

热学测试题 (三)

题一 有一长为 l_0 ，底面积为 S 的薄壁绝热气缸，被两块带有阀门的绝热薄板 A、B，分成如图 1 三个部分。C 为一绝热活塞，且三部分气室的长度 $l_1 = l_2 = l_3 = 1\text{ m}$ 。

现在三气室内充入同种气体，使各气室内气体压强分别为 $P_1 = 4P_0$ ， $P_2 = 3P_0$ ， $P_3 = 2P_0$ 。（其中 $P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，为外界气体压强），初始温度均为 T_0 。现有一力 F 缓慢推动活塞 C 向左运动，且当薄板右方压强大于左边时，阀门自动开启，否则关闭。试问：活塞到达 B 时， F 作了多少功？已知 $S = 1\text{ m}^2$ ，气体满足 $C_V = \frac{5}{2}R$ ， $C_P = \frac{7}{2}R$ 。

缓慢推动活塞 C 向左运动，且当薄板右方压强大于左边时，阀门自动开启，否则关闭。试问：活塞到达 B 时， F 作了多少功？已知 $S = 1\text{ m}^2$ ，气体满足 $C_V = \frac{5}{2}R$ ， $C_P = \frac{7}{2}R$ 。

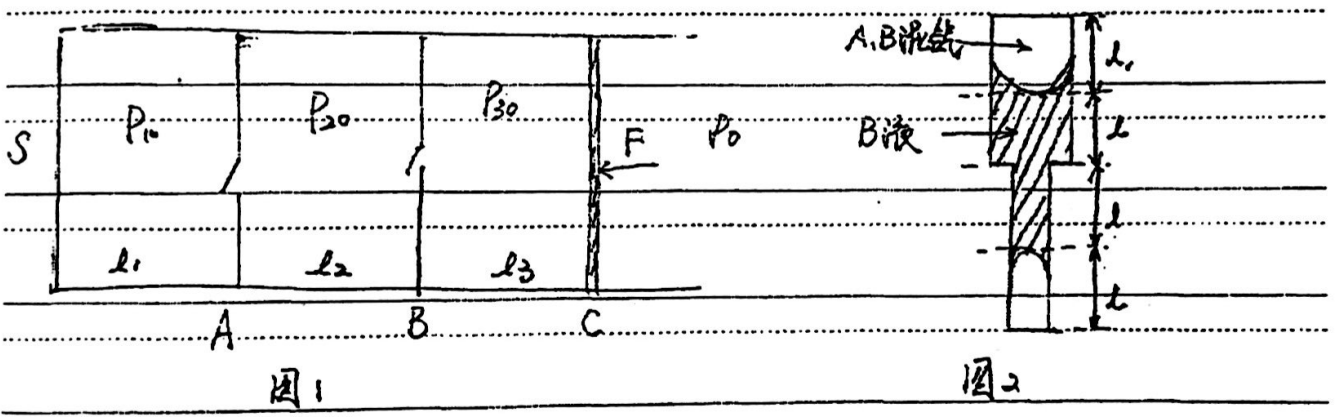


图 1

图 2

题二 在一重力加速度为 g 的真空实验室内，有一固定的气缸，开口向上竖有放置，气缸高为 h ，底面积为 S 。现在缸内有一厚度不计，质量为 M 的活塞，其与缸壁的滑动摩擦力与最大静摩擦力均为 $f = Mg$ 。初时，缸内有 $n\text{ mol}$ 双原子理想气体 N_2 ，且活塞在外力作用下平衡于高度距缸底 $\frac{2}{3}h$ 处，气体初温 T_0 。现去掉外力，问：活塞最大速度为多少？假设：① 活塞只要出缸，气体即迅速全部泻出。

② 活塞未出缸时，不考虑气体相对缸的漂移，且气体不与任何事物热交换。

可看作准静态过程

题三 在一个长 L , 截面积为 S 的圆试管内装^满有密度 ρ_0 的液体, 液体中有一些可视为球形的布朗粒子, 半径为 a , 密度为 ρ . 且此种粒子在液体中满足玻尔兹曼分布. 现将此试管一端固定, 且以倾角 θ 绕^过固定端^的竖直轴以 ω 角速度转动, 且此整个系统处在重力加速度 $g = 0.1000 \text{ m/s}^2$ 的环境内.

问: (1) 若 $\theta = 45^\circ$, $\omega = 1 \text{ rad/s}$, 且管两端^粒子数密度之比 $t = 5150$, 试估算 N_A .

(2) $\omega = 1 \text{ rad/s}$ 时, 若管两端粒子数密度相同, 试求 θ .

(3) 若 $0 \leq \omega \leq 1.5 \text{ rad/s}$, 且 θ 在 $0 \sim 180^\circ$ 内可调, 则管两端^粒子数密度比最大为多少.

其中: $\rho_0 = 1.194 \text{ g/cm}^3$, $\rho = 1.000 \text{ g/cm}^3$, $L = 0.1000 \text{ m}$, $S = 1.000 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$$\lambda = 0.2120 \times 10^{-6} \text{ m}, T = 300.0 \text{ K}$$

玻尔兹曼分布: $n_B = n_A \cdot e^{-\frac{\epsilon_p}{kT}}$ (n_A, n_B 分别为 A, B 两处^粒子数密度, ϵ_p 为 B 处单个粒子相对于 A 处势能)

题四 有一滴半径为 r 的球形水银, 置于另一半径为 r 的小环^上正上方高 h 处. 当此水银自由下落后, 受小环影响而形成一有小开口的气泡. 当气泡半径 $R > 10r$ 时, 气泡的壁厚及开口面积均可忽略, 初时空气温度为 T .

(1) 下落后, 气泡的最大半径是多少?

(2) 当气泡半径到达最大时, 将小开口封住, 且不考虑^{泡内}气体与外界一切热交换, 问气泡多大时系统平衡?

假设: ① 环境^压着重力加速度 g , 空气^压强 $p_0 = 1.00 \times 10^2 \text{ Pa}$ 的条件下.

② 气泡没有破裂

③ 在①②中，无空气阻力及各种能量损耗，而①②中则考虑机械能的损耗。

其中： $T_0 = 293 \text{ K}$ ， $\sigma_{\text{水银}} = 0.465 \text{ N/m}$ ， $r = 2.00 \times 10^{-3} \text{ m}$ ， $h = 10.0 \text{ m}$ 。

$\rho_{\text{水银}} = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，空气绝热系数 $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$ 。

第五 如图2的毛细长管，上部分长 $2l_1$ ，半径为 r_1 ，下部分长 $2l_2$ ，半径为 r_2 。在管内注入一定量液体B后，将上、下两端开口封闭。其中封入的气体上、下端均由气体A与B蒸气构成。

液体B与毛细管完全浸润，且上、下液面均为半球形。若在温度 T_0 时，液体B水平液面饱和蒸气压为 p_0 。假设A与B蒸气可视为理想气体，且不计气液变化中液体的体积、质量变化，忽略球形液面造成的分子体积。且系统保持恒温 T_0 不变。初时，系统在图示

状态下平衡，粗管中A气体此时分压为 P_{A1} 。

问：(1) 上、下液面在温度 T_0 时的饱和蒸气压（用字母表示）

(2) 若将试管缓缓倒置，且液体能全部进入粗管中，则 P_{A1} 应满足何条件。若

$P_{A1} = 4100 \text{ Pa}$ ，最终粗管气柱多长？ $P_{A1} = 4000 \text{ Pa}$ 呢？

数据： $l = 0.250 \text{ m}$ ， $r_1 = 1.000 \times 10^{-3} \text{ m}$ ， $r_2 = \frac{r_1}{\sqrt{3}}$ ， $T_0 = 293.0 \text{ K}$ ， $\sigma_B = 0.0730 \text{ N/m}$

$\rho_B = 1.000 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ， $M_B = 18.00 \text{ g/mol}$ ， $\gamma = 9.800 \text{ m/s}^2$

题六 有一个以奥托循环为原理的四冲程汽油机，压缩比为 ϵ ，其中 $5 \leq \epsilon \leq 15$ 。此机所抽进气和燃料的温度均为 $T = 300 \text{ K}$ ，且燃烧前后混合气体的物质的量及性质没有变化。

整个过程 $p-V$ 图如图3所示， $1 \rightarrow 2$ 为吸气的绝热压缩， $2 \rightarrow 3$ 为混合气体燃烧。

3→4为气体绝热膨胀, 4→1为排气阀打开吸入新气。假设在循环中用时 t 与压缩比 ϵ 有关系 $\epsilon = Ct$, 其中 C 为一常量。且每次燃料燃烧热与 ϵ 有线性关系

$Q = Q_0 C(\epsilon - 1)$, Q_0 也为一常量。气体的 C_v, C_p 在所有循环中不变。

问: (1) 用 $P_0, \epsilon, V_0, Q_0, C_p, C_v$ 表示 P_2, P_3, P_4 . ($P_1 = P_0$)

(2) 用以上量及 C 表示汽油机功率, 且求 ϵ 为多大时, 功率最大

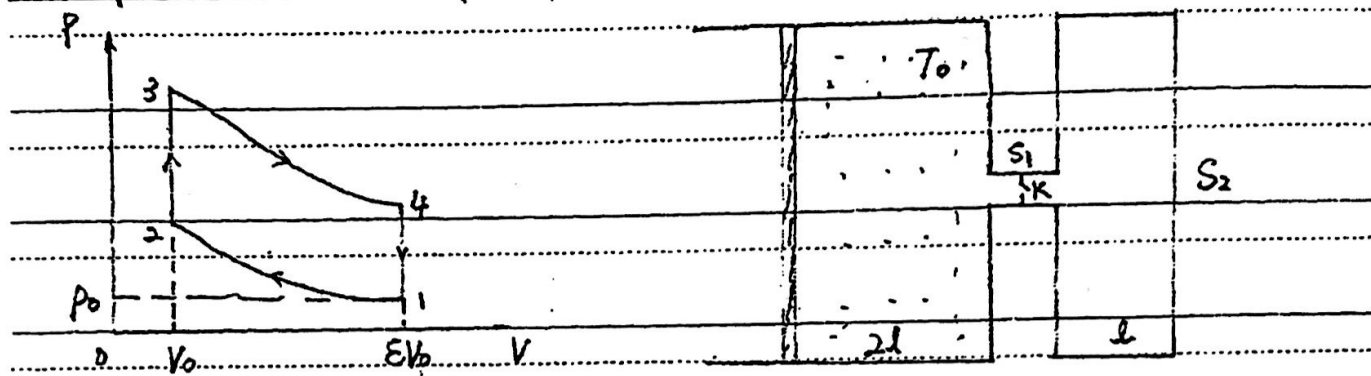


图3

图4

题心 如图4所示, 有两个气缸, 之间由一个有一开关 K 且横截面积为 S_1 的相通管连接。两缸横截面积相同, 均为 S_2 , 且右缸长 l 。左缸长度则由一可无摩擦自由滑动且与缸壁接触良好的轻质活塞调节 ($S_2 \gg S_1$)。整个系统被恒定在温度为 T_0 的条件下, 且外界为真空。

初时, K 关闭, 左缸内注入有压强 P_0 , 体积 $2lS_2$ 的气体, 且此气体在 T_0 温度下的饱和蒸气压为 P_0 , 液体汽化率为 λ 。右气缸内为真空。下面考虑两过程。

(1) K 闭合并压缩左室内气体至体积为0, 因汽流缓慢, 然后打开 K , 使气体、液体进入右缸直至最终平衡

(2) 在 K 打开的同时, 使活塞以速度 v_0 运动 (不受活塞位置), 以保持左右两气缸内气

压未达到 P_0 时, 左方气压恒为 P_0 . 而一旦左右缸气压均为 P_0 后, 就让活塞缓慢移动直到左气缸体积为 0:

设: 气体液化后液体体积不计, 气体分子泻流速率为 \bar{v}_x (即单位面积的孔, 在单位时间内从孔的一侧泻出到另一侧的分子数为 $\Gamma = n \cdot \bar{v}_x$, n 为此一侧分子数密度), 且可忽略气体相对气缸的整体漂移速度.

问: (1) 过程 (1) (2) 中为绝热吸热分别为多少?

(2) $V(x)$ 的表达式.

热学测试题 (三)

参考解答

解一解：首先我们易知各气室内气体的物质的量。

$$n_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_0} = \frac{p_1 l_1 S}{RT_0}$$

$$n_2 = \frac{p_2 V_2}{RT_0} = \frac{p_2 l_2 S}{RT_0}$$

$$n_3 = \frac{p_3 V_3}{RT_0} = \frac{p_3 l_3 S}{RT_0}$$

由于活塞运动缓慢，故可以认为整个过程满足绝热方程，有当B门打开时， $p_3' = p_2$ 。

$$p_3 V_3^{\gamma} = p_2 V_3'^{\gamma}$$

$$\therefore V_3' = V_3 \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{1/\gamma} = 0.749 \text{ m}^3$$

又由于绝热，则B开启气体混合后，设温度为 T_2' ，压强 p_2' ，体积 $V_2' = V_2 + V_3'$ 。

$$n_2 T_2 + n_3 T_3' = (n_2 + n_3) T_2' \quad (1)$$

$$\text{且 } p_2' (V_2 + V_3') = (n_2 + n_3) R T_2' \quad (2)$$

代入 n_2, n_3 表达式得。

$$p_2' = p_2$$

即混合后气体压强不变

再考虑活塞压缩至A门开启，同理，此时有

$$p_2' V_2'^{\gamma} = p_1 V_2''^{\gamma} \quad (V_2'' \text{ 为此时 2, 3 室气体总体积})$$

$$\therefore V_2'' = (V_2 + V_3') \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/\gamma} = 1.424 \text{ m}^3$$

注意到 $V_2'' > l_2 S$, 即活塞还未到B板.

同理知气体混合后有 $P_1' = P_1$. 最后, 活塞碰到B板用有绝热方程.

$$P_1' (V_1 + V_2'')^\gamma = P_1'' (V_1 + V_2)^\gamma$$

$$\therefore P_1'' = 5.235 P_0$$

故末态下, 气体内能 $E = \frac{C_V}{R} P_1'' (V_1 + V_2)$

而初态时, $E_0 = \frac{C_V}{R} (P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3)$

外界做功 $W = E - E_0$

所求外力做功 W_F 为: $W_F = W - P_0 V_3 = 2.709 \times 10^5 \text{ J}$

题二解: 初态时, $V_0 = \frac{l}{2} S$, $P_0 = \frac{nRT_0}{V_0} = \frac{2nRT_0}{lS}$. 现分情况如下.

1) $P_0 S = Mg + f$ 且 $P_0 S \geq Mg - f$ (代入 $Mg = f$), 即 $nRT_0 \leq fl$ 时, 活塞静止在平衡位置, 所求 $V_{\max} = 0$

2) $P_0 S > Mg + f$ 时, 即 $nRT_0 > fl$. 我们不妨设活塞会冲出缸. 则当活塞至缸口时.

$$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma \quad (\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4)$$

且 $PV = nRT$.

结合 $P_0 V_0 = nRT_0$, 我们可知

$$PV = nRT_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma-1} = 2^{1-\gamma} nRT_0$$

$$\therefore \text{气体对外界做功 } W = C_V (nT_0 - PV/R) = \frac{5}{2} nRT_0 (1 - 2^{1-\gamma})$$

为了克服 f , Mg 的阻力, 又做功

$$W_f = (Mg + f) \cdot \frac{l}{2} = fl$$

故气缸口的条件为

$$E_k = \frac{1}{2} MV^2 = W - W_f = \frac{5}{2} nRT_0 (1 - 2^{1-\nu}) - fl > 0$$

即 $nRT_0 > 1.65 fl$

此时,再分析活塞受力, 活塞所受气体支持力

$$F_1 = \frac{nRT_0}{L} \cdot 2^{1-\nu}$$

所受重力和摩擦力

$$F_2 = Mg + f = 2f$$

此时再进一步讨论:

1* 若 $F_1 > F_2$, 即 $nRT_0 > 2.64 fl$, 则表明活塞在绝热过程中不断加速, 由于气缸

以后活塞将只受重力, 则气缸口瞬间活塞速度最大, 即

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_k}{M}} = \left[\frac{5nRT_0 (1 - 2^{1-\nu}) - 2fl}{M} \right]^{1/2}$$

2* 若 $F_1 \leq F_2$, 即 $nRT_0 \leq 2.64 fl$, 则表明活塞在绝热过程中的某一时刻速度最大, 此

时有 $pS = Mg + f = 2f$, 即 $p = \frac{2f}{S}$, 利用绝热方程,

$$pV^\nu = p_0 V_0^\nu$$

$\therefore V = V_0 \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right)^{1/\nu} = \left(\frac{nRT_0}{2f}\right)^{1/\nu} \cdot \frac{1S}{2}$, 再利用能量关系, 有

$$\frac{1}{2} M v_{max}^2 = \frac{5}{2} \left[nRT_0 - \frac{2f}{S} \cdot \left(\frac{nRT_0}{2f}\right)^{1/\nu} \cdot \frac{1S}{2} \right] - 2f \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{nRT_0}{2f}\right)^{1/\nu} - 1 \right]$$

$$\therefore v_{max} = \left[\frac{5nRT_0 - 7fl \left(\frac{nRT_0}{2f}\right)^{1/\nu} + 2fl}{M} \right]^{1/2}$$

装
订
线

T(03412)

最后, 我们练习

$fl < nRT_0 \leq 1.65fl$ 的情况. 此时, 活塞向下运动但无法脱出缸口. 类似于上题², 我们知活塞最大速度在 $p = \frac{2f}{S}$ 时达到. 同法可知

$$V_{\max} = \left[\frac{5nRT_0 - 7fl \left(\frac{nRT_0}{2f} \right)^{1/2} + 2fl}{M} \right]^{1/2}$$

综上所述, 知:

① $nRT_0 \leq fl$ 时, $V_{\max} = 0$

② $fl < nRT_0 \leq 2^2 fl$ 时, $V_{\max} = \left[\frac{5nRT_0 - 7fl \left(\frac{nRT_0}{2f} \right)^{1/2} + 2fl}{M} \right]^{1/2}$

③ $2^2 fl < nRT_0$ 时, $V_{\max} = \left[\frac{5nRT_0 (1 - 2^{-1/2}) - 2fl}{M} \right]^{1/2}$

三解, (1) 在此系统中, 势能可分作重力势能和离心力势能两部分. 但考虑到液体与粒子均具有这两方面的势能, 故我们可写出任一处的粒子所具有势能.

$$E_{p1} = \frac{4}{3}\pi r^3 (p - p_0) gh, \quad E_{p2} = -\frac{4}{3}\pi r^3 (p - p_0) \cdot \frac{1}{2} \omega^2 r^2$$

其中 $h = l \cos \theta$, $r = l \sin \theta$.

设单位流分子数为 n_0 . 则由玻尔兹曼分布得:

$$n_L/n_0 = e^{-\frac{E_p}{kT}} = e^{-\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 (p - p_0) (\frac{1}{2} \omega^2 l^2 \sin^2 \theta - gl \cos \theta)}{kT}}$$

又由于 $\frac{n_L}{n_0} = \frac{1}{e} \quad |$

$$e^{-\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 (p_0 - p) (\frac{1}{2} \omega^2 l^2 \sin^2 \theta - gl \cos \theta)}{kT}} = e$$

解得: $k = 1.380 \times 10^{-23}$

又由玻尔兹曼常数, $N_A = \frac{R}{k} = 6.020 \times 10^{23}$

(2) 要让两端密度相同, 则 $E_p = 0$

$$\text{即 } E_{p1} + E_{p2} = 0.$$

$$\text{化简得, } \omega^2 l^2 \sin^2 \theta - 2gl \cos \theta = 0.$$

$$\text{解得, } \theta = 65.53^\circ$$

(3) 此问题要使得 $|E_p|$ 最大又

$$E_p = E_{p1} + E_{p2} = \frac{1}{3} \pi a^3 (\rho_0 - \rho) \left(\frac{1}{2} \omega^2 l^2 \sin^2 \theta - gl \cos \theta \right)$$

且 $\frac{1}{3} \pi a^3 (\rho_0 - \rho) > 0$, 故要求 $f = \left| \frac{1}{2} \omega^2 l^2 \sin^2 \theta - gl \cos \theta \right|$ 最大.

$$\text{代入 } g, l \text{ 数据, 则 } f = 0.01 \left| \frac{1}{2} \omega^2 \sin^2 \theta - \cos \theta \right|$$

1° 若 $\frac{1}{2} \omega^2 \sin^2 \theta - \cos \theta < 0$, 则由于 $\omega^2 \sin^2 \theta \geq 0$, 故当 $\theta = 0^\circ$ 时, 由

$$f_{\max} = 0.01 \left(\cos \theta - \frac{1}{2} \omega^2 \sin^2 \theta \right) = 0.01$$

2° 若 $\frac{1}{2} \omega^2 \sin^2 \theta - \cos \theta > 0$, 则

$$f = 0.01 \left(\frac{1}{2} \omega^2 - \frac{1}{2} \omega^2 \cos^2 \theta - \cos \theta \right)$$

解方程易知

$$0 \leq \omega \leq 1 \text{ 时, 则 } \cos \theta = -1 \text{ 有 } f_{\max} = 0.01$$

$1 < \omega \leq 1.5$ 时, 则 $\cos \theta = -\frac{1}{\omega}$ 时, 有 $f_{\max} = \omega^2 + \frac{1}{\omega^2}$, 易知 $\omega = 1.5$ 时,

$$f_{\max} = \dots 0.01347$$

比较知, 取最后一解, 此时

$$\frac{n_1}{n_0} = 8.73 \times 10^6 \text{ 最大.}$$

年 月 日

题四解: (1) 不妨设 $R \gg r$, 由于与泡壁体积可忽略, 故大气 p_0 对此系统做的功可不计, 且由题可知

$$mg(h+R) = 6 \cdot 8\pi R^2$$

且 $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = 4.56 \times 10^{-4} \text{ kg}$

故有 $R = 0.0620 \text{ m}$

发现显然 $R > 10r$, 故由题可知所假设 $R \gg r$ 符合

$\therefore R = 0.0620 \text{ m}$

(2) 之在可视泡内气体做绝热变化, 于是满足方程

$$pV^\gamma = c \quad (c \text{ 为常数})$$

不妨设所求半径为 R_0 , 则 $\Delta p = \frac{4\sigma}{R_0}$

气体内压强 $p = p_0 + \Delta p$ 故

$$(p_0 + \frac{4\sigma}{R_0}) R_0^{3\gamma} = p_0 \cdot R^{3\gamma}$$

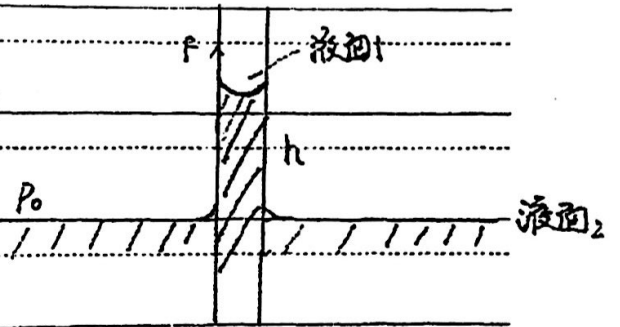


图1

解得 $R_0 = 0.0580 \text{ m}$

依然满足 $R_0 > 10r$, 故解答中一切假设均符合题意。

题五解: (1) 如图1所示, 由于从微观情况考虑, 液体在温度一定下的饱和蒸气压, 仅决定于液体表面的情况, 所以我们可以认为上下液面的饱和蒸气压均可等效为同一模型。

即图中所示, 我们可以考虑毛细现象的等效原理, 将此情况中的饱和蒸气压示出。由于液面1

为半球面, 故表面张力 $F = 2\pi r \sigma$

由毛细管原理得 $2\pi r\sigma = \rho gh \cdot \pi r^2$

故 $h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$

又液体呈曼分布, 我们得, 液面1处蒸气压强 $P = P_0 e^{-\frac{\rho gh}{RT}} = P_0 e^{-\frac{2M\sigma}{RTPr}}$

于是可得 $P_{\text{上}} = P_0 e^{-\frac{2M\sigma}{RTPr_1}}$

$$P_{\text{下}} = P_0 e^{-\frac{2M\sigma}{RTPr_2}}$$

(2) 当 $\frac{2M\sigma}{RTPr}$ 趋于0, 故我们可以认为 $P_{\text{上}} = P_{\text{下}} = P_0$. 即B的蒸气在上、下汽柱中的分压均为 P_0 .

设 P_{A2} 为A气体初时在细管中分压, 则由平衡可知

$$(P_{A1} - \frac{2\sigma}{r_1} + P_0) + \rho g \cdot 2l = P_{A2} + P_0 - \frac{2\sigma}{r_2}$$

$$\therefore P_{A2} = P_{A1} + 2\rho gl - \frac{2\sigma}{r_1} + \frac{2\sigma}{r_2}$$

下面我们考虑液体管倒置后的一种临界情况, 即液体刚刚全部进入粗管, 但有一液面

还在细管内, 此时易知:

由于温度不变, 则 $P_{A2}' = \frac{P_{A2}}{2}$, $P_{A1}' = 2P_{A1}$. 为使液体不完全进入粗管, 则

$$P_{A1}' - \frac{2\sigma}{r_1} \geq \rho g \cdot \frac{3}{2}l + (P_{A2}' - \frac{2\sigma}{r_2})$$

解得 $P_{A1} \geq \frac{2}{3} (\frac{5}{2}\rho gl + \frac{\sigma}{r_1} - \frac{\sigma}{r_2}) = 4063 \text{ Pa}$

即要液体全部进入粗管, 只需 $P_{A1} < 4063 \text{ Pa}$ 即可.

当 $P_{A1} = 4000 \text{ Pa}$ 时, 液体全部进入粗管, 设气柱长为 αl , 则易知

$$P_{A1}' = \frac{1}{\alpha} P_{A1}, \quad P_{A2}' = \frac{1}{l + 2(l - \alpha l)} P_{A2} = \frac{1}{3 - 2\alpha} P_{A2}$$

由平衡条件得方程

$$\frac{1}{3-2\gamma} (P_{A1} + 2\rho g l - \frac{2\sigma}{r_1} + \frac{2\sigma}{r_2}) + \frac{3}{2} \rho g l - \frac{1}{\alpha} P_{A1} = 0$$

代入数据解得: $x = 0.493$.

即 $l' = x l = 0.123 \text{ m}$

若 $P_{A1} = 4100 \text{ Pa}$, 此时液体未全部进入粗管, 同理可得,

$$l'' = 0.126 \text{ m}$$

题六解: (1) 最初气体状态 1 ($p_0, \epsilon V_0, T_0$), 视过程 1~2 为绝热压缩过程, 则

$$p_0 (\epsilon V_0)^\gamma = p_2 V_0^\gamma \quad (\gamma = \frac{C_p}{C_v})$$

$$\therefore p_2 = p_0 \epsilon^\gamma$$

再考虑 2~3 的加热过程, $V_3 = V_2 = V_0$, 气体不对外做功, 但内能增加

$$\Delta E = C_v (p_3 V_0 - p_2 V_0) / R$$

由题意, $Q = (\epsilon - 1) Q_0$

且 $\Delta E = Q$, 故

$$p_3 = \frac{R(\epsilon - 1) Q_0}{V_0 C_v} + p_0 \epsilon^\gamma$$

而 3~4 又为绝热过程, 故易知

$$p_4 = \frac{R Q_0 (\epsilon - 1)}{\epsilon^\gamma V_0 C_v} + p_0$$

(2) 整个过程中, 热机做功

$$W = Q_{吸} - Q_{放} = n C_v (T_3 - T_2) - n C_v (T_4 - T_1)$$

$$= n C_v (T_3 + T_1 - T_2 - T_4)$$

$$= \frac{C_V}{R} (P_3 V_0 + \epsilon V_0 P_1 - P_2 V_0 - \epsilon V_0 P_4)$$

$$= Q_0 (\epsilon - 1) - \epsilon^{1-\gamma} Q_0 (\epsilon - 1)$$

$$= (1 - \epsilon^{1-\gamma}) (\epsilon - 1) Q_0$$

$$\text{而功率 } P = \frac{W}{t} = C_1 Q_0 (1 - \epsilon^{-1}) (1 - \epsilon^{1-\gamma})$$

易知 P 随 ϵ 递增, 则 P 最大时, $\epsilon = 15$.

题七解. 我们先分析过程①. 由于气体经过压缩超过 T_0 时的饱和蒸气压为 p_0 时就

会液化, 而 p_0 又恰为初态气压. 故我们可知此系统在压缩过程中一直保持压强为

p_0 . 另外, 我们用汽化热 L 定义得

$$mL_0 = p_0 \cdot V_0 + \Delta U_{\text{液-气}} \quad (\text{其中 } p_0 V_0 \text{ 是 } V_0 \text{ 体积的气体膨胀所需做功, 而 } \Delta U \text{ 是内能变化})$$

故压缩阶段, 汽液系统吸热 Q_1 满足

$$Q_1 = \Delta U_{\text{气-液}} + W_{\text{液}} = -\Delta U_{\text{液-气}} - p_0 V_0 = -mL_0 = -\frac{p_0 V_0 M}{RT_0} L_0$$

而对于此题, $V_0 = 2 \text{ l S}_2$

而对于打开 K 合的情况, 由于 $V_{\text{左}} = V_{\text{右}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{V_0}{2}$, 故只能将厚 $\frac{1}{2}$ 的液体汽化. 且由于

此汽化过程中, 气体没有做功, 故 $Q_2 = \frac{1}{2} \Delta U_{\text{液-气}}$

$$\therefore Q = Q_1 + Q_2 = -p_0 l S_2 = -p_0 l S_2 \left(\frac{ML_0}{RT_0} + 1 \right)$$

再分析过程②. 由于 \bar{v} 只与 T 有关, 故 \bar{v} 在此条件中为定值.

对于单位时间 dt , 此时我们设温度迁移从 x 变为 $(x + dx)$, 则从左到右逸出分子数

$$dN_1 = n_1 \bar{v}_x \cdot S_1 dt$$

由右到左逸出分子数 $dN_2 = n_2 \bar{v}_x S_2 dt$

故从左进入右的气体分子净增加为: $dN = dN_1 - dN_2 = (n_1 - n_2) S_1 \bar{v}_x dt$

又从另一方面看, 由于 $P = n k T$, 即对于此左为气缸内气体, 由于 P 恒为 p_0 , T 恒为 T_0 . 故 $n \equiv n_1$, 不变. 从而 $dN = n_1 v(x) S_2 dt$

又 n_2 与 n_1 应满足关系:

$$n_1 \times S_1 = n_2 \times S_2$$

$$\therefore n_2 = \frac{S_1}{S_2} n_1$$

故有 $n_1 S_1 \bar{v}_x (1 - \frac{S_1}{S_2}) dt = n_1 S_2 v(x) dt$

$$\therefore v(x) = \frac{S_1}{S_2} (1 - \frac{S_1}{S_2}) \bar{v}_x \quad (0 \leq x \leq L)$$

在 $0 \leq x \leq L$ 过程中, 全部是气体, 没有液体出现, 提吸热

$$Q_1 = -W = -p_0 l S_2 \quad (W \text{ 为外界对气体做功})$$

而对于后面压缩, 为一不断液化的等压过程, 与过程①类似, 知

$$Q_2 = -\frac{mL}{2} = -\frac{p_0 S_2 l}{RT_0} M L_0$$

$$\text{则 } Q = Q_1 + Q_2 = -p_0 l S_2 \left(\frac{M L_0}{RT_0} + 1 \right)$$