvii})$$

## 2. A Self-excited Magnetic Dynamo

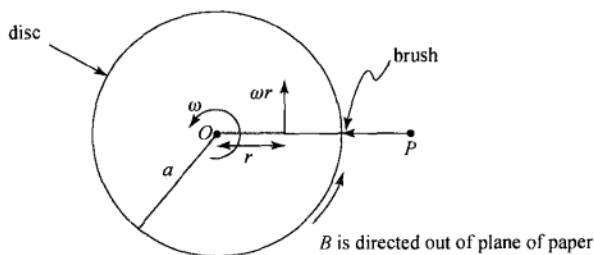
$$2.1) \quad L \frac{d}{dt}i + Ri = \epsilon. \quad (\text{i})$$

2.2) If the length  $l$  of solenoid is much greater than its diameter, then the magnetic flux density in the inside mid-section of the solenoid is given by



$$B = \frac{\mu_0 Ni}{l}. \quad (\text{ii})$$

2.3)



The electric field intensity ( $E$ ) at distance  $r$  from the centre of the axle is

$$E = B\omega r,$$

pointing towards the rim of the disc. The induced e. m. f. ( $\epsilon$ ) between terminals  $P$  and  $Q$  is given by

$$\epsilon = \int_{r=0}^a B\omega r dr = \frac{1}{2} B\omega a^2 = \frac{\mu_0 Ni\omega a^2}{2l}. \quad (\text{iii})$$

2.4) By combining the results in 2.1) and 2.3) we get

$$L \frac{d}{dt}i + Ri = \left( \frac{\mu_0 Na^2 \omega}{2l} \right) i,$$

$$\frac{d}{dt}i = + \frac{1}{L} \left( \frac{\mu_0 Na^2 \omega}{2l} - R \right) i \equiv + \gamma i,$$

$$\therefore i(t) = i(0)e^{\gamma t}, \quad (\text{iv})$$

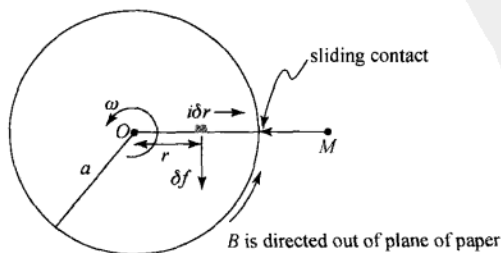
where  $\gamma \equiv \frac{1}{L} \left( \frac{\mu_0 Na^2 \omega}{2l} - R \right)$ .

2.5) In order that the current  $i(t)$  will grow, the value of  $\gamma$  must be positive otherwise the current will gradually decay.

$$\frac{\mu_0 Na^2 \omega}{2l} - R \geq 0,$$

$$\omega_{\min} = \frac{2lR}{\mu_0 Na^2}. \quad (\text{v})$$

2.6) Method 1



At the instant  $t$  the current is given in 2.4) as  $i(t) = i(0)e^{\gamma t}$ .

The magnetic force  $\delta f$  on the current element  $i\delta r$  is  $\delta f = Bi\delta r$ .

The torque  $\delta\tau = r\delta f = Bir\delta r$  opposes the rotation of the disc.

The total torque  $\tau = \int_{r=0}^{r=a} Bir dr = \frac{1}{2} Bia^2$ ,

$$\tau = \frac{\mu_0 Na^2}{2l} i^2 = \frac{\mu_0 Na^2}{2l} i^2(0) e^{+2\gamma t}. \quad (\text{vi})$$

In order to maintain the angular velocity of the disc at a steady value we must apply a turning torque of equal magnitude and of opposite direction to that of (vi).

### Method 2

$$\tau\omega = i^2 R + \frac{d}{dt}(\text{magnetic energy in solenoid})$$

$$= i^2 R + L \frac{di}{dt},$$

$$\tau = \frac{\mu_0 Na^2}{2l} i^2 = \frac{\mu_0 Na^2}{2l} i^2(0) e^{+2\gamma t}.$$

## 3. The Leidenfrost Phenomenon

3.1) As given in the problem

$$\frac{d}{dz}v = \left(\frac{1}{\eta} \frac{dP}{dr}\right) \cdot z, \quad (\text{i})$$

Integrating (i) with respect to  $z$ , we get

$$v(z) = \left(\frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dr}\right) \cdot z^2 + C. \quad (\text{ii})$$

$$3.2) \quad v\left(\frac{b}{2}\right) = 0 = \left(\frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dr}\right) \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 + C, \quad (\text{iii})$$

$$\therefore \quad C = -\frac{b^2}{8\eta} \frac{dP}{dr}.$$

Note that  $C$  is not a real constant; its value depends on  $\frac{dP}{dr}$  which is a function of  $r$ .

3.3) Let  $Q$  be the volume rate of flow of the vapour through the cylindrical surface of  $2\pi r b$ .

$$\delta Q = v(z) \cdot 2\pi r \delta z,$$

where from (ii) and (iii): 
$$v(z) = \left(\frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dr}\right) \cdot \left[z^2 - \frac{b^2}{4}\right], \quad (\text{iv})$$

$$\therefore \quad Q = 2 \int_{z=0}^{\frac{b}{2}} v(z) \cdot 2\pi r dz = \left(\frac{2\pi r}{\eta} \frac{dP}{dr}\right) \int_{z=0}^{\frac{b}{2}} \left[z^2 - \frac{b^2}{4}\right] dz,$$

$$Q = -\frac{\pi r b^3}{6\eta} \frac{dP}{dr}. \quad (\text{v})$$

3.4) The total rate of heat flow from the area  $\pi r^2$  of the hot surface to the drop is  $\frac{\pi r^2 \kappa \Delta T}{b}$ . We assume that this heat goes into vaporizing the drop.

Hence  $\rho Ql = \frac{\pi r^2 \kappa \Delta T}{b}$  and using (v) we get

$$\frac{dP}{dr} = - \left( \frac{6\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4} \right) \cdot r. \quad (\text{vi})$$

This gives

$$P(r) = - \left( \frac{3\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4} \right) \cdot r^2 + B,$$

where  $B$  is an arbitrary constant whose value can be found by applying the boundary condition  $P(R) = P_a$ , the atmospheric pressure.

$$\text{Hence} \quad B = P_a + \left( \frac{3\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4} \right) \cdot R^2 \quad (\text{vii})$$

$$\text{and} \quad P(r) = P_a + \left( \frac{3\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4} \right) \cdot (R^2 - r^2). \quad (\text{viii})$$

3. 5) The net force due to pressure is in the upward direction and of magnitude

$$f = \int_{r=0}^R [P(r) - P_a] 2\pi r dr = \frac{3\pi\eta\kappa\Delta TR^4}{2\rho_v l b^4}. \quad (\text{ix})$$

The weight of the drop is  $\frac{2}{3}\pi R^3 \rho_0 g$ , where  $\rho_0$  is the density of liquid.

$$\therefore \quad \frac{2}{3}\pi R^3 \rho_0 g = \frac{3\pi\eta\kappa\Delta TR^4}{2\rho_v l b^4},$$

$$b = \left( \frac{9\eta\kappa R \Delta T}{4\rho_0 \rho_v l g} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{x})$$

Note that

$$\frac{3\eta\kappa\Delta T}{\rho_v l b^4} = \frac{4}{3} \frac{\rho_0 g}{R}. \quad (\text{xi})$$

3. 6) Use equations (xi) and (viii) to obtain

$$P(r) = P_a + \left( \frac{4}{3} \frac{\rho_0 g}{R} \right) \cdot (R^2 - r^2), \quad (\text{xii})$$

$$\frac{d}{dr} P(r) = - \left( \frac{8}{3} \frac{\rho_0 g}{R} \right) \cdot r. \quad (\text{xiii})$$

Then use (v) to calculate the total mass-rate of vaporization  $Q_{\rho_v}$  at  $r=R$ :

$$\begin{aligned} Q_{\rho_v} &= \left( \frac{2\pi b^3 R}{12\eta} \right) \left( \frac{8}{3} \frac{\rho_0 g}{R} \right) R \rho_v = \left( \frac{4\pi \rho_v \rho_0 g R}{9\eta} \right) b^3 \\ &= \left( \frac{4\pi \rho_v \rho_0 g R}{9\eta} \right) \left( \frac{9\eta\kappa R \Delta T}{4\rho_0 \rho_v l g} \right)^{\frac{3}{4}} \\ &= \left( \frac{4\pi^4 \kappa^3 \rho_v \rho_0 g (\Delta T)^3}{9\eta l^3} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot R^{\frac{7}{4}} = \beta R^{\frac{7}{4}}. \end{aligned} \quad (\text{xiv})$$

3. 7) The lifetime ( $\tau$ ) of the drop, is to be found from

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{2}{3} \pi R^3 \rho_0 \right) = - Q_{\rho_v} = - \beta R^{\frac{7}{4}},$$

$$R^{\frac{1}{4}} \frac{d}{dt} R = - \frac{\beta}{2\pi\rho_0},$$

$$\int_R^0 R^{\frac{1}{4}} dR = - \int_0^{\tau} \frac{\beta}{2\pi\rho_0} dt,$$

$$\tau = \frac{8\pi\rho_0}{5\beta} R^{\frac{5}{4}} = \frac{8}{5} \left( \frac{9\eta\rho_0^3 l^3}{4\kappa^3 \rho_V g (\Delta T)^3} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot R^{\frac{5}{4}}.$$

## SOLUTIONS TO EXPERIMENTAL PROBLEMS

### 1. The Earth's Horizontal Magnetic Field

#### Section I

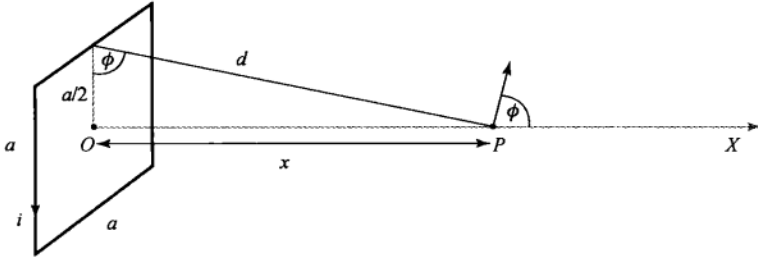


Figure 1

At  $O$ , the centre of coil, the magnetic field for a single turn is

$$B_O = 4 \times \frac{\mu_0 i}{2\pi \left(\frac{a}{2}\right)} \frac{(a/2)}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

At  $P$ , the horizontal magnetic field is

$$B_{Px} = 4 \frac{\mu_0 i}{2\pi d} \frac{(a/2)}{\sqrt{d^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} \cos\phi.$$

From Figure 1 we have  $d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$  and  $\cos\phi = \frac{(a/2)}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}$ .

Then, for a square coil of  $N$  turns

$$B_{Px} = \left(\frac{2\mu_0 i N}{\pi}\right) \cdot \frac{a/2}{\sqrt{x^2 + 2\left(\frac{a}{2}\right)^2}} \cdot \frac{a/2}{\left(x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right)}.$$

or

$$B_{Px} = \left(\frac{\mu_0 a^2 i N}{2\pi}\right) \left[ \frac{1}{\left(x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right) \sqrt{x^2 + 2\left(\frac{a}{2}\right)^2}} \right].$$

which becomes  $B_O = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i N}{\pi a}$  as  $x=0$ .

#### Section II

Measurements to justify that we can ignore the torsion of the string.

length of string (cm)	time for 10 oscillations (sec)
2	9.38
4	9.69
6	9.90
8	10.13
10	10.13
12	10.22
14	10.12
25	10.12

(Note that this data is from a different magnet used in Section III.)

We can see that the period is constant for length of string  $\geq 10$  cm.

### Section III

The distance between the center of the magnet and the top surface of the platform for Part a), b) and c) is  $14.0 \pm 0.5$  cm.

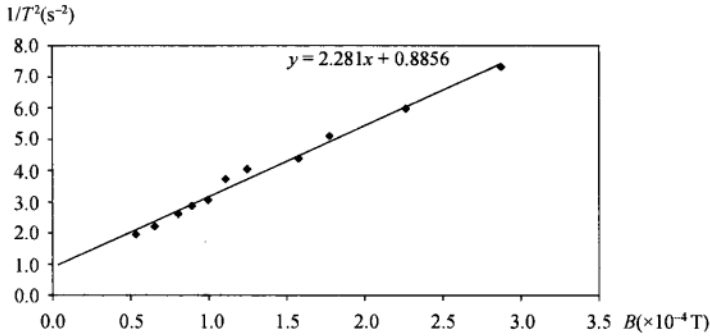
a) Since the coil's magnetic field ( $B$ ) and Earth's magnetic field ( $B_H$ ) are in the same direction, from

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mB}} \quad \text{we have} \quad \frac{1}{T^2} = \beta B + \beta B_H$$

where  $\beta = \frac{m}{4\pi^2 I}$ . By plotting linear graph of  $\frac{1}{T^2}$  and  $B$  we can find  $B_H$  from its slope and intercept.

Measurement of 20 oscillations at different distances from coil, we get the result as in table.

$x$ (cm)	time for 20 oscillation (sec)		period $T$ (sec)	$B(\times 10^{-4} \text{ T})$	$1/T^2$
10	7.44	7.35	0.370	2.878	7.305
12	8.19	8.13	0.408	2.259	5.998
14	8.87	8.91	0.443	1.773	5.088
15	9.5	9.62	0.478	1.573	4.377
17	9.91	9.97	0.497	1.245	4.048
18	10.43	10.35	0.518	1.111	3.734
19	11.47	11.31	0.569	0.994	3.085
20	11.78	11.81	0.591	0.891	2.866
21	12.41	12.34	0.619	0.801	2.613
23	13.41	13.4	0.671	0.652	2.222
25	14.22	14.28	0.714	0.535	1.964



From graph we have: slope  $\beta = (2.281 \pm 0.063) \times 10^4 \text{ s}^{-2}/\text{T}$ ,  
intercept  $\beta B_H = 0.886 \pm 0.076 \text{ s}^{-2}$ .

The value of Earth's magnetic field is

$$B_H = \frac{0.8856}{2.281 \times 10^4} = 0.39 \times 10^{-4} \text{ T} = 0.39 \pm 0.04 \text{ G}.$$

The magnetic moment of magnet is  $m = \beta^2 4\pi^2 M \left( \frac{L^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right) = 1.68 \pm 0.09 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ .

b) Time for 30 oscillations: 36.28, 36.25, 36.24 s.

Averaged period  $T_E = 1.209 \pm 0.001 \text{ s}$ ,

$$B_H = \frac{1}{T_E^2 \beta} = \frac{1}{1.21^2 \times 2.281 \times 10^4} = 0.30 \pm 0.01 \text{ G}.$$

c) The equilibrium (neutral) position  $x_0 = 31.0 \pm 0.2 \text{ cm}$ .

$$B_H = \left( \frac{\mu_0 a^2 i N}{2\pi} \right) \left[ \frac{1}{\left( x_0^2 + \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right) \sqrt{x_0^2 + 2 \left( \frac{a}{2} \right)^2}} \right] = 0.31 \pm 0.01 \text{ G}.$$

## 2. Oscillation of Water-Filled Vessel

### Section I

$$\text{i) } m = \rho\pi[R^2 - (R-t)^2]L = \rho\pi(2Rt - t^2)L. \quad (\text{i})$$

$$\text{ii) } m_2 = \rho\pi(0.6 \text{ cm})R^2. \quad (\text{ii})$$

$$\text{iii) } m_3 = \pi(R-t)^2L. \quad (\text{iii})$$

$$\text{iv) } M = m_1 + 2m_2 + m_3. \quad (\text{iv})$$

v) Water, as an **ideal** fluid, does not take part in the oscillatory motion of the water-filled vessel. We therefore shall not include contribution of water in the expressions for the moments of inertia.

$$I_y = \frac{1}{2}m_1[R^2 + (R-t)^2] + 2\left[\frac{1}{2}m_2R^2\right]. \quad (\text{v})$$

$$l = 35.6 \text{ cm}, \quad g = 978 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}, \quad a = R = 2.5 \text{ cm}, \\ \rho = 2.70 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}, \quad h = 9.2 \text{ cm}, \quad L = 9.2 - 1.2 = 8.0 \text{ cm}.$$

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 339.3t - 67.86t^2 \text{ g}, \\
 m_2 &= 31.8 \text{ g}, \\
 m_3 &= 157.1 - 125.7t + 25.13t^2 \text{ g}, \\
 M &= 220.7 + 213.6t - 42.73t^2 \text{ g}, \\
 I_y &= 198.8 + 2121t - 1273t^2 + 339.3t^3 - 33.93t^4.
 \end{aligned}$$

## Section II

$$\text{a) } T_y = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{I_y}{Ma^2}}. \quad (\text{vi})$$

Time for 50 oscillations is 43.3 s, hence

$$T_y = 0.866 \text{ s} \pm 0.004 \text{ s}.$$

Substituting these values into equation (vi), we get

$$t^4 - 10t^3 + 33.42t^2 - 41.97t + 15.36 = 0. \quad (\text{vii})$$

The solution of (vii), by numerical iteration, is  $t = 0.62 \text{ cm} \pm 0.02 \text{ cm}$ . (The error can be estimated from a repeat of the procedure or a differential equation for  $dT$  and  $dt$ ) Hence, we get

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 184 \pm 5 \text{ g}, \\
 m_2 &= 31.8 \pm 0.2 \text{ g}, \\
 m_3 &= 89 \pm 2 \text{ g}, \\
 M &= 337 \pm 6 \text{ g}.
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } T_x = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{I_x}{Ma^2}}. \quad (\text{viii})$$

$$l = 33.6 \text{ cm}, a = \frac{h}{2} = \frac{9.2}{2} = 4.6 \text{ cm}.$$

Time for 50 oscillations is  $38.0 \text{ s} \pm 0.2 \text{ s}$ , hence

$$T_x = 0.760 \text{ s} \pm 0.004 \text{ s}.$$

And from  $T_x = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{I_x}{Ma^2}}$  where  $l = 33.6 \text{ cm}$ ,  $a = \frac{h}{2} = \frac{9.2}{2} = 4.6 \text{ cm}$ ,  $g = 978 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ ,

$M = 337 \text{ g}$ , we get

$$I_x^{\text{Exp}} = 3036 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \pm 94 \text{ g} \cdot \text{cm}^2,$$

$$\text{Also } I_x^{\text{Theo}} = 3261 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \pm 68 \text{ g} \cdot \text{cm}^2.$$

c)

$$\Delta I_x = I_x^{\text{Theo}} - I_x^{\text{Exp}} = 225 \text{ g} \cdot \text{cm}^2.$$

The experimental value  $I_x^{\text{Exp}}$  is smaller than  $I_x^{\text{Theo}}$  by  $225 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ .

This difference is probably significant and it is due to low viscosity of water. The mass of water in the middle section does not take part in the oscillatory motion of the vessel.

$\Delta I_x$  can be estimated to be due to a stationary cylindrical portion of water in the middle.

$$\Delta I_x = \pi(R-t)^2 L_{\text{water}} \left( \frac{L_{\text{water}}^2}{12} + \frac{(R-t)^2}{4} \right),$$

$$L_{\text{water}} \approx 5.7 \text{ cm.}$$

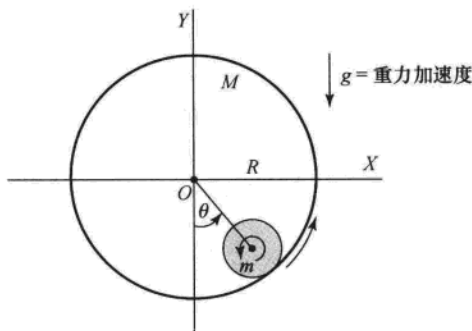
This corresponds to the water mass of  $\approx 63.8 \text{ g}$ . The percentage of the water that takes part in the oscillation is  $\approx 28.5\%$ .

## 附：中文试题<sup>①</sup>

### 理论题

#### 1. 滚动圆柱体

有一质量为  $M$  的薄空心圆筒，其内表面为粗糙表面。圆筒内表面的半径为  $R$ 。圆筒可以绕其沿水平方向的中轴  $OZ$  转动。圆筒的中轴是固定的。 $Z$  轴的方向垂直于纸面向外。在圆筒内部，另有一个质量为  $m$ 、半径为  $r$  的较小的实心圆柱体。较小的实心圆柱体可以绕其自身的中轴在薄空心圆筒  $M$  的内表面无滑动地滚动（最后一问即问题 1.8 中除外）。实心圆柱体的中轴与  $OZ$  轴平行。



1.1) 在  $t=0$  的时刻，圆筒  $M$  由静止状态开始转动，而此时圆柱体  $m$  处于最低位置。经过  $t$  时间后圆柱体  $m$  的质心到达角位置  $\theta$ ，而在同一段时间内圆筒  $M$  转动了  $\phi$  弧度。试求在此段时间内相对一固定直线（例如， $y$  轴负方向），圆柱体  $m$  绕其自身的中轴转动的角度  $\Psi$ （用弧度表示）。结果用  $\theta, \phi, R$  和  $r$  表达。

1.2) 试求圆柱体  $m$  绕其自身的中轴转动的角加速度  $\frac{d^2}{dt^2}\Psi$ ，结果用  $R, r$  及  $\theta$  和  $\phi$  对时间的某阶导数表达。

1.3) 导出关于圆柱体  $m$  质心的角加速度  $\frac{d^2}{dt^2}\theta$  的方程。方程用  $m, g, R, r, \theta, \frac{d^2}{dt^2}\phi$  和  $I_{\text{CM}}$  表达，其中  $I_{\text{CM}}$  是圆柱体  $m$  相对其自身中轴的转动惯量。

1.4) 试求在圆筒  $M$  以恒定的角速度转动的情况下，圆柱体  $m$  作小振幅振动的周期。结果只能用  $R, r$  和  $g$  表达。

1.5) 试求问题 1.4 中圆柱体  $m$  平衡位置所对应的  $\theta$  角。

<sup>①</sup> 由北京大学物理学院荀坤、王若鹏、陈晓林翻译。



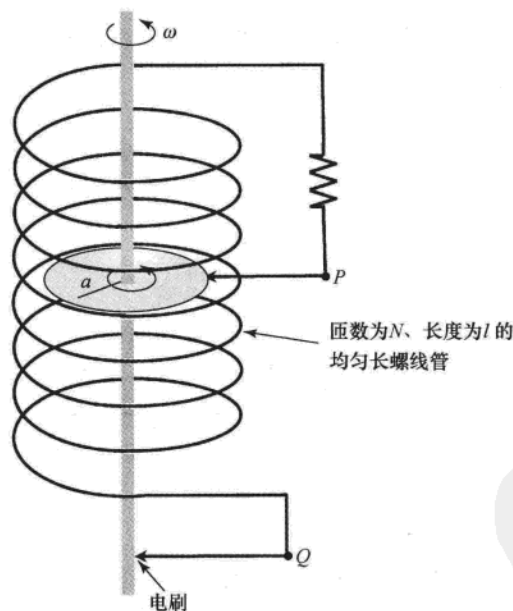
1.6) 试求在圆筒  $M$  以恒定的角加速度  $\alpha$  转动的情况下, 圆柱体  $m$  的平衡位置. 结果用  $R, g$  和  $\alpha$  表达.

1.7) 现在假设圆筒  $M$  可以不受约束地绕其中轴  $OZ$  自由转动或往复振动, 而圆柱体  $m$  作小振幅振动. 在振动的过程中, 圆柱体  $m$  相对圆筒  $M$  的内表面的运动为纯滚动. 试求圆柱体  $m$  的振动周期.

1.8) 考虑以下情形: 开始时圆筒  $M$  以固定的角速度  $\Omega$  转动, 圆柱体  $m$  在问题 1.5 中所确定的平衡位置处, 绕其自身的中轴转动(滚动). 此时圆柱体  $m$  质心的位置保持不变. 然后圆筒  $M$  突然停止转动. 假设圆柱体  $m$  与圆筒  $M$  内表面之间有足够大的摩擦系数, 使得圆柱体  $m$  在圆筒  $M$  停止转动之后, 经过一个短暂的非纯滚动过程, 然后开始在圆筒  $M$  内表面作纯滚动. 要使圆柱体  $m$  能滚到圆筒  $M$  内表面最高处, 则角速度  $\Omega$  的最小取值应为多少?

## 2. 自激式发电机

如图所示, 一个半径为  $a$  的金属圆盘安装在一个电感为  $L$  的长螺线管的轴上. 金属圆盘在螺线管中以恒定的角速度  $\omega$  转动, 而螺线管的两端则通过两个电刷连接到转动的金属圆盘上. 整个电路的总电阻为  $R$ . 磁场的小扰动可以导致  $P, Q$  两端之间的电动势的增长.



2.1) 采用  $L, R$  和  $PQ$  间的感生电动势 ( $\epsilon$ ) 为参量, 写出确定电路中电流  $i(t)$  随时间变化的微分方程.

2.2) 试用  $i, N, l$  和真空磁导率  $\mu_0$  表达螺线管中的磁感应强度 ( $B$ ). 金属圆盘和轴上的电流产生的磁场可以忽略.

2.3) 试用  $\mu_0, N, a, l, i$  和角速度  $\omega$  表达感生电动势 ( $\epsilon$ ).

2.4) 求解问题 2.1) 中得到的微分方程, 用初始电流  $i(0)$  等参量表达任意时刻  $t$  电路中

的电流.

2.5) 试求能使电流不断增长的角速度的最小值. 结果用  $R, \mu_0, N, a$  和  $l$  表达.

2.6) 需要在轴上施加一个力矩才能使角速度  $\omega$  保持某一稳定的值. 试求在  $t$  时刻此力矩的值.

### 3. 莱顿弗罗斯特现象

一个置于炽热平板上的(半球形)液滴与平板间会有一层很薄的蒸气将其与平板隔开, 本题的任务就是要估计这样一个液滴的寿命.

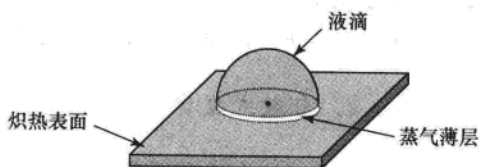


图 1

假定液滴下的气流满足层流条件, 气体可看成是热导率为  $\kappa$ , 黏性系数为  $\eta$  的牛顿流体. 液体的比汽化潜热为  $l$ . 对牛顿流体, 切应变  $\frac{F}{A} = \eta \times$  切变速率  $\frac{dv}{dz}$ , 这里  $v$  是流速,  $z$  垂直于流速方向,  $F$  沿面积  $A$  的切线方向.

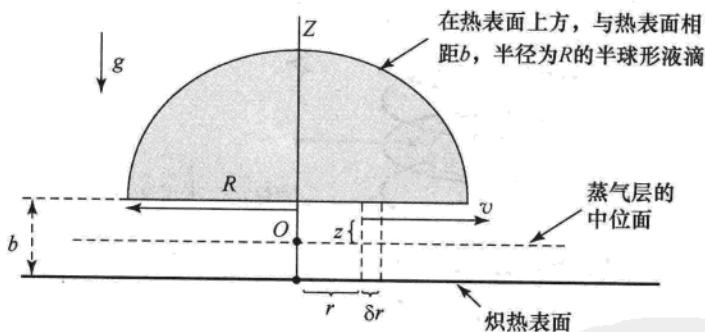


图 2

$v$  是中位面上方高度为  $z$  的位置处蒸气沿径向的速度. 蒸气层中的压强  $P$  一定是越靠近中心  $O$  越大. 这将会使蒸气从内向外流, 并使得液滴可以克服重力悬浮. 由热平衡和力学平衡所决定的蒸气层的厚度为  $b$ .

对牛顿蒸气流近似有:

$$\frac{d}{dz}v = \frac{z}{\eta} \frac{d}{dr}P.$$

3.1) 证明:  $v(z) = \frac{z^2}{2\eta} \frac{d}{dr}P + C$ , 这里,  $C$  是一个任意的积分常数.

3.2) 参照图 2, 利用边界条件  $z = \pm \frac{b}{2}$  时  $v = 0$ , 将  $C$  用  $\eta$ ,  $\frac{d}{dr}P$  和  $b$  表示出来.

3.3) 计算流过由  $r$  定义的圆柱体表面的蒸气的体积流量. (提示: 圆柱体在液滴之下, 其半径为  $r$ , 高度为  $b$ )

3.4) 假定密度为  $\rho_v$  的蒸气的产生速率是由炽热表面流向液滴的热流决定的, 请给出压强  $P(r)$  的表达式. 用  $P_0$  表示大气压强,  $\Delta T$  表示炽热表面与液滴间的温度差. 推导时假定系统处于稳定状态.

3.5) 液滴的上下表面压强不同, 会产生一个净力. 由此力等于液滴的重量计算出  $b$  的值. 液滴的密度为  $\rho_0$ .

3.6) 现在请回答, 总蒸发速率是多少?

3.7) 假定液滴始终保持半球形状, 请问其寿命有多长?

## 实验题

### 1. 地磁场水平分量的测量

本实验的目的是利用一个圆柱形小磁铁棒的小幅振动来测定地磁场磁感应强度的水平分量  $B_H$ . 在本实验中, 小磁棒在由地磁场和正方形线圈产生的磁场叠加而成的静磁场中振动.

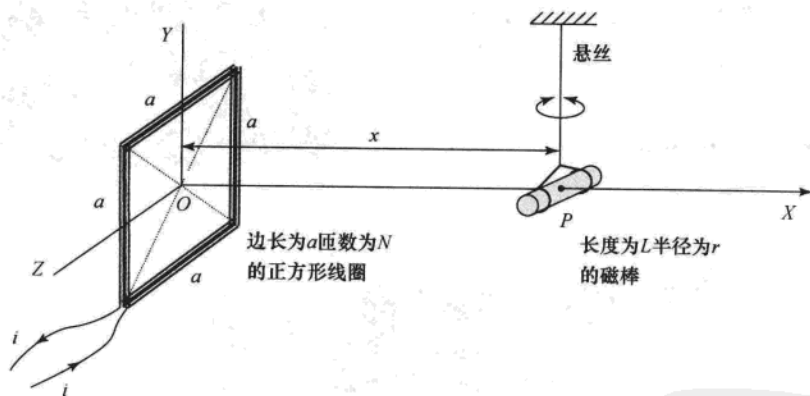


图 1

本实验试题包括三个部分. 在第一部分中需推导出用于第三部分的公式.

### 装置

实验装置如图 2 所示, 其中:

1. 一个电阻为  $5.2 \pm 0.2 \Omega$ , 匝数为 130 的正方形线圈;
2. 一个质量为  $15.0 \pm 0.2 \text{ g}$ , 拴有尼龙悬线的圆柱形小磁铁棒;
3. 一个电压表(仅用于测量线圈两端的电位差);
4. 一个电源(为避免电源本身磁场的影响, 电源被放置在实验台下面);
5. 一个木质支架;

6. 一块秒表；
7. 一把直尺；
8. 一个量角器；
9. 铺在平台上的白标记纸(可在其上写、画)；
10. 胶泥块；
11. 绘图纸；
12. 电线。

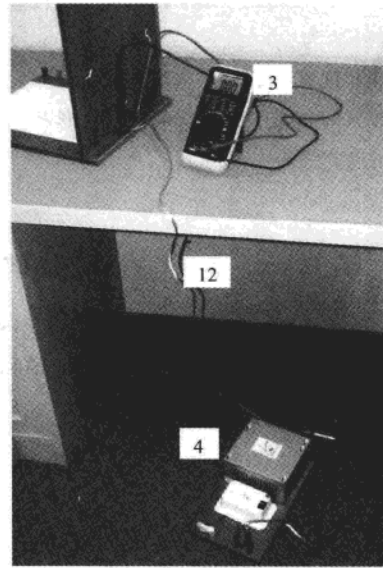
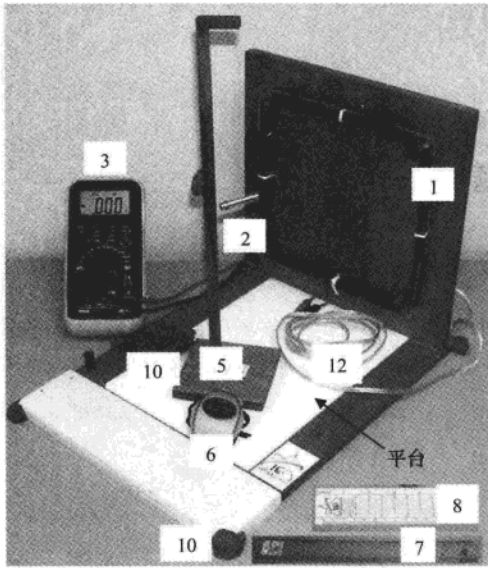


图 2

**警告：**万用表仅作为电压表用于测量线圈两端的电位差. 将万用表置于其它工作模式可能导致电源的损坏.

## 第一部分

这里给出一个直电流元  $ia$  在其中垂线上距离  $l$  处产生的磁场的磁感应强度  $B_P$  的表达式

$$B_P = \frac{\mu_0 i}{2\pi l} \frac{(a/2)}{\sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}, \quad (i)$$

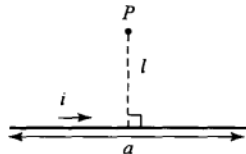


图 3

其中  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ , 为真空磁导率.

利用上式证明图 1 中正方形线圈在  $P$  点产生的磁场的磁感应强度为:

$$B_{Px} = \left( \frac{\mu_0 a^2 i N}{2\pi} \right) \left[ \frac{1}{\left( x^2 + \left( \frac{a}{2} \right)^2 \right) \sqrt{x^2 + 2 \left( \frac{a}{2} \right)^2}} \right]. \quad (ii)$$

这里同样给出磁铁棒在磁感应强度为  $B$  的磁场中作小幅振动的周期的表达式:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mB}}, \quad (iii)$$

其中  $m$  为磁铁棒的磁矩, 磁铁棒的质量为  $M$ ,  $I$  为磁铁棒相对于过其质心的转轴的转动惯量

$$I = M \left( \frac{L^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right). \quad (iv)$$

## 第二部分

在第三部分的实验测量中, 磁铁棒位置应按图 1 示意的方式悬挂. 如果悬线长度过短, 则悬线的扭矩对磁铁棒振动的影响不能忽略. 作适当的测量(譬如, 测量仅有地磁场时磁铁棒的振动), 用得到的测量结果来证明悬线的扭矩对后面实验的影响可被忽略. 这一部分不用画图.

## 第三部分

在下面的实验步骤 a)、b) 和 c) 中, 磁铁棒位置应按图 1 示意的方式悬挂. 测量并记下磁铁棒中心到平台上表面的距离.

## a) 线圈磁场与地磁场水平分量方向相同的情形

**警告:** 将线圈连接到电源后需至少等候 5 分钟再开始测量.

使线圈产生的磁场与地磁场的方向一致. 测量不同的总磁场强度下磁铁的振动周期. 作一条直线图, 根据此直线的参数计算出  $B_H$  和磁矩  $m$  的值, 并估算它们的误差.

## b) 仅有地磁场的情形

用步骤 a) 得到的小磁棒磁矩值  $m$  和第二部分得到的不加线圈磁场时小磁棒的振动周期, 再次计算地磁场磁感应强度水平分量  $B_H$  的值, 并估算其误差.

## c) 线圈磁场与地磁场水平分量反向的情形

改变电源端接线柱处的接线极性, 沿  $X$  轴寻找地磁场与反向的线圈磁场在  $X$  轴方向抵消的位置  $x_0$ . 再次根据  $x_0$  计算  $B_H$  的值, 并估算其误差.

## 2. 充水容器的振动

本实验的目的是采用非破坏性方法测量一个充满水的铝质容器的侧壁厚度  $t$ . 实验中所

用的铝质容器由一个圆柱形空筒和两个端盖组成. 圆柱形空筒的长度为  $L$ , 外半径为  $R$ . 容器的总长度为  $h$ . 两个端盖的厚度均为  $0.60\text{ cm}$  (见图 1). 端盖厚度的误差可以忽略. 请使用  $\text{cm}$  作为长度的单位,  $\text{g}$  作为质量的单位.

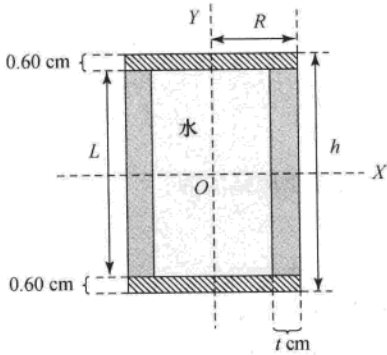


图 1

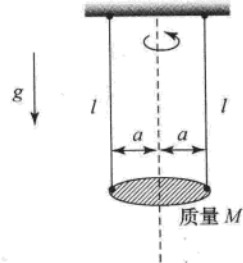


图 2

图 2 显示的是一个质量为  $M$  的物体的所谓双丝悬挂. 双丝的长度均为  $l$ .  $M$  作小幅角振动的周期  $T$  由下式给出:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{I}{Ma^2}} \quad (\text{i})$$

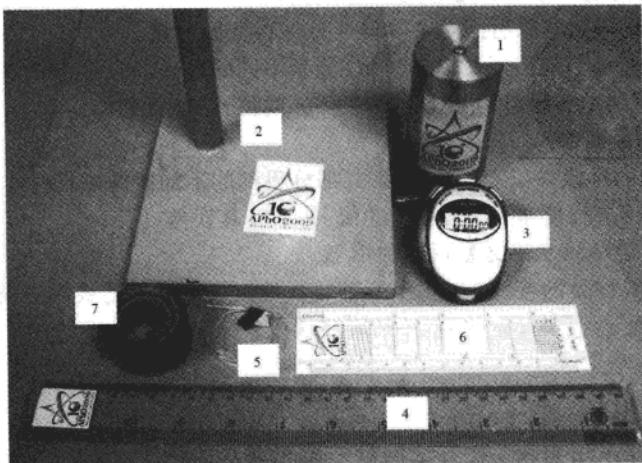
其中  $I$  为物体相对通过其质心的竖直轴的转动惯量,  $g$  为在曼谷的重力加速度 ( $g=978\text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ ).

本实验试题包括两个部分, 第一部分为公式推导, 第二部分为实验操作.

### 装置

每套实验装置包括:

- |                |                 |           |
|----------------|-----------------|-----------|
| 1. 一个充满水的铝质容器; | 2. 一个支架;        | 3. 一块秒表;  |
| 4. 一把直尺;       | 5. 一根尼龙悬丝;      | 6. 一个量角器; |
| 7. 一卷胶带;       | 8. 一把小刀(图中未画出). |           |



## 第一部分

首先请推导出下列各量的表达式,结果用  $R, L, t$  和铝的密度  $\rho$  表达(见图 1):

- i) 圆柱形空筒的质量( $m_1$ );
- ii) 每个端盖的质量( $m_2$ );
- iii) 充满于容器中的水的质量( $m_3$ );
- iv) 容器充满水后的总质量( $M$ );

v) 充满水的容器相对  $Y$  轴(见图 1)的有效转动惯量  $I_y$ , 假设水为理想流体.

然后测量  $R, h, L$ , 并代入所导出的各表达式中, 进而得到以上各量的以  $t$  为参数的数值表达式. 已知铝的密度为  $\rho = 2.70 \text{ g/cm}^3$ , 水的密度为  $1.00 \text{ g/cm}^3$ .

提示(图 3):

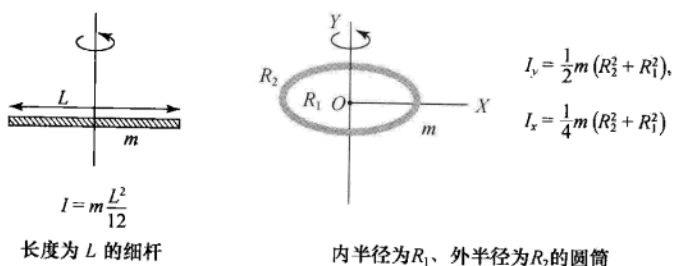


图 3

## 第二部分

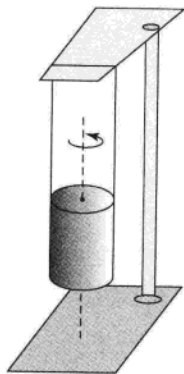


图 4

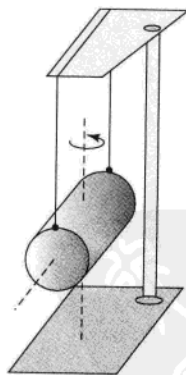


图 5

a) 相对于对称轴的角振动

采用图 4 所示的悬挂方法, 对一固定的悬丝长度  $l$ , 精确地测量小幅振动的周期  $T_s$ . 然后计算圆筒壁厚度( $t$ )的值.

估算厚度( $t$ )的测量误差  $\Delta t$ .

用得到的  $t$  值计算  $m_1, m_2, m_3$  和  $M$  的值.

**b) 相对于过容器中心且垂直于对称轴的转轴的角振动**

改用图 5 所示的悬挂方法, 进行与步骤 a) 类似的测量.

用这里测得的振动周期值和步骤 a) 所得  $t, m_1, m_3, M$ , 计算充满水的容器相对  $X$  轴(见图 2 和图 5) 的有效转动惯量  $I_x^{\text{Exp}}$ .

假设容器中的水全部都与容器同步振动. 采用步骤 a) 中得到的  $t$  值, 计算转动惯量的理论值  $I_x^{\text{Theo}}$ .

**c) 转动惯量的实验值与理论值的比较**

$I_x^{\text{Theo}}$  和  $I_x^{\text{Exp}}$  的差  $(\Delta I_x)$  是多少?

你认为这个差在统计上有意义吗?

作为一个简化的模型, 假设在步骤 b) 中, 仅仅容器两端各有一段圆柱形水柱发生运动, 且运动与容器同步. 请估算参与振动的水的质量占容器中水的总质量的百分比.

提示:

$$I_x^{\text{Theo}} = m_1 \left[ \frac{L^2}{12} + \frac{R^2 + (R-t)^2}{4} \right] + 2m_2 \left[ \frac{(0.6 \text{ cm})^2}{12} + \frac{R^2}{4} + \left( \frac{L}{2} + \frac{0.6 \text{ cm}}{2} \right)^2 \right] + m_3 \left[ \frac{L^2}{12} + \frac{(R-t)^2}{4} \right].$$





[ General Information ]

书名 = 全国中学生物理竞赛专辑 2010

作者 = 全国中学生物理竞赛委员会办公室

页码 = 170

ISBN = 170

SS号 = 12617495

dxNumber = 000006905116

出版时间 = 2010.05

出版社 = 北京市：北京大学出版社

定价：22.00

试读地址 = <http://book.duxiu.com.auth.lib.bit.edu.cn/bookDetail.jsp?dxNumber=000006905116&d=B4FDF3627BE0EDCDE99D210006A599EC&fenlei=070518&sw=%C8%AB%B9%FA%D6%D0%D1%A7%C9%FA%CE%EF%0%ED%BE%BA%C8%FC%D7%A8%BC%AD>

全文地址 = <http://nhtd.5read.com/image/ss2.jpg.dll?did=b56&pid=0560130296037A6C93C1005830EDF8DC0B3D0515426D6C227FA179817F860421206F1363C71E70D6F8A68DE91D9E3B304B07676EDBE5CC76C16BD8B6462B16AD24B3127610D443DEC69C61E0A09816DF21930EE218DF0BDD513CCB5BE8554C6F5070F7BCB8671B12883EFD8EA48076AB1A77&jid=/>