

第十三届全国中学生物理竞赛预赛试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总计
得分									

全卷共八题，总分为 140 分。

一、（15 分）如图 13-1 所示为两个均匀磁场区，分界面与纸面垂直，它们与纸面的交线  $aa'$ ， $bb'$ ， $cc'$  彼此平行。已知磁感应强度  $\vec{B}_2$  的方向垂直纸面向外， $\vec{B}_1$  的方向垂直纸面向内，且  $B_1$  的大小为  $B_2$  的二倍，其它区域无磁场。有一多边形开口折线导体 ABCDEF，位于纸面内，其边长  $AB=BC=2l$ ； $CD=DE=EF=l$ 。各边夹角皆为直角，当 CD 边平行于  $aa'$  并匀速地沿垂直于  $aa'$  的方向向右运动时，试以 CD 边进入  $aa'$  为原点，CD 边与  $aa'$  线的距离  $x$  为横坐标，AF 间的电势差  $U_{AF}$ （即  $U_A - U_F$ ）为纵坐标，准确地画出  $U_{AF}$  随  $x$  变化的图线（以刚开始有感应电动势时  $U_{AF}$  的值作为 1 个单位）。本题不要求列出计算式和文字说明。

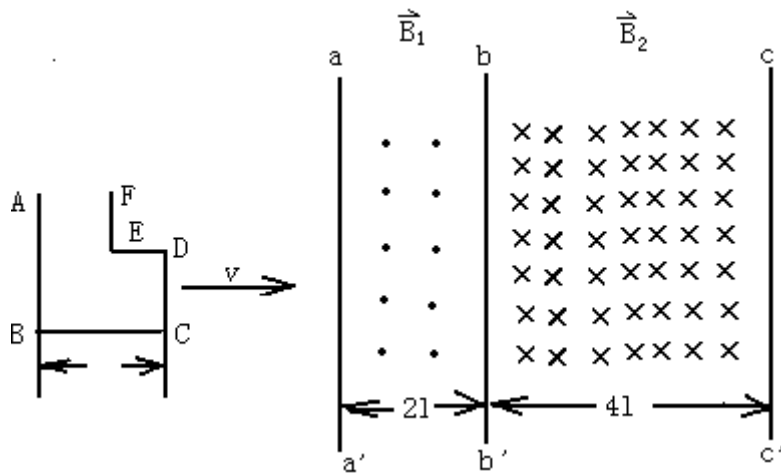


图 13-1

二、（15 分）在一些重型机械和起重设备上，常用双块式电磁制动器，它的简化示意图如图 13-2 所示。 $O_1$ 和 $O_2$ 为固定铰链。在电源接通时，A 杆被往下压，通过铰链  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  使弹簧 S 被拉伸，制动块  $B_1$ 、 $B_2$  与制动轮 D 脱离接触，机械得以正常运转。当电源被切断后，A 杆不再有向下的压力（A 杆及图中所有连杆及制动块所受的重力皆忽略不计），于是弹簧回缩，使制动块产生制动效果。此时  $O_1C_1$  和  $O_2C_2$  处于竖直位置。已知欲使正在匀速转动的 D 轮减速从而实现制动，至少需要  $M=1100$  牛·米的制动力矩，制动块与制动轮之间的摩擦系数  $\mu=0.40$ ，弹簧不发生形变时的长度为  $L=0.300$  米，制动轮直径  $d=0.400$  米，图示尺过  $a=0.065$  米， $h_1=0.245$  米， $h_2=0.340$  米。试求选用弹簧的倔强系数  $k$  最少要多大。

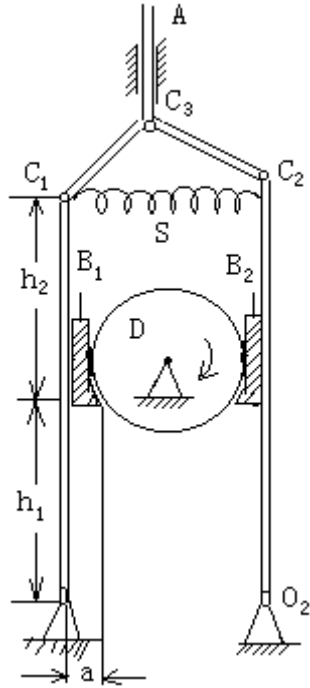


图 13-2

三、（15 分）一台二氧化碳气体激光器发出的激光功率为  $N=1000$  瓦，出射的光束截面积为  $A=1.00$  平方毫米，试问：

1. 当该光束垂直入射到一物体平面上时，可能产生的光压的最大值为多少？

2. 这束光垂直射到温度  $T$  为 273 开，厚度  $d$  为 2.00 厘米的铁板上，如果有 80% 的光束能量被激光所照射到的那一小部分铁板所吸收，并使其熔化成与光束等截面积的直圆柱孔，这需要多少时间？

已知，对于波长为  $\lambda$  的光束，某每一个光子的 动量 为  $k=h/\lambda$ ，式中  $h$  为普朗克恒量。铁的有关参数为：热容量

$C=26.6$  焦耳/(摩尔·开)，密度  $\rho=7.90 \times 10^3$  千克/米<sup>3</sup>，熔点  $T_m=1798$  开，熔解热  $T_m=1.49 \times 10^4$  焦耳/摩尔，摩尔 质量  $\mu=56 \times 10^{-3}$  千克。

四、（15 分）一个密闭的圆柱形气缸竖直放在水平桌面上，缸内有一与底面平行的可上下滑动的活塞上方盛有 1.5 摩尔氢气，下方盛有 1 摩尔氧气，如图 13-3 所示，它们的温度始终相同。已知在温度为 320 开时，氢气的体积是氧气的 4 倍。试求在温度是多少时，氢气的体积是氧气的 3 倍。

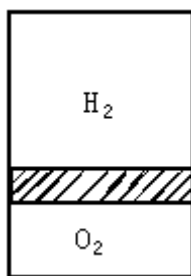
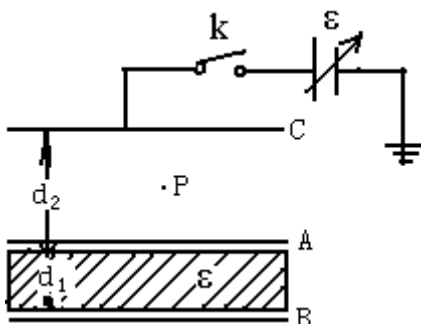


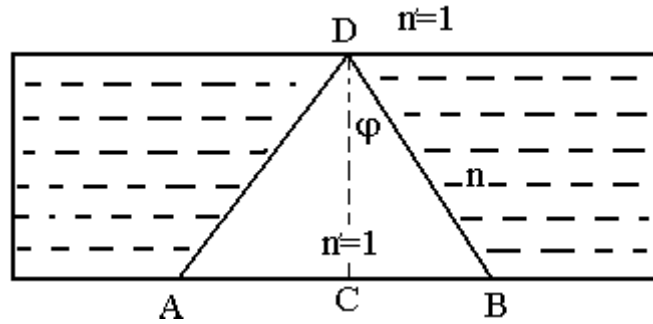
图 13-3

五、（20分）在静电复印机里，常用如图 13-4 的电路来调节 A、C 两板间电场强度的大小，从而用来控制复印件的颜色深浅。在操作时，首先对由金属平板 A、B 组成的平行板电容器充电。该电容器的 B 板接地，A、B 板间填充有介电常数为  $\epsilon$  的电介质，充电后两板间的电势差为  $U$ 。而后，断开该充电电源，将连接金属平板 C 和可调电源  $\epsilon$  的开关 K 闭合。这样，A、C 两板间的电场强度将随可调电源  $\epsilon$  的电动势变化而和以调节。已知 C 板与 A 板很近，相互平行，且各板面积相等。A、B 板间距离为  $d_1$ ，A、C 板间距离为  $d_2$ ，A、C 板间空气的介电常数取为 1。试求：当电源  $\epsilon$  的电动势为  $U_0$  时，A、C 两板间某点 P 处的电场强度。

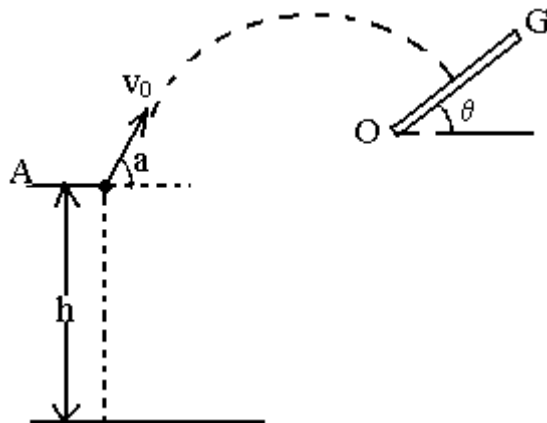


六、（20分）图 13-5 表示一个盛有折射率为  $n$  的液体的槽，槽的中部扣着一个对称屋脊形的薄壁透时罩 ADB，顶角为  $2\theta$ ，罩内为空气，整个罩子浸没在液体中。槽底 AB 的中点处有一亮点 C。试求出：位于液面上方图示平面内的眼睛从侧面观察可看到亮点的条件。

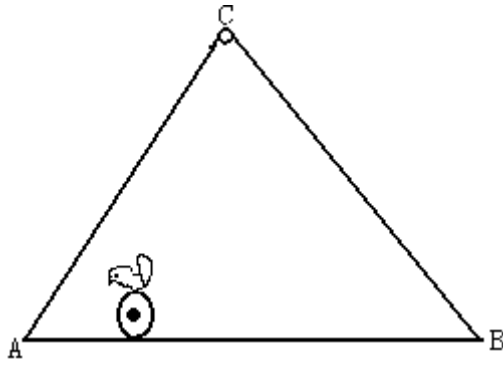
（液槽有足够的宽度；罩壁极薄，可不计它对光线产生折射的影响。）



七、(20分) 从离地面的高度为  $h$  的固定点  $A$ ，将甲球以速度  $v_0$  抛出，  
 抛射角为  $\alpha$ ， $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ 。若在  $A$  点前方适当的地方放一质量非常大的平板  $OG$ ，让甲  
 球与平板作完全弹性碰撞，并使碰撞点与  $A$  点等高，如图 13-6 所示，则当平板  
 的倾角  $\theta$  为恰当值时 ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ )，甲球恰好能回到  $A$  点。另有一小球乙，在甲  
 球自  $A$  点抛出的同时，从  $A$  点自由落下，与地面作完全弹性碰撞。试讨论  $v_0$ 、 $\alpha$ 、  
 $\theta$  应满足怎样的一些条件，才能使乙球与地面碰撞一次后与甲球同时回到  $A$  点。



八、(25分) 三根长度均为  $l=2.00$  米，质量均匀的直杆，构成一正三  
 角形框架  $ABC$ 。 $C$  点悬挂在一光滑水平转轴上，整个框架可绕轴转动。杆  $AB$  是一  
 导轨，一电动玩具松鼠可在导轨上运动，如图 13-7 所示。现观察到松鼠正在导  
 轨上运动，而框架却静止不动，试论证松鼠的运动应是一种什么样的运动。



### 参考答案及分标准

一、参考解答：折线导体各线段，切割磁感应线时，在该线段中就会产生感应电动势，AF 间电势差  $U_{AF}$  的大小等于各段感应电动势的代数和的大小，当感应电动势的方向由 F 至 A 时， $U_A > U_F$ ， $U_{AF}$  为正值。按此分析计算，结果如图 13-12 所示。各段相应的状况为：

- |                   |                                 |
|-------------------|---------------------------------|
| (1) $0 < x < l$   | CD 切割 $B_1$                     |
| (2) $l < x < 2l$  | CD, EF 都切割 $B_1$                |
| (3) $2l < x < 3l$ | CD 切割 $B_2$ , EF 和 AB 都切割 $B_1$ |
| (4) $3l < x < 4l$ | CD, EF, AB 均切割 $B_2$            |
| (5) $4l < x < 6l$ | CD, EF, AB 均切割 $B_2$            |
| (6) $6l < x < 7l$ | EF, AB 均切割 $B_2$                |
| (7) $7l < x < 8l$ | AB 切割 $B_2$                     |
| (8) $8l < x$      | 折线导体全部移出磁场区，不再切割磁感应线。           |

**评分标准：**本题 15 分。

第 1 到第 7 题，每段中  $U_{AF}$  的数值占 1 分，正负号占 1 分；第 8 段占 1 分。

二、参考解答：在制动轮转动的情况下，制动力矩是由制动块  $B_1$ 、 $B_2$  对制动轮 D 的滑动摩擦力

产生的。设  $B_1$ 、 $B_2$  对 D 的正压力分别为  $N_1$  和  $N_2$ ，滑动摩擦力的就分别为  $\mu N_1$  和  $\mu N_2$ ，如图 13-13 所

示。所以  $M = \mu N_1 \cdot a + \mu N_2 \cdot a$

①再对左、右两杆分别进行受力分析，

并列出力矩平衡方程如

下（图 13-14），左杆

$$\left\{ -2, -1, -\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 2 \right\}$$

$$(h_1 + h_2) T = h_1 N_1 + \mu N_{1a} \quad \text{②}$$

右杆  $h_1 N_2 = (h_1 + h_2) T + \mu N_{2a}$   
③

②、③两式中 T 为弹簧的弹力。对弹簧来说，由胡克定律  $T = k \Delta L = k(d + 2a - L)$

①②③④解得 ④

$$k = \frac{(h_1 + a\mu)(h_1 - a\mu)M}{(h_1 + h_2)(d + 2a - L)(\mu h_1 d)} \quad \text{⑤}$$

代入数据得  $k \approx 1.24 \times 10^4$  (牛/米) ⑥

评分标准：本题 15 分。①、②、③、④式和占 3 分，解出⑤式给 1 分，计算出⑥式再给 2 分。若没

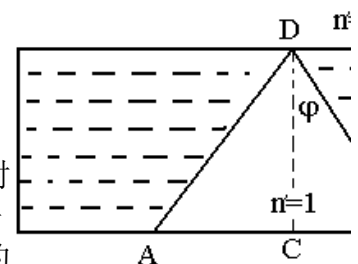
写⑤式，而由①②③④解得⑥式的，则⑥式给 3 分。

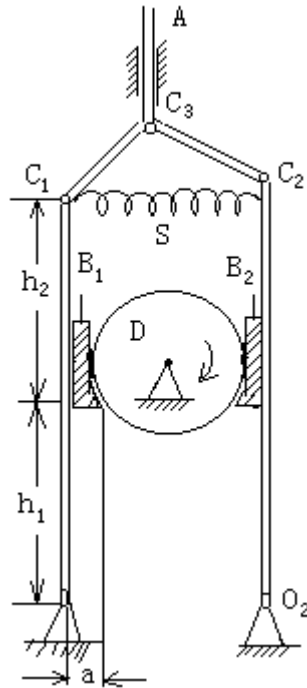
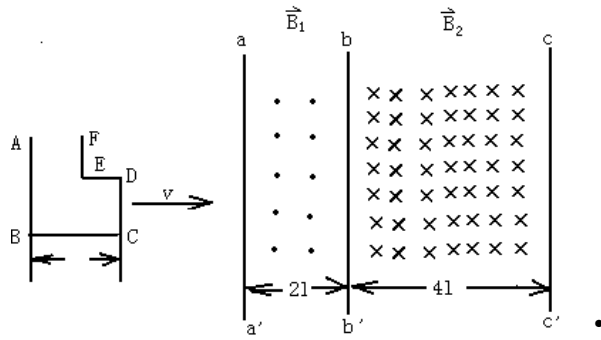
三、参考解答：1. 当光束垂直入射到一个平面上时，如果光束被完全反射，且反射光垂直于平面，则光子的动量改变达最大值：

$$\Delta k = k - (-k) = 2k = 2h/\lambda \quad \text{①}$$

此时该光束对被照射面的光压为最大。设单位时间内射到平面上的光子数为 n，光压 P 的数值就等于这些光子对被照射面积 A 的冲量（也就是光子动量的改变量）的总和除以面积 A，即

$$P =$$

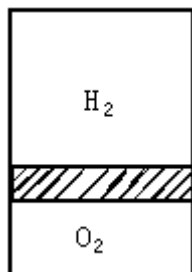




②

每个光子的能量为  $h\nu = hc/\lambda$ ，这里  $c$  为真空中的光速， $\nu$  为光的频率，因而

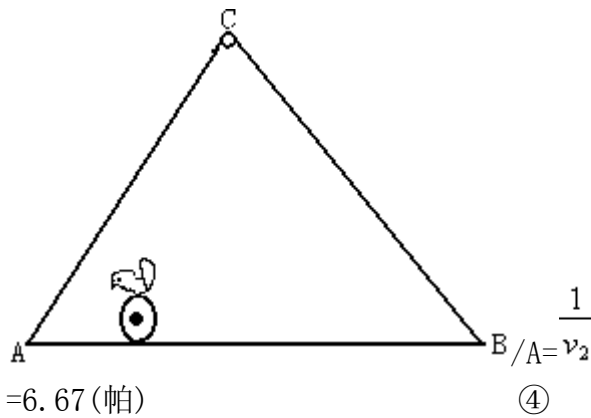
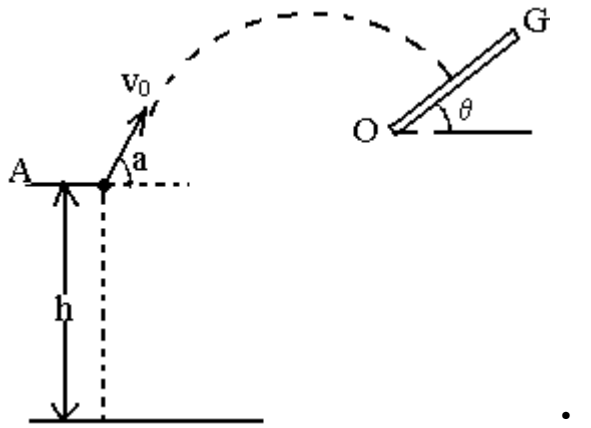
$$n = \frac{N}{h\nu} =$$



③

于是，由(2)式：

$$P =$$



2. 激光所照射到的质量为  $M$  那一小部分铁板在熔化过程中所吸收的热量为

$$Q = \frac{1}{2} (c \cdot \Delta T + L_m) = N \cdot t \cdot 80\% \quad \text{⑤}$$

$$\text{所以, } t = \frac{u_2 v_2}{v_2} = \sqrt{\frac{k}{M}} = 0.192 \text{ 秒} \quad \text{⑥}$$

**评分标准:** 本题 15 分。①式占 3 分, ②式占 2 分, ③式占 3 分, 算出④式得 2 分, ⑤式占 3 分算

出, ⑥式得 2 分。

四、参考解答: 1. 设在温度  $T=320$  开时, 氢气和氧气的体只分别为  $V_1$ 、 $V_2$ , 压强分别为  $P_1$ 、

$P_2$ , 已知  $V_1=4V_2$ 。

将氢气和氧气都看作理想气体, 有

$$P_1 \cdot V_1 = 1.5RT \quad \text{①}$$



$$P_2 \cdot V_2 = RT \quad (2)$$

设在温度为  $T'$  时, 氢气的体积为氧气的体积  $V_2'$  的 3 倍,  $V_1' = 3V_2'$ , 用  $P_1'$ 、 $P_2'$  分别表示此时氢气和

氧气的压强, 则有  $P_1' \cdot V_1' = 1.5RT'$  (3)  $P_2' \cdot V_2' = RT'$

因为总体积不变, 所以  $V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$  (5)

因为活塞的质量不变, 所以  $P_2 - P_1 = P_2' - P_1'$  (6)

根据题给数据和以上 6 式, 可解得  $T' = 500$  (开) (7)

**评分标准:** 本题 15 分。①至 ⑥式各占 2 分, ⑦式占 3 分。

五、参考解答: K 闭合后的等效电路如图 13-15 所示。设 A、B 板间的电容为  $C_1$ , 电势差为  $U_1$ 。

A、C 板间的电容为  $C_2$ , 电势差为  $U_2$ 。金属板的面积为  $S$ , 则

$$C_1 = \epsilon S / 4 \pi k d_1 \quad (1)$$

$$C_2 = \epsilon S / 4 \pi k d_2 \quad (2)$$

而各板表面上的电理分别为如图所示的  $\pm Q_1$  和  $\pm Q_2$ , 于是有

$$U_1 = Q_1 / C_1 \quad (3)$$

$$U_2 = Q_2 / C_2 \quad (4)$$

而  $U_1 + U_2 = U_0$  (5)

则得  $\frac{M}{M + nm} + \frac{m l_0}{M + nm} = U_0$  (6)

另外, A 板两表面上电量的代数和应等于 K 闭合前该板上所带的电量, 设为  $Q$ , 即

$$Q_1 + (-Q_2) = Q \quad (7)$$

而  $Q$  又可从 K 闭合前  $C_1$  的电势差求得:

$$Q = C_1 U \quad (8) \quad \Rightarrow$$

将式⑧代入式⑦，得

$$Q_1 - Q_2 = C_1 U \quad (9)$$

由式⑨与式⑥消去  $Q_1$ ，得

$$Q_2 = (U_0 - U) / \left( \sqrt{\frac{k}{M}} + \frac{1}{C_2} \right) = (U_0 - U) \cdot \sqrt{\frac{M + nm}{k}} \quad (10)$$

由于 A、C 两板间的电场可近似为匀强电场，所以 P 的点的电场强度  $E_P$  为：

$$E_P = U_2 / d_2 \quad \frac{x}{2L - x}$$

$$E_P = Q_2 / C_2 d_2 = (U_0 - U) \cdot \sqrt{\frac{M}{M + nm}} \quad \frac{BP}{AP}$$

评分标准：本题 20 分

①式 2 分；②式 1 分；③式 1 分；④式 1 分；⑤式 5 分；⑦式 5 分；⑧

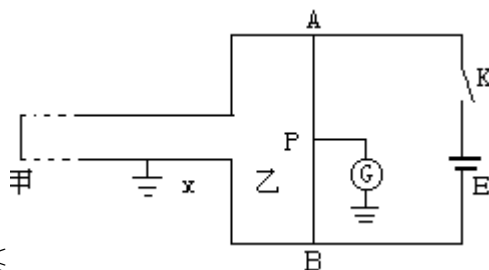
式 2 分； $\frac{x}{2L - x}$  式 2 分； $\frac{BP}{AP}$  式 1 分。

六、参考解答：本题可用图示平面内的光线进行分析，并只讨论从右侧观察的情形。如图 13-16 所示，由亮点发出的任一光线 CP 将经过两次折射而从液面射出。由折射定律，按图上标记的各相关角度，有

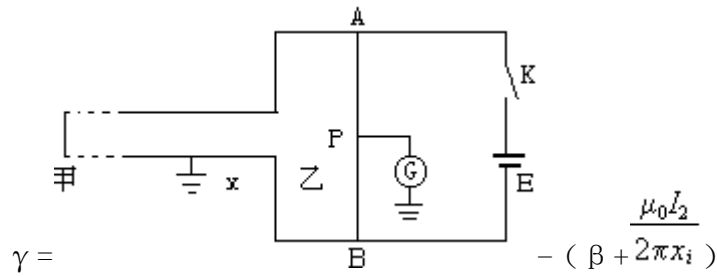
$$\sin \alpha = n \sin \beta \quad (1)$$

$$\sin \gamma = \frac{n}{1} \sin \delta$$

其中  $\delta \leq$



(2)



(3)

注意到, 若液内光线入射到液面上时发生全反射, 就没

有从液面射出的折射光线。全以射临界角  $\gamma_c$  满足条件

$$\sin \gamma_c = 1$$

可知光线 CP 经折射后能从液面射出从而可被观察到的

条件为  $\gamma < \gamma_c$  (4)

或  $\sin \gamma < 1$  (5)

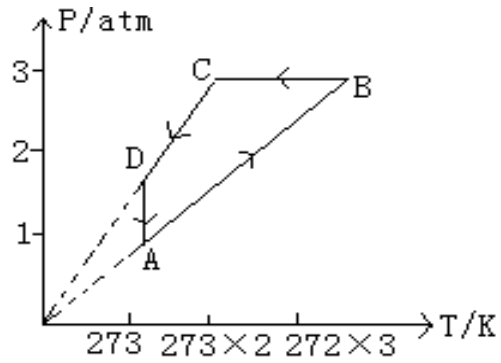
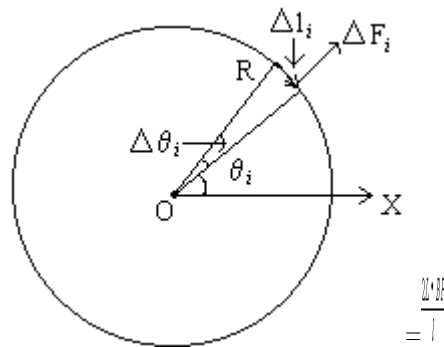


图 13-16

现在计算  $\sin \gamma$ 。利用(3)式可得

$$\sin \gamma = \cos (\beta + 2\pi x_i) = \cos \beta \cos 2\pi x_i - \sin \beta \sin 2\pi x_i$$



由(1)式可得

$$\cos \beta$$

$$= 1$$

$$\sum \Delta F_i \cos \theta_i$$

$$\text{因此, } n \sin \gamma = \cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sum \Delta F_i \cos \theta_i - n \sin \beta \sin \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i}$$

$$\text{又由(1)式} \quad n \sin \gamma = \cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sum \Delta F_i \cos \theta_i - \sin \alpha \sin \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \quad (6)$$

由图及(1)、(2)式, 或由(6)式均可看出,  $\alpha$  越大则  $\gamma$  越小. 因此, 如果与  $\alpha$  值最大的光线相应的

$\gamma$  设为  $\gamma_m > \gamma_c$ , 则任何光线都不能射出液面. 反之, 只要  $\gamma_m < \gamma_c$ , 这部分光线就能射出液面, 从液

面上方可以观察到亮点. 由此极端情况即可求出本题要求的条件.

自 C 点发出的  $\alpha$  值最大的光线是极靠近 CD 的光线, 它被 DB 面折射后进入液体, 由(6)式可知与之

相应的  $\gamma_m$ :

$$\alpha = \frac{\sum \Delta F_i \cos \theta_i}{\frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i}}$$

$$n \sin \gamma_m = \cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sum \frac{\mu_0 l_1 l_2}{2\pi x_i} - \cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sin \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i}$$

能观察到亮点的条件为

$$n \sin \gamma_m < 1,$$

$$\text{即} \quad \cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sum \frac{\mu_0 l_1 l_2}{2\pi x_i} - \cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sin \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} < 1$$

上式可写成

$$\cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sum \frac{\mu_0 l_1 l_2}{2\pi x_i} < 1 + \cos \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i} \sin \frac{\mu_0 l_2}{2\pi x_i}$$

取平方 
$$\cos^2(n^2 - \cos^2 2\pi x_i) < 1 + 2\cos \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} \sin \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} + \cos^2 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} (1 - \cos \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i})$$

化简 
$$(n^2 - 1) \cos^2 2\pi x_i < 1 + 2\cos \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} \sin \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} = \cos^2 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} + \sin^2 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} + 2\cos \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} \sin \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i}$$

故 
$$((n^2 - 1) \cos^2 2\pi x_i < (\cos \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i} + \sin \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_i})^2$$

开方并化简可得 
$$\operatorname{tg} 2\pi x_i > \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R \cos \theta_i - 1}$$

这就是在液面上方从侧面适当的方向能看到亮点时  $n$  与  $2\pi x_i$  之间应满足的条件.

**评分标准:** 本题 20 分.

得出条件(4)或(5)式占 4 分;

分析  $\alpha$  大小与  $\gamma$  大小的关系, 作出利用端情况的分析占 6 分;

$\gamma$  的计算占 4 分;

不等式运算占 6 分.

七、参考解答: 甲球从 A 点抛出时的抛射角为  $\alpha$ , 速度为  $v_0$ , 因为碰撞点与 A 点等高, 球与板的碰撞

是弹性的, 板的质量又很大, 根据机械能守恒定律可知, 球与板碰撞前的速度与碰撞后的速度都等

于  $v_0$ . 设碰撞后甲球从板弹回时的抛射角为  $\alpha'$ , 如图 13-17 所示. A 点与碰撞点之间的距离即为射程

L, 若甲球又回到 A 点, 则有间的距离即为射程 L, 若甲球又回到 A 点, 则有

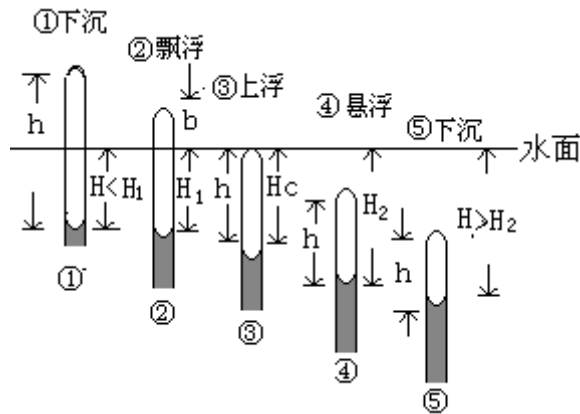


图 13-17

$$L = \frac{(p_2 S + mg)(b + \frac{m}{\rho S})}{\frac{m}{\rho S} + H + \frac{p_0}{\rho g}} \quad (1)$$

即  $\sin 2a' = \sin 2a$

由此得  $a' = a \quad (2)$

$$a' = \frac{\pi}{2} - a \quad (3)$$

$a' = a$ , 表示甲球射到平板时速度的方向与它从平板反弹出时速度的方向相反, 故甲球必沿板的

法线方向射向平板, 反弹后, 甲球沿原来的路径返回 A 点, 因此有

$$a + \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - a \quad (4)$$

$a' = \frac{\pi}{2} - a$ , 表示甲球沿与平板的法线成某一角度的方向射向平

板, 沿位于法线另一侧与法

线成相同角度的方向弹出, 然后甲球沿另一条路径回到 A 点. 由图 13-17 中的几何关系可知

$$\frac{p_0 S}{a + mg(a - a')} + \theta = \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

由④⑤两式, 得

$$\theta = \frac{\pi}{4} \quad (6)$$

下面分别讨论以上的两种情况下, 甲球乙球同时回到 A 点应满足的条件.

I.  $a' = a$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2} - a$ , 即 A 球沿原路径回到 A 点的情形.

被甲球从 A 点抛出、与 OG 板碰撞, 到沿原路径回到 A 点共经历的时间为  $t_1$ , 则有

$$t_1 = \frac{2v_0 \sin a}{g} + \frac{\sqrt{\frac{9\eta v_1}{2(\rho_2 - \rho_1)g}}}{\pi\eta\gamma_1} \quad (7)$$

设乙球从 A 点自内落下, 与地面发生一次碰撞、再回到 A 点共经历的时间为  $t_2$ , 则有

$$t_2 = 2\pi\eta\gamma_2 \quad (8)$$

两球在 A 点相遇, 要求  $t_1 = t_2$ .

$$\frac{\sqrt{\frac{9\eta v_1}{2(\rho_2 - \rho_1)g}}}{\pi\eta\gamma_1} = 2\pi\eta\gamma_2$$

$$\text{即 } \sin a = \pi\eta\gamma \sqrt{2} \quad (9)$$

或  $a = \sin^{-1} \pi \eta \gamma \sqrt{2}$  ⑩

因  $\sin a < 1$ , 由⑨式得

$$v_0 > \frac{v_1 + v_2}{E} \sqrt{\frac{\eta^3 v_1}{(\rho_2 - \rho_1)g}}$$

当  $v_0$  满足  $\sqrt{\frac{\eta^3 v_1}{(\rho_2 - \rho_1)g}}$  式, 甲球的抛射角  $a$  满足⑩式, 平板的倾角  $\theta$  满足④式, 甲球才能沿原路返回 A 点并与乙球相遇.

II.  $a' = \frac{\pi}{2} - a, \theta = \frac{\pi}{4}$ , 即甲球与 OG 板碰撞后, 沿另一条路径回到 A 点的情形.

被甲球自 A 点抛出, 经与平板碰撞又回到 A 点经历的总时间为  $t_1'$ , 则有

$$t_1' = \frac{2v_0 \sin a}{g} + \frac{L_1}{\pi \eta \gamma v_1} \frac{2a}{\pi} (\sin a + \cos a)$$

设乙球自 A 点下落后回到 A 点经历的总时间为  $t_2'$  则有

$$t_2' = 2 \frac{L_2}{\pi \eta \gamma v_2} \frac{v_1}{L - v_1}$$

两球在 A 点相遇, 要求  $t_1' = t_2'$ ,

$$\frac{L_1}{L} (\sin a + \cos a) = 2 \frac{\pi \eta \gamma v_2}{\pi \eta \gamma v_1} \frac{v_1}{L - v_1}$$

或  $\sin(\frac{\pi}{4} + a) = \pi \eta \gamma \rho g H_c^2 \frac{P_0}{2\rho g}$

$$a = \sin^{-1} \pi \eta \gamma \sqrt{2} - \frac{\pi}{4} \sqrt{\left(\frac{P_0}{2\rho g}\right)^2 + \left(\frac{P_0 + m}{\rho g + \rho s}\right) \left(b + \frac{m}{\rho s}\right)}$$



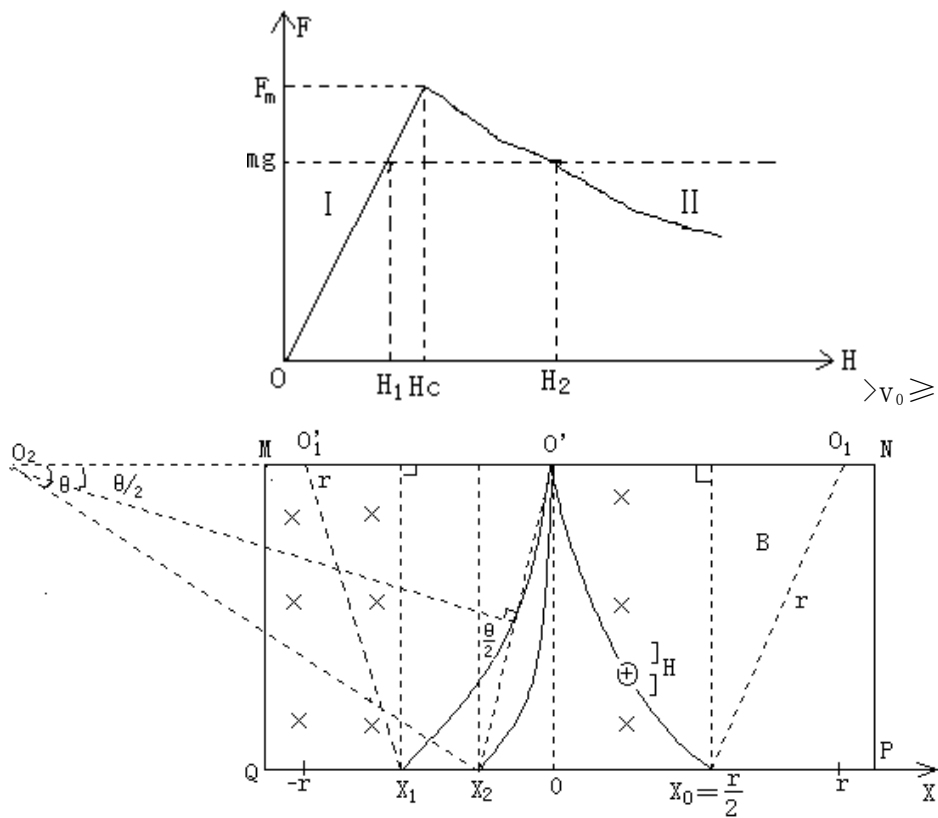
因  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ , 故有

$$\sin(\frac{\pi}{4} + a) > \sin \frac{\pi}{4} = \frac{mg}{2\rho g}$$

$$\sqrt{\left(\frac{p_0}{2\rho g}\right)^2 + \left(\frac{p_0}{\rho g} + \frac{m}{\rho S}\right)\left(b + \frac{m}{\rho S}\right)}$$

$$\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \quad \sqrt{\left(\frac{p_0 S}{2}\right)^2 + (p_0 S + mg)(\rho g b S + mg)}$$

结合  $\frac{p_0}{2\rho g}$  式, 得



$$\frac{mv}{qB}$$



评分标准:全题 20 分. 求得②、③、④、⑥式各给 2 分; 求得⑨式或⑩式

给 3 分; 求得  $\sqrt{\frac{\eta^3 v_1}{(\rho_2 - \rho_1)g}}$  式给 2

分; 求得  $\frac{P_0}{2\rho g}$  式或  $\sqrt{\left(\frac{P_0}{2\rho g}\right)^2 + \left(\frac{P_0 + m}{\rho g + \rho s}\right)\left(b + \frac{m}{\rho s}\right)}$  式给 3 分; 求得  $\frac{mv}{qB}$  式给 3 分. 最后能把所得结果总结, 并表述得正确和清楚的,

再给 1 分。

八、参考解答: 先以刚性框架为研究对象。当框架处于静止状态时, 作用于框架的各个力对

转轴 C 的力矩之和在任何时刻都应等于零。设在某一时刻, 松鼠离杆 AB 的中点 O 的距离为 x, 如图

13-18 所示, 松鼠在竖直方向对导轨的作用力等于松鼠受到的重力 mg, m 为松鼠的质量。此重力对

转轴 C 的力矩的大小为 mgx 方向在顺时针方向。为使框架平衡, 松鼠必须另对杆 AB 施一水平方向的

力 F, 且 F 对转轴 C 的力矩应与竖直方向的重力产生的力矩大小相等, 方向相反。即当表示松鼠位

置的坐标 x 为正时, F 沿 x 的正方向, 当 x 为负方向, 如图所示。并满足平衡条件

$$mgx = Fl \sin 60^\circ = Fl \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{①}$$

$$\text{式中 } l \text{ 为杆的长度, 所以 } F = \frac{4mr}{2qBx} \quad \text{②} \quad \frac{3r}{8+2\sqrt{13}}$$

即松鼠的在水平方向上作用于杆 AB 的力要  
因松鼠所在的位置不

同而进行调整, 保证②式得到满足。

再以松鼠为研究对象。松鼠在运动过程中, 沿竖直方向受到的合力为零, 在水平方向受到杆 AB

的作用力为  $F'$ ，根据牛顿第三定律，此力即  $F$  的反作用力，即

$$F' = -\frac{4mr}{2qB}x = -kx \quad (3)$$

式中  $k = \frac{4mr}{2qB}$  (4)

即松鼠在水平方向受到的作用力  $F'$  的大小与松鼠离开杆  $AB$  的中点  $O$  的位移成正比，方向总是指

向  $O$  点，所以松鼠在具有上述性质的力  $F'$  作用下的运动应是以  $O$  点为平衡位置的简谐振动，其振动

的周期为

$$T = 2\pi \frac{\theta}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{3}l}{2g}} \quad (5)$$

$$= 2\pi \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = 2.64$$

秒 (6)

当松鼠运动到杆  $AB$  的两端时，它应反向运动，按简谐振动的规律，到达两端时，速度必须为零，所

以松鼠作简谐振动的振幅不能大于  $\frac{p_0 S}{mg}$ ，即振幅应小于或等于  $1/2 = 1.00$  米。（振幅等于 1.00 米与把松

鼠视作质点对应）

由以上的论证可知：松鼠在导轨  $AB$  上的运动是以  $AB$  的中点  $O$  为平衡位置，振幅不大于 1 米，周期为

2.64 秒的简谐振动。

**评分标准:**全题 25 分. 求得③式得 15 分;求得⑤式得 7 分;说明振幅限制得 3 分. 答松鼠静止在 AB

中点式在中点处上下跳动者不得分。

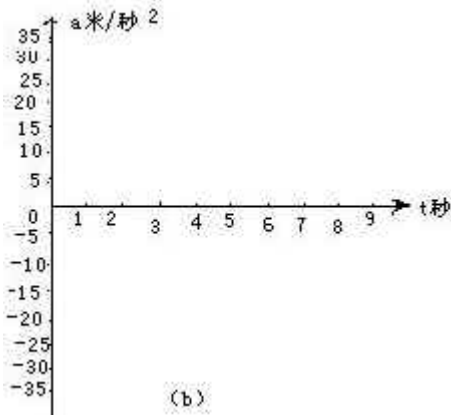
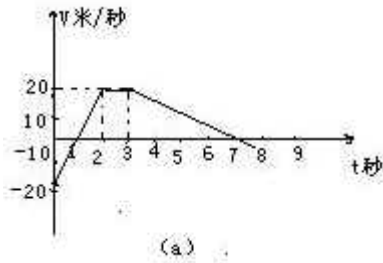
# 第十四届全国中学生物理竞赛预赛试题

(1997 年)

(全卷共九题, 总分为 140 分)

一. (10 分)

一质点沿  $x$  轴作直线运动, 其中  $v$  随时间  $t$  的变化如图 1(a) 所示, 设  $t=0$  时, 质点位于坐标原点  $O$  处. 试根据  $v-t$  图分别在图 1(b) 及图 1(c) 中尽可能准确的画出:

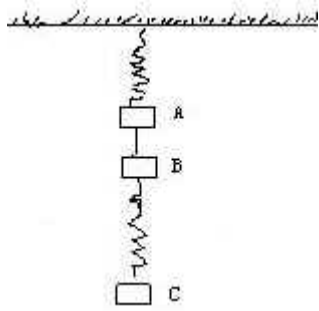


1. 表示质点运动的加速度  $a$  随时间  $t$  变化关系的  $a-t$  图.

2. 表示质点运动的位移  $x$  随时间  $t$  变化关系的  $x-t$  图.

二. (12 分)

三个质量相同的物块 A, B, C 用轻弹簧和一根轻线相连, 挂在天花板上, 处于平衡状态, 如图 2 所示. 现将 A, B 之间的轻线剪断, 在刚剪断的瞬间, 三个物体的加速度分别是 (加速度的方向以竖直向下为正):



A 的加速度是 \_\_\_\_\_；

B 的加速度是 \_\_\_\_\_；

C 的加速度是 \_\_\_\_\_；

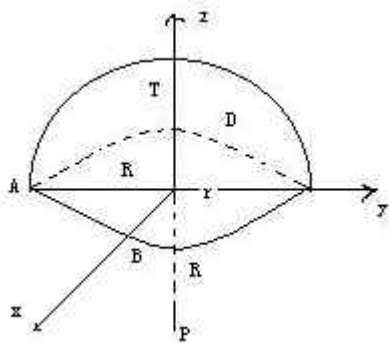
三 (10 分)

测定患者的血沉，在医学上有助于医生对病情作出判断，设血液是由红血球和血浆组成的悬浮液。将次悬浮液放入竖直放置的血沉管内，红血球就会在血浆中匀速下沉，其下沉速率称为血沉。某人的血沉  $v$  的值大约是 10 毫米/小时。如果把红血球近似看作是半径为  $R$  的小球，且认为它在血浆中所受的粘滞阻力为  $f=6\pi\eta Rv$ 。

在室温下  $\eta \approx 1.8 \times 10^{-3}$  帕·秒。已知血浆的密度  $\rho_0 \approx 1.0 \times 10^3$  千克 / 米<sup>3</sup>，红血球的密度  $\rho \approx 1.3 \times 10^3$  千克 / 米<sup>3</sup>。试由以上数据估算红血球半径的大小（结果取一位有效数字）。

四 (12 分)

有一半径为  $R$  的不导电的半球薄壳，均匀带电，倒扣在  $xOy$  平面上，如图 3 所示图中  $O$  为球心， $ABCD$  为球壳边缘， $AOC$  为直径。有一电量为  $q$  的点电荷位于  $OC$  上的  $E$  点， $OE=r$ 。已知将此点电荷由  $E$  点缓慢移至球壳顶点  $T$  时，外力需要作功  $W, W>0$ ，不计重力影响。

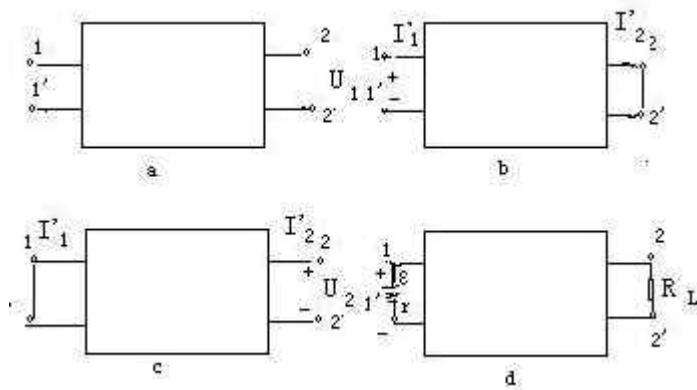


1. 试求将次点电荷由 E 点缓慢移至 A 点外力需做功的正负大小，并说明理由。

2. P 为球心正下方的一点，OP=R. 试求将次点电荷由 E 点缓慢移至 P 点外力需做功的正负及大小，并说明理由。

五。(16)

某暗盒内是由若干定值电阻连接成的电路。从该电路中引出四个端钮 1, 1', 2, 2', 如图 4 (a) 所示。



(1) 当 2-2' 端短接，1-1' 端加  $U=9.0$  伏电压时，测得  $I=3.0$  安， $I'=3.0$  安，方向如图 4(b) 所示。

(2) 当 1-1' 端短接，2-2' 加  $U=3.0$  伏电压时，测得  $I'=1.0$  安， $I=1.5$  安，方向如图 4(c) 所示。

1. 试判断确定暗盒内能满足上述条件的最简单电路并构成次电路的各电阻的阻值。

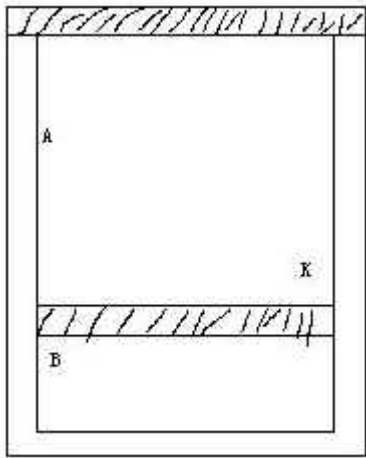
2. 当 1-1' 端接电动势  $E=7.0$  伏，内阻  $r=1.0$  欧的电源而 2-2' 端接  $R=6.0$  欧的负载时，如图 4(d) 所示，该负载获得的功率  $P$  是多少？

六。(20)

如图 5 所示，一薄壁钢筒竖直放在水平桌面上，桶内有一与底面平行并可上下移动的活塞 K，它将筒割成 A, B 两部分，两部分的总容量  $V=8.31 \times 10$  米<sup>3</sup>。活塞导热性能良好，与桶壁无摩擦，不漏气。筒的顶部轻轻放上一质量与活塞 K 相等的铅盒，盖与筒的上端边缘接触良好（无漏气缝隙）。当桶内温度  $t=27^\circ\text{C}$  时，活塞上方 A 中盛有  $n_A=3.00$  摩尔的理想气体，下方 B 中盛有  $n_B=0.400$  摩尔的理想气体，B 中气体中体积占总容积的  $1/10$ 。现对桶内气体缓慢加热，把一定的热量传给气体，当达到平衡时，B 中气体体积变

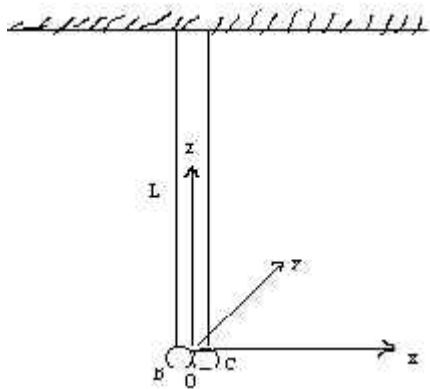


为占总容积的  $1/9$ 。问桶内气体温度  $t'$  是多少？已知桶外大气压强为  $p_0 = 1.04 \times 10$  帕，普适气体常数  $R = 8.31$  焦 / 摩尔 · 开



七 . (20 分 )

A, B, C 为三个完全相同的表面光滑的小球 , B, C 两球各被一长为  $L = 2.00$  米的不可伸长的轻线悬挂于天花板下 , 两球刚好接触 . 以接触点 O 为原点作一直角坐标系  $O \ x \ yz$ ,  $z$  轴竖直向上 ,  $Ox$  与两球的连心线重合 , 如图 6 所示 . 今让 A 球射向 B, C 两球 , 并与两球同时发生碰撞 . 碰撞前 , A 球速度方向沿  $y$  轴负方向反弹 , 速率  $v_{A0} = 4.00$  米 / 秒 . 相碰后 , A 球沿  $y$  轴负方向反弹 , 速率  $v_A = 0.40$  米 / 秒

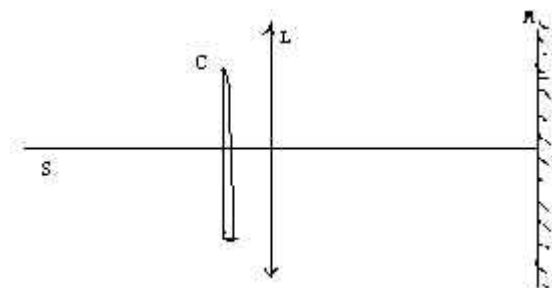


1. 求 B, C 两球被碰后偏离 O 点的最大位移量 .
2. 讨论长时期内 B, C 两球的运动情况 ( 忽略空气阻力 , 取  $g = 10$  米 / 秒<sup>2</sup> ).

八 . (20 分 )

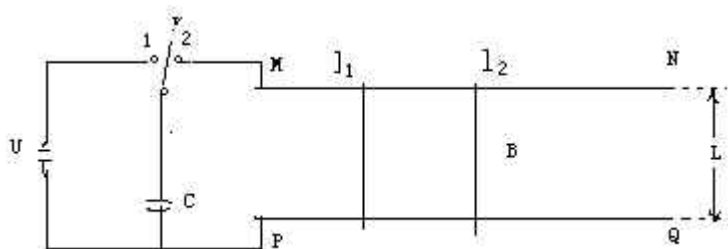
在焦距为  $20.00$  厘米的薄凸透镜的主轴上离透镜中心  $30.00$  厘米处有一小发光点 S, 一个厚度可以忽略的光楔 C ( 顶点  $\alpha$  很小的三棱镜 ) 放在发光点与透镜

之间，垂直于主轴，与透镜的距离为 2.00 厘米，如图 7 所示。设光楔的折射率  $n=1.5$ ，楔角  $\alpha = 0.028$  弧度。在透镜的另一侧离透镜中心 46.52 厘米处放一平面镜  $M$ ，其反射面向着透镜并垂直于主轴。问最后形成的发光点的位置在何处？(只讨论近轴光线，小角度近似适用，在分析过程中应作出必要的光路图)。



九.(20 分)

如图 8，电源的电动势为  $U$ ，电容器的电容为  $C$ ， $K$  是单刀双掷开关。 $MN, PQ$  是两根位于同一水平面的平行光滑长导轨，它们的电阻可以忽略不计。两导轨间距为  $L$ ，导轨处磁感应强度为  $B$  的均匀磁场中，磁场方向垂直于两导轨所在的平面并指向图中纸面向里的方向。 $l_1$  和  $l_2$  是两根横放在导轨上的导体小棒，它们在导轨上滑动时与导轨保持垂直并接触良好，不计摩擦。两小棒的电阻相同，质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ，且  $m_1 < m_2$ ，开始时两根小棒均静止在导轨上，现将开关  $K$  先合向 1，然后合向 2。求：



1. 两根小棒最终速度大小；
2. 在整个过程中的焦耳热损耗。(当回路中有电流时，该电流所产生的磁场可以忽略不计)

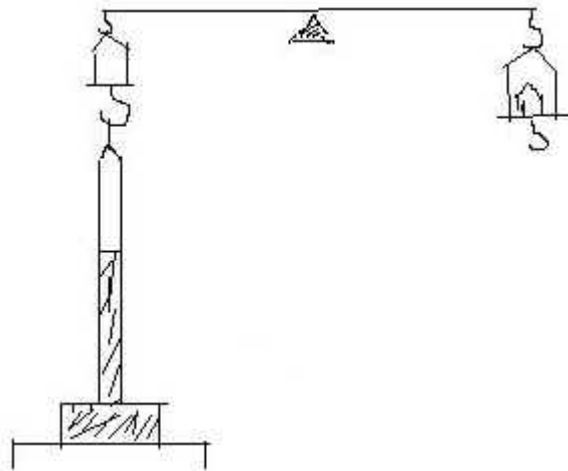
# 第十五届全国中学物理竞赛预赛试题

说明：全卷共八题，总分为 140 分

一。(24 分，每小题 6 分)

1. 下雨时，雨点竖直落到地面，速度为 10 米/秒。若在地面上发放一横截面积为 80 平方厘米，高 10 米的圆柱形量筒，则经 30 分钟，筒内接的雨水水面高度为 1 厘米。现因风的影响，雨水下落时偏斜  $30^\circ$ ，若用同样的量筒接的雨水量与无风时相同，则所需时间 ( ) 分钟。

2. 一个质量为  $m$ 、管口截面为  $S$  的薄壁长玻璃管内灌满密度为  $\rho$  的水银，现把它竖直倒插在水银槽中，再慢慢向上提起，直到玻璃管口刚与槽中的水银面接触。这时，玻璃管内水银高度为  $H$ ，现将管的封闭端挂在天平另一个盘的挂钩上，而在天平另一个盘中放砝码，如图 1。要使天平平衡，则所加砝码质量等于 ( )。



3. 考虑到地球上物体除受地球的引力外还受到太阳的引力作用，若用弹簧秤称量同一物体的重量时，白天的示数与夜晚的示数是否相同？试说明理由。(设地球上各点到太阳的距离之差忽略不计)

4. 一个由日本和印度物理学家组成的工作小组作如下实验：

将  $6 \times 10^4$  kg 铁放在很深的矿井中，以完全隔断宇宙射线的影响，在铁旁有铁和中很多很多探测器，只要铁核中有核子（质子或中子）发生衰变，这个事件总能被记录下来。

实验从 1980 年冬开始到 1982 年夏结束，历时 1.5 年，一共记录了三个核子的衰变。

已知  $N$  个平均寿命为  $\tau$  的粒子经过  $t$  时间后的数目为  $N = N_0 e^{-t/\tau}$  个，根据以上事实，试估算出核子的平均寿命。

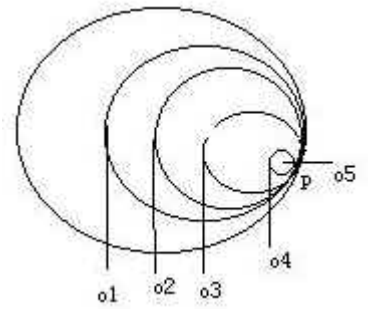
已知核子质量  $m = 1.66 \times 10^{-27}$  kg，当  $0 < x \ll 1$  时， $e^{-x} \approx 1 - x$

二。(10 分)

一固定的斜面，倾角为  $\theta = 45^\circ$ ，斜面长  $L = 2.00$  米。在斜面下端有一与斜面垂直的挡板。一质量为  $m$  的质点，从斜面的最高点沿斜面下滑，初速度为零。下滑到最底端与挡板发生弹性碰撞。已知质点与斜面间的滑动系数  $\mu = 0.20$ ，试求此质点从开始到发生第 11 次碰撞的过程中运动的总路程。

三.(10分)

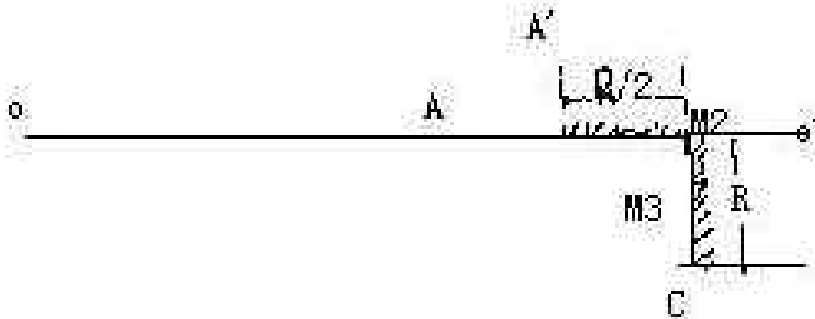
真空中,有五个电量均为  $q$  的均匀带电薄球壳,他们的半径分别为  $R, R/2, R/4, R/8, R/16$ ,彼此内切于  $P$  点(图二).球心分别为  $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5$ , 求  $O_1$  与  $O_5$  间的电势差.



四.(20分)

已知透镜主光轴  $OO'$ ,发光点  $A$ ,  $A$  经过透镜所成的像  $A'$ ,以及两个互相垂直且几何尺寸,位置都已给定的平面镜  $M_1$  和  $M_2$ , (图3)

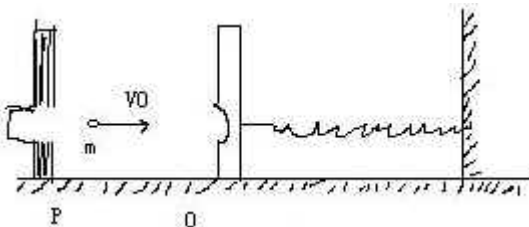
- 1.在题中给定的图画上,用作图法画出透镜的位置和大小及焦点的位置,已知透镜的直径为  $2R$ .
- 2.图中的物点  $C$  对整个光学系统成几个实象?几个虚象?
- 3.在题中给定的图画上,再画出  $C$  点所成实象的光路图.



五.(25分)

如图四,质量  $M=0.4\text{kg}$  的靶盒位于光滑水平的导轨上,连接靶盒的弹簧的一端与墙壁固定,弹簧的倔强系数  $k=200\text{N/m}$ ,当弹簧处于自然长度时,靶盒位于  $O$  点.  $P$  是一固定的发射器,他根据需要瞄准靶盒,每次发射出一颗水平速度  $v_0 = 50\text{m/s}$ ,质量  $m=0.10\text{kg}$  的球形子弹.当子弹打入靶盒后,便留在盒内(假定子弹与盒发生非弹性碰撞).开始时靶盒静止.今约定,每当靶盒停在或到达  $O$  点时,都有一颗子弹进入靶盒内.

- 1.若相继有 6 颗子弹进入靶盒,问每一颗子弹进入靶盒后,靶盒离开  $O$  点的最大距离各为多少? 他从离开  $O$  点到回到  $O$  点经历的时间各为多少?
- 2.若  $P$  点到  $O$  点的距离为  $s=0.25\text{m}$ ,问至少应发射几颗子弹后停止射击,方能使靶盒来回运动而不会碰到发射器.



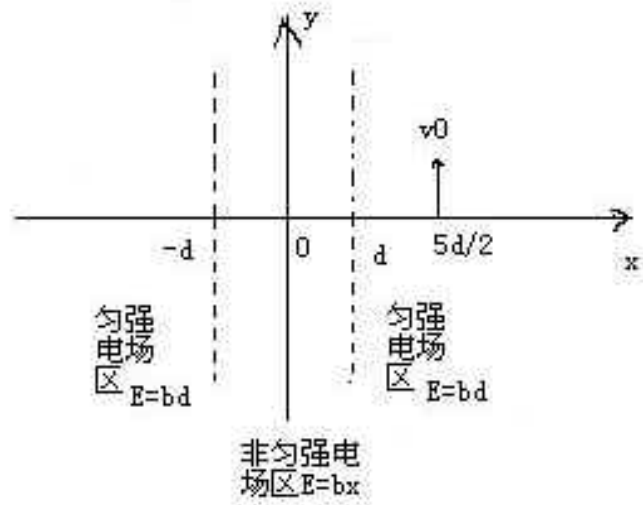
六.(25分)

如图 5,在  $x>0$  的空间各点,存在  $x$  轴正方向的电场,其中在  $x \leq d$  的区域中,电场是非均匀电场,场强  $E$  的大小随  $x$  增大,即  $E=bx$ ,  $b>0$ ,为已知常量在  $x \geq d$  的区域中,电场是匀强的,场强为  $E=bd$ . 在  $x<0$  的空间各点,电场的分布与  $x>0$  的空间中的分布对称,只是场强的方向都沿着  $x$  轴负方

向.

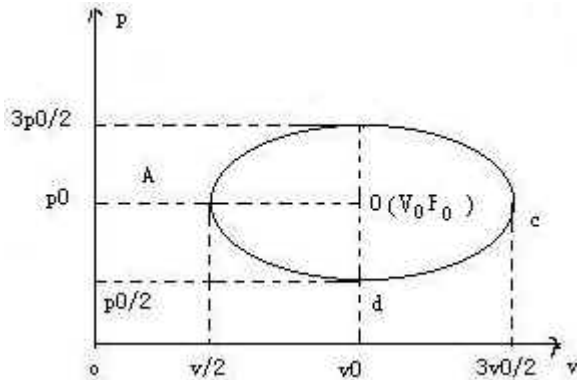
一电子,其电荷为 $-e$ ,质量为 $m$ ,在 $x=5d/2$ 处以沿 $y$ 轴正方向的初速 $v_0$ 开始运动,如图5所示.

- 1.电子的 $x$ 方向分运动的周期;
- 2.电子运动的轨迹与 $y$ 轴的各个交点中,任意两个相邻交点间的距离.



七.(16分)

$1\text{mol}$ 理想气体缓慢地经历了一个循环过程,在 $p$ - $v$ 图中这一过程是一个椭圆,如图6所示.已知该气体若处在与椭圆中心 $O'$ 点所对应的状态时,其温度为 $T_0 = 300\text{K}$ .求在整个循环过程中气体的最高温度 $T_1$ ,和最低温度 $T_2$ 各是多少.



八.(10)

某电视台有一台用于智力竞赛的抢答显示系统(抢答机),它可供红黄蓝三个参赛队使用,抢答机用继电器控制,其线路如图7所示.主持人宣布问题要求抢答,然后说现在开始以后,最先按下按钮的队的指示灯亮,其余队再按则无反应.而亮灯的队松开按钮,导致自己的指示灯点亮,主持人可判该队犯规.为了解除摸对指示灯点亮的状态,主持人只需按一下自己操作台的按钮,即可恢复初始的待命状态.现在为能满足四个队参加比赛,必须增加一个供绿队使用的绿灯线路,为此需将原线路改装,技术人员以将原线路连好,如图8所示.请你将尚未连好的接线继续接受,使其整体成为一台供四个队参赛用的抢答机.

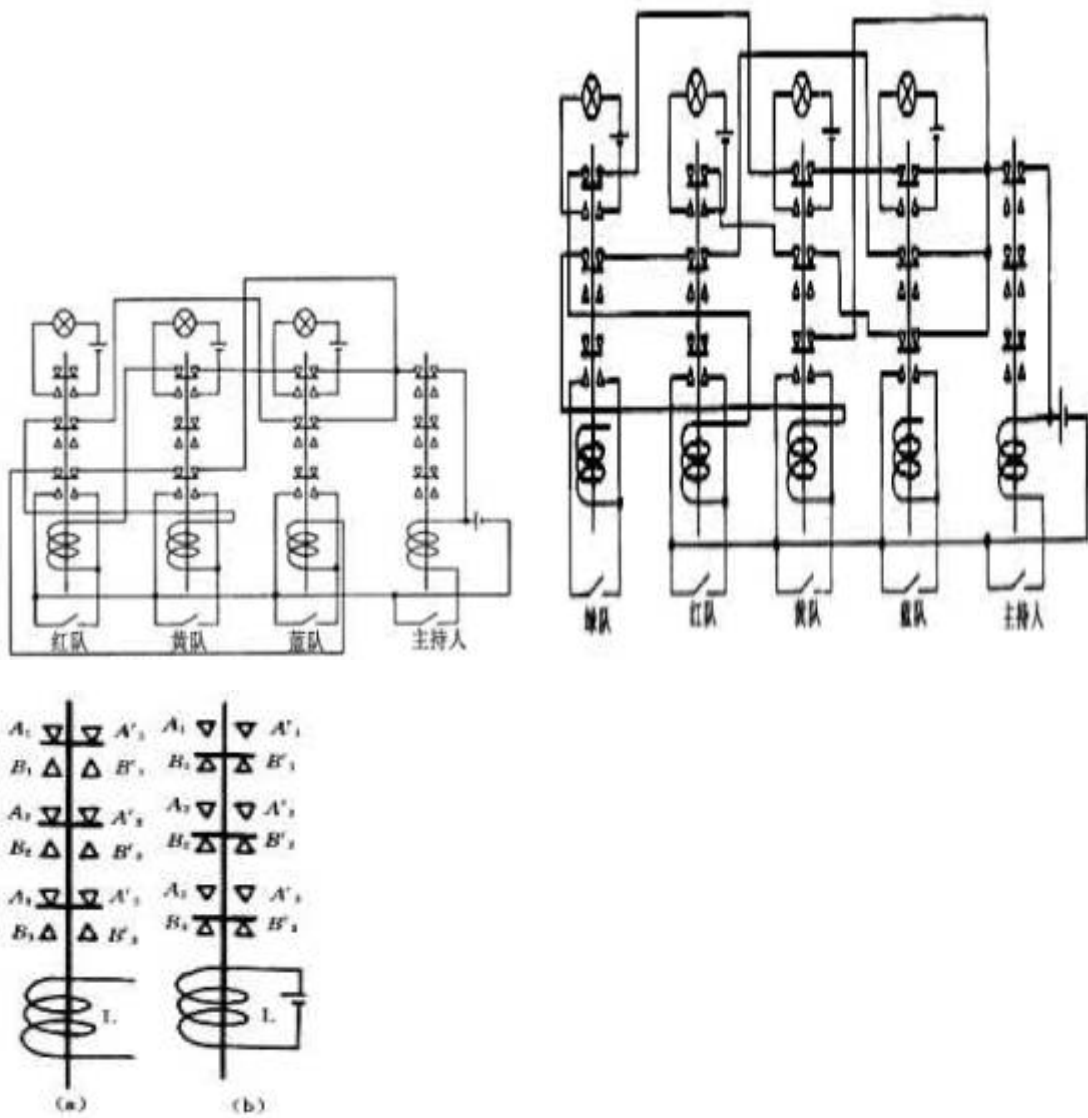


图 8 中(a)和(b)是完全相同线路图。(a)图作为草稿图,不记分数,(b)图是正式答案线路图,作为评分依据,不得涂改。

说明:1.各图中“/”表示按钮开关,按下时为接通,松手时自动弹起为断开。

2.图 9 中 L 为电磁铁线圈,不通电时,继电器不吸合,如图 9(a)所示,这时三对常闭接点  $A_1$  与  $A_1'$  接通,  $A_2$  和

$A_2'$  接通,  $A_3$  和  $A_3'$  接通;三对常开接点  $B_1$  和  $B_1'$ ,  $B_2$  和  $B_2'$ ,  $B_3$  和  $B_3'$ , 均不接通。L 通电时,继电器吸合。如图 9(b)所示,三对常闭接点断开,三对常开接点中  $B_1$  与  $B_1'$  接通,  $B_2$  与  $B_2'$  接通,  $B_3$  和  $B_3'$  接通。

3.作图时,不连接的交叉线如图 10 所示。

4.两连接的交叉线,在连接处画上黑点,如图 11 所示

