电路调试题(二)

题一 如下图1两电路(1)、(2)，电源 $\varepsilon=U$，无内阻，负载电阻为 R_0，滑线变阻器全电阻为 R，总匝数为 N，且 $\frac{R}{N}\ll R_0$，试对(1)、(2)分别计算：

1° 滑线变阻器额定电流下限

2° 要求在调节范围内保证 $\left|\frac{\Delta I}{I}\right|\leq 1\%$，其中 ΔI 为总电流在变阻器滑动一匝时的变化量，I 为总电流，则 N 应满足何条件

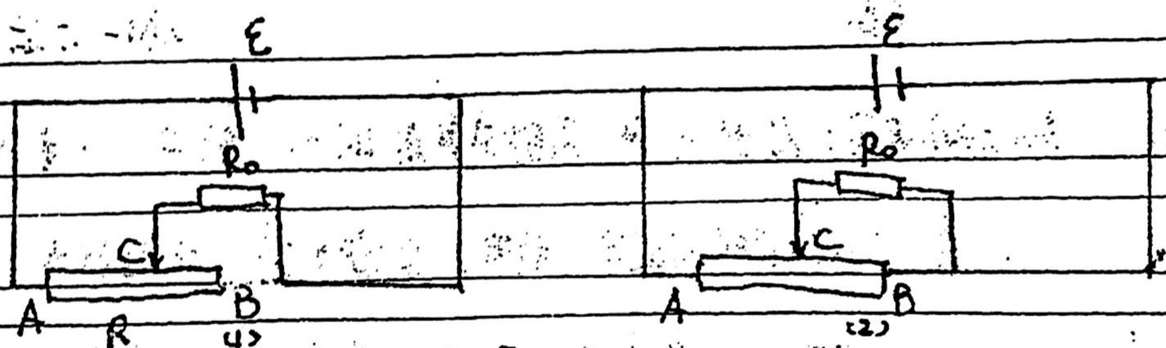


图1

题二 如图2为日光灯电路简化图，Ⓢ为启辉器，镇流器由电感 L，电阻 $R_d=26.3\,\Omega$ 串联构成。灯管在通电工作时可视为纯电阻，由灯工作时，启辉器视为开路，且此时，电路两端总有效电压 $U=228.5V$，频率 $f=50.0Hz$，干路总电流 $I=0.60A$，灯管两端电压 $U'=84.0V$ 试问：

(1) 镇流器中，电感 L 为多少？

(2) 当电流与电压相位相差 φ 时，可证明有功功率 $P_{有}=IU\cos\varphi$，试计算此电路上 $\cos\varphi$。

(3) 为尽量使 $\cos\varphi$ 接近或达到1，实际电路中往往加上一个电容，如图2所示，若要

使得$\cos\varphi=1$，在a.b.c三处中某处连上电容C，求每种接法的电容值.

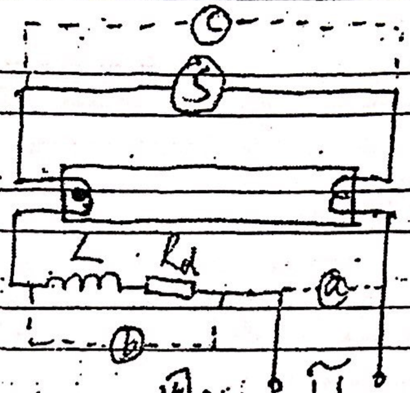


图2

题三、有12个电阻，其中11个阻值完全相同，有一个有差别. 试用一个检流计和导线、电源设计电路，测三次找到特殊电阻，并判断偏大或偏小？

题四、如图4所示，横向两头无限延伸的电阻网络，每小段电阻丝均为r. 试问，AB两点间的等效电阻为多少？

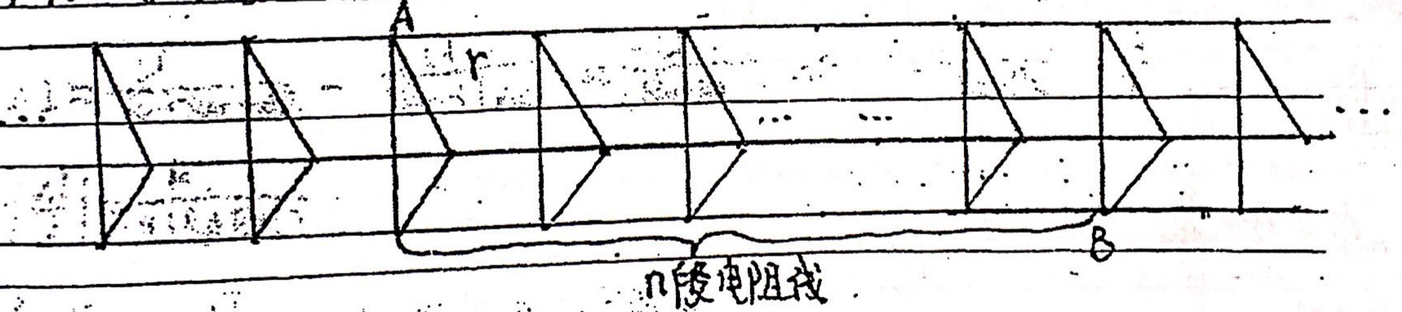


图4

电路测试题(二)

参考解答.

题一解: 对于电路(1):

1° 由于 $I_{max}=\frac{U}{R_0}$, 故额定电流至少为 $I_{max}=\frac{U}{R_0}$

2° 最小电阻变化 $\Delta R=\frac{R}{N}$. 对于任意情况, 有.

$$I=\frac{U}{R_0+R_{AC}}$$

而 $I+\Delta I=\frac{U}{R_0+R_{AC}+\Delta R}$

$$\therefore \Delta I=\frac{U}{R_0+R_{AC}+\Delta R}-\frac{U}{R_0+R_{AC}}\approx\frac{-U}{(R_0+R_{AC})^2}\Delta R=-\frac{U}{(R_0+R_{AC})^2}\cdot\frac{R}{N}$$

$$\therefore \left|\frac{\Delta I}{I}\right|=\frac{R}{N(R_0+R_{AC})}$$

由题意, 保证 $\left|\frac{\Delta I}{I}\right|\le 1\%$. 即 $R_{AC}=0$ 时, 有

$$\frac{R}{NR_0}\le 1\%$$

$$\therefore \quad N\ge 100\frac{R}{R_0}$$

对于电路(2).

1° $\because R_{总}=R-R_{BC}+\frac{R_0R_{BC}}{R_0+R_{BC}}=R-\frac{R_{BC}}{\frac{R_0}{R_{BC}}+1}$

显然, 上式随 R_{BC} 增大时, $R_{总}$ 减小,

$\therefore \ R_{BC}=R$ 时. $R_{总}$ 最小. $\quad R_{总min}=\frac{R_0R}{R+R_0}$

$$\therefore \quad I_{max}=\frac{U(R_0+R)}{R_0R}$$

则额定电流至少为 $I_{max}=\frac{U(R_0+R)}{R_0R}$

2° 依总电阻则，有

$$I=\frac{U}{R_{总}}=\frac{U}{R-\frac{R_{BC}^2}{R_0+R_{BC}}}$$

当R变化ΔR时，有

$$R_{总}'=R-\frac{(R_{BC}+\Delta R)^2}{R_0+R_{BC}+\Delta R}\approx R_{总}-\frac{2R_0R_{BC}+R_{BC}^2}{(R_0+R_{BC})^2}\Delta R$$

于是 $\Delta I\approx\frac{U}{R_{总}^2}\cdot\frac{(R_{BC}+2R_0)R_{BC}}{(R_0+R_{BC})^2}\Delta R$

$$=\frac{U(R_{BC}+2R_0)R_{BC}}{(RR_0+RR_{BC}-R_{BC}^2)^2}\Delta R$$

$$\therefore\ \frac{\Delta I}{I}=\frac{RR_{BC}(2R_0+R_{BC})}{N(RR_0+RR_{BC}-R_{BC}^2)(R_0+R_{BC})}$$

同样易得上式随R_{BC}而递增，当$R_{BC}=R$时，有

$$\left(\frac{\Delta I}{I}\right)_{max}=\frac{R(R+2R_0)}{NR_0(R+R_0)}\leq 1\%$$

$$\therefore\ N\geq\frac{100R(R+2R_0)}{R_0(R+R_0)}$$

题三解：(1) 工作电路总阻抗

$$|Z_{总}|=\frac{U}{I}=380.83\Omega$$

又 $R_{灯管}=\frac{U'}{I}=140.0\Omega$

$$\therefore\ \omega L=\sqrt{Z_{总}^2-(R_{灯管}+R_d)^2}$$

$$\therefore\ L=1.09\ H$$

(2) $\cos\varphi=\frac{R_{灯管}+R_d}{Z_{总}}=0.437$

(3) 为方便，不妨设 $R_0=R_{灯管}+R_d$，对于a接法，则

$Z_1=R_0+\omega Lj$ （j为虚数单位）

$$Z_2=\frac{1}{\omega Cj}$$

$$\therefore\ Z=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}=\frac{R_0}{\omega}-(R_0^2C+\omega^2L^2C-L)j$$

要求 $0.9\le\cos\varphi\le 1$ 时

$$-\frac{\sqrt{19}}{9}\le tg\varphi\le\frac{\sqrt{19}}{9}$$

即 $$-\frac{\sqrt{19}}{9}\le\frac{-R_0^2C-\omega^2L^2C+L}{R_0/\omega}\le\sqrt{\frac{19}{9}}$$

解得：$5.75\mu F\le C\le 9.29\mu F$

而 $\cos\varphi=1$ 时 $R_0^2C+\omega^2L^2C-L=0$

$\therefore\ C=7.52\mu F$

对于b接法，同上可知，$\cos\varphi=1$时，$C=9.23\mu F$

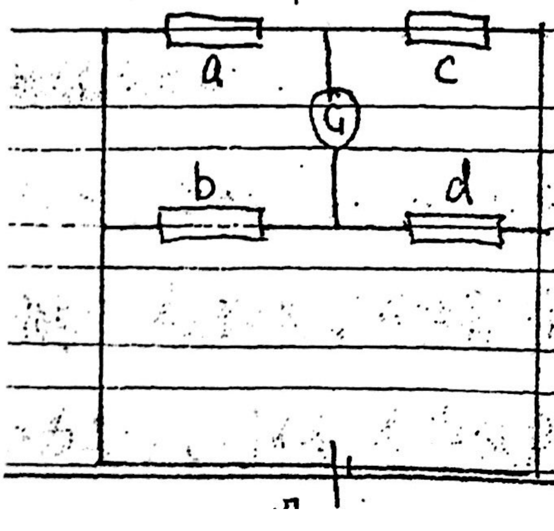
对于c接法，$Z=\frac{R_{xj}\cdot\frac{1}{\omega Cj}}{R_{xj}+\frac{1}{\omega Cj}}+R_d+\omega Lj$

化简知，当 $\cos\varphi=1$时：

$$\omega L-\frac{R_{xj}^2\cdot\frac{1}{\omega C}}{R_{xj}^2+(\frac{1}{\omega C})^2}=0$$

无解，故不可能。

题三解：如图1所示，我们用电桥电路来解决问题。



我们不妨将12个电阻编为1～12号，测试步骤如下：

第一次：a处放1，2号串联，b处放3.4号串联，c处放5，6号串联，d处放7，8号串联

则会出现如下结果：

(1) Ⓖ表无电流，说明 1~8号电阻均相等

(2) Ⓖ表电流从下至上，说明 $R_a+R_d > R_b+R_c$

(3) Ⓖ表电流从上至下，说明 $R_a+R_d < R_b+R_c$

先考虑结果(1)：

第二次，a中放 9、10、11串联，c中放 1

　　　b中放 3、4、5串联，d中放 2

同样会出现(1)、(2)、(3)3个结果.

结果1°. 则 1~11号均不为特殊电阻 12为特殊电阻. 第三次只须将a中放入 12，b中放入3，c、d不变. G表电流向上，则12电阻偏小，否则，则偏大.

结果2°. 则 9、10、11中有特殊电阻，且阻值偏大. 第三次将 a中放9，b中放10. c、d不变. 若G表电流向上，则 9为特殊电阻，阻值偏大. G表电流向下，则 10号为特殊电阻，阻值偏大. 若G表不动，则 11为特殊电阻，阻值偏大.

结果3°. 则 9、10、11中有特殊电阻，阻值偏小. 类似2°后测试即可.

再考虑结果(2)

第二次. a中放 1，2，5，c中放9. b中放7、8，6，d中放10.

结果1°. 表不动. 则 3、4中有一特殊电阻，其阻值偏小. 则第三次将a中放3，b中放4，c、d不变. 表电流向上，则 4为特殊电阻，偏小，否则 则3为特殊电阻，偏小

结果2°，表上动，则只可能是1、2中有一电阻偏大，或6电阻偏小，第三次将

a中放入1，b中放入2，c、d不动，则若G表不动，则特殊电阻为6号，偏小；

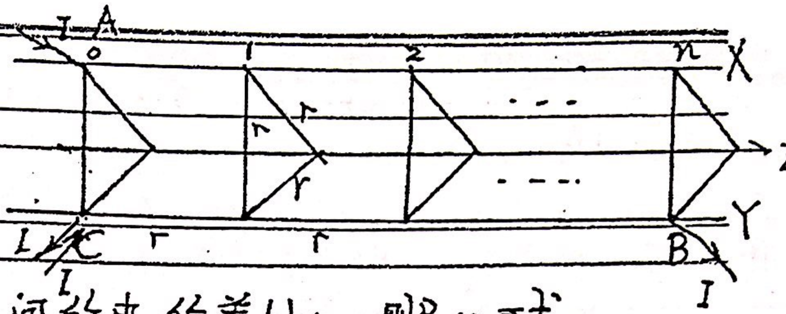
若G表电流向上，则特殊电阻1号，偏大，若G表电流向下，则特殊电阻为2号，偏大。

结果3°，表下动，则只可能是5电阻偏小，或7、8中一个电阻偏大，与结果2°类

似解决。

对结果(3)，与结果(2)完全对称，可以类似解决。

题5解：如右图，我们把电流流入的点记为A，流出的点记为B



设电流大小为I，若求得A.B之间的电位差U_{AB}，则R_{AB}可求.

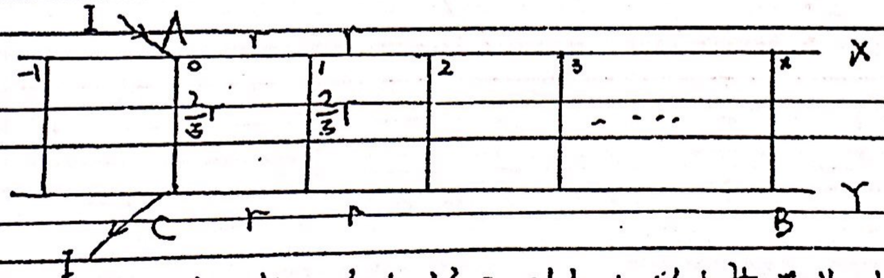
为求出U_{AB}，我们利用叠加原理，考虑图中的C点，分别求出电流I从A流入，C流出时A.B的电位差U'_{AB}以及电流I从C流入，B流出时A.B的电位差U''_{AB}. 则 $U_{AB}=U'_{AB}+U''_{AB}$.

为方便起见，上图中横向的三根无限长直导线分别以X，Y，Z表示.

①. 求U'_{AB}.

由对称性，电流从A入C出时，Z线上各节点等势，故Z线可去除.

每个三角形框架是电阻为r和2r的导线并联，并联电阻为$\frac{2}{3}r$ 电路简化为下图.



以A点为原点给X轴线上各点编号，节点k的电势设为U_k. 则Y轴线上相对应的一点电势可设为$-U_k$. $(k\in Z)$. 由基尔霍夫定律：

$$\frac{U_{k-1}-U_k}{r}+\frac{U_{k+1}-U_k}{r}-\frac{2U_k}{\frac{2}{3}r}=0 \quad (k\geq 1)$$

即：$U_{k+1}-5U_k+U_{k-1}=0$.$(k\geq 1)$.

与上述递推数列对应的特征方程是$r^2-5r+1=0$，特征根 $r=\frac{5\pm\sqrt{21}}{2}$

于是 $U_k=C_1\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^k+C_2\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^k \quad (k\geq 1)$.

因为 $\lim\limits_{k\to+\infty}U_k=0$　所以 $C_1=0$.

由对称性 $U_{-1}=U_1=C_2\frac{5-\sqrt{21}}{2}$，对A点应用基尔霍夫定律：

$$2\times\frac{C_2\frac{5-\sqrt{21}}{2}-C_2}{r}+I-\frac{2C_2}{\frac{1}{2}r}=0$$

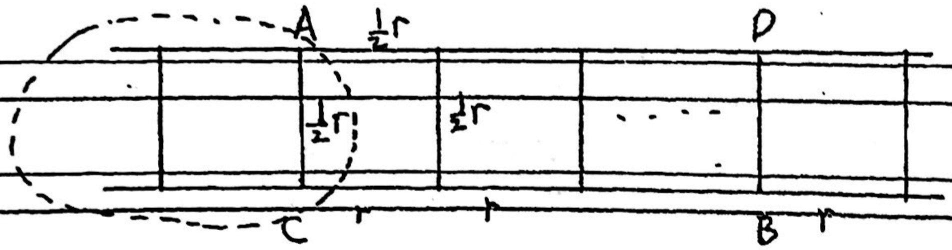
得 $C_2=\frac{1}{\sqrt{21}}Ir$.

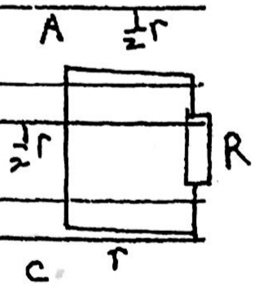
$\therefore\ U_k=\frac{1}{\sqrt{21}}Ir\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^k$

因此 $U'_{AB}=U_0+U_k=\frac{1}{\sqrt{21}}Ir+\frac{1}{\sqrt{21}}Ir\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^k$.

②. 求 U''_{AB}.

由对称性，电流从C入B出时，X、Z线上对应的节点分别等势，故可以直接把X、Z上对应的节点合并在一起，电路简化为下图：

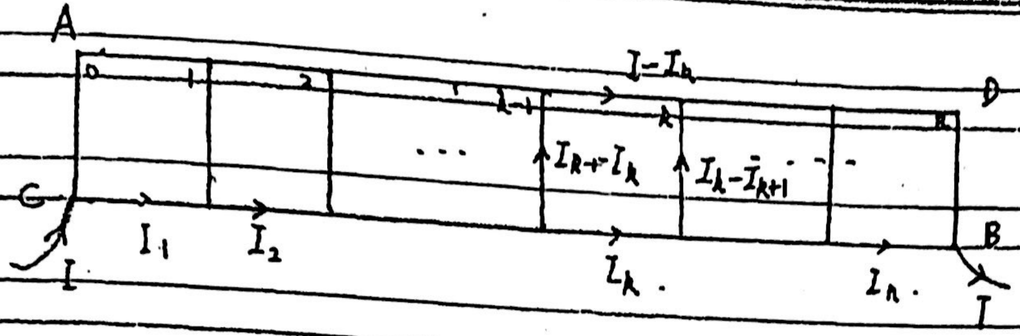




为简化电路，设A、C之间及左边的部分电路（图中虚线包围的部分）等效电阻为R，如右上图，有：

$$\frac{1}{R+\frac{3}{2}r}+\frac{2}{r}=\frac{1}{R}\qquad \therefore R=\frac{\sqrt{21}-3}{4}r\ \text{(负根已舍去)}$$

同理，上图中B、D及右边部分的等效电阻也是 $\frac{\sqrt{21}-3}{4}r$，电路进一步简化为下图：



如上图，从C到B各段中的电流依次设为$I_1, I_2, \cdots, I_n$. 分析第k个方框，有:

$$\frac{1}{2}r(I_{k-1}-I_k+I-I_k)=rI_k+\frac{1}{2}r(I_k-I_{k+1}) \quad (2\le k\le n-1)$$

即: $I_{k-1}+I_{k+1}-5I_k=-I$ (1)

又 $I_{k-2}+I_k-5I_{k-1}=-I$ (2)

(1)、(2)两式相减,得: $I_{k+1}-6I_k+6I_{k-1}-I_{k-2}=0$ (3).

注意,(3)式成立的k的范围为 $3\le k\le n-1$，因(1).(2)要同时成立.

(3)对应的特征多项式的根为 $r_1=1$ $r_2=\frac{5+\sqrt{21}}{2}$ $r_3=\frac{5-\sqrt{21}}{2}$

$$\therefore I_k=C_3+C_4\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^k+C_5\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^k.$$

上式代入(1)，得 $-3C_3=-I$ $\therefore C_3=\frac{1}{3}I$.

又由对称性，$I_k=I_{n+1-k}$. ($k=1,2,\cdots,n$).

$$\therefore C_3+C_4\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^k+C_5\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^k=C_3+C_4\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^{n+1-k}+C_5\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^{n+1-k}.$$

$$\therefore C_5=\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^{n+1}C_4.$$

对第一个方框应用基尔霍夫定律得:

$$(I-I_1)\left(\frac{\sqrt{21}-3}{4}r+\frac{1}{2}r\right)=I_1r+(I_1-I_2)\cdot\frac{1}{2}r$$

代入I_1. I_2的表达式，最后求得:

$$C_4 = \frac{\sqrt{21}-3}{3\sqrt{21}}\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^n I .$$

$$\therefore U''_{AB} = -(I-I_1)\frac{\sqrt{21}-3}{4} r + r\sum_{k=1}^{n} I_k .$$

$$= \frac{\sqrt{21}}{63} Ir + \frac{n}{3} Ir - \frac{1}{3\sqrt{21}}\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^n Ir$$

②. 综合以上结果：

$$U_{AB} = U'_{AB} + U''_{AB} = \left[\frac{4}{3\sqrt{21}} + \frac{2}{3\sqrt{21}}\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^n + \frac{n}{3}\right] Ir$$

$$\therefore \quad R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \left[\frac{4}{3\sqrt{21}} + \frac{2}{3\sqrt{21}}\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^n + \frac{n}{3}\right] r .$$