电路测试题(一)

题一 如下图1所示，为一个2×2×2的正方体电阻网络，若单位长度电阻为R，求AB间等效电阻R_{AB}.

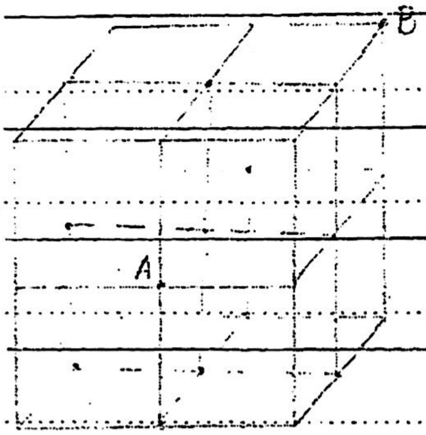


图1

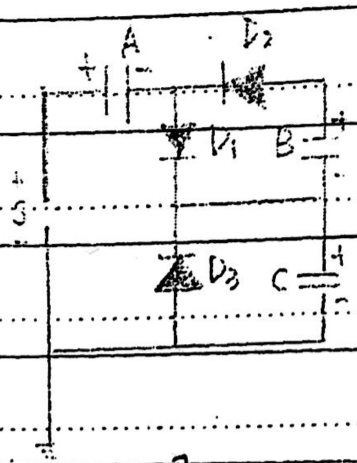


图2

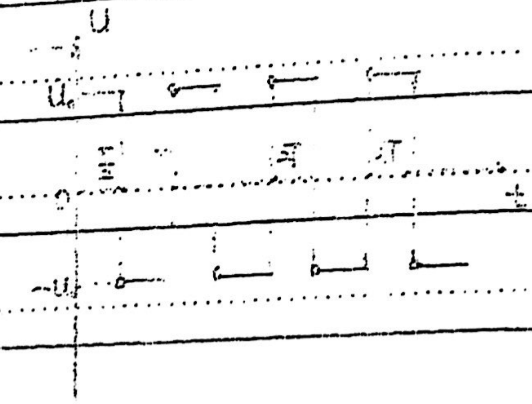


图3

题二 如图2所示，已知每个二极管均为理想的(正向电阻为0，反向电阻为无穷)，电容器的电容量均为C，S为电源，所输出电压如图3所示，T为足够长时间，远大于电容充放电的需时间。S内阻可忽略，试求：(各电容器的正负如图2所示)

(1) $t=T$时，电容器的电量Q_A，Q_B，Q_C.

(2) $t=2T$时，电容器的电量Q_A'，Q_B'，Q_C'.

(3) $t=kT$时，($k>2$)，电容器的电量Q_{Ak}，Q_{Bk}，Q_{Ck}.

题三 晶体管在现在的电路中应用得十分广泛，已成为电子电路中不可或缺的元件.

1 P型半导体和N型半导体

P型半导体是在四价晶体如硅、锗中掺入三价杂质，如硼、铝等，使之取代部分硅原子，然而由于它们只有三个价电子，故与周围的硅形成4个共价键的同时，留下了一个没有

电子的键，称为空穴。于是周围的硅的价电子花费较少的能量就能"跳"到这个空穴中，而此硅的四个键中，就又有一个空穴。空穴通过上述途径在P型半导体中较自由地"流动"，在外场合适的情况下，空穴将充当导体中"自由电子"的角色，成为P型半导体的载流子。

N型半导体的原理与P型半导体类似，只不过在硅中掺杂的是磷、砷等五价原子，这些原子与硅成键后，多出一个较自由的电子，此种电子便成为N型半导体的载流子

2. PN结

如图4，当一个半导体由P、N型半导体接合而成时，在相接合的地方形成PN结。由于扩散作用，PN结附近的N型半导体中的一部分"自由电子"会有一部分移到P型半导体的空穴中，从而带正电，而P型半导体一侧则带负电，在PN结处形成内电场，电场阻止扩散作用继续进行，当此两种作用达到平衡时，PN结稳定。PN结是晶体管的重要组成之一。

3. 晶体管

如图5，6，分别为二、三极管的组成结构和符号，其中e，b，c分别称为发射极、基极和集电极。

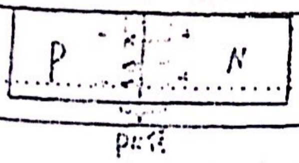
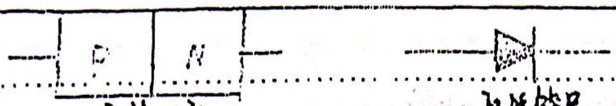
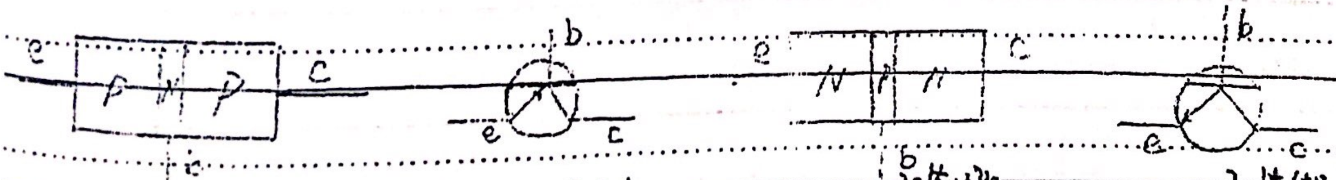


图4



二极管结构　　二极管符号

图5



PNP三极管结构　　PNP三极管符号　　NPN三极管结构　　NPN三极管符号

图6

以下题中所述三极管均为PNP型三极管.

(1) 试由上述知识简述三极管工作原理

(2) 若电流从三极管 e 极流入而从 b、c 极流出，同时满足 $I_b \ll I_c$，试比较 U_e, U_b, U_c 的大小.

(3) 如图7所示，有一低频单管放大电路，对于理想三极管，当接法正确(即满足(2)问中 U_e, U_b, U_c 的大小关系)时，有 $I_e = I_b + I_c$ 且 $I_b \ll I_c$，此时有 $\beta = \frac{I_c}{I_b}$ 为常数。但若接法不正确，则 $I_b = I_c = I_e = 0$。现在试问使 R_1 开路(即 $R_1 \to \infty$)，且 U_{in} 如图8所示，试定性画出 $i_c \sim t$ 图，并指出为了不使放大效应失真，R_1 存在的必要性.

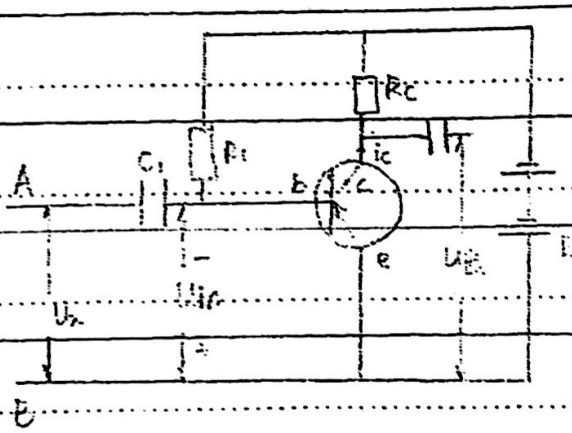


图 7

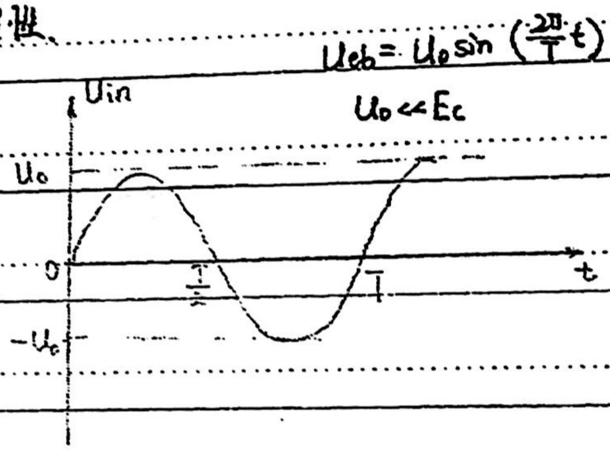


图8

(4) 如图9为此电路的输出特性曲线，$E_c = 12V$，$R_c = 5\,k\Omega$，$R_1 = 200\,k\Omega$，另设输入端 $U_{in} = 0V$，求此时 I_c，U_{ec}.（$U_{eb} \ll E_c$）

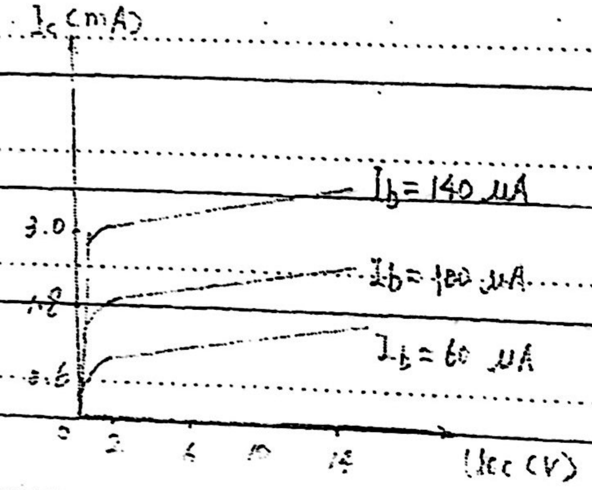


图 9

题四 为了纪念吴运璧在1985年9月30日诞生，现构造如图10网络，该网络为无穷正方形网络，以A为原点，B的坐标为(1985, 930)。现在两个这样的网络 A_CB_C 和 A_LB_L，其单位长度上所配置的电学元件分别为电容为 C 的电容器及电感为 L 的线圈，且网络中的电阻均忽略不计，并连接成如图11的电路。

S为调频信号发生器，可发出频率 $f\in(0,+\infty)$ Hz 的电学正弦交流信号，即 $U_S=U_0\sin(2\pi f t)$，U_0 为一已知定值，R为一已知保护电阻。

试求干路电流达到最大时，S的频率 f_m 以及此时干路的峰值电流 I_{max}。

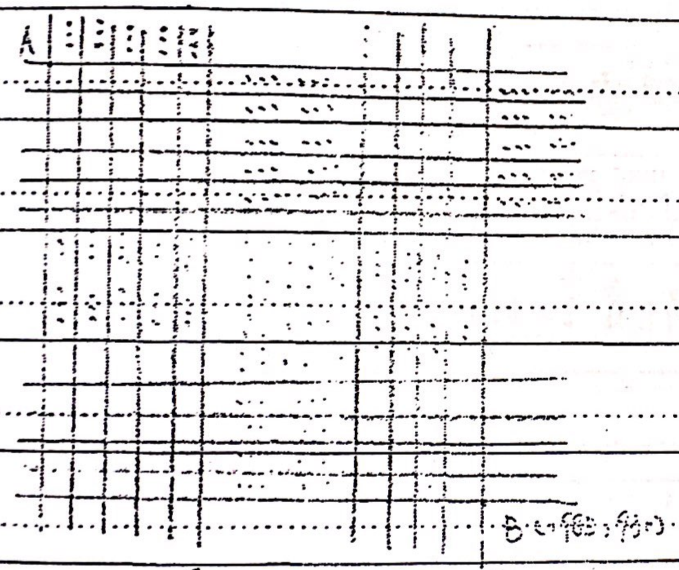


图 10

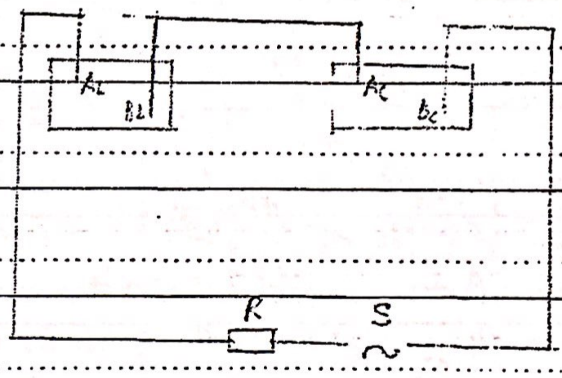


图 11

题五 如图12，为一两端无限延伸的电阻网络，设每小段电阻丝电阻均为 1Ω，试问AB间等效电阻 R_{AB}（结果保留三位有效数字）

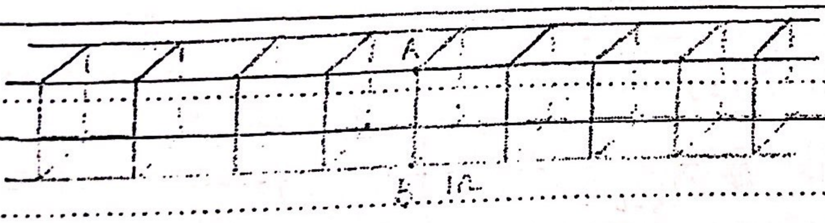


图 12

电路测试题（一）

参考解答

题一 解：我们设有电流从A流入从B流出，为了充分利用对称性，我们可认为此电流I经过如下两过程：

〈1〉从A流入从O流出；

〈2〉从O流入从B流出。

过程〈1〉：如下图设电流 I_1、I_2、I_3、I_4、I_5，并利用对称性，有：

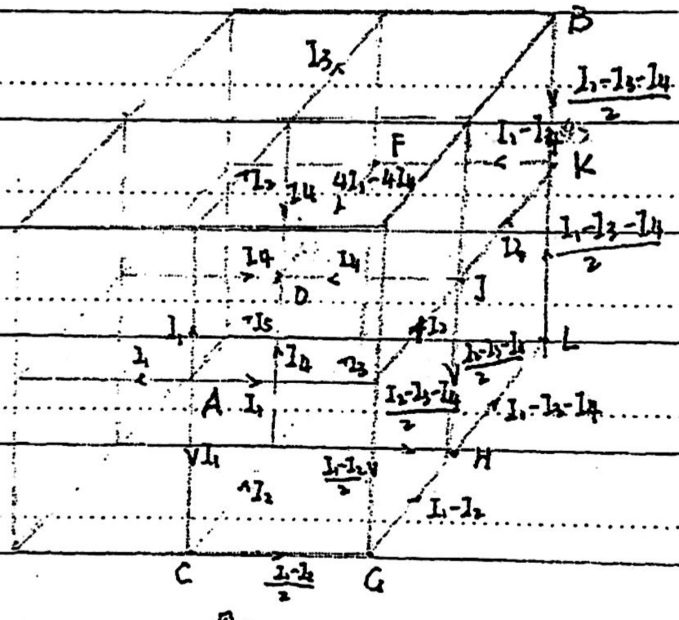


图1

分别通过回路ACDO、ODEF、IJGH、JHKL的回路电压降为0得4个方程，并结合 $I=4I_1+I_5$，则有

$$\begin{cases} I_1+I_2+I_4-I_5=0 \\ I_3+(I_1-I_4)+4(I_1-I_4)-I_4=0 \\ I_2+\frac{I_2-I_3-I_4}{2}-\frac{I_1-I_2}{2}-(I_1-I_2)=0 \\ \frac{I_2-I_3-I_4}{2}+(I_1-I_3-I_4)+\frac{I_1-I_3-I_4}{2}-I_3=0 \\ I=4I_1+I_5 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} I_1=\frac{233}{1512}I \\ I_2=\frac{151}{1512}I \\ I_3=\frac{11}{1512}I \\ I_4=\frac{196}{1512}I \\ I_5=\frac{580}{1512}I \end{cases}$$

过程(2)：如下图2设电流 I_6, I_7, I_8, I_9.

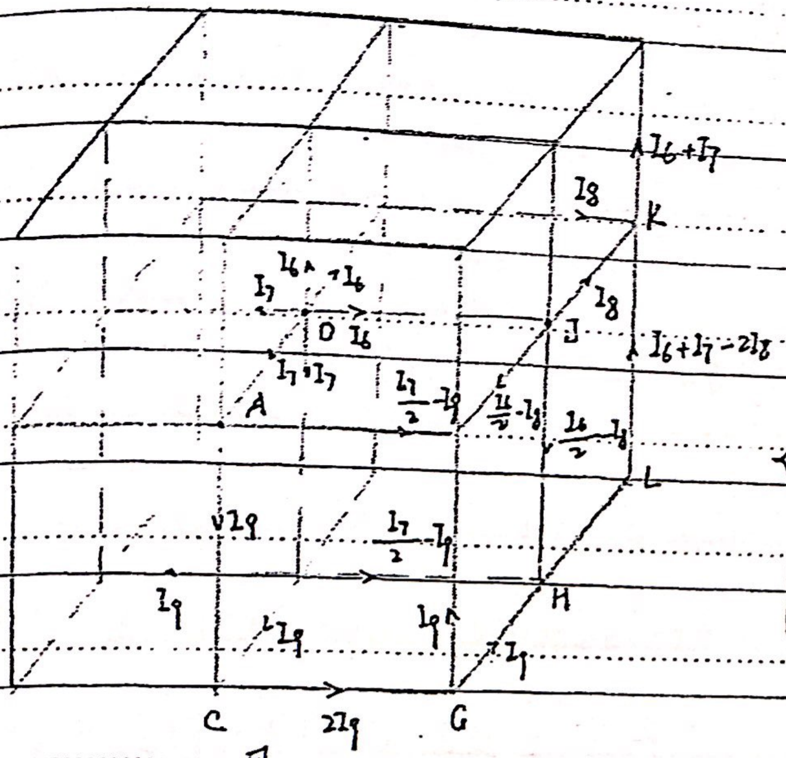


图 2

考虑回路 ACGI, JHLK, AOJI 及 $3I_6+3I_7=I$ 得:

$$\begin{cases} I_9+2I_9+I_9-\left(\frac{I_7}{2}-I_9\right)=0 \\ \left(\frac{I_6}{2}-I_8\right)+\left(\frac{I_6+I_7}{2}-I_8\right)+\left(I_6+I_7-2I_8\right)-I_8=0 \\ I_7+\left(\frac{I_7}{2}-I_9\right)-\left(\frac{I_6}{2}-I_8\right)-I_6=0 \\ 3(I_6+I_7)=I \end{cases}$$

解之得:

$$\begin{cases} I_6=\frac{17}{84}I \\ I_7=\frac{11}{84}I \\ I_8=\frac{101}{840}I \\ I_9=\frac{11}{840}I \end{cases}$$

综合(1)(2)则

$$U_{AB}=U_{AB(1)}+U_{AB(2)}$$

$$=\left(I_1+I_2+I_3-\frac{I_1-I_3-I_4}{2}\right)R+\left[\left(\frac{I_7}{2}-I_9\right)-\left(\frac{I_6}{2}-I_8\right)+I_8+(I_6+I_7)\right]R$$

$$=\frac{5879}{7560}IR$$

$\therefore\ R_{AB}=\frac{U_{AB}}{I}=\frac{5879}{7560}R$

题二 解:(1) $0<t\le\frac{T}{2}$ 时, D_1 开通, D_2, D_3 截止.

故 $U_{A1}=U_{C1}=\frac{1}{2}U_0$, $U_{B1}=0$.

而在 $\frac{T}{2}<t\le T$ 段内, $U_S=-U_0$, 此时 D_2 开通, D_1, D_3 截止, 设此状态一直保持下去并达到稳定, 则

$$\begin{cases} U_{A2}+U_{B2}+U_{C2}=-U_0 \\ U_{B2}-U_{A2}=-U_{A1} \\ U_{C2}-U_{B2}=U_{C1} \end{cases} \quad 解得 \quad \begin{cases} U_{A2}=-\frac{1}{6}U_0 \\ U_{B2}=-\frac{2}{3}U_0 \\ U_{C2}=-\frac{1}{6}U_0 \end{cases}$$

注意到 $U_{C2}<0$，即在达到此"稳定"状态前 D_3 已经导通，且 D_3 导通时，$U'_{C2}=0$

而 $U'_{B2}=U'_{C2}-U_{C1}=-\frac{1}{2}U_0$

$U'_{A2}=U'_{B2}+U_{A1}=0$

此后 D_2、D_3 导通，D_1 截止，稳定时，

$$\begin{cases} U_{A2}+U_{B2}=-U_0 \\ U_{B2}-U_{A2}=U'_{B2}-U'_{A2} \\ U_{C2}=0 \end{cases} \quad 解得 \quad \begin{cases} U_{A2}=-\frac{1}{4}U_0 \\ U_{B2}=-\frac{3}{4}U_0 \\ U_{C2}=0 \end{cases}$$

于是 $t=T$ 时，

$Q_A=-\frac{1}{4}CU_0$，$Q_B=-\frac{3}{4}CU_0$，$Q_C=0$.

(2) $T<t\le\frac{3}{2}T$ 时，$U_s=U_0$，从而 D_1 开通，D_2、D_3 截止，稳定时，有

$$\begin{cases} U_{A3}+U_{C3}=U_0 \\ U_{C3}-U_{A3}=U_{C2}-U_{A2} \\ U_{B3}=U_{B2} \end{cases} \quad 解得 \quad \begin{cases} U_{A3}=\frac{3}{8}U_0 \\ U_{B3}=-\frac{3}{4}U_0 \\ U_{C3}=\frac{5}{8}U_0 \end{cases}$$

而 $\frac{3}{2}T<t\le 2T$ 时，$U_s=-U_0$，D_2 导通，D_1、D_3 截止，稳定时，

我们有：

$$\begin{cases} U_{A4}+U_{B4}+U_{C4}=-U_0 \\ U_{A4}-U_{B4}=U_{A3}-U_{B3} \\ U_{B4}-U_{C4}=U_{B3}-U_{C3} \end{cases}$$ 解得 $$\begin{cases} U_{A4}=-\frac{1}{24}U_0 \\ U_{B4}=-\frac{7}{6}U_0 \\ U_{C4}=\frac{5}{24}U_0 \end{cases}$$

经检验发现 $U_{C4}>0$，故 D_3 此时依然截止，符合。

故 $Q_A'=-\frac{1}{24}CU_0$，$Q_B'=-\frac{7}{6}CU_0$，$Q_C'=\frac{5}{24}CU_0$

(3) 设 A_{2k+1}，B_{2k+1}，C_{2k+1} 为电容器 A,B,C 在 $t=(k+\frac{1}{2})T$ 时的电压，而 A_{2k}，B_{2k}，C_{2k} 为电容器在 $t=kT$ 时的电压。并假设如下现象贯穿电容器充放电过程：

$$\left.\begin{array}{l} kT<t\le(k+\frac{1}{2})T \text{ 时，} D_1 \text{ 导通，} D_2,D_3 \text{ 截止；} \\ (k+\frac{1}{2})T<t\le(k+1)T \text{ 时，} D_2 \text{ 导通，} D_1,D_3 \text{ 截止。} \end{array}\right\} (*)$$

则有：

$$\begin{cases} A_{2k+1}+C_{2k+1}=U_0 & ① \\ B_{2k+1}=B_{2k} & ② \\ A_{2k+2}=B_{2k+2}=A_{2k+1}-B_{2k+1} & ③ \\ C_{2k+2}-B_{2k+2}=C_{2k+1}-B_{2k+1} & ④ \\ A_{2k+2}+B_{2k+2}+C_{2k+2}=-U_0 & ⑤ \end{cases}$$

(以上所有 k 均有 $k\in N$ 且 $k\ge 2$)

③+④得

$$(A_{2k+2}+C_{2k+2})-2B_{2k+2}=(A_{2k+1}+C_{2k+1})-2B_{2k+1} \quad ⑥$$

①，⑤代入⑥则

$$-U_0 - B_{2k+2} = U_0 + 2B_{2k+2} - 2B_{2k+1}$$

$\therefore \quad B_{2k+2} = \frac{2}{3}B_{2k+1} - \frac{2}{3}U_0$ ⑦

由②代入⑦得：

$$B_{2k+2} = \frac{2}{3}B_{2k} - \frac{2}{3}U_0$$

又 $B_4 = -\frac{7}{6}U_0$，递推得：

$$B_{2k} = \left[\frac{5}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} - 2\right]U_0$$

又 $k=1$ 时，$B_2 = -\frac{3}{4}U_0$ 亦满足上式。

所 $B_{2k+1} = B_{2k} = \left[\frac{5}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} - 2\right]U_0$

④－③得：

$$A_{2k+2} - C_{2k+2} = A_{2k+1} - C_{2k+1}$$

同理：

$$A_{2k+1} - C_{2k+1} = A_{2k} - C_{2k}$$

从而 $A_i - C_i = A_4 - C_4 = \left[\left(-\frac{1}{24}\right) - \frac{5}{24}\right]U_0 = -\frac{1}{4}U_0$ ⑧

①，⑧联立

$A_{2k+1} = \frac{3}{8}U_0$， $C_{2k+1} = \frac{5}{8}U_0$ ⑨

⑨代入③，④解得：

$A_{2k} = \frac{1}{8}\left[3 - 5\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1}\right]U_0$， $C_{2k} = \frac{1}{8}\left[5 - 5\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1}\right]U_0$

从而我们可知：

$$A_{2k}=\frac{1}{8}[3-5(\frac{2}{3})^{k-1}]U_0 \qquad A_{2k+1}=\frac{3}{8}U_0$$

$$B_{2k}=[\frac{5}{4}(\frac{2}{3})^{k-1}-2]U_0 \quad 且 \quad B_{2k+1}=[\frac{5}{4}(\frac{2}{3})^{k-1}-2]U_0$$

$$C_{2k}=\frac{1}{8}[5-5(\frac{2}{3})^{k-1}]U_0 \qquad C_{2k+1}=\frac{5}{8}U_0$$

但上述各式均在我们所进行的假设(*)下得到，即(*)成立的条件如下：

$$\begin{cases} A_{2k}+C_{2k}<U_0 \\ B_{2k}\leq 0 \\ C_{2k+1}>0 \\ A_{2k+1}+B_{2k+1}+C_{2k+1}\geq -U_0 \\ C_{2k+2}>0 \end{cases}$$

经验证知已上各式均对于我们的结果满足 则

$$Q_{Ak}=\frac{1}{8}[3-5(\frac{2}{3})^{k-1}]Q_0$$

$$Q_{Bk}=\frac{1}{8}[5-5(\frac{2}{3})^{k-1}]Q_0$$

$$Q_{Ck}=[\frac{5}{4}(\frac{2}{3})^{k-1}-2]Q_0$$

题三 (1) 略

(2) $U_e>U_b>U_c$

(3) 如图3所示，不难看出 i_c 已经丢失了 $(k+\frac{1}{2})T<t\leq(k+1)T$ 时的信息 $(k\in N)$。

这是由于在此用三极管不能导通所造成的，为了使其不失真，我们加入 R_1，

保证即使 $U_{in}<0$，我们也可有 $U_b<U_e$，使三极管始终导通，从而使之输出完整波形.

(4) 分析电路，则

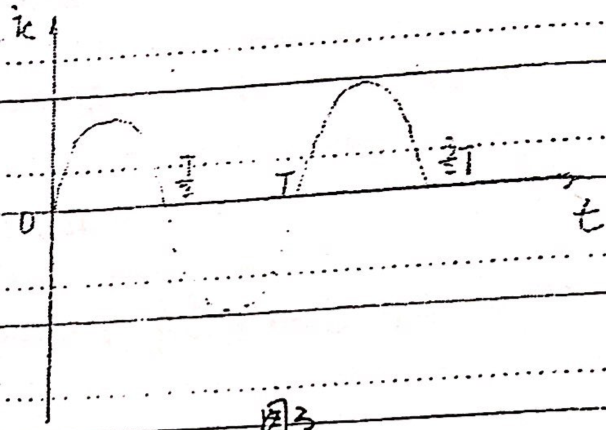


图3

$$\frac{E_c-U_{eb}}{R_1}=I_b\ ,\ 又\ U_{eb}\ll E_c$$

$$\therefore\quad I_b\doteq\frac{E_c}{R_1}=60\,\mu A.$$

且 $\quad E_c=U_{ec}+I_cR_c$

$$\therefore\quad I_c=\frac{E_c}{R_c}-\frac{U_{ec}}{R_c}$$

在输出特性曲线上作此直线，并与 $I_b=60\,\mu A$ 的曲线相交于Q点，求得 I_c、U_{ec}.

作图知 $\quad I_c=1.1\,mA$、$\quad U_{ec}=6.6V$.

题四 解：不妨设电感网络等效电感 $L_{AB}=\alpha L$，则其阻抗 $Z_L=\alpha\omega Lj$（j为单位虚根）

又由于 A_CB_C 与 A_LB_L 的结构相同，故在阻抗上形式具有相似性，有：$Z_C=\alpha\cdot\frac{1}{\omega C}j$

从而总阻抗

$$Z=Z_L+Z_C+Z_R=R+(\alpha\omega Lj-\alpha\frac{1}{\omega C}j)=R+\alpha(\omega L-\frac{1}{\omega C})j$$

又峰值 $I_0=\frac{U_0}{|Z|}$

$$\therefore\quad I_0=U_0\cdot\sqrt{R^2+\alpha^2(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}^{\,-1}$$

$\therefore$ 当 $\quad\omega L-\frac{1}{\omega C}=0$ 时，即 $\quad\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 时，I_0 最大，此时，

$$I_{max}=\frac{U_0}{R}$$

即 $\quad f_m=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

题五 解：将该网络压缩，如图4所示，除AB，BC，CD，DA 间各边电阻为1Ω外，其余电阻均为2Ω.

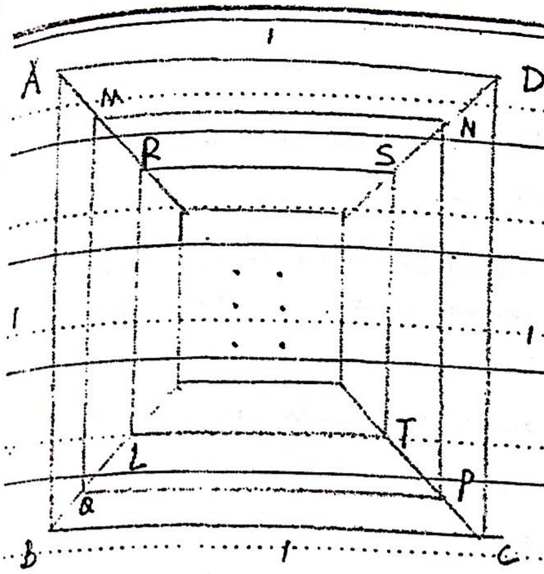


图4

现在我们讨论MNPQ的内部电阻.

我们将RSTL的内部电阻如图5等效，a、b为某数值，

由于RSTL与MNPQ全等，则如图6所示有等价关系.

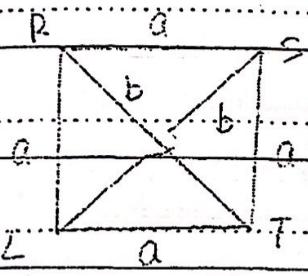


图5

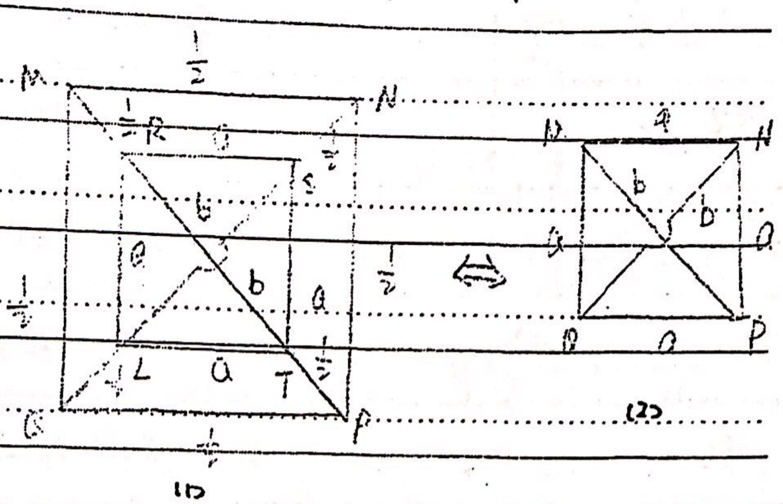


图6

此等价关系即

$$\begin{cases} R_{MQ1} = R_{MQ2} \\ R_{MP1} = R_{MP2} \end{cases}$$

(1) R_{MP}的分析：

1° R_{MP1}，由对称性，去掉NS，SL，LQ得：

$$R_{MP1} = \frac{\left(\frac{ab}{a+b}+1\right)\cdot\frac{1}{2}}{\left(\frac{ab}{a+b}+1\right)+\frac{1}{2}}$$

2° R_{MP2}，由对称性，去掉NQ，得

$$R_{MP2} = \frac{ab}{a+b}$$

从而 $\frac{ab}{a+b} = \frac{\left(\frac{ab}{a+b}+1\right)\cdot\frac{1}{2}}{\left(\frac{ab}{a+b}+1\right)+\frac{1}{2}}$，解得 $\frac{ab}{a+b} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

(2) R_{MQ}的分析

1° R_{MQ1}的分析：如图7　　取回路 NNPQ，MRLQ，RSTL，RLT，QLTP 得：

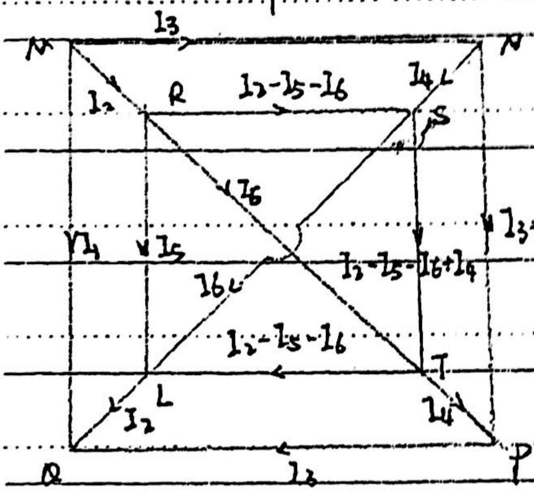


图7

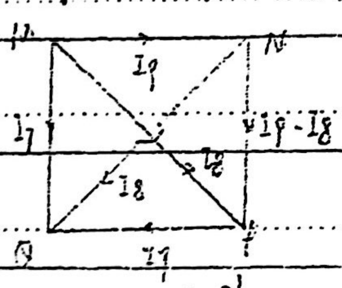
$$\begin{cases} I_1-3I_3+I_4=0 \\ \frac{1}{2}I_1-\frac{1}{2}I_2-\frac{1}{2}I_2-aI_5=0 \\ I_5-3I_2+3I_5+4I_6-I_4=0 \\ aI_5-a(I_2-I_5-I_6)-bI_6=0 \\ \frac{1}{2}I_2+a(I_2-I_5-I_6)-\frac{1}{2}I_4-\frac{1}{2}I_3=0 \end{cases}$$

解之得：

$$\begin{cases} I_1=\dfrac{6ab+7a+21b+16+\frac{16b}{a}}{2a+5}I_6 \\ I_2=\dfrac{2a+4b+8+\frac{8b}{a}}{2a+5}I_6 \\ I_3=\dfrac{2ab+3a+7b+6+\frac{6b}{a}}{2a+5}I_6 \\ I_4=\dfrac{2a+2+\frac{2b}{a}}{2a+5}I_6 \\ I_5=\dfrac{3b+\frac{3}{2}+\frac{13b}{2a}}{2a+5}I_6 \end{cases}$$

故 $R_{MQ1}=\dfrac{\frac{1}{2}I_1}{I_1+I_2+I_3}=\dfrac{6ab+7a+21b+\frac{16b}{a}+16}{16ab+24a+64b+\frac{60b}{a}+60}$

2° R_{MQ2} 如图8所示，由回路 MNPQ，MQP 得：



$$\begin{cases} I_7a-(3I_9-I_8)a=0 \\ I_7a-I_8b-I_9a=0 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} I_7=\dfrac{a+3b}{2a}I_8 \\ I_9=\dfrac{a+b}{2a}I_8 \end{cases}$$

故 $R_{MQ2}=\dfrac{aI_7}{I_7+I_8+I_9}=\dfrac{(a+3b)a}{4a+4b}$

得有

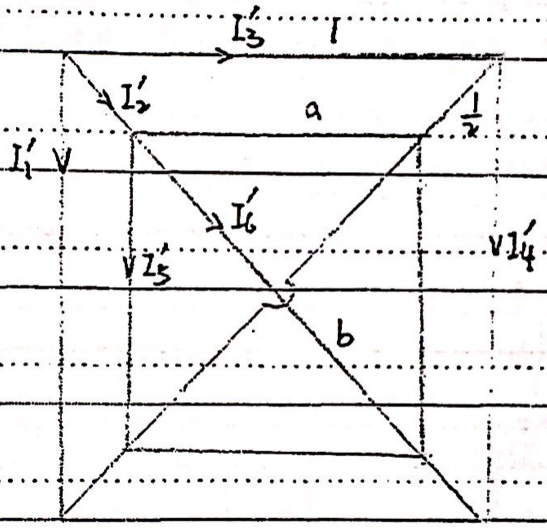
$$\begin{cases} \dfrac{(a+3b)a}{4a+4b} = \dfrac{6ab+7a+21b+\frac{16b}{a}+16}{16ab+24a+64b+\frac{60b}{a}+60} & ⑧ \\[2ex] \dfrac{ab}{a+b} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2} & ⑨ \end{cases}$$

设 $x=\frac{1}{a}$，由⑨得

$$\frac{1}{b} = (\sqrt{3}+1) - x \qquad ⑩$$

⑩代入⑧化简有

$$x^2-2x-1=0$$



则 $x = 1 \pm \sqrt{2}$

又 $a>0$，则 $x>0$

$\therefore \quad x = \sqrt{2}+1$

$$\therefore \begin{cases} a = (\sqrt{2}-1)\,\Omega \\ b = (\sqrt{3}+\sqrt{2})\,\Omega \end{cases}$$

得ABCD如图8所示，同上步骤可得：

$I_1' = 18.93I_6'$，$I_2' = 14.55I_6'$，$I_3' = 7.19I_6'$，$I_4' = 2.64I_6'$，$I_5' = 10.57I_6'$.

则 $R_{AB} = \dfrac{I_1' \times 1}{I_1'+I_2'+I_3'} = 0.465\ \Omega$