

第21届全国中学生物理竞赛预赛试卷

本卷共九题，满分140分。

一、(15分) 填空

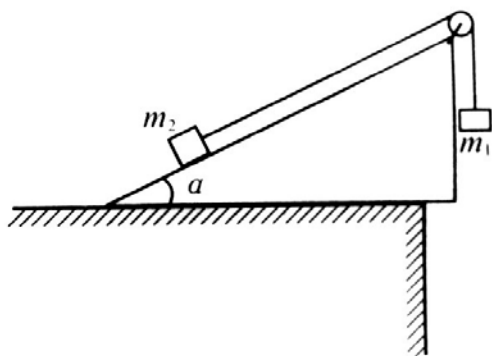
1. a. 原子大小的数量级为_____m。
- b. 原子核大小的数量级为_____m。
- c. 氢原子的质量约为_____kg。
- d. 一个可见光光子的能量的数量级为_____J。
- e. 在标准状态下， 1cm^3 气体中的分子数约为_____。

(普朗克常量 $h=6.63 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$ 阿伏加德罗常量 $N_A=6.02 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$)

2. 已知某个平面镜反射的光能量为入射光能量的80%。试判断下列说法是否正确，并简述理由。

- a. 反射光子数为入射光子数的80%；
- b. 每个反射光子的能量是入射光子能量的80%。

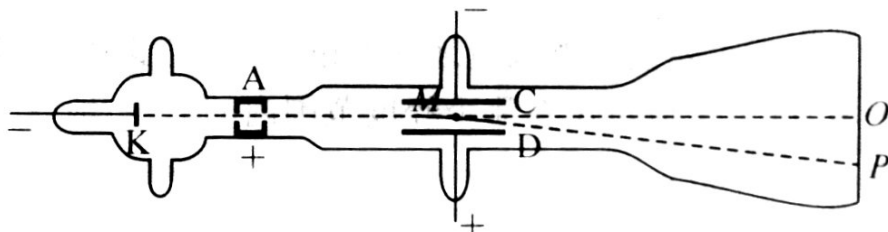
二、(15分) 质量分别为 m_1 和 m_2 的两个小物块用轻绳连接，绳跨过位于倾角 $\alpha = 30^\circ$ 的光滑斜面顶端的轻滑轮，滑轮与转轴之间的摩擦不计，斜面固定在水平桌面上，如图所示。第一次， m_1 悬空， m_2 放在斜面上，用 t 表示 m_2 自斜面底端由静止开始运动至斜面顶端所需的时间。第二次，将 m_1 和 m_2 位置互换，使 m_2 悬空， m_1 放在斜面上，发现 m_1 自斜面底端由静止开始运动至斜面顶端所需的时间为 $t/3$ 。求 m_1 与 m_2 之比。



三、(15分) 测定电子荷质比(电荷 q 与质量 m 之比 q/m)

的实验装置如图所示。

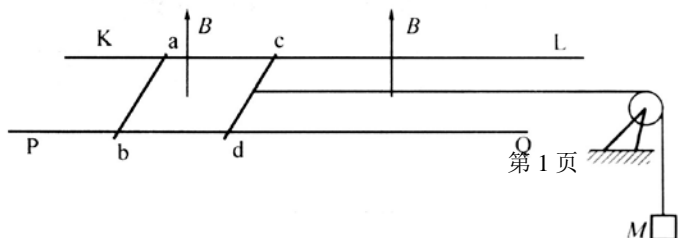
真空玻璃管内，阴极K发出的电子，经阳极A与阴极K之间的高电压加速后，形成一束很细的电子流，电子流以平行于平板电容器极板的速度进入两极板C、D间的区域。



若两极板C、D间无电压，则离开极板区域的电子将打在荧光屏上的O点；若在两极板间加上电压 U ，则离开极板区域的电子将打在荧光屏上的P点；若再在极板间加一方向垂直于纸面向外、磁感应强度为 B 的匀强磁场，则打到荧光屏上的电子产生的光点又回到O点。现已知极板的长度 $l=5.00\text{cm}$ ，C、D间的距离 $d=1.50\text{cm}$ ，极板区的中点M到荧光屏中点O的距离为 $L=12.50\text{cm}$ ， $U=200\text{V}$ ，P点到O点的距离 $y=OP=3.0\text{cm}$ ； $B=6.3 \times 10^{-4}\text{T}$ 。试求电子的荷质比。(不计重力影响)。

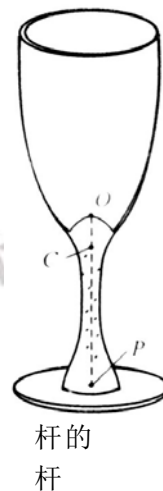
四、(15分) 要使一颗人造地球通讯卫星(同步卫星)能覆盖赤道上东经 75.0° 到东经 135.0° 之间的区域，则卫星应定位在哪个经度范围内的上空？地球半径 $R_0=6.37 \times 10^6\text{m}$ 。地球表面处的重力加速度 $g=9.80\text{m/s}^2$ 。

五、(15分) 如图所示，两条平行的长直金属细导轨KL、PQ固定于同一水平面内，它们之间的距离为 l ，电阻可忽略不

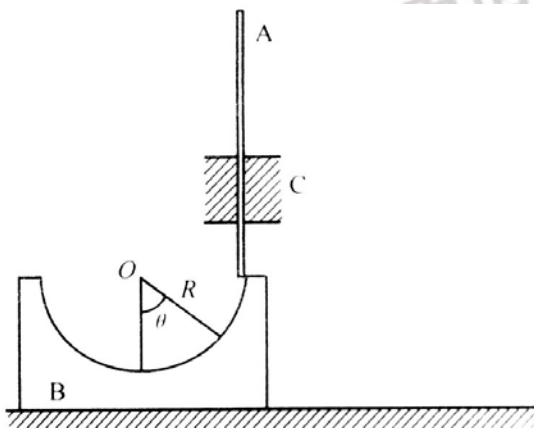


计；ab和cd是两根质量皆为 m 的金属细杆，杆与导轨垂直，且与导轨良好接触，并可沿导轨无摩擦地滑动。两杆的电阻皆为 R 。杆cd的中点系一轻绳，绳的另一端绕过轻的定滑轮悬挂一质量为 M 的物体，滑轮与转轴之间的摩擦不计，滑轮与杆cd之间的轻绳处于水平伸直状态并与导轨平行。导轨和金属细杆都处于匀强磁场中，磁场方向垂直于导轨所在平面向上，磁感应强度的大小为 B 。现两杆及悬物都从静止开始运动，当ab杆及cd杆的速度分别达到 v_1 和 v_2 时，两杆加速度的大小各为多少？

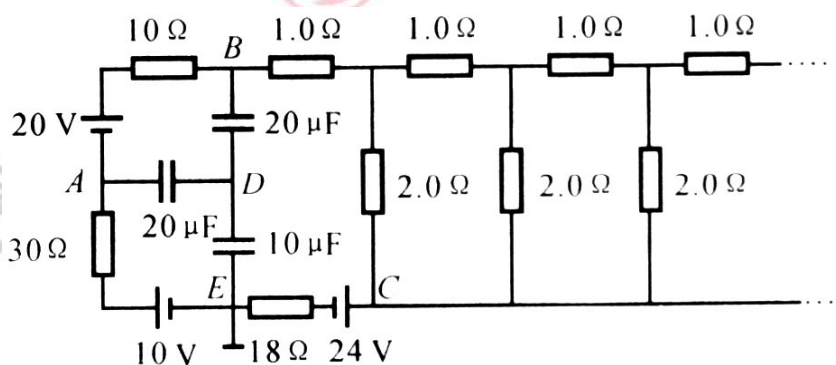
六、（15分）有一种高脚酒杯，如图所示。杯内底面为一凸起的球面，球心在顶点 O 下方玻璃中的 C 点，球面的半径 $R=1.50\text{cm}$ ， O 到杯口平面的距离为 8.0cm 。在杯脚底中心处 P 点紧贴一张画片， P 点距 O 点 6.3cm 。这种酒杯未斟酒时，若在杯口处向杯底方向观看，看不出画片上的景物，但如果斟了酒，再在杯口处向杯底方向观看，将看到画片上的景物。已知玻璃的折射率 $n_1=1.56$ ，酒的折射率 $n_2=1.34$ 。试通过分析计算与论证解释这一现象。



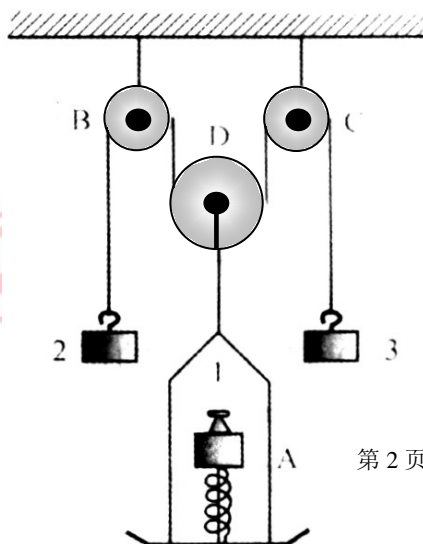
七、（15分）如图所示， B 是质量为 m_B 、半径为 R 的光滑半球形碗，放在光滑的水平桌面上。A是质为 m_A 的细长直杆，被固定的光滑套管C约束在竖直方向，A可自由上下运动。碗和质量关系为： $m_B=2m_A$ 。初始时，A被握住，使其下端正好与碗的半球面的上边缘接触（如图）。然后从静止开始释放A，A、B便开始运动。设A杆的位置用 θ 表示， θ 为碗面的球心 O 至A杆下端与球面接触点的连线方向和竖直方向之间的夹角。求A与B速度的大小（表示成 θ 的函数）。



八、（17分）如图所示的电路中，各电源的内阻均为零，其中B、C两点与其右方由 1.0Ω 的电阻和 2.0Ω 的电阻构成的无穷组合电路相接。求图中 $10\mu\text{F}$ 的电容器与E点相接的极板上的电荷量。



九、（18分）如图所示，定滑轮B、C与动滑轮D组成一滑轮组，各滑轮与转轴间的摩擦、滑轮的质量均不计。在动滑轮D上，悬挂有砝码托盘A，跨过滑轮组的不可伸长的轻线的两端各挂有砝码2和3。一根用轻线（图中穿过弹簧的那条竖直线）拴住的压缩轻弹簧竖直放置在托盘底上，弹簧的下端与托盘底固连，上端放有砝码1（两者未粘连）。已加三个砝码和砝码托盘的质量都是 m ，弹簧的劲度系数为 k ，压缩量为 l_0 ，整个系统处在静止状态。现突然烧断拴住弹簧的轻线，弹簧便伸长，并推动砝码1向上运动，直到砝码1与弹



簧分离。假设砝码1在以后的运动过程中不会与托盘的顶部相碰。求砝码1从与弹簧分离至再次接触经历的时间。



第21届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考答案及评分标准

一、1. a. 10^{-10}

b. 10^{-15}

c. 6.6×10^{-27}

d. 10^{-19}

e. 2.7×10^{19}

2. a正确, b不正确. 理由: 反射时光频率 ν 不变, 这表明每个光子能量 $h\nu$ 不变.

评分标准: 本题15分, 第1问10分, 每一空2分. 第二问5分, 其中结论占2分, 理由占3分.

二、第一次, 小物块受力情况如图所示, 设 T_1 为绳中张力, a_1 为两物块加速度的大小, l 为斜面长, 则有

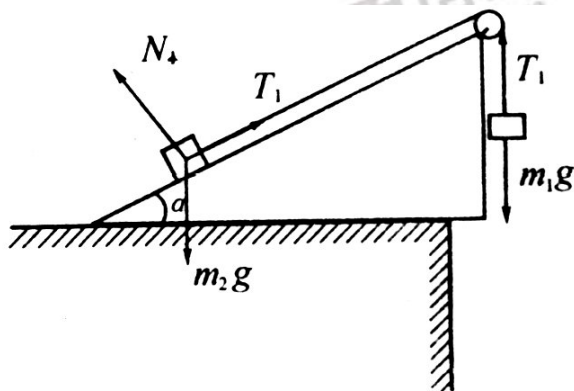
$$(1) \quad m_1 g - T_1 = m_1 a_1$$

$$T_1 - m_2 g \sin \alpha = m_2 a_1$$

(2)

$$l = \frac{1}{2} a_1 t^2$$

(3)



第二次, m_1 与 m_2 交换位置. 设绳中张力为 T_2 , 两物块加速度的大小为 a_2 , 则有

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \quad (4)$$

$$T_2 - m_1 g \sin \alpha = m_1 a_2 \quad (5)$$

$$l = \frac{1}{2} a_2 \left(\frac{t}{3}\right)^2 \quad (6)$$

由(1)、(2)式注意到 $\alpha = 30^\circ$ 得

$$a_1 = \frac{2m_1 - m_2}{2(m_1 + m_2)} g \quad (7)$$

由(4)、(5)式注意到 $\alpha = 30^\circ$ 得

$$a_2 = \frac{2m_2 - m_1}{2(m_1 + m_2)} g \quad (8)$$

由(3)、(6)式得

$$a_1 = \frac{a_2}{9} \quad (9)$$

由(7)、(8)、(9)式可解得

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{11}{19} \quad (10)$$

评分标准:

本题15分, (1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)式各2分, 求得(10)式再给3分。

三、设电子刚进入平行板电容器极板间区域时的速度为 v_0 , 因为速度方向平行于电容器的极板, 通过长度为 l 的极板区域所需的时间

$$t_1 = l/v_0 \quad (1)$$

当两极板之间加上电压时, 设两极板间的场强为 E , 作用于电子的静电力的大小为 qE 方向垂直于极板由C指向D, 电子的加速度

$$a = \frac{qE}{m} \quad (2)$$

而

$$E = \frac{U}{d} \quad (3)$$

因电子在垂直于极板方向的初速度为0, 因而在时间 t_1 内垂直于极板方向的位移

$$y_1 = \frac{1}{2}at_1^2 \quad (4)$$

电子离开极板区域时, 沿垂直于极板方向的末速度

$$v_y = at_1 \quad (5)$$

设电子离开极板区域后, 电子到达荧光屏上P点所需时间为 t_2

$$t_2 = (L-l/2) / v_0 \quad (6)$$

在 t_2 时间内, 电子作匀速直线运动, 在垂直于极板方向的位移

$$y_2 = v_y t_2 \quad (7)$$

P点离开O点的距离等于电子在垂直于极板方向的总位移

$$y = y_1 + y_2 \quad (8)$$

由以上各式得电子的荷质比为

$$\frac{q}{m} = \frac{v_0^2 d}{UL} y \quad (9)$$

加上磁场 B 后, 荧光屏上的光点重新回到O点, 表示在电子通过平行板电容器的过程中电子所受电场力与磁场力相等, 即

$$qE = qv_0 B \quad (10)$$

注意到(3)式, 可得电子射入平行板电容器的速度

$$v_0 = \frac{U}{Bd} \quad (11)$$

代人(9)式得

$$\frac{q}{m} = \frac{U}{B^2 l d} y \quad (12)$$

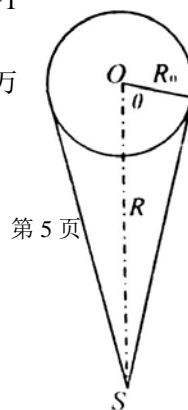
代入有关数据求得

$$\frac{q}{m} = 1.6 \times 10^{11} \text{ C/kg} \quad (13)$$

评分标准:

本题15分. (1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)、(7)、(8)式各1分, (10)式3分, (12)、(13)式各2分。

四、如图所示, 圆为地球赤道, S 为卫星所在处, 用 R 表示卫星运动轨道的半径。由万有引力定律、牛顿运动定律和卫星周期 T (亦即地球自转周期) 可得



$$G \frac{Mm}{R^2} = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (1)$$

式中 M 为地球质量, G 为万有引力常量, m 为卫星质量
另有

$$GM = R_0^2 g \quad (2)$$

由图可知

$$R \cos \theta = R_0 \quad (3)$$

由以上各式可解得

$$\theta = \arccos \left(\frac{4\pi^2 R_0}{T^2 g} \right)^{1/3} \quad (4)$$

取 $T=23$ 小时 56 分 4 秒 (或近似取 $T=24$ 小时), 代入数值, 可得

$$\theta = 81.3^\circ \quad (5)$$

由此可知, 卫星的定位范围在东经 $135.0^\circ - 81.3^\circ = 53.7^\circ$ 到 $75.0^\circ + 81.3^\circ = 156.3^\circ$ 之间的上空。
评分标准:

本题 15 分。(1)、(2)、(3) 式各 2 分, (4)、(5) 式共 2 分, 得出最后结论再给 7 分。

五、用 \mathcal{E} 和 I 分别表示 $abcd$ 回路的感应电动势和感应电流的大小, 根据法拉第电磁感应定律和欧姆定律可知

$$\mathcal{E} = Bl(v_2 - v_1) \quad (1)$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R} \quad (2)$$

令 F 表示磁场对每根杆的安培力的大小, 则

$$F = IBl \quad (3)$$

令 a_1 和 a_2 分别表示 ab 杆 cd 杆和物体 M 加速度的大小, T 表示绳中张力的大小, 由牛顿定律可知

$$F = ma_1 \quad (4)$$

$$Mg - T = ma_2 \quad (5)$$

$$T - F = ma_2 \quad (6)$$

由以上各式解得

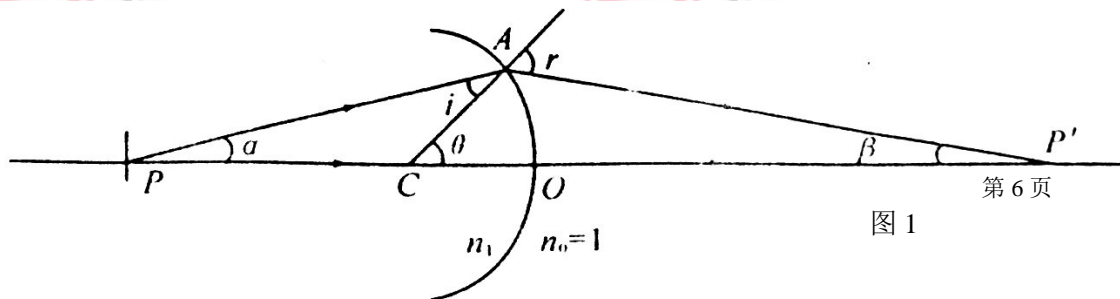
$$a_1 = \frac{B^2 l^2 (v_2 - v_1)}{2Rm} \quad (7)$$

$$a_2 = \frac{2MgR - B^2 l^2 (v_2 - v_1)}{2(M + m)R} \quad (8)$$

评分标准:

本题 15 分。(1) 式 3 分, (2) 式 2 分, (3) 式 3 分, (4)、(5)、(6) 式各 1 分, (7)、(8) 式各 2 分。

六、把酒杯放平, 分析成像问题。



1. 未斟酒时，杯底凸球面的两侧介质的折射率分别为 n_1 和 $n_0=1$ 。在图1中， P 为画片中心，由 P 发出经过球心 C 的光线 PO 经过顶点不变方向进入空气中；由 P 发出的与 PO 成 α 角的另一光线 PA 在 A 处折射。设 A 处入射角为 i ，折射角为 r ，半径 CA 与 PO 的夹角为 θ ，由折射定律和几何关系可得

$$n_1 \sin i = n_0 \sin r \quad (1)$$

$$\theta = i + \alpha \quad (2)$$

在 $\triangle PAC$ 中，由正弦定理，有

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{PC}{\sin i} \quad (3)$$

考虑近轴光线成像， α 、 i 、 r 都是小角度，则有

$$r = \frac{n_1}{n_0} i \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{R}{PC} i \quad (5)$$

由(2)、(4)、(5)式、 n_0 、 n_1 、 R 的数值及 $PC = PO - CO = 4.8 \text{ cm}$ 可得

$$\theta = 1.31i \quad (6)$$

$$r = 1.56i \quad (7)$$

由(6)、(7)式有

$$r > \theta \quad (8)$$

由上式及图1可知，折射线将与 PO 延长线相交于 P' ， P' 即为 P 点的实像。画面将成实像于 P' 处。

在 $\triangle CAP'$ 中，由正弦定理有

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{CP'}{\sin r} \quad (9)$$

又有 $r = \theta + \beta$ (10)

考虑到是近轴光线，由(9)、(10)式可得

$$\overline{CP'} = \frac{r}{r - \theta} R \quad (11)$$

又有

$$\overline{OP'} = \overline{CP'} - R \quad (12)$$

由以上各式代入数据，可得

$$\overline{OP'} = 7.9 \text{ cm} \quad (13)$$

由此可见，未斟酒时，画片上景物所成实像在杯口距 O 点 7.9 cm 处。已知 O 到杯口平面的距离为 8.0 cm ，当人眼在杯口处向杯底方向观看时，该实像离人眼太近，所以看不出画片上的景物。

2. 斟酒后，杯底凸球面两侧介质分别为玻璃和酒，折射率分别为 n_1 和 n_2 ，如图2所示，考虑到近轴光线有

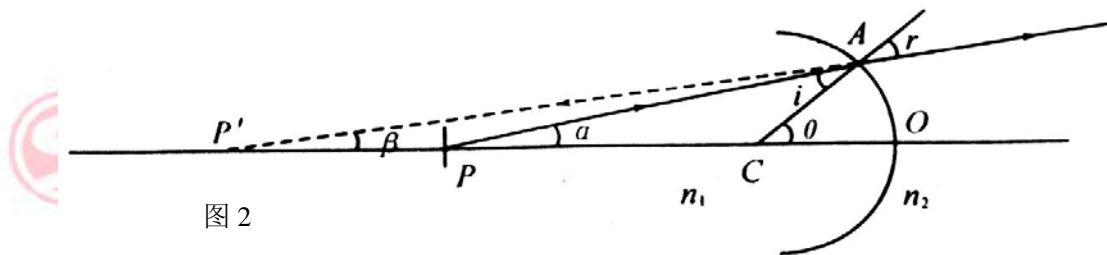


图 2

$$r = \frac{n_1}{n_2} i \quad (14)$$

代入 n_1 和 n_2 的值，可得

$$r = 1.16i \quad (15)$$

与(6)式比较，可知

$$r < \theta \quad (16)$$

由上式及图2可知，折射线将与 OP 延长线相交于 P' ， P' 即为 P 点的虚像。画面将成虚像于 P' 处。计算可得

$$\overline{CP'} = \frac{r}{\theta - r} R \quad (17)$$

又有

$$\overline{OP'} = \overline{CP'} + R \quad (18)$$

由以上各式并代入数据得

$$\overline{OP'} = 13 \text{ cm} \quad (19)$$

由此可见，斟酒后画片上景物成虚像于 P' 处，距 O 点13cm，即距杯口21cm。虽然该虚像还要因酒液平表面的折射而向杯口处拉近一定距离，但仍然离杯口处足够远，所以人眼在杯口处向杯底方向观看时，可以看到画片上景物的虚像。

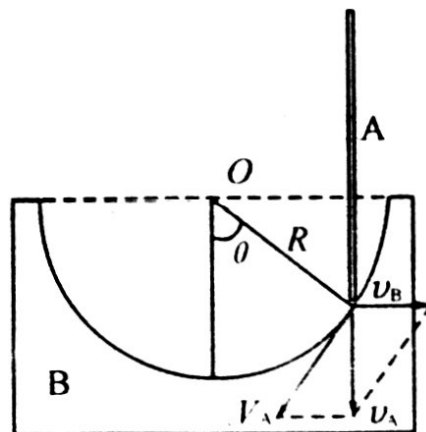
评分标准：

本题15分，求得(13)式给5分，说明“看不出”再给2分；求出(19)式，给5分，说明“看到”再给3分。

七、由题设条件知，若从地面参考系观测，则任何时刻， A 沿竖直方向运动，设其速度为 v_A ， B 沿水平方向运动，设其速度为 v_B ，若以 B 为参考系，从 B 观测，则 A 杆保持在竖直方向，它与碗的接触点在碗面内作半径为 R 的圆周运动，速度的方向与圆周相切，设其速度为 V_A 。杆相对地面的速度是杆相对碗的速度与碗相对地面的速度的合速度，速度合成的矢量图如图中的平行四边形所示。由图得

$$V_A \sin \theta = v_A \quad (1)$$

$$V_A \cos \theta = v_B \quad (2)$$



因而

$$v_B = v_A \cot \theta \quad (3)$$

由能量守恒

$$m_A g R \cos \theta = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \quad (4)$$

由(3)、(4)两式及 $m_B = 2m_A$ 得

$$v_A = \sin \theta \sqrt{\frac{2gR \cos \theta}{1 + \cos^2 \theta}} \quad (5)$$

$$v_B = \cos \theta \sqrt{\frac{2gR \cos \theta}{1 + \cos^2 \theta}} \quad (6)$$

评分标准:

本题(15)分。(1)、(2)式各3分,(4)式5分,(5)、(6)两式各2分。

八、设 B 、 C 右方无穷组合电路的等效电阻为 R_{BC} , 则题图中通有电流的电路可以简化为图1中的电路。 B 、 C 右方的电路又可简化为图2的电路, 其中 $R_{B'C'}$ 是虚线右方电路的等效电阻。

由于 B' 、 C' 右方的电路与 B 、 C 右方的电路结构相同, 而且都是无穷组合电路, 故有

$$R_{BC} = R_{B'C'}$$

(1)

由电阻串、并联公式可得

$$R_{BC} = 1 + \frac{2R_{B'C'}}{2 + R_{B'C'}} \quad (2)$$

(2)

由式(1)、(2)两式得

$$R_{BC}^2 - R_{BC} - 2 = 0$$

解得

$$R_{BC} = 2.0 \Omega \quad (3)$$

图1所示回路中的电流为

$$I = \frac{20 + 10 - 24}{10 + 30 + 18 + 2} \text{A} = 0.10 \text{A} \quad (4)$$

电流沿顺时针方向。

设电路中三个电容器的电容分别为 C_1 、 C_2 和 C_3 , 各电容器极板上的电荷分别为 Q_1 、 Q_2 和 Q_3 , 极性如图3所示。由于电荷守恒, 在虚线框内, 三个极板上电荷的代数和应为零, 即

$$Q_1 + Q_2 - Q_3 = 0 \quad (5)$$

A 、 E 两点间的电势差

$$U_A - U_E = -\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} \quad (6)$$

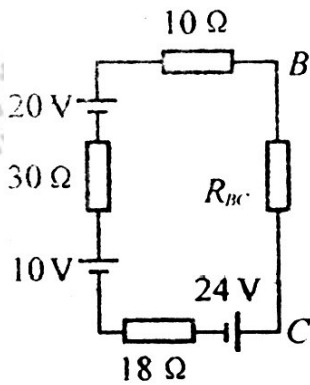


图1

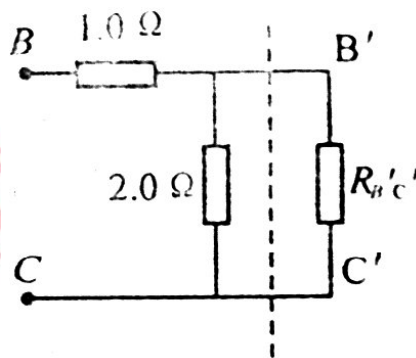


图2

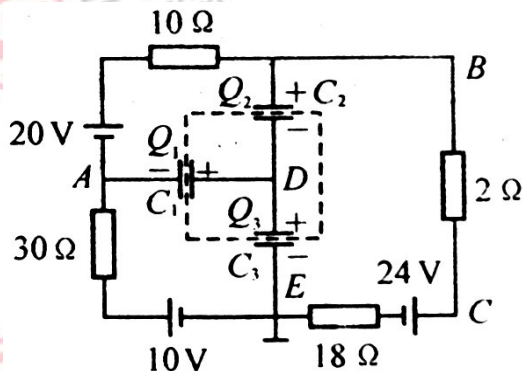


图3

又有

$$U_A - U_E = (10 - 30 \times 0.10)V = 7.0 \text{ V} \quad (7)$$

B、E两点间的电势差

$$U_B - U_E = \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} \quad (8)$$

又有

$$U_B - U_E = (24 + 20 \times 0.10)V = 26 \text{ V} \quad (9)$$

根据(5)、(6)、(7)、(8)、(9)式并代入 C_1 、 C_2 和 C_3 之值后可得

$$Q_3 = 1.3 \times 10^{-4} \text{ C} \quad (10)$$

即电容器 C_3 与E点相接的极板带负电，电荷量为 $1.3 \times 10^{-4} \text{ C}$ 。

评分标准：

本题17分。求得(3)式给3分，(4)式1分，(5)、(6)、(7)、(8)、(9)、(10)式各2分，指出所考察的极板上的电荷是负电荷再给1分。

九、设从烧断线到砝码1与弹簧分离经历的时间为 Δt ，在这段时间内，各砝码和砝码托盘的受力情况如图1所示：图中， F 表示 Δt 时间内任意时刻弹簧的弹力， T 表示该时刻跨过滑轮组的轻绳中的张力， mg 为重力， T_0 为悬挂托盘的绳的拉力。因D的质量忽略不计，有

$$T_0 = 2T \quad (1)$$

在时间 Δt 内任一时刻，砝码1向上运动，托盘向下运动，砝码2、3则向上升起，但砝码2、3与托盘速度的大小是相同的。设在砝码1与弹簧分离的时刻，砝码1的速度大小为 v_1 ，砝码2、3与托盘速度的大小都是 v_2 ，由动量定理，有

$$I_F - I_{mg} = mv_1 \quad (2)$$

$$I_T - I_{mg} = mv_2 \quad (3)$$

$$I_T - I_{mg} = mv_2 \quad (4)$$

$$I_F + I_{mg} - I_{T_0} = mv_2 \quad (5)$$

式中 I_F 、 I_{mg} 、 I_T 、 I_{T_0} 分别代表力 F 、 mg 、 T 、 T_0 在 Δt 时间内冲量的大小。注意到式(1)，有

$$I_{T_0} = 2I_T \quad (6)$$

由(2)、(3)、(4)、(5)、(6)各式得

$$v_2 = \frac{1}{3}v_1 \quad (7)$$

在弹簧伸长过程中，弹簧的上端与砝码1一起向上运动，下端与托盘一起向下运动。以 Δl_1 表示在 Δt 时间内弹簧上端向上运动的距离， Δl_2 表示其下端向下运动的距离。由于在

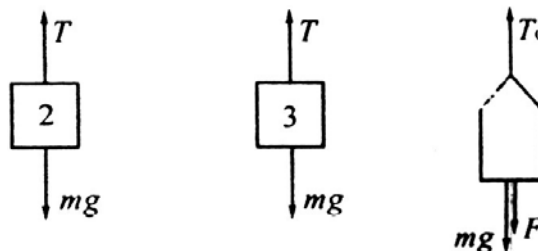


图 1

弹簧伸长过程中任意时刻，托盘的速度都为砝码1的速度的1/3，故有

$$\Delta l_2 = \frac{1}{3} \Delta l_1 \quad (8)$$

另有

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = l_0 \quad (9)$$

在弹簧伸长过程中，机械能守恒，弹簧弹性势能的减少等于系统动能和重力势能的增加，即有

$$\frac{1}{2} k l_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + 3 \times \frac{1}{2} m v_2^2 + m g \Delta l_1 - m g \Delta l_2 + 2 m g \Delta l_2 \quad (10)$$

由(7)、(8)、(9)、(10)式得

$$v_1^2 = \frac{3}{2m} \left(\frac{1}{2} k l_0^2 - m g l_0 \right) \quad (11)$$

砝码1与弹簧分开后，砝码作上抛运动，上升到最大高度经历时间为 t_1 ，有

$$v_1 = g t_1 \quad (12)$$

砝码2、3和托盘的受力情况如图2所示，以 a 表示加速度的大小，有

$$m g - T = m a \quad (13)$$

$$m g - T = m a \quad (14)$$

$$T_0 - m g = m a \quad (15)$$

$$T_0 = 2T \quad (16)$$

由(14)、(15)和(16)式得

$$a = \frac{1}{3} g \quad (17)$$

托盘的加速度向上，初速度 v_2 向下，设经历时间 t_2 ，托盘速度变为零，有

$$v_2 = a t_2 \quad (18)$$

由(7)、(12)、(17)和(18)式，得

$$t_1 = t_2 = \frac{v_1}{g} \quad (19)$$

即砝码1自与弹簧分离到速度为零经历的时间与托盘自分离到速度为零经历的时间相等。由对称性可知，当砝码回到分离位置时，托盘亦回到分离位置，即再经历 t_1 ，砝码与弹簧相遇。题中要求的时间

$$t_{\text{总}} = 2t_1 \quad (20)$$

由(11)、(12)、(20)式得

$$t_{\text{总}} = \frac{2}{g} \sqrt{\frac{3}{2m} \left(\frac{1}{2} k l_0^2 - m g l_0 \right)}$$

评分标准：

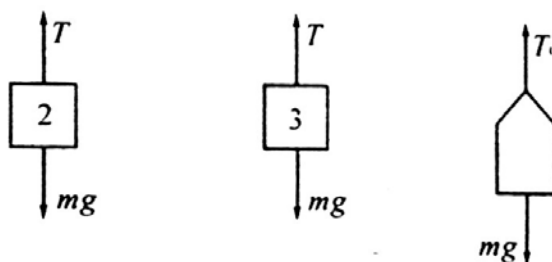


图2

本题18分. 求得(7)式给5分, 求得(11)式给5分, (17)、(19)、(20)、(21)式各2分。



第 22 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

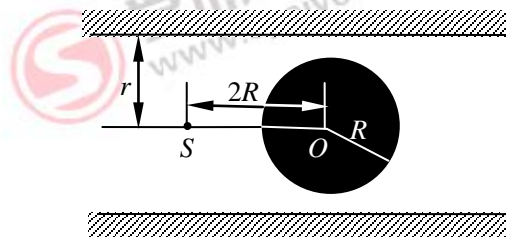
1. 在 2004 年 6 月 10 日联合国大会第 58 次会议上，鼓掌通过一项决议。决议摘录如下：
联合国大会，
承认物理学为了解自然界提供了重要基础，
注意到物理学及其应用是当今众多技术进步的基石，
确信物理教育提供了建设人类发展所必需的科学基础设施的工具，
意识到 2005 年是爱因斯坦科学发现一百周年，这些发现为现代物理学奠定了基础，
i. ……；
ii. ……；
iii. 宣告 2005 年为 _____ 年。

2. 爱因斯坦在现代物理学领域作出了很多重要贡献，试举出其中两项：

_____ ； _____ .

二、(17 分) 现有一个弹簧测力计（可随便找地方悬挂），一把匀质的长为 l 的有刻度、零点位于端点的直尺，一个木块及质量不计的细线。试用这些器件设计一实验装置（要求画出示意图），通过一次测量（弹簧测力计只准读一次数），求出木块的质量和尺的质量。（已知重力加速度为 g ）

三、(18 分) 内表面只反射而不吸收光的圆筒内有一半径为 R 的黑球，距球心为 $2R$ 处有一点光源 S ，球心 O 和光源 S 皆在圆筒轴线上，如图所示。若使点光源向右半边发出的光最后全被黑球吸收，则筒的内半径 r 最大为多少？



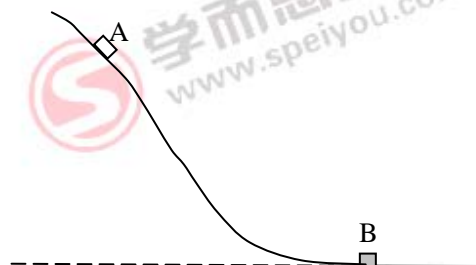
四、(20 分) 处在激发态的氢原子向能量较低的状态跃迁时会发出一系列不同频率的光，称为氢光谱。氢光谱线的波长 λ 可以用下面的巴耳末—里德伯公式来表示

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

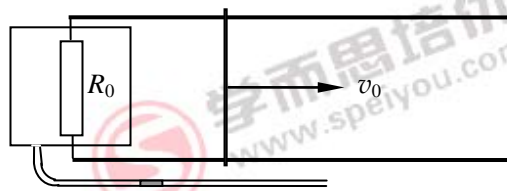
n, k 分别表示氢原子跃迁前后所处状态的量子数。 $k=1,2,3,\dots$ ，对于每一个 k ，有 $n=k+1, k+2, k+3, \dots$ ， R 称为里德伯常量，是一个已知量。对于 $k=1$ 的一系列谱线其波长处在紫外线区，称为赖曼系； $k=2$ 的一系列谱线其波长处在可见光区，称为巴耳末系。

用氢原子发出的光照射某种金属进行光电效应实验，当用赖曼系波长最长的光照射时，遏止电压的大小为 U_1 ，当用巴耳末系波长最短的光照射时，遏止电压的大小为 U_2 。已知电子电量的大小为 e ，真空中的光速为 c ，试求：普朗克常量和该种金属的逸出功。

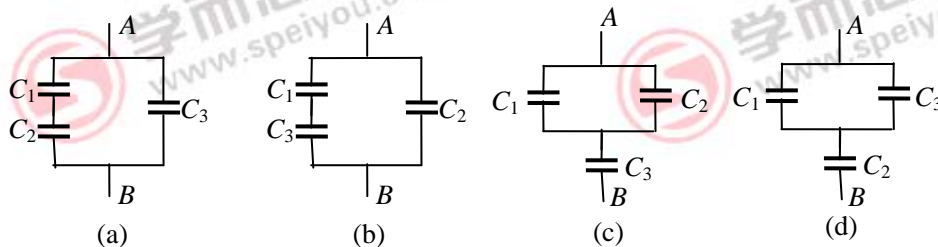
五、(25 分) 一质量为 m 的小滑块 A 沿斜坡由静止开始下滑, 与一质量为 km 的静止在水平地面上的小滑块 B 发生正碰撞, 如图所示. 设碰撞是弹性的, 且一切摩擦不计. 为使二者能且只能发生两次碰撞, 则 k 的值应满足什么条件?



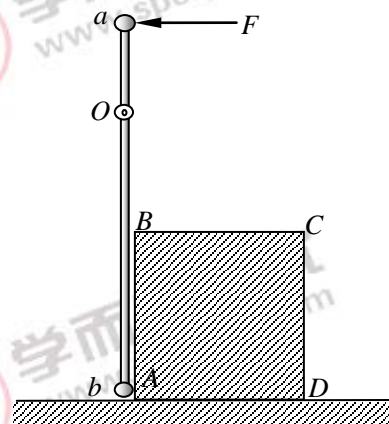
六、(25 分) 如图所示, 两根位于同一水平面内的平行的直长金属导轨, 处于恒定磁场中, 磁场方向与导轨所在平面垂直. 一质量为 m 的均匀导体细杆, 放在导轨上, 并与导轨垂直, 可沿导轨无摩擦地滑动, 细杆与导轨的电阻均可忽略不计. 导轨的左端与一根阻值为 R_0 的电阻丝相连, 电阻丝置于一绝热容器中, 电阻丝的热容量不计. 容器与一水平放置的开口细管相通, 细管内有一截面为 S 的小液柱 (质量不计), 液柱将 1mol 气体 (可视为理想气体) 封闭在容器中. 已知温度升高 1K 时, 该气体的内能的增加量为 $5R/2$ (R 为普适气体常量), 大气压强为 p_0 , 现令细杆沿导轨方向以初速 v_0 向右运动, 试求达到平衡时细管中液柱的位移.



七、(25 分) 三个电容器分别有不同的电容值 C_1 、 C_2 、 C_3 。现把这三个电容器组成图示的 (a)、(b)、(c)、(d) 四种混联电路，试论证：是否可以通过适当选择 C_1 、 C_2 、 C_3 的数值，使其中某两种混联电路 A、B 间的等效电容相等。

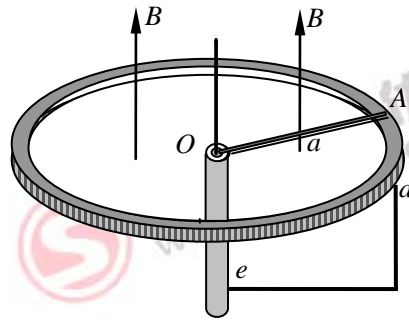


八、(30 分) 如图所示，一根长为 l 的细刚性轻杆的两端分别连结小球 a 和 b ，它们的质量分别为 m_a 和 m_b 。杆可绕距 a 球为 $\frac{1}{4}l$ 处的水平定轴 O 在竖直平面内转动。初始时杆处于竖直位置。小球 b 几乎接触桌面。在杆的右边水平桌面上，紧挨着细杆放着一个质量为 m 的立方体匀质物块，图中 $ABCD$ 为过立方体中心且与细杆共面的截面。现用一水平恒力 F 作用于 a 球上，使之绕 O 轴逆时针转动，求当 a 转过 90° 角时小球 b 速度的大小。设在此过程中立方体物块没有发生转动，且小球 b 与立方体物块始终接触没有分离。不计一切摩擦。



九、(30 分) 如图所示, 水平放置的金属细圆环半径为 a , 竖直放置的金属细圆柱 (其半径比 a 小得多) 的端面与金属圆环的上表面在同一平面内, 圆柱的细轴通过圆环的中心 O . 一质量为 m , 电阻为 R 的均匀导体细棒被圆环和细圆柱端面支撑, 棒的一端有一小孔套在细轴 O 上, 另一端 A 可绕轴线沿圆环作圆周运动, 棒与圆环的摩擦系数为 μ . 圆环处于磁感应强度大小为 $B = Kr$ 、方向竖直向上的恒定磁场中, 式中 K 为大于零的常量, r 为场点到轴线的距离. 金属细圆柱与圆环用导线 ed 连接. 不计棒与轴及与细圆柱端面的摩擦, 也不计细圆柱、圆环及导线的电阻和感应电流产生的磁场. 问沿垂直于棒的方向以多大的水平外力作用于棒的 A 端才能使棒以角速度 ω 匀速转动.

注: $(x + \Delta x)^3 = x^3 + 3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$



第 22 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

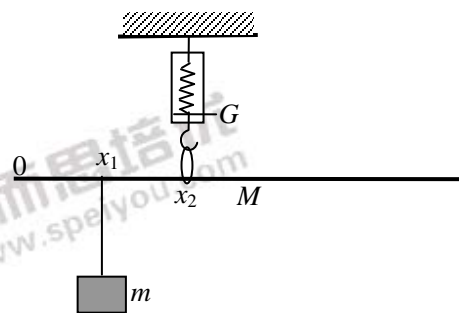
参考答案及评分标准

一、

国际物理（或世界物理）。 相对论；光的量子性

评分标准：本题 10 分。第 1 小问 4 分。第 2 小问 6 分（填写任意两项爱因斯坦的成果只要正确都给 6 分）。

二、找个地方把弹簧测力计悬挂好，取一段细线做成一环，挂在弹簧测力计的挂钩上，让直尺穿在细环中，环与直尺的接触点就是直尺的悬挂点，它将尺分为长短不等的两段。用细线栓住木块挂在直尺较短的一段上，细心调节直尺悬挂点及木块悬挂点的位置，使直尺平衡在水平位置（为提高测量精度，尽量使二悬挂点相距远些），如图所示。设木块质量为 m ，直尺质量为 M 。记下二悬挂点在直尺上的读数 x_1 、 x_2 ，弹簧测力计读数 G 。由平衡条件和图中所设的直尺零刻度线的位置有



$$(m + M)g = G \quad (1)$$

$$mg(x_2 - x_1) = Mg\left(\frac{l}{2} - x_2\right) \quad (2)$$

(1)、(2)式联立可得

$$m = \frac{G(l - 2x_2)}{g(l - 2x_1)} \quad (3)$$

$$M = \frac{2G(x_2 - x_1)}{g(l - 2x_1)} \quad (4)$$

评分标准：本题 17 分。

正确画出装置示意图给 5 分。(1) 式、(2) 式各 4 分，(3) 式、(4) 式各 2 分。

三、

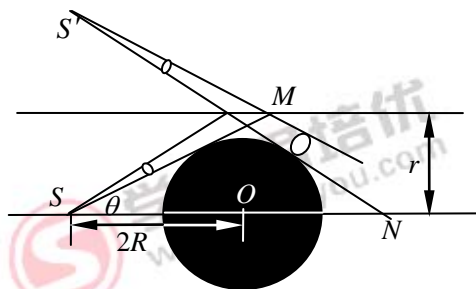


图 1

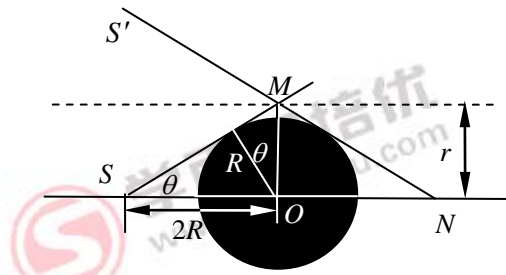


图 2

自 S 作球的切线 SM ，并画出 S 经管壁反射形成的虚像点 S' ，及由 S' 画出球面的切线 $S'N$ ，如图 1 所示，由图可看出，只要 $S'M$ 和 $S'N$ 之间有一夹角，则筒壁对从 S 向右的光线的反射光线就有一部分进入球的右方，不会完全落在球上被吸收。

由图可看出，如果 r 的大小恰能使 $S'N$ 与 $S'M$ 重合，如图 2，则 r 就是题所要求的筒的内半径的最大值，这时 SM 与 MN 的交点到球心的距离 MO 就是所要求的筒的半径 r 。由图 2 可得

$$r = \frac{R}{\cos\theta} = \frac{R}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} \quad (1)$$

由几何关系可知

$$\sin\theta = (R/2R) \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式得

$$r = \frac{2\sqrt{3}}{3}R \quad (3)$$

评分标准：本题 18 分。

给出必要的说明占 8 分，求出 r 占 10 分。

四、由巴耳末—里德伯公式

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

可知赖曼系波长最长的光是氢原子由 $n=2 \rightarrow k=1$ 跃迁时发出的，其波长的倒数

$$\frac{1}{\lambda_{12}} = \frac{3R}{4} \quad (1)$$

对应的光子能量为

$$E_{12} = hc \frac{1}{\lambda_{12}} = \frac{3Rhc}{4} \quad (2)$$

式中 h 为普朗克常量。巴耳末系波长最短的光是氢原子由 $n=\infty \rightarrow k=2$ 跃迁时发出的，其波长的倒数

$$\frac{1}{\lambda_{2\infty}} = \frac{R}{4} \quad (3)$$

对应的光子能量

$$E_{2\infty} = \frac{Rhc}{4} \quad (4)$$

用 A 表示该金属的逸出功，则 eU_1 和 eU_2 分别为光电子的最大初动能。由爱因斯坦光电效应方程得

$$\frac{3Rhc}{4} = eU_1 + A \quad (5)$$

$$\frac{Rhc}{4} = eU_2 + A \quad (6)$$

解得

$$A = \frac{e}{2}(U_1 - 3U_2) \quad (7)$$

$$h = \frac{2e(U_1 - U_2)}{Rc} \quad (8)$$

评分标准：本题 20 分。

(1)式 3 分, (2)式 2 分, (3)式 3 分, (4)式 2 分, (5)、(6)式各 3 分, (7)、(8)式各 2 分。

五、设 A 与 B 碰撞前 A 的速度为 v_0 , 碰后 A 与 B 的速度分别为 v_1 与 V_1 , 由动量守恒及机械能守恒定律有

$$mv_0 = mv_1 + kmV_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kmV_1^2 \quad (2)$$

由此解得

$$v_1 = \frac{-(k-1)}{k+1}v_0 \quad (3)$$

$$V_1 = \frac{2}{k+1}v_0 \quad (4)$$

为使 A 能回到坡上, 要求 $v_1 < 0$, 这导致 $k > 1$; 为使 A 从坡上滑下后再能追上 B, 应有 $-v_1 > V_1$, 即 $(k-1) > 2$, 这导致 $k > 3$, 于是, 为使第二次碰撞能发生, 要求

$$k > 3 \quad (5)$$

对于第二次碰撞, 令 v_2 和 V_2 分别表示碰后 A 和 B 的速度, 同样由动量守恒及机械能守恒定律有:

$$m(-v_1) + kmV_1 = mv_2 + kmV_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kmV_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kmV_2^2$$

由此解得

$$v_2 = \frac{4k - (k-1)^2}{(k+1)^2}v_0 \quad (6)$$

$$V_2 = \frac{4(k-1)}{(k+1)^2}v_0 \quad (7)$$

若 $v_2 > 0$, 则一定不会发生第三次碰撞, 若 $v_2 < 0$, 且 $-v_2 > V_2$, 则会发生第三次碰撞. 故

为使第三次碰撞不会发生, 要求 A 第三次从坡上滑下后速度的大小 $(-v_2)$ 不大于 B 速度的

大小 V_2 ，即

$$-v_2 \leq V_2 \quad (8)$$

由(6)、(7)、(8)式得

$$k^2 - 10k + 5 \leq 0 \quad (9)$$

由

$$k^2 - 10k + 5 = 0$$

可求得

$$k = \frac{10 \pm \sqrt{80}}{2} = 5 \pm 2\sqrt{5}$$

(9)式的解为

$$5 - 2\sqrt{5} \leq k \leq 5 + 2\sqrt{5} \quad (10)$$

(10)与(5)的交集即为所求：

$$3 < k \leq 5 + 2\sqrt{5} \quad (11)$$

评分标准：本题 25 分。

求得(3)、(4)式各得 3 分，求得(5)式得 4 分，求得(6)、(7)、(8)、(10)和(11)式各得 3 分。

六、导体细杆运动时，切割磁感应线，在回路中产生感应电动势与感应电流，细杆将受到安培力的作用，安培力的方向与细杆的运动方向相反，使细杆减速，随着速度的减小，感应电流和安培力也减小，最后杆将停止运动，感应电流消失。在运动过程中，电阻丝上产生的焦耳热，全部被容器中的气体吸收。

根据能量守恒定律可知，杆从 v_0 减速至停止运动的过程中，电阻丝上的焦耳热 Q 应等于杆的初动能，即

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (1)$$

容器中的气体吸收此热量后，设其温度升高 ΔT ，则内能的增加量为

$$\Delta U = \frac{5}{2}R\Delta T \quad (2)$$

在温度升高 ΔT 的同时，气体体积膨胀，推动液柱克服大气压力做功。设液柱的位移为 Δl ，则气体对外做功

$$A = p_0 S \Delta l \quad (3)$$

$S\Delta l$ 就是气体体积的膨胀量

$$\Delta V = S\Delta l \quad (4)$$

由理想气体状态方程 $pV = RT$ ，注意到气体的压强始终等于大气压 p_0 ，故有

$$p_0 \Delta V = R\Delta T \quad (5)$$

由热力学第一定律

$$Q = A + \Delta U \quad (6)$$

由以上各式可解得

$$\Delta l = \frac{mv_0^2}{7p_0S} \quad (7)$$

评分标准：本题 25 分。

(1) 式 6 分，(2) 式 4 分，(3)、(4)、(5) 式各 2 分，(6) 式 5 分，(7) 式 4 分。

七、由电容 C' 、 C'' 组成的串联电路的等效电容

$$C_{\text{串}} = \frac{C'C''}{C' + C''}$$

由电容 C' 、 C'' 组成的并联电路的等效电容

$$C_{\text{并}} = C' + C''$$

利用此二公式可求得图示的 4 个混联电路 A、B 间的等效电容 C_a 、 C_b 、 C_c 、 C_d 分别为

$$C_a = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}{C_1 + C_2} > C_3 \quad (1)$$

$$C_b = \frac{C_1C_3}{C_1 + C_3} + C_2 = \frac{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}{C_1 + C_3} > C_2 \quad (2)$$

$$C_c = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{(C_1 + C_2) + C_3} = \frac{C_1C_3 + C_2C_3}{C_1 + C_2 + C_3} < C_3 \quad (3)$$

$$C_d = \frac{(C_1 + C_3)C_2}{(C_1 + C_3) + C_2} = \frac{C_1C_2 + C_2C_3}{C_1 + C_2 + C_3} < C_2 \quad (4)$$

由 (1)、(3) 式可知

$$C_a \neq C_c \quad (5)$$

由 (2)、(4) 式可知

$$C_b \neq C_d \quad (6)$$

由 (1)、(2) 式可知

$$C_a \neq C_b \quad (7)$$

由 (3)、(4) 式可知

$$C_c \neq C_d \quad (8)$$

若 $C_a = C_d$ ，由 (1)、(4) 式可得

$$C_1^2 + 2C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3 = 0$$

因为 C_1 、 C_2 和 C_3 均大于 0，上式不可能成立，因此

$$C_a \neq C_d \quad (9)$$

若 $C_b = C_c$ ，由 (2)、(3) 式可得

$$C_1^2 + 2C_1C_3 + C_1C_2 + C_2C_3 = 0$$

因为 C_1 、 C_2 和 C_3 均大于 0，上式不可能成立，因此

$$C_b \neq C_c \quad (10)$$

综合以上分析，可知这四个混联电路的等效电容没有一对是相等的。

评分标准：本题 25 分。

(1)、(2)、(3)、(4) 式各 4 分，得到 (5)、(6)、(7)、(8) 式各 1 分，得到 (9)、(10) 式共 5 分。

八、如图所示，用 v_b 表示 a 转过 α 角时 b 球速度的大小， v 表示此时立方体速度的大小，则有

$$v_b \cos \alpha = v \quad (1)$$

由于 b 与正立方体的接触是光滑的，相互作用力总是沿水平方向，而且两者在水平方向的位移相同，因此相互作用的作用力和反作用力做功大小相同，符号相反，做功的总和为 0。因此在整个过程中推力 F 所做的功应等于球 a 、 b 和正立方体机械能的增量。现用 v_a 表示此时 a 球速度的大小，因为 a 、 b 角速度相同， $Oa = \frac{1}{4}l$ ， $Ob = \frac{3}{4}l$ ，所以得

$$v_a = \frac{1}{3}v_b \quad (2)$$

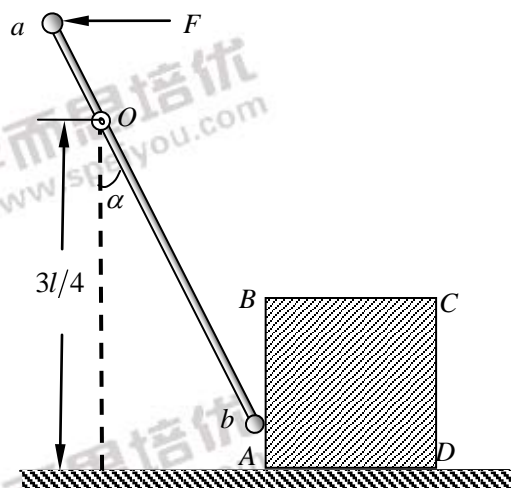
根据功能原理可知

$$F \cdot \frac{l}{4} \sin \alpha = \frac{1}{2} m_a v_a^2 - m_a g \left(\frac{l}{4} - \frac{l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2} m_b v_b^2 + m_b g \left(\frac{3l}{4} - \frac{3l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2} m v^2 \quad (3)$$

将 (1)、(2) 式代入可得

$$F \cdot \frac{l}{4} \sin \alpha = \frac{1}{2} m_a \left(\frac{1}{3} v_b \right)^2 - m_a g \left(\frac{l}{4} - \frac{l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2} m_b v_b^2 + m_b g \left(\frac{3l}{4} - \frac{3l}{4} \cos \alpha \right) + \frac{1}{2} m (v_b \cos \alpha)^2$$

解得



$$v_b = \sqrt{\frac{9l[F \sin \alpha + (m_a - 3m_b)g(1 - \cos \alpha)]}{2m_a + 18m_b + 18m \cos^2 \alpha}} \quad (4)$$

评分标准：本题 30 分。

(1) 式 7 分，(2) 式 5 分，(3) 式 15 分，(4) 式 3 分。

九、将整个导体棒分割成 n 个小线元，小线元端到轴线的距离分别为 $r_0 (=0)$, r_1 , r_2 , \dots , r_{i-1} , r_i , \dots , r_{n-1} , $r_n (=a)$, 第 i 个线元的长度为 $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$, 当 Δr_i 很小时，可以认为该线元上各点的速度都为 $v_i = \omega r_i$, 该线元因切割磁感应线而产生的电动势为

$$\Delta E_i = Bv_i \Delta r_i = Kr_i \omega r_i \Delta r_i = K\omega r_i^2 \Delta r_i \quad (1)$$

整个棒上的电动势为

$$E = \sum_{i=1}^n \Delta E_i = K\omega \sum_{i=1}^n r_i^2 \Delta r_i \quad (2)$$

由
$$(r + \Delta r)^3 = r^3 + 3r^2 \Delta r + 3r(\Delta r)^2 + (\Delta r)^3,$$

略去高阶小量 $(\Delta r)^2$ 及 $(\Delta r)^3$, 可得

$$r^2 \Delta r = \frac{1}{3} [(r + \Delta r)^3 - r^3]$$

代入(2)式, 得

$$E = \frac{1}{3} K\omega \sum_{i=1}^n (r_i^3 - r_{i-1}^3) = \frac{1}{3} K\omega [(r_1^3 - r_0^3) + (r_2^3 - r_1^3) + \dots + (r_n^3 - r_{n-1}^3)] = \frac{1}{3} K\omega a^3 \quad (3)$$

由全电路欧姆定律, 导体棒通过的电流为

$$I = \frac{E}{R} = \frac{K\omega a^3}{3R} \quad (4)$$

导体棒受到的安培力方向与棒的运动方向相反。

第 i 个线元 Δr_i 受到的安培力为

$$\Delta f_{Ai} = BI \Delta r_i = Kr_i I \Delta r_i \quad (5)$$

作用于该线元的安培力对轴线的力矩

$$\Delta M_i = \Delta f_{Ai} \cdot r_i = KI r_i^2 \Delta r_i$$

作用于棒上各线元的安培力对轴线的总力矩为

$$M = \sum_{i=1}^n \Delta M_i = KI \sum_{i=1}^n r_i^2 \Delta r_i = \frac{1}{3} KI \sum_{i=1}^n (r_i^3 - r_{i-1}^3) = \frac{1}{3} KI a^3$$

即

$$M = \frac{K^2 \omega a^6}{9R} \quad (6)$$

因棒 A 端对导体圆环的正压力为 $\frac{1}{2}mg$ ，所以摩擦力为 $\frac{1}{2}\mu mg$ ，对轴的摩擦力矩为

$$M_{\mu} = \frac{1}{2}\mu mga \quad (7)$$

其方向与安培力矩相同，均为阻力矩。为使棒在水平面内作匀角速转动，要求棒对于 O 轴所受的合力矩为零，即外力矩与阻力矩相等，设在 A 点施加垂直于棒的外力为 f ，则有

$$fa = M + M_{\mu} \quad (8)$$

由(6)、(7)、(8)式得

$$f = \frac{K^2\omega a^5}{9R} + \frac{1}{2}\mu mg \quad (9)$$

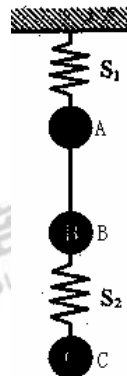
评分标准：本题 30 分。

求得 (3) 式得 10 分，(4) 式 2 分；求得 (6) 式得 8 分，(7) 式 4 分，(8) 式 4 分，(9) 式 2 分。

第 23 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

一、(20 分, 每小题 10 分)

1、如图所示, 弹簧 S_1 的上端固定在天花板上, 下端连一小球 A, 球 A 与球 B 之间用线相连。球 B 与球 C 之间用弹簧 S_2 相连。A、B、C 的质量分别为 m_A 、 m_B 、 m_C , 弹簧与线的质量均可不计, 开始时它们都处在静止状态, 现将 A、B 间的线突然剪断, 求线刚断时 A、B、C 的加速度。

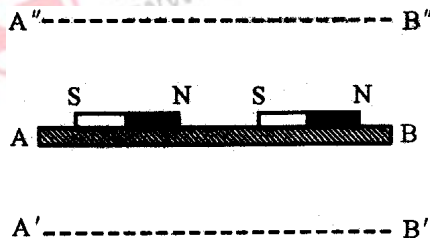


2、两个相同的条形磁铁, 放在平板 AB 上, 磁铁的 N、S 极如图所示, 开始时平板及磁铁皆处于水平位置, 且静止不动。

(1) 现将 AB 突然竖直向下平移 (磁铁与平板间始终相互接触), 并使之停在 A'B' 处, 结果发现两个条形磁铁碰在一起。

(2) 如果将 AB 从原位置突然竖直向上平移, 并使之停在 A''B'' 位置处, 结果发现两条形磁铁也碰在一起。

试定性解释上述现象。



二、(20 分, 第 1 小题 12 分, 第 2 小题 8 分)

1、老爷爷的眼睛是老花眼。

(1) 一物体 P 放在明视距离处, 老爷爷看不清楚, 试在示意图 1 中画出此时 P 通过眼睛成像的光路示意图。

(2) 戴了一副 300 度的老花镜后, 老爷爷就能看清楚放在明视距离处的物体 P, 试在示意图 2 中画出 P 通过老花镜和眼睛成像的光路示意图。

(3) 300 度的老花镜的焦距 $f =$ _____ m。

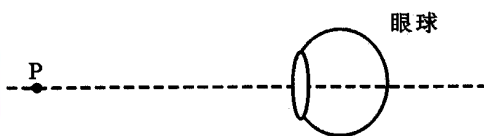


图 1

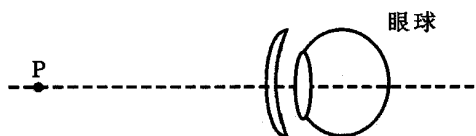


图 2

2、有两个凸透镜, 它们的焦距分别为 f_1 和 f_2 , 还有两个凹透镜, 它们的焦距分别为 f_3 和 f_4 , 已知, $f_1 > f_2 > |f_3| > |f_4|$, 如果要从这四个透镜中选取两个透镜, 组成一架最简单的单

筒望远镜，要求能看到放大倍数尽可能大的正立的像，则应选焦距为_____的透镜作为物镜，应选焦距为_____的透镜作为目镜。

三、（20 分，第 1 小题 12 分，第 2 小题 8 分）

1、如图所示，电荷量为 q_1 的正点电荷固定在坐标原点 O 处，电荷量为 q_2 的正点电荷固定在 x 轴上，两电荷相距 l ，已知 $q_2=2q_1$ 。

(1) 求在 x 轴上场强为零的 P 点的坐标。

(2) 若把一电荷量为 q_0 的点电荷放在 P 点，试讨论它的稳定性（只考虑 q_0 被限制在沿 x 轴运动和被限制在沿垂直于 x 轴方向运动这两种情况）。

2、有一静电场，其电势 U 随坐标 x 的改变而变化，变化的图线如图 1 所示，试在图 2 中画出该静电场的场强 E 随 x 变化的图线（设场强沿 x 轴正方向时取正值，场强沿 x 轴负方向时取负值）。

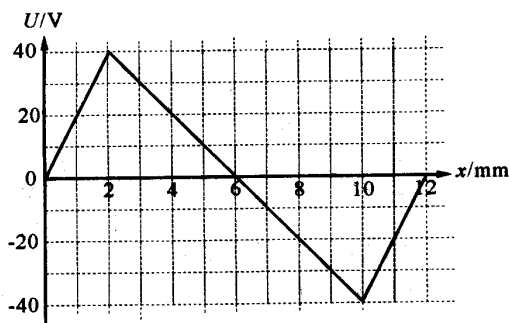
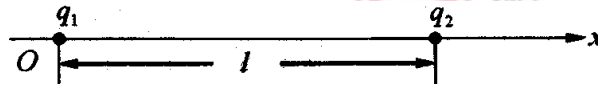


图 1

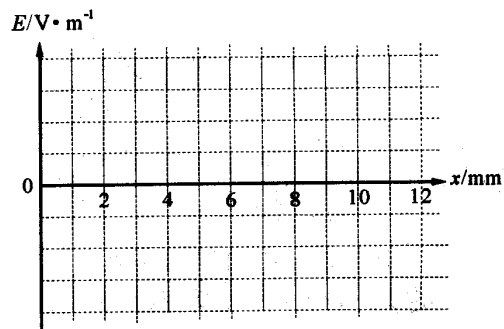


图 2

四、（20 分）一根长为 L （以厘米为单位）的粗细均匀的、可弯曲的细管，一端封闭，一端开口，处在大气中。大气的压强与 H 厘米高的水银柱产生的压强相等，已知管长 $L>H$ 。现把细管弯成 L 形，如图所示，假定细管被弯曲时，管长和管的内径都不发生变化。可以把水银从管口徐徐注入细管而不让细管中的气体泄出。当细管弯成 L 形时，以 l 表示其竖直段的长度，问 l 取值满足什么条件时，注入细管的水银量为最大值？给出你的论证并求出水银量的最大值（用水银柱的长度表示）。

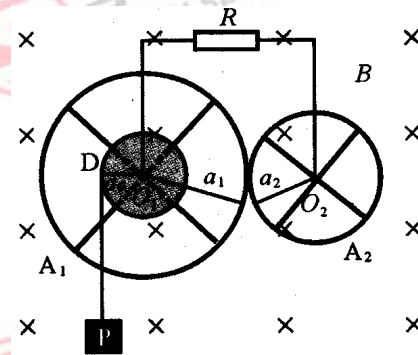


五、（20 分）一对正、负电子可形成一种寿命比较短的称为电子偶素的新粒子。电子偶素中的正电子与负电子都以速率 v 绕它们连线的中点做圆周运动，假定玻尔关于氢原子的理论可用于电子偶素，电子的质量 m 、速率 v 和正、负电子间的距离 r 的乘积也满足量子化条件，即

$$mrv = n \frac{h}{2\pi}$$

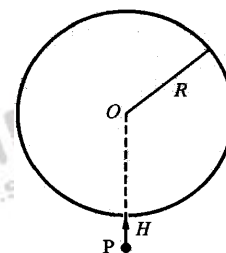
式中 n 称为量子数，可取整数值 $1, 2, 3, \dots$ ； h 为普朗克常量，试求电子偶素处在各定态时的 r 和能量以及第一激发态与基态能量之差。

六、(25 分) 如图所示，两个金属轮 A_1 、 A_2 ，可绕通过各自中心并与轮面垂直的固定的光滑金属细轴 O_1 和 O_2 转动， O_1 和 O_2 相互平行，水平放置，每个金属轮由四根金属辐条和金属环组成， A_1 轮的辐条长为 a_1 、电阻为 R_1 ， A_2 轮的辐条长为 a_2 、电阻为 R_2 ，连接辐条的金属环的宽度与电阻都可以忽略。半径为 a_0 的绝缘圆盘 D 与 A_1 同轴且固连在一起，一轻细绳的一端固定在 D 边缘上的某点，绳在 D 上绕足够匝数后，悬挂一质量为 m 的重物 P ，当 P 下落时，通过细绳带动 D 和 A_1 绕 O_1 轴转动，转动过程中， A_1 、 A_2 保持接触，无相对滑动；两轮与各自细轴之间保持良好的电接触；两细轴通过导线与一阻值为 R 的电阻相连，除 R 和 A_1 、 A_2 两轮中辐条的电阻外，所有金属的电阻都不计，整个装置处在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向与转轴平行，现将 P 释放，试求 P 匀速下落时的速度。



七、图示为一固定不动的绝缘的圆筒形容器的横截面，其半径为 R ，圆筒的轴线在 O 处，圆筒内有匀强磁场，磁场方向与圆筒的轴线平行，磁感应强度为 B ，筒壁的 H 处开有小孔，整个装置处在真空中。现有一质量为 m 、电荷量为 q 的带电粒子 P 以某一初速度沿筒的半径方向从小孔射入圆筒，经与筒壁碰撞后又从小孔射出圆筒。设：筒壁是光滑的， P 与筒壁碰撞是弹性的， P 与筒壁碰撞时其电荷量是不变的。若要使 P 与筒壁碰撞的次数最少，问：

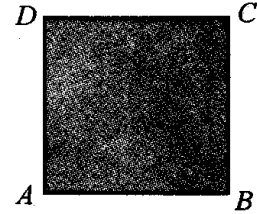
- (1) P 的速率应为多少？
- (2) P 从进入圆筒到射出圆筒经历的时间为多少？



八、图中正方形 ABCD 是水平放置的固定梁的横截面，AB 是水平的，截面的边长都是 l ，一根长为 $2l$ 的柔软的轻细绳，一端固定在 A 点，另一端系一质量为 m 的小球，初始时，手持小球，将绳拉直，绕过 B 点使小球处于 C 点，现给小球一竖直向下的初速度 v_0 ，使小球与 CB 边无接触地向下运动，当 v_0^2 分别取下列两值时，小球将打到梁上的何处？

1、 $v_0^2 = 2(6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 1)gl$ 2、 $v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$

设绳的伸长量可不计而且绳是非弹性的。



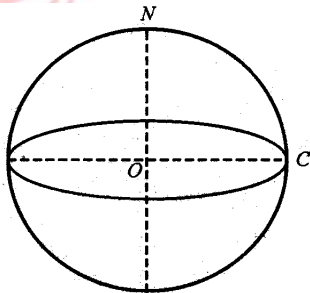
九、从赤道上的 C 点发射洲际导弹，使之精确地击中北极点 N，要求发射所用的能量最少。假定地球是一质量均匀分布的半径为 R 的球体， $R=6400\text{km}$ 。已知质量为 m 的物体在地球引力作用下作椭圆运动时，其能量 E 与椭圆半长轴 a 的关系为

$$E = -G \frac{Mm}{2a}$$

式中 M 为地球质量， G 为引力常量。

(1) 假定地球没有自转，求最小发射速度的大小和方向（用速度方向与从地心 O 到发射点 C 的连线之间的夹角表示）。

(2) 若考虑地球的自转，则最小发射速度的大小为多少？



(3) 试导出 $E = -G \frac{Mm}{2a}$ 。

第 23 届全国中学生物理竞赛预赛题参考解答及评分标准

一、参考解答:

1. 线剪断前, 整个系统处于平衡状态. 此时弹簧 S_1 的弹力

$$F_1 = (m_A + m_B + m_C)g \quad (1)$$

弹簧 S_2 的弹力

$$F_2 = m_C g \quad (2)$$

在线刚被剪断的时刻, 各球尚未发生位移, 弹簧的长度尚无变化, 故 F_1 、 F_2 的大小尚未变化, 但线的拉力消失. 设此时球 A、B、C 的加速度的大小分别为 a_A 、 a_B 、 a_C , 则有

$$F_1 - m_A g = m_A a_A \quad (3)$$

$$F_2 + m_B g = m_B a_B \quad (4)$$

$$F_2 - m_C g = m_C a_C \quad (5)$$

解以上有关各式得

$$a_A = \frac{m_B + m_C}{m_A} g, \text{ 方向竖直向上} \quad (6)$$

$$a_B = \frac{m_B + m_C}{m_B} g, \text{ 方向竖直向下} \quad (7)$$

$$a_C = 0 \quad (8)$$

2. 开始时, 磁铁静止不动, 表明每一条磁铁受到另一条磁铁的磁力与它受到板的静摩擦力平衡.

(i) 从板突然竖直向下平移到停下, 板和磁铁的运动经历了两个阶段. 起初, 板向下加速移动, 板与磁铁有脱离接触的趋势, 磁铁对板的正压力减小, 并跟随板一起作加速度方向向下、速度向下的运动. 在这过程中, 由于磁铁对板的正压力减小, 最大静摩擦力亦减小. 向下的加速度愈大, 磁铁的正压力愈小, 最大静摩擦力也愈小. 当板的加速度大到某一数值时, 最大静摩擦力减小到小于磁力, 于是磁铁沿着平板相向运动并吸在一起. 接着, 磁铁和板一起作加速度方向向上、速度向下的运动, 直到停在 A'B' 处. 在这过程中, 磁铁对板的正压力增大, 最大静摩擦力亦增大, 因两磁铁已碰在一起, 磁力、接触处出现的弹力和可能存在的静摩擦力总是平衡的, 两条磁铁吸在一起的状态不再改变.

(ii) 从板突然竖直向上平移到停下, 板和磁铁的运动也经历两个阶段. 起初, 板和磁铁一起作加速度方向向上、速度向上的运动, 在这过程中, 正压力增大, 最大静摩擦力亦增大, 作用于每个磁铁的磁力与静摩擦力始终保持平衡, 磁铁在水平方向不发生运动. 接着, 磁铁和板一起作加速度方向向下、速度向上的运动, 直到停在 A'B' 处. 在这过程中, 磁铁对板的正压力减小, 最大静摩擦力亦减小, 向下的加速度愈大, 磁铁的正压力愈小, 最大静摩擦力也愈小. 当板的加速度大到某一数值时, 最大静摩擦力减小到小于磁力, 于是磁铁沿着平板相向运动并吸在一起.

评分标准: (本题 20 分)

1. 10 分. (1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)、(7)、(8) 式各 1 分, a_A 、 a_B 的方向各 1 分.

2. 10 分. (i) 5 分, (ii) 5 分. (必须正确说出两条形磁铁能吸引在一起的理由, 才给这 5 分, 否则不给分).

二、参考答案

1.
(i) (ii)



图 1



图 2

(iii) $\frac{1}{3}$

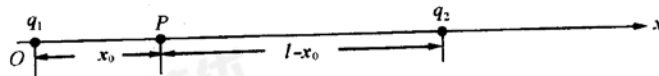
2. f_1, f_4 .

评分标准:(本题 20 分)

1. 12 分.(i)4 分,(ii)4 分,(iii)4 分.
2. 8 分.两个空格都填对,才给这 8 分,否则 0 分.

三、参考解答:

1.



(i) 通过对点电荷场强方向的分析,场强为零的 P 点只可能位于两点电荷之间. 设 P 点的坐标为 x_0 , 则有

$$k \frac{q_1}{x_0^2} = k \frac{q_2}{(l-x_0)^2} \quad (1)$$

已知

$$q_2 = 2q_1 \quad (2)$$

由(1)、(2) 两式解得

$$x_0 = (\sqrt{2} - 1)l \quad (3)$$

(ii) 先考察点电荷 q_0 被限制在沿 x 轴运动的情况. q_1, q_2 两点电荷在 P 点处产生的场强的大小分别为

$$E_{10} = k \frac{q_1}{x_0^2} \quad E_{20} = k \frac{q_2}{(l-x_0)^2}$$

且有

$$E_{10} = E_{20}$$

二者方向相反. 点电荷 q_0 在 P 点受到的合力为零, 故 P 点是 q_0 的平衡位置. 在 x 轴上 P 点右侧 $x = x_0 + \Delta x$ 处, q_1, q_2 产生的场强的大小分别为

$$E'_1 = k \frac{q_1}{(x_0 + \Delta x)^2} < E_{10} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴正方向}$$

$$E'_2 = k \frac{q_2}{(l-x_0-\Delta x)^2} > E_{20} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴负方向}$$

由于 $E'_2 > E'_1$, $x = x_0 + \Delta x$ 处合场强沿 x 轴的负方向, 即指向 P 点. 在 x 轴上 P 点左侧 $x = x_0 - \Delta x$ 处, q_1, q_2 的场强的大小分别为

2

$$E''_1 = k \frac{q_1}{(x_0 - \Delta x)^2} > E_{10} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴正方向}$$

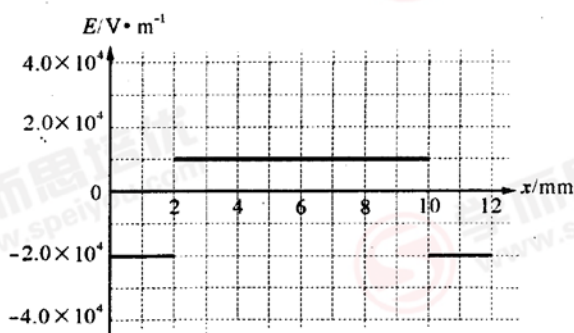
$$E''_2 = k \frac{q_2}{(l - x_0 + \Delta x)^2} < E_{20} \quad \text{方向沿 } x \text{ 轴负方向}$$

由于 $E''_2 < E''_1$, $x = x_0 - \Delta x$ 处合场强的方向沿 x 轴的正方向, 即指向 P 点.

由以上的讨论可知, 在 x 轴上, 在 P 点的两侧, 点电荷 q_1 和 q_2 产生的电场的合场强的方向都指向 P 点, 带正电的点电荷在 P 点附近受到的电场力都指向 P 点, 所以当 $q_0 > 0$ 时, P 点是 q_0 的稳定平衡位置. 带负电的点电荷在 P 点附近受到的电场力都背离 P 点, 所以当 $q_0 < 0$ 时, P 点是 q_0 的不稳定平衡位置.

再考虑 q_0 被限制在沿垂直于 x 轴的方向运动的情况. 沿垂直于 x 轴的方向, 在 P 点两侧附近, 点电荷 q_1 和 q_2 产生的电场的合场强沿垂直 x 轴分量的方向都背离 P 点, 因而带正电的点电荷在 P 点附近受到沿垂直 x 轴的分量的电场力都背离 P 点. 所以, 当 $q_0 > 0$ 时, P 点是 q_0 的不稳定平衡位置. 带负电的点电荷在 P 点附近受到的电场力都指向 P 点, 所以当 $q_0 < 0$ 时, P 点是 q_0 的稳定平衡位置.

2.



评分标准: (本题 20 分)

1. 12 分.

(i) 2 分.

(ii) 当 q_0 被限制在沿 x 轴方向运动时, 正确论证 $q_0 > 0$, P 点是 q_0 的稳定平衡位置, 占 3 分; 正确论证 $q_0 < 0$, P 点是 q_0 的不稳定平衡位置, 占 3 分. (未列公式, 定性分析正确的同样给分)

当 q_0 被限制在垂直于 x 轴的方向运动时, 正确论证 $q_0 > 0$, P 点是 q_0 的不稳定平衡位置, 占 2 分; 正确论证 $q_0 < 0$, P 点是 q_0 的稳定平衡位置, 占 2 分.

2. 8 分. 纵坐标的数值或图线有错的都给 0 分. 纵坐标的数值、图线与参考解答不同, 正确的同样给分.

四、参考解答:

开始时竖直细管内空气柱长度为 L , 压强为 H (以 cmHg 为单位), 注入少量水银后, 气柱将因水银柱压力而缩短. 当管中水银柱长度为 x 时, 管内空气压强 $p = (H + x)$, 根据玻意耳定律, 此时空气柱长度

$$L' = \frac{HL}{H+x} \quad (1)$$

空气柱上表面与管口的距离

$$d = L - L' = \frac{L}{H+x}x \quad (2)$$

开始时 x 很小, 由于 $L > H$, 故

$$\frac{d}{H+x} > 1$$

即水银柱上表面低于管口, 可继续注入水银, 直至 $d = x$ (即水银柱上表面与管口相平) 时为止. 何时水银柱表面与管口相平, 可分下面两种情况讨论.

1. 水银柱表面与管口相平时, 水银柱未进入水平管

此时水银柱的长度 $x \leq l$, 由玻意耳定律有

$$(H+x)(L-x) = HL \quad (3)$$

由(3)式可得

$$x = L - H \quad (4)$$

由此可知, 当 $l \geq L - H$ 时, 注入的水银柱的长度 x 的最大值

$$x_{\max} = L - H \quad (5)$$

2. 水银柱表面与管口相平时, 一部分水银进入水平管

此时注入水银柱的长度 $x > l$, 由玻意耳定律有

$$(H+l)(L-x) = HL \quad (6)$$

$$x = \frac{Ll}{H+l} \quad (7)$$

$$l < x = \frac{Ll}{H+l} \quad (8)$$

由(8)式得

$$l < L - H, \text{ 或 } L > H + l \quad (9)$$

$$x = L - H \frac{L}{H+l} < L - H \quad (10)$$

即当 $l < L - H$ 时, 注入水银柱的最大长度 $x < x_{\max}$.

由上讨论表明, 当 $l \geq L - H$ 时, 可注入的水银量为最大, 这时水银柱的长度为 x_{\max} , 即(5)式.
评分标准: (本题 20 分)

正确论证 $l \geq L - H$ 时, 可注入的水银量最大, 占 13 分. 求出最大水银量占 7 分. 若论证的方法与参考解答不同, 只要正确, 同样给分.

五、参考解答:

正、负电子绕它们连线的中点作半径为 $\frac{r}{2}$ 的圆周运动, 电子的电荷量为 e . 正、负电子间的库仑力是电子作圆周运动所需的向心力, 即

$$k \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{(r/2)} \quad (1)$$

正电子、负电子的动能分别为 E_{k+} 和 E_{k-} , 有

$$E_{k+} = E_{k-} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

正、负电子间相互作用的势能

$$E_p = -k \frac{e^2}{r} \quad (3)$$

电子偶素的总能量

$$E = E_{k+} + E_{k-} + E_p \quad (4)$$

由(1)、(2)、(3)、(4)各式得

$$E = -\frac{1}{2} k \frac{e^2}{r} \quad (5)$$

根据量子化条件

$$mrv = n \frac{h}{2\pi} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

(6) 式表明, r 与量子数 n 有关. 由(1) 和(6) 式得与量子数 n 对应的定态 r 为

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{2\pi^2 k e^2 m} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

代入(5) 式得与量子数 n 对应的定态的 E 值为

$$E_n = -\frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{n^2 h^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

$n = 1$ 时, 电子偶素的能量最小, 对应于基态. 基态的能量为

$$E_1 = -\frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \quad (9)$$

$n = 2$ 是第一激发态, 与基态的能量差

$$\Delta E = \frac{3}{4} \frac{\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \quad (10)$$

评分标准:(本题 20 分)

(2) 式 2 分, (5) 式 4 分, (7) 式、(8) 式各 5 分, (10) 式 4 分.

六、参考解答:

P 被释放后, 细绳的张力对 D 产生机械力矩, 带动 D 和 A_1 作逆时针的加速转动, 通过两个轮子之间无相对运动的接触, A_1 带动 A_2 作顺时针的加速转动. 由于两个轮子的辐条切割磁场线, 所以在 A_1 产生由周边沿辐条指向轴的电动势, 在 A_2 产生由轴沿辐条指向周边的电动势, 经电阻 R 构成闭合电路. A_1 、 A_2 中各辐条上流有沿电动势方向的电流, 在磁场中辐条受到安培力. 不难看出, 安培力产生的电磁力矩是阻力矩, 使 A_1 、 A_2 加速转动的势头减缓. A_1 、 A_2 从起始的静止状态逐渐加速转动, 电流随之逐渐增大, 电磁阻力矩亦逐渐增大, 直至电磁阻力矩与机械力矩相等, D、 A_1 和 A_2 停止作加速转动, 均作匀角速转动, 此时 P 匀速下落, 设其速度为 v , 则 A_1 的角速度

$$\omega_1 = \frac{v}{a_0} \quad (1)$$

A_1 带动 A_2 转动, A_2 的角速度 ω_2 与 A_1 的角速度 ω_1 之间的关系为

$$\omega_1 a_1 = \omega_2 a_2 \quad (2)$$

A_1 中每根辐条产生的感应电动势均为

$$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} B a_1^2 \omega \quad (3)$$

轴与轮边之间的电动势就是 A_1 中四条辐条电动势的并联, 其数值见(3) 式.

同理, A_2 中, 轴与轮边之间的电动势就是 A_2 中四条辐条电动势的并联, 其数值为

$$\mathcal{E}_2 = \frac{1}{2} B a_2^2 \omega_2 \quad (4)$$

A_1 中, 每根辐条的电阻为 R_1 , 轴与轮边之间的电阻是 A_1 中四条辐条电阻的并联, 其数值为

$$R_{A1} = \frac{R_1}{4} \quad (5)$$

A_2 中, 每根辐条的电阻为 R_2 , 轴与轮边之间的电阻是 A_2 中四条辐条电阻的并联, 其数值为

$$R_{A2} = \frac{R_2}{4} \quad (6)$$

A_1 轮、 A_2 轮和电阻 R 构成串联回路, 其中的电流为

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{R + R_{A1} + R_{A2}} \quad (7)$$

以(1)至(6)式代入(7)式, 得

$$I = \frac{\left(\frac{1}{2a_0}\right) B a_1 (a_1 + a_2) v}{R + \left(\frac{R_1}{4}\right) + \left(\frac{R_2}{4}\right)} \quad (8)$$

当 P 匀速下降时, 对整个系统来说, 重力的功率等于所有电阻的焦耳热功率之和, 即

$$mgv = I^2 \left(R + \frac{R_1}{4} + \frac{R_2}{4} \right) \quad (9)$$

以(8)式代入(9)式得

$$v = \frac{mg(4R + R_1 + R_2)a_0^2}{B^2 a_1^2 (a_1 + a_2)^2} \quad (10)$$

评分标准: (本题 25 分)

(1)、(2) 式各 2 分, (3)、(4) 式各 3 分, (5)、(6)、(7) 式各 2 分, (9) 式 6 分, (10) 式 3 分。

七、参考解答:

1. 如图 1 所示, 设筒内磁场的方向垂直纸面指向纸外, 带电粒子 P 带正电, 其速率为 v . P 从小孔射入圆筒中因受到磁场的作用力而偏离入射方向, 若与筒壁只发生一次碰撞, 是不可能从小孔射出圆筒的. 但与筒壁碰撞两次, 它就有可能从小孔射出. 在此情形中, P 在筒内的路径由三段等长、等半径的圆弧 HM 、 MN 和 NH 组成. 现考察其中一段圆弧 MN , 如图 2 所示. 由于 P 沿筒的半径方向入射, OM 和 ON 均与轨道相切, 两者的夹角

$$\alpha = \frac{2}{3}\pi \quad (1)$$

设圆弧的圆半径为 r , 则有

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

圆弧对轨道圆心 O' 所张的圆心角

$$\beta = \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

由几何关系得

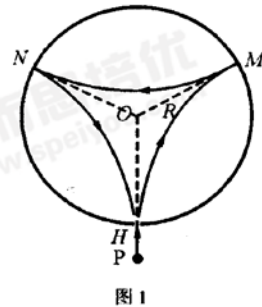


图 1

$$r = R \cot \frac{\beta}{2} \quad (4)$$

解(2)、(3)、(4)式得

$$v = \frac{\sqrt{3}qBR}{m} \quad (5)$$

2. P 由小孔射入到第一次与筒壁碰撞所通过的路径为

$$s = \beta r \quad (6)$$

经历时间为

$$t_1 = \frac{s}{v} \quad (7)$$

P 从射入小孔到射出小孔经历的时间为

$$t = 3t_1 \quad (8)$$

由以上有关各式得

$$t = \frac{\pi m}{qB} \quad (9)$$

评分标准:(本题 25 分)

1. 17 分.(1)、(2)、(3)、(4)式各 3 分,(5)式 5 分.
2. 8 分.(6)、(7)、(8)、(9)式各 2 分.

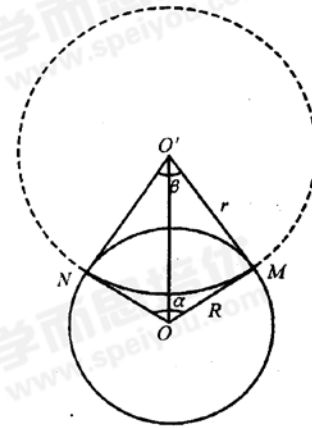


图 2

八、参考解答:

小球获得沿竖直向下的初速度 v_0 后,由于细绳处于松弛状态,故从 C 点开始,小球沿竖直方向作初速度为 v_0 、加速度为 g 的匀加速直线运动.当小球运动到图 1 中的 M 点时,绳刚被拉直,匀加速直线运动终止,此时绳与竖直方向的夹角为 $\alpha = 30^\circ$.在这过程中,小球下落的距离

$$s = l + 2l \cos \alpha = l(1 + \sqrt{3}) \quad (1)$$

细绳刚拉直时小球的速度 v_1 满足下式:

$$v_1^2 = v_0^2 + 2gs \quad (2)$$

在细绳拉紧的瞬间,由于绳的伸长量可不计而且绳是非弹性的,故小球沿细绳方向的分速度 $v_1 \cos \alpha$ 变为零,而与绳垂直的分速度保持不变,以后小球将从 M 点开始以初速度

$$v_1' = v_1 \sin \alpha = \frac{1}{2} v_1 \quad (3)$$

在竖直平面内作圆周运动,圆周的半径为 $2l$,圆心位于 A 点,如图 1 所示.由(1)、(2)、(3)式得

$$v_1'^2 = \frac{1}{4} v_0^2 + \frac{1}{2} gl(1 + \sqrt{3}) \quad (4)$$

当小球沿圆周运动到图中的 N 点时,其速度为 v ,细绳与水平方向的夹角为 θ .由能量关系有

$$\frac{1}{2} m v'^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mg(\sqrt{3}l + 2l \sin \theta) \quad (5)$$

用 F_T 表示绳对小球的拉力,有

$$F_T + mg \sin \theta = m \frac{v^2}{2l} \quad (6)$$

$$1. v_0^2 = 2(6\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 1)gl$$

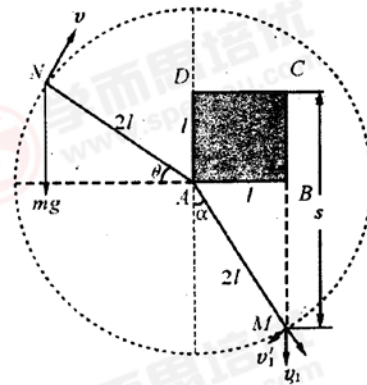


图 1

设在 $\theta = \theta_1$ 时(见图 2),绳开始松弛, $F_T = 0$, 小球的速度 $v = u_1$. 以此代入(5)、(6) 两式得

$$v_1^2 = u_1^2 + 2g(\sqrt{3}l + 2l\sin\theta_1) \quad (7)$$

$$g\sin\theta_1 = \frac{u_1^2}{2l} \quad (8)$$

由(4)、(7)、(8)式和题设 v_0 的数值可求得

$$\theta_1 = 45^\circ \quad (9)$$

$$u_1 = \sqrt{\sqrt{2}gl} \quad (10)$$

即在 $\theta_1 = 45^\circ$ 时,绳开始松弛.以 N_1 表示此时小球在圆周上的位置,此后,小球将脱离圆轨道从 N_1 处以大小为 u_1 ,方向与水平方向成 45° 角的初速度作斜抛运动.

以 N_1 点为坐标原点,建立直角坐标系 N_1xy , x 轴水平向右, y 轴竖直向上.若以小球从 N_1 处抛出的时刻作为计时起点,小球在时刻 t 的坐标分别为

$$x = u_1\cos 45^\circ t = \frac{\sqrt{2}}{2}u_1t \quad (11)$$

$$y = u_1\sin 45^\circ t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}u_1t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (12)$$

由(11)、(12)式,注意到(10)式,可得小球的轨道方程:

$$y = x - g\frac{x^2}{u_1^2} = x - \frac{x^2}{\sqrt{2}l} \quad (13)$$

AD 面的横坐标为

$$x = 2l\cos 45^\circ = \sqrt{2}l \quad (14)$$

由(13)、(14)式可得小球通过 AD 所在竖直平面的纵坐标

$$y = 0 \quad (15)$$

由此可见小球将在 D 点上方越过,然后打到 DC 边上, DC 边的纵坐标为

$$y = -(2l\sin 45^\circ - l) = -(\sqrt{2} - 1)l \quad (16)$$

把(16)式代入(13)式,解得小球与 DC 边撞击点的横坐标

$$x = 1.75l \quad (17)$$

撞击点与 D 点的距离为

$$\Delta l = x - 2l\cos 45^\circ = 0.35l \quad (18)$$

$$2 \cdot v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$$

设在 $\theta = \theta_2$ 时,绳松弛, $F_T = 0$, 小球的速度 $v = u_2$, 以此代替(5)、(6) 式中的 θ_1, u_1 , 得

$$v_2^2 = u_2^2 + 2g\sqrt{3}l + 2l\sin\theta_2 \quad (19)$$

$$mg\sin\theta_2 = m\frac{u_2^2}{2l} \quad (20)$$

以 $v_0^2 = 2(3\sqrt{3} + 11)gl$ 代入(4)式,与(19)、(20)式联立,可解得

$$\theta_2 = 90^\circ \quad (21)$$

$$u_2 = \sqrt{2gl} \quad (22)$$

(22) 式表示小球到达圆周的最高点处时,绳中张力为 0,随后绳子被拉紧,球速增大,绳中的拉力不断增加,拉力和重力沿绳子的分力之和等于小球沿圆周运动所需的向心力,小球将绕以 D 点为圆

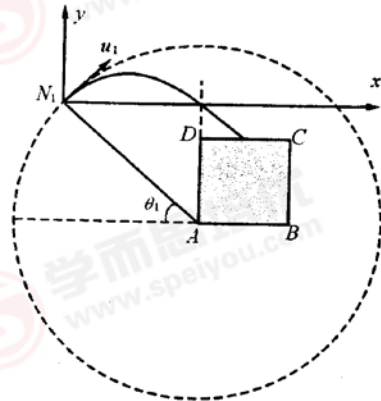


图 2

心, l 为半径的圆周打到梁上的 C 点.

评分标准:(本题 25 分)

(3) 式 2 分,(5)、(6) 式各 1 分,(9)、(10) 式各 3 分,得出小球不可能打在 AD 边上,给 3 分,得出小球能打在 DC 边上,给 2 分,正确求出小球打在 DC 边上的位置给 2 分. 求出(21)、(22) 式各占 3 分,得出小球能打在 C 点,再给 2 分.

如果学生直接从抛物线方程和 $y = -(2l\sin 45^\circ - l) = -(\sqrt{2} - 1)l$ 求出 $x = 1.75l$, 同样给分. 不必证明不能撞击在 AD 边上.

九、参考解答:

1. 这是一个大尺度运动, 导弹发射后, 在地球引力作用下将沿椭圆轨道运动. 如果导弹能打到 N 点, 则此椭圆一定位于过地心 O 、北极点 N 和赤道上的发射点 C 组成的平面(此平面是 C 点所在的子午面)内, 因此导弹的发射速度(初速度 v) 必须也在此平面内, 地心 O 是椭圆的一个焦点. 根据对称性, 注意到椭圆上的 C 、 N 两点到焦点 O 的距离相等, 故所考察椭圆的长轴是过 O 点垂直 CN 的直线, 即图上的直线 AB , 椭圆的另一焦点必在 AB 上. 已知质量为 m 的物体在质量为 M 的地球的引力作用下作椭圆运动时, 物体和地球构成的系统的能量 E (无穷远作为引力势能的零点) 与椭圆半长轴 a 的关系为

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad (1)$$

要求发射的能量最少, 即要求椭圆的半长轴 a 最短. 根据椭圆的几何性质可知, 椭圆的两焦点到椭圆上任一点的距离之和为 $2a$, 现 C 点到一焦点 O 的距离是定值, 等于地球的半径 R , 只要位于长轴上的另一焦点到 C 点的距离最小, 该椭圆的半长轴就最小. 显然, 当另一焦点位于 C 到 AB 的垂线的垂足处时, C 到该焦点的距离必最小. 由几何关系可知

$$2a = R + \frac{\sqrt{2}}{2}R \quad (2)$$

设发射时导弹的速度为 v , 则有

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} \quad (3)$$

解(1)、(2)、(3) 式得

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}(\sqrt{2} - 1)} \quad (4)$$

因

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg \quad (5)$$

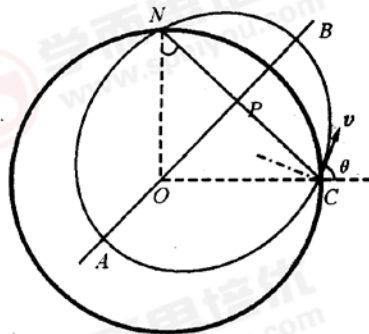
比较(4)、(5) 两式得

$$v = \sqrt{2Rg(\sqrt{2} - 1)} \quad (6)$$

代入有关数据得

$$v = 7.2 \text{ km/s} \quad (7)$$

速度的方向在 C 点与椭圆轨道相切. 根据解析几何知识, 过椭圆上一点的切线的垂直线, 平分两焦



点到该点连线的夹角 $\angle OCP$. 从图中可看出, 速度方向与 OC 的夹角

$$\theta = 90^\circ - \frac{1}{2} \times 45^\circ = 67.5^\circ \quad (8)$$

2. 由于地球绕通过 ON 的轴自转, 在赤道上 C 点相对地心的速度为

$$v_C = \frac{2\pi R}{T} \quad (9)$$

式中 R 是地球的半径, T 为地球自转的周期, $T = 24 \times 3600 \text{ s} = 86400 \text{ s}$, 故

$$v_C = 0.46 \text{ km/s} \quad (10)$$

C 点速度的方向垂直于子午面(图中纸面). 位于赤道上 C 点的导弹发射前也有与子午面垂直的速度 v_C , 为使导弹相对于地心速度位于子午面内, 且满足(7)、(8)两式的要求, 导弹相对于地面(C 点)的发射速度应有一大小等于 v_C 、方向与 v_C 相反的分速度, 以使导弹在此方向相对于地心的速度为零, 导弹的速度的大小为

$$v' = \sqrt{v^2 + v_C^2} \quad (11)$$

代入有关数据得

$$v' = 7.4 \text{ km/s} \quad (12)$$

它在赤道面内的分速度与 v_C 相反, 它在子午面内的分速度满足(7)、(8)两式.

3. 质量为 m 的质点在地球引力作用下的运动服从机械能守恒定律和开普勒定律, 故对于近地点和远地点有下列关系式

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2} \quad (13)$$

$$\frac{1}{2}r_1v_1 = \frac{1}{2}r_2v_2 \quad (14)$$

式中 v_1 、 v_2 分别为物体在远地点和近地点的速度, r_1 、 r_2 为远地点和近地点到地心的距离. 将(14)式中的 v_1 代入(13)式, 经整理得

$$\frac{1}{2}mv_2^2 \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) = \frac{GMm}{r_1r_2} (r_2 - r_1) \quad (15)$$

注意到

$$r_1 + r_2 = 2a \quad (16)$$

得

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{GMm}{2a} \frac{r_1}{r_2} \quad (17)$$

因

$$E = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{r_2} \quad (18)$$

由(16)、(17)、(18)式得

$$E = -\frac{GMm}{2a} \quad (19)$$

评分标准:(本题 25 分)

1. 14 分. (2) 式 6 分, (3) 式 2 分, (6)、(7) 式共 4 分, (8) 式 2 分.

2. 6 分. (11) 式 4 分, (12) 式 2 分.

3. 5 分. (13)、(14) 式各 1 分, (19) 式 3 分.

第24届全国中学生物理竞赛预赛试卷

[全国统一考试时间: 2007年9月2日(星期天)上午8:30-11:30]

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
阅卷									
复核									

本卷共八题, 满分200分

得分	
阅卷	
复核	

一、(25分) 填空题

1. 2006年诺贝尔物理学奖授予美国科学家约翰·马瑟和乔治·斯穆特, 以表彰他们发现了宇宙微波背景辐射的黑体辐射形式和各向异性. 这一发现为有关宇宙起源的_____理论提供了进一步的支持, 使宇宙学进入了“精确研究”时代.

2. 恒星演化到了后期, 某些恒星在其内部核燃料耗尽时, 会发生强烈的爆发, 在短短的几天中, 亮度陡增千万倍甚至上亿倍. 我国《宋史》第五十六卷中对当时观测到的上述现象作了详细记载. 2006年5月是我国发现此现象一千周年, 为此在杭州召开了有关的国际学术研讨会. 天文学上把演化到这一阶段的恒星称为_____, 恒星演变到这一阶段, 预示着一颗恒星的终结. 此后, 它可能成为_____或_____.

3. 2006年11月21日, 中国、欧盟、美国、日本、韩国、俄罗斯和印度七方在法国总统府正式签署一个能源方面的联合实施协定及相关文件, 该协定中的能源是指_____能源.

4. 潮汐是一种常见的自然现象, 发生在杭州湾钱塘江入海口的“钱江潮”是闻名世界的潮汐现象. 在农历初一和十五前后各有一次大潮, 在两次大潮之间又各有一次小潮. 试把每月中出现两次大潮时地球、月球和太阳的相对位置示意图定性地画在下面.

试把每月中出现两次小潮时地球、月球和太阳的相对位置示意图定性地画在下面.

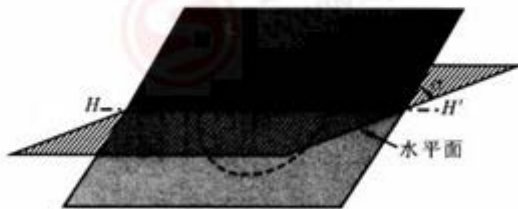
5. 如图所示, 用双线密绕在一个长直圆柱上, 形成两个螺线管线圈 aa' 和 bb' (分别以实线和虚线表示), 已知两个线圈的自感都是 L . 今若把 a 与 b 两端相连, 把 a' 和 b' 两端接入电路, 这时两个线圈的总自感等于_____; 若把 b 与 a' 相连, 把 a 和 b' 两端接入电路, 这时两个线圈的总自感等于_____; 若把 a 与 b 两端相连作为一端, a' 与 b' 相连作为另一端, 把这两端接入电路, 这时两个线圈的总自感等于_____.



得分	
阅卷	
复核	

二、(25分) 如图所

示, 一块光滑的平板能绕水平固定轴 HH' 调节其与水平面所成的倾角. 板上有一根长为 $l = 1.00\text{ m}$ 的轻细绳, 它的一端系住一质量为 m 的小球 P , 另一端固定在 HH' 轴上的 O 点. 当平板的倾角固定在 α 时, 先将轻绳沿水平轴 HH' 拉直(绳与 HH' 重合), 然后给小球一沿着平板并与轻绳垂直的初速度 $v_0 = 5.0\text{ m/s}$. 若小球能保持在板面内作圆周运动, 问倾角 α 的值应在什么范围内(取图中 a 处箭头所示方向为 α 的正方向). 取重力加速度 $g = 10\text{ m/s}^2$.



得分	
阅卷	
复核	

三、(25分) 如图所示,绝热的活塞S把一定质量的稀薄气体(可视为理想气体)密封在水平放置的绝热气缸内.活塞可在气缸内无摩擦地滑动.气缸左端电热丝可通弱电流对气缸内气体十分缓慢地加热.气缸处在大气中,大气压强为 p_0 .初始时,气体的体积为 V_0 、压强为 p_0 .

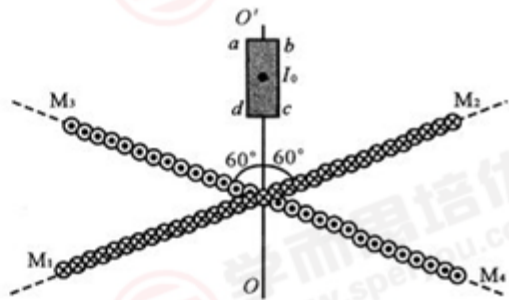


已知1摩尔该气体温度升高1K时其内能的增量为—已知恒量 c .求以下两种过程中电热丝传给气体的热量 Q_1 与 Q_2 之比.

1. 从初始状态出发,保持活塞S位置固定,在电热丝中通以弱电流,并持续一段时间,然后停止通电,待气体达到热平衡时,测得气体的压强为 p_1 .
2. 仍从初始状态出发,让活塞处在自由状态,在电热丝中通以弱电流,也持续一段时间,然后停止通电,最后测得气体的体积为 V_2 .

得分	
阅卷	
复核	

四、(25分) 如图所示, M_1M_2 和 M_3M_4 都是由无限多根无限长的外表绝缘的细直导线紧密排列成的导线排横截面,两导线排相交成 120° ,

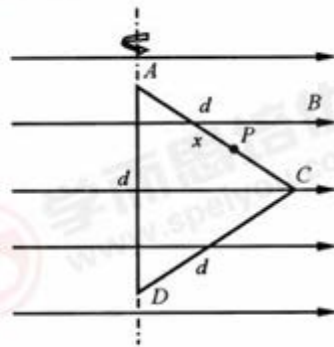


OO' 为其角平分线.每根细导线中都通有电流 I ,两导线排中电流的方向相反,其中 M_1M_2 中电流的方向垂直纸面向里.导线排中单位长度上细导线的根数为 λ .图中的矩形 $abcd$ 是用N型半导体材料做成的长直半导体片的横截面, ($ab < bc$),长直半导体片与导线排中的细导线平行,并在片中通有均匀电流 I_0 ,电流方向垂直纸面向外.已知 ab 边与 OO' 垂直, $bc = l$,该半导体材料内载流子密度为 n ,每个载流子所带电荷量的大小为 q .求此半导体片的左右两个侧面之间的电势差.

已知当细的无限长的直导线中通有电流 I 时,电流产生的磁场离直导线的距离为 r 处的磁感应强度的大小为 $B = k \frac{I}{r}$,式中 k 为已知常量.

得分	
阅卷	
复核	

五、(25分) 如图所示, ACD 是由均匀细导线制成的边长为 d 的等边三角形线框,它以 AD 为转轴,在磁感应强度为 B 的恒定的匀强磁场中以恒定的角速度 ω 转动(俯视为逆时针旋转),磁场方向与 AD 垂直.已知三角形每条边的电阻都等于 R .取图示线框平面转至与磁场平行的时刻为 $t = 0$.



1. 求任意时刻 t 线框中的电流.
2. 规定A点的电势为0,求 $t = 0$ 时,三角形线框的AC边上任一点P(到A点的距离用 x 表示)的电势 U_P ,并画出 U_P 与 x 之间关系的图线.

1. 当三角形薄板达到平衡时, 求出碗对顶点 A 、 B 、 C 的作用力的大小各为多少.
2. 当板处于上述平衡状态时, 若解除对 A 点的约束, 让它在碗的内表面上从静止开始自由滑动, 求此后三角形薄板可能具有的最大动能.

得分	
阅卷	
复核	

六、(25 分) 空间存在垂直于纸面方向的均匀磁场, 其方向随时间作周期性变化, 磁感应强度 B 随时间 t 变化的图线如图 1 所示. 规定 $B > 0$ 时, 磁场的方向穿出纸面. 现在磁场区域中建立一与磁场方向垂直的平面坐标 Oxy , 如图 2 所示. 一电荷量 $q = 5\pi \times 10^{-7} \text{ C}$, 质量 $m = 5 \times 10^{-10} \text{ kg}$ 的带电粒子, 位于原点 O 处, 在 $t = 0$ 时刻以初速度 $v_0 = \pi \text{ m/s}$ 沿 x 轴正方向开始运动. 不计重力的作用, 不计磁场的变化可能产生的一切其它影响.

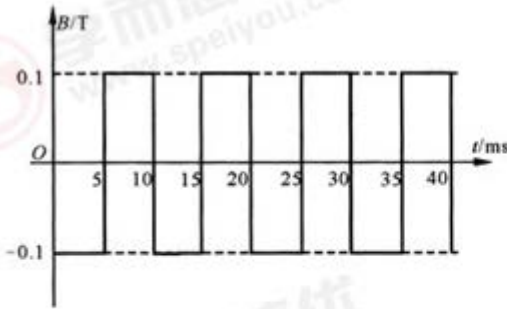


图 1

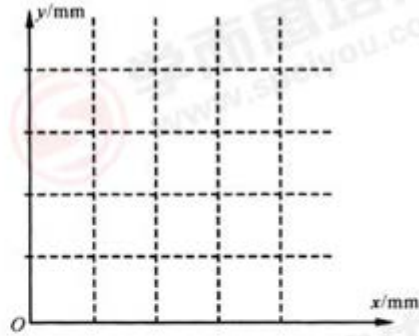
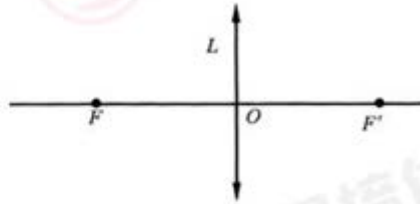


图 2

1. 试在图 2 中画出 $0 \sim 20 \text{ ms}$ 时间内粒子在磁场中运动的轨迹, 并标出图 2 中纵横坐标的标度值 (评分时只按图评分, 不要求写出公式或说明.)
2. 在磁场变化 N 个 (N 为整数) 周期的时间内带电粒子的平均速度的大小等于_____.

得分	
阅卷	
复核	

七、(25 分) 如图所示, L 是一焦距为 f 的薄凸透镜 (F 与 F' 为其焦点). 在透镜右侧焦点 F' 处放置一曲率半径大小为 R 的球面反射镜 (其顶点位于 F' 处), 透镜和球面镜组成一轴对称的光学

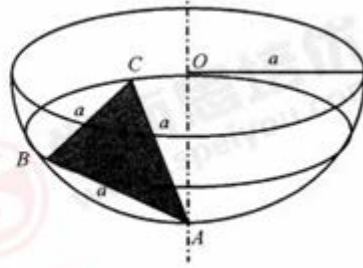


系统. 在透镜 L 左侧光轴上有限远处有一发光点 P , 它发出的傍轴光线经此光学系统后, 恰好成像在 P 点. 试在下面第 1 和第 2 小题中填空, 在第 3 小题中作图.

1. 若球面镜为凹面镜, 则 P 点到透镜的距离等于_____; 若球面镜为凸面镜, 则 P 点到透镜的距离等于_____.
2. 若将一短细杆垂直于光轴放置, 杆的下端位于 P 点, 则此细杆经上述光学系统所成的最后的像的大小与物的大小之比对凹面镜等于_____; 对凸面镜等于_____.
3. 若球面镜的半径大小 $R = 2f$, 试按作图法的规范要求, 画出第 2 问中短杆对上述光学系统逐次成的像及成像光路图. (要求将凹面镜和凸面镜分别画在两张图上. 评分时只按图评分, 不要求写出作图理由和说明, 但须用已知量标出各个像在光轴上的具体位置.)

得分	
阅卷	
复核	

八、(25 分) 如图所示, 有一固定的、半径为 a 、内壁光滑的半球形碗(碗口处于水平位置), O 为球心. 碗内搁置一质量为 m 、边长为 a 的等边三角形均匀薄板 ABC . 板的顶点 A 位于碗内最低点, 碗的最低点处对 A 有某种约束使顶点 A 不能滑动(板只能绕 A 点转动).



第 24 届全国中学生物理竞赛预赛试卷参考解答

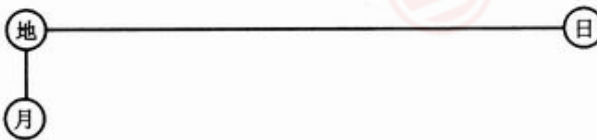
一、参考答案：

1. 大爆炸
2. 超新星 中子星 黑洞
3. 核聚变
- 4.

大潮时： 

和



小潮时： 

和



5. $0, 4L, L$.

评分标准：本题 25 分.

第 1 小题 3 分.

第 2 小题 6 分, 每一空格 2 分.

第 3 小题 3 分.

第 4 小题 6 分. 第一空格中画对一个图给 2 分, 画对二个图给 3 分; 第二空格中画对一个图给 2 分, 画对二个图给 3 分.

第 5 小题 7 分. 第一空格 2 分, 第二空格 3 分, 第三空格 2 分.

二、参考解答：

当光滑平板与水平面的倾角为 α 时, 无论小球 P 处在斜面上什么位置, 它受的重力在斜面上的投影总是垂直于 HH' , 大小总是等于 $mg\sin\alpha$. 以此作为重力的一个分力, 则重力的另一个分力即垂直于斜面的分力 $mg\cos\alpha$ 总是与斜面对小球 P 的支持力平衡. 这样, 小球 P 在斜面内只受上述重力的分量 $mg\sin\alpha$ 和细绳拉力的作用.

当小球 P 运动到圆周的最高点时, 细绳垂直于 HH' , 绳的拉力与小球所受重力的分量 $mg\sin\alpha$ 沿同一直线, 这时只要细绳不松弛, 小球就能保持在板面内作圆周运动. 设小球到达圆周最高点时

的速度为 v , 绳的拉力为 T , 有

$$T + mgsin\alpha = m \frac{v^2}{l} \quad (1)$$

由能量关系, 有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgl\sin\alpha \quad (2)$$

由(1)、(2)式得

$$T = m \left(\frac{v_0^2}{l} - 3g\sin\alpha \right) \quad (3)$$

细绳不松弛的条件是

$$T \geq 0 \quad (4)$$

由(3)、(4)式得

$$\alpha \leq \arcsin\left(\frac{v_0^2}{3lg}\right) \quad (5)$$

代入有关数据, 得

$$\alpha \leq \arcsin\left(\frac{5}{6}\right) \quad (6)$$

当倾角 $\alpha < 0$ 时, 经相同的分析可得

$$\alpha \geq -\arcsin\left(\frac{5}{6}\right) \quad (7)$$

由(6)、(7)两式, 可知 α 的取值范围为

$$-\arcsin\left(\frac{5}{6}\right) \leq \alpha \leq \arcsin\left(\frac{5}{6}\right) \quad (8)$$

评分标准: 本题 25 分.

(1) 式 7 分, (2) 式 7 分, (4) 式 5 分, (5) 式或 (6) 式 3 分, (7) 式 3 分.

三、参考解答:

以 m 表示气缸内气体的质量, μ 表示其摩尔质量. 当气体处在初始状态时, 已知其压强为 p_0 、体积为 V_0 . 设其温度为 T_0 , 由理想气体状态方程有

$$p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_0 \quad (1)$$

在过程 1 中, 对气体加热时, 活塞 S 位置固定不动, 气体体积保持不变, 气体对外不做功. 根据热力学第一定律有

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} c (T_1 - T_0) \quad (2)$$

式中 T_1 为加热后气体的温度. 根据题意, 这时气体的压强为 p_1 . 由理想气体状态方程可知

$$p_1 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad (3)$$

由(1)、(2)、(3)式得

$$Q_1 = \frac{c}{R} V_0 (p_1 - p_0) \quad (4)$$

在过程 2 中, 对气体加热时, 活塞要移动, 气体的压强保持 p_0 不变, 体积由 V_0 变为 V_2 , 气体对外做功. 根据热力学第一定律, 有

导线排上所有电流产生的磁感应强度

$$B = \sum \Delta B_x = \sum k\lambda \Delta\theta \quad (6)$$

注意到 $\sum \Delta\theta = \pi$, 得

$$B = k\pi\lambda l \quad (7)$$

即每个导线排中所有电流产生的磁场是匀强磁场,磁场的方向分别与 M_1M_2 和 M_3M_4 导线排平行.如图2所示,两导线排中电流产生的磁感应强度 $B(M_1M_2)$ 与 $B(M_3M_4)$ 成 120° , 它们的合磁场的磁感应强度的大小

$$B_0 = 2B\cos 60^\circ = k\pi\lambda l \quad (8)$$

方向与 OO' 平行,由 O 指向 O' .

2. 半导体片左右两侧面间的电势差

当半导体片中通有均匀电流 I_0 时,半导体片中的载流子作定向运动, N 型半导体的载流子带负电荷,故其速度 v 的方向与 I_0 方向相反,垂直纸面向里,且有

$$I_0 = nqvS \quad (9)$$

式中 S 为半导体片横截面的面积

$$S = ab \cdot l \quad (10)$$

载流子作定向运动时要受到磁场洛伦兹力 f_B 的作用,其大小为

$$f_B = qvB_0 \quad (11)$$

对带负电荷的载流子此力的方向指向左侧,于是负电荷积聚在左侧面上,从而左侧面带负电,右侧面带正电,两侧面间出现电势差 $U = U_{右} - U_{左}$.带负电荷的载流子受到静电力 f_E 由左侧面指向右侧面,达到稳定时, f_E 与 f_B 平衡,即

$$f_E = \frac{U}{ab}q = f_B \quad (12)$$

由(8)、(9)、(10)、(11)、(12)各式得

$$U = k \frac{\pi\lambda I_0}{nql} \quad (13)$$

评分标准:本题 25 分.

(7) 式 8 分, (8) 式 4 分, (9) 式 3 分, (12) 式 5 分, (13) 式 5 分.

五、参考解答:

1. 在线框转动过程中,三角形的 AC 、 CD 两边因切割磁感应线而产生感应电动势,因长度为 d 的 AC 边和 CD 边都不与磁场方向垂直,每条边切割磁感应线的有效长度,即垂直于磁场方向的长度为

$$l = d\sin 30^\circ = \frac{1}{2}d \quad (1)$$

因 AC 边上不同部分到转轴的距离不同,它们的速度随离开转轴的距离的增大而线性增大,故可认为 AC 边上各部分产生的总电动势,数值上等同于整条 AC 边均以 AC 边中点处的速度 \bar{v} 运动时产生

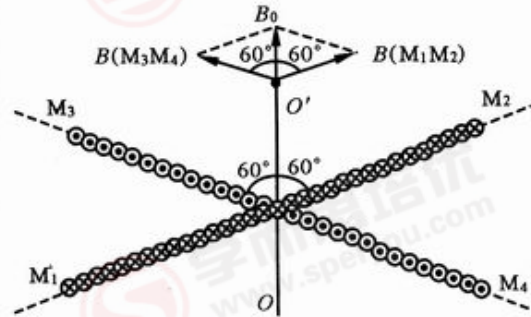


图2

的电动势. 而

$$\bar{v} = \omega \frac{1}{2} d \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega d \quad (2)$$

设在 $t = 0$ 至时刻 t , 三角形从平行于磁场方向的位置绕轴转过角度为 θ , 则

$$\theta = \omega t \quad (3)$$

因而边上各点速度的方向不再与磁场方向垂直, \bar{v} 沿垂直磁场方向的分量

$$\bar{v}_\perp = \bar{v} \cos \theta \quad (4)$$

由此得到 t 时刻 AC 边中的感应电动势

$$\mathcal{E}_{AC} = Bl\bar{v}_\perp \quad (5)$$

其方向由 A 指向 C , 由(1)、(2)、(3)、(4)、(5)各式得

$$\mathcal{E}_{AC} = \frac{\sqrt{3}}{8} B\omega d^2 \cos \omega t \quad (6)$$

同理可得

$$\mathcal{E}_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{8} B\omega d^2 \cos \omega t \quad (7)$$

其方向由 C 指向 D , 三角形线框中的总电动势

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{AC} + \mathcal{E}_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{4} B\omega d^2 \cos \omega t \quad (8)$$

其方向沿 $ACDA$ 回路方向. 因线框中的总电阻为 $3R$, 故 t 时刻线框中的电流

$$i = \frac{\mathcal{E}}{3R} = \frac{\sqrt{3}}{12R} B\omega d^2 \cos \omega t \quad (9)$$

2. 对于 AP 来说, 长度为 x , 在 $t = 0$ 时刻, $\cos \omega t = 1$, 而以 x 代替(6)式中的 d , 即可得 AP 段中的感应电动势的大小

$$\mathcal{E}_{AP} = \frac{\sqrt{3}}{8} Bx^2 \omega \quad (10)$$

方向由 A 点指向 P 点. 由(9)式, 此时线框的电流

$$I = \frac{\sqrt{3}}{12R} B\omega d^2 \quad (11)$$

根据含源电路欧姆定律, P 点的电势

$$U_P = \mathcal{E}_{AP} - I \frac{R}{d} x \quad (12)$$

把(10)、(11)两式代入(12)式, 经整理后得

$$U_P = \frac{\sqrt{3}}{8} B\omega \left(x^2 - \frac{2}{3} xd \right) \quad (13)$$

为了画出 $U_P(x)$ 图线, 先求出若干特征点的电势值: (13)式右侧是一个关于 x 的二次方程, 故 $U_P(x)$ 图线为一抛物线, (13)式可改写为

$$U_P + \frac{\sqrt{3}}{72} B\omega d^2 = \frac{\sqrt{3}}{8} B\omega \left(x - \frac{1}{3} d \right)^2 \quad (14)$$

由(14)式可知,此抛物线

(i) $x = 0$ 和 $x = \frac{2}{3}d$

$$U_P = 0$$

(ii) 抛物线的顶点坐标为

$$x = \frac{d}{3}, U_P = -\frac{\sqrt{3}}{72}B\omega d^2$$

(iii) $x = d, U_P = \frac{\sqrt{3}}{24}B\omega d^2$

图线如图所示.

评分标准:本题 25 分.

第 1 小题 13 分,求得 (6)

或 (7) 式 8 分, (8) 式 2 分,

(9) 式 3 分.

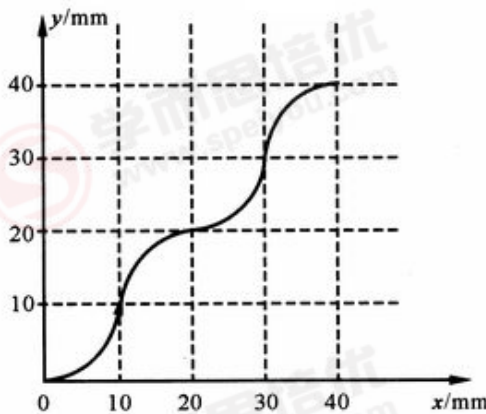
第 2 小题 12 分, (10) 式 4

分, (13) 式 4 分, 图线正确给 4 分.

六、参考解答:

1.

$$2.2\sqrt{2} \text{ m/s}$$



评分标准:本题 25 分.

1. 图线形状正确给 10 分,横坐标标度正确给 5 分,纵坐标标度正确给 5 分.

2. 求得平均速度大小给 5 分.

七、参考解答:

1. $\frac{f(R-f)}{R}; \frac{f(R+f)}{R}$

2. 1; 1

3. 对凹面镜光路图如图 1 所示;

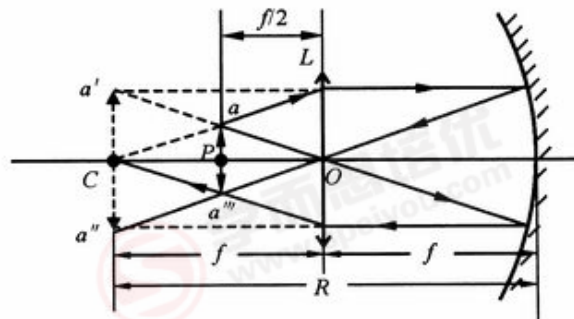


图 1

对凸面镜光路图如图 2 所示.

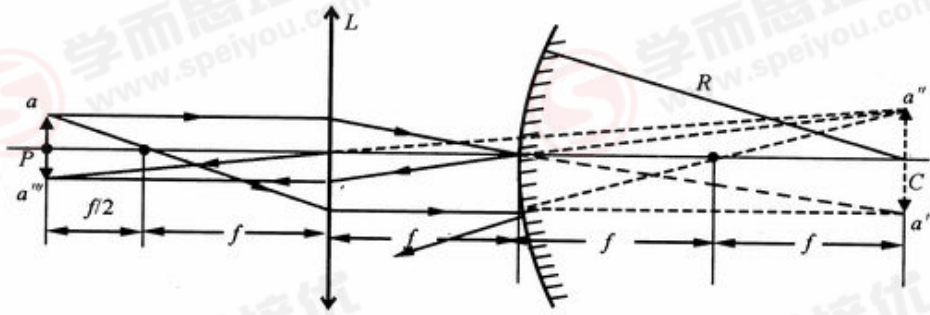


图 2

评分标准: 本题 25 分.

第 1 小题 10 分. 每一空格 5 分.

第 2 小题 5 分. 填对一个空格给 3 分, 填对二个空格给 5 分.

第 3 小题 10 分. 每图 5 分.

八、参考解答:

解法一

1. 因 A 点位于半球形碗的最低点, 等边三角形薄板的 BC 边一定沿水平方向. 作连线 OB 和 OC, 因 O 为半球形碗的球心, A、B、C 均在球面上, 故有

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = a \quad (1)$$

ABC 是等边三角形,

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = a \quad (2)$$

故 OABC 为正四面体, 如图 1 所示. 三角形薄板所受的力有:

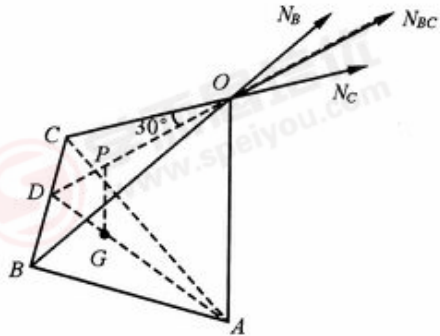


图 1

(i) B、C 处碗面对板的作用力 N_B 和 N_C 均垂直于碗面, 指向球心 O. 又由对称性可知,

$$N_B = N_C \quad (3)$$

它们的合力 N_{BC} 沿 $\angle COB$ 的角平分线 DO 的方向, 其大小为

$$N_{BC} = 2N_B \cos 30^\circ = \sqrt{3} N_B \quad (4)$$

DO 的长度

$$\overline{DO} = \overline{OB} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad (5)$$

(ii) 重力 F_C 的大小

$$F_C = mg \quad (6)$$

它作用于三角形 ABC 的重心 G. G 位于 AD 上, 与 A 的距离

$$\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{OD} = \frac{\sqrt{3}}{3} a \quad (7)$$

重力的方向与 OA 平行, 该力位于 OAD 平面内, 与 OD 相交. 用 P 表示其交点, 则

$$\overline{OP} = \overline{AG} = \frac{\sqrt{3}}{3} a \quad (8)$$

$$h' = a - \overline{OG'} = a - \sqrt{OA^2 - AC'^2} = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)a \quad (15)$$

A 点被约束时薄板重心为 G 点, 参阅图 1, 可知 G 点相对碗最低点的高度

$$h = \overline{AG} \cos \angle DAO = \overline{AG} \cos \alpha \quad (16)$$

由(7)和(9)式可得

$$h = \frac{1}{3}a \quad (17)$$

由(15)、(17)两式可求得薄板从 A 点约束解除到处于水平状态过程中, 其重心高度减少量的最大值, 从而求出重力势能的减少量的最大值, 最后即求得薄板具有的最大动能为

$$E_k = mg(h - h') = \frac{\sqrt{6} - 2}{3} mga \quad (18)$$

评分标准: 本题 25 分.

第 1 小题 20 分, (4) 式 2 分, (10) 式 7 分, (11) 式 7 分, (12) 式 2 分, (14) 式 2 分.

第 2 小题 5 分, (15) 式 1 分, (17) 式 2 分, (18) 式 2 分.

解法二

1. 当三角形薄板处于平衡状态时, 根据对称性, \overline{BC} 必位于过 B、C 两点的水平圆面内, 以 O' 表示此水平圆面的圆心, 如图 1 所示. 碗内壁球面的球心为 O, 则 O' 以及 A、O 三点必位于同一条竖直线上. 由于 B、C 与球面接触处都是光滑的, 球面对这两点的作用力都指向球面的球心 O, 令 N_B 和 N_C 分别表示这两个力的大小. 由对称性可知

$$N_B = N_C \quad (1)$$

因球面的半径等于等边三角形的边长, 三角形 OAB 和 OBC 都是等边三角形

$$\angle AOB = \angle BOC = \theta = 60^\circ \quad (2)$$

把 N_B 分解成沿竖直方向的分量 $N_{B\perp}$ 和位于水平面内的分量 $N_{B\parallel}$, 则有

$$N_{B\perp} = N_B \cos \theta = N_B \cos 60^\circ = \frac{1}{2} N_B \quad (3)$$

$$N_{B\parallel} = N_B \sin \theta = N_B \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} N_B \quad (4)$$

同理有

$$N_{C\perp} = N_C \cos \theta = N_C \cos 60^\circ = \frac{1}{2} N_C \quad (5)$$

$$N_{C\parallel} = N_C \sin \theta = N_C \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} N_C \quad (6)$$

$N_{B\parallel}$ 与 BO' 平行, $N_{C\parallel}$ 与 CO' 平行, 都平行于以 O' 为圆心的水平圆面, 可以把这两个力移到圆心为 O' 的水平圆面内, 如图 2 所示. $N_{B\parallel}$ 和 $N_{C\parallel}$ 的合力为 N_{\parallel} .

球面底部作用于三角形薄板的力 N_A 也可分解成沿竖直方向的分量 $N_{A\perp}$ 和位于水平面内的分量 $N_{A\parallel}$. 当三角形薄板达到平衡时, 有

$$N_{A\parallel} = N_{\parallel} = 2N_{B\parallel} \cos \alpha \quad (7)$$

$$mg - N_{A\perp} - N_{B\perp} - N_{C\perp} = 0 \quad (8)$$

由图 1 可知, 圆心为 O' 的水平圆面的半径 R 即线段 $O'B$ 是等边三角形 OAB 的高, 故有

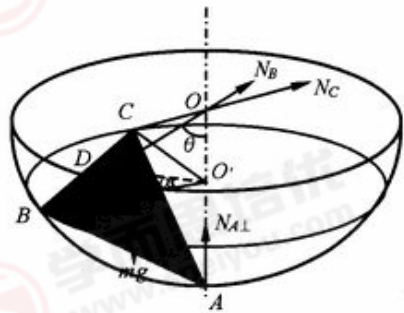


图 1

$$R = a \sin \theta = a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad (9)$$

由图 2 得

$$\cos \alpha = \frac{\overline{O'D}}{R} = \frac{\sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{R} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (10)$$

由以上有关各式, (7)、(8) 两式可写成

$$N_{A//} = \sqrt{2} N_B \quad (11)$$

$$N_{A\perp} = mg - N_B \quad (12)$$

当三角形薄板达到平衡时, 作用于三角形的各力对 BC 边的力矩总和等于零. N_B, N_C 通过 BC 边, 对 BC 边无力矩作用, 只有 $N_{A//}, N_{A\perp}$ 和重力 mg 对 BC 边有力矩作用. 平衡时有

$$N_{A//} \cdot \frac{a}{2} + mg \cdot \frac{1}{3} \overline{O'D} - N_{A\perp} \overline{O'D} = 0 \quad (13)$$

由(9)、(10)式可知

$$\overline{O'D} = R \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} a \quad (14)$$

把(14)式代入(13)式, 得

$$N_{A//} = \sqrt{2} N_{A\perp} - \frac{\sqrt{2}}{3} mg \quad (15)$$

由(11)、(12)和(15)及(1)式

$$N_B = N_C = \frac{1}{3} mg \quad (16)$$

$$N_{A//} = \frac{\sqrt{2}}{3} mg \quad (17)$$

$$N_{A\perp} = \frac{2mg}{3} \quad (18)$$

$$N_A = \frac{\sqrt{6}}{3} mg \quad (19)$$

2. 当解除对 A 点的约束, A, B, C 三顶点将在球面内从静止开始滑动. 根据对称性可知, 必有一时刻薄板处于水平位置, 这时板的重心最低, 重力势能最小, 薄板具有的动能最大, 这动能来自薄板减少的重力势能.

在图 1 中三角形 ADO' 为直角三角形, 一条直角边 DO' 位于水平位置, 另一条直角边 AO' 位于竖直位置, 根据题意及几何关系可知, 三角形薄板的重心 G 位于斜边 AD 上, 离 A 点的距离为 $\frac{2}{3} \overline{AD}$, 重心 G 的高度

$$h = \frac{2}{3} \overline{AO'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{1}{3} a \quad (20)$$

当三角形薄板的三条边位于同一水平的圆面内时, 三角形的重心 G' 与其三边所在圆面的圆心重合, 如图 3 所示,

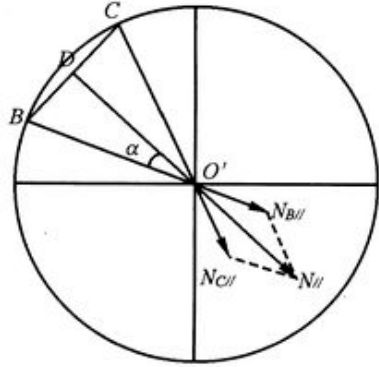


图 2

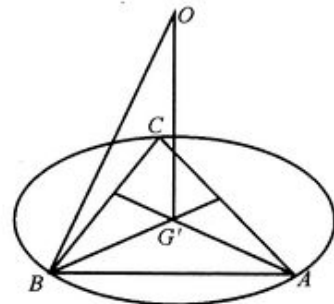


图 3

$$\overline{BG'} = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\overline{OG'} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{BG'}^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3}{9} a^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} a$$

这时,三角形薄板重心 G' 的高度

$$h' = a - \frac{\sqrt{6}}{3} a = \frac{3 - \sqrt{6}}{3} a \quad (21)$$

薄板的最大动能

$$E_k = mg(h - h') = \frac{\sqrt{6} - 2}{3} mga \quad (22)$$

评分标准:本题 25 分.

第 1 小题 20 分. (11) 式 6 分, (12) 式 6 分, (15) 式 4 分, (16) 式 2 分, (19) 式 2 分.

第 2 小题 5 分. (20) 式 1 分, (21) 式 2 分, (22) 式 2 分.

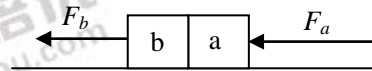
第 25 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

一、选择题. 本题共 6 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项正确的, 有的小题有多项正确的. 把正确的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 6 分, 选对但不选全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

1. 如图所示, 两块固连在一起的物块 a 和 b, 质量分别为 m_a 和 m_b , 放在水平的光滑桌面上. 现同时施给它们方向如图所示的推力 F_a 和拉力 F_b , 已知 $F_a > F_b$, 则 a 对 b 的作用力

- A. 必为推力
B. 必为拉力
C. 可能为推力, 也可能为拉力
D. 可能为零

[]



2. 用光照射处在基态的氢原子, 有可能使氢原子电离, 下列说法中正确的是

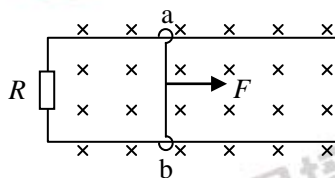
- A. 只要光的光强足够大, 就一定可以使氢原子电离
B. 只要光的频率足够高, 就一定可以使氢原子电离
C. 只要光子的能量足够大, 就一定可以使氢原子电离
D. 只要光照的时间足够长, 就一定可以使氢原子电离

[]

3. 如图所示, 一 U 形光滑导轨串有一电阻 R , 放置在匀强的外磁场中, 导轨平面与磁场方向垂直. 一电阻可以忽略不计但有一定质量的金属杆 ab 跨接在导轨上, 可沿导轨方向平移. 现从静止开始对 ab 杆施加向右的恒力 F , 若忽略杆和 U 形导轨的自感, 则在杆的运动过程中, 下列哪种说法是正确的?

- A. 外磁场对载流杆 ab 作用力对 ab 杆做功, 但外磁场的能量是不变的
B. 外力 F 的功总是等于电阻 R 上消耗的功
C. 外磁场对载流杆 ab 作用力的功率与电阻 R 上消耗的功率两者的大小是相等的
D. 电阻 R 上消耗的功率存在最大值

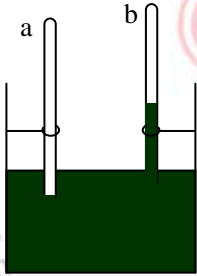
[]



4. 如图所示, 放置在升降机地板上的盛有水的容器中, 插有两根相对容器位置固定的玻璃管 a 和 b, 管的上端都是封闭的, 下端都有开口的, 管内被水各封有一定质量的气体. 平衡时 a 管内的水面比管个的低, b 管内的水面比管个的高. 现令升降机从静止开始加速下降, 已知在此过程中管内气体仍被封闭在管内, 且经历的过程可视为绝热过程, 则在此过程中

- A. a 中的气体内能增加, b 中的气体内能减少
- B. a 中的气体内能减少, b 中的气体内能增加
- C. a、b 中气体内能都增加
- D. a、b 中气体内能都减少

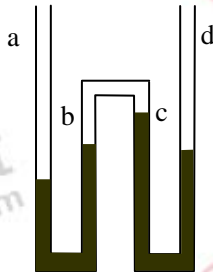
[]



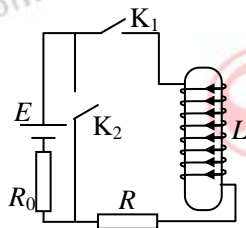
5. 图示为由粗细均匀的细玻璃管弯曲成的“双 U 形管”, a、b、c、d 为其中四段竖直的部分, 其中 a、d 上端是开口的, 处在大气中, 管中的水银把一段气柱密封在 b、c 内, 达到平衡时, 管内水银面的位置如图所示. 现缓慢地降低气柱中气体的温度, 若 c 中的水银上升了一小段高度 Δh , 则

- A. b 中的水银面也上升 Δh
- B. b 中的水银面也上升, 但上升的高度小于 Δh
- C. 气柱中气体压强的减少量等于高为 Δh 的水银柱所产生的压强
- D. 气柱中气体压强的减少量等于高为 $2\Delta h$ 的水银柱所产生的压强

[]



6. 图中 L 是绕在铁心上的线圈, 它与电阻 R 、 R_0 、电键和电池 E 可构成闭合回路. 线圈上的箭头表示线圈中电流的正方向, 当电流的流向与箭头所示的方向相同, 该电流为正, 否则为负. 电键 K_1 和 K_2 都处于断开状态. 设在 $t=0$ 时刻, 接通电键 K_1 , 经过一段时间, 在 $t=t_1$ 时刻, 再接通电键 K_2 , 则能较正确在表示 L 中的电流 I 随时间 t 的变化的图线是下面给出的四个图中的哪个图?



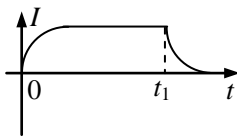


图 1

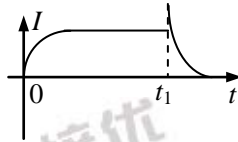


图 2

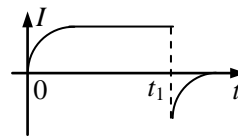


图 3

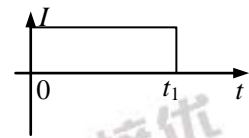


图 4

A. 图 1

B. 图 2

C. 图 3

D. 图 4

[]

二、填空题和作图题。把答案填在题中横线上或把图画在题指定的地方。只要给出结果，不需要写出求得结果的过程。

7. (8 分)为了估算水库中水的体积，可取一瓶无毒的放射性同位素的水溶液，测得瓶内溶液每分钟衰变

6×10^7 次，已知这种同位素的半衰期为 2 天。现将这瓶溶液倒入水库，8 天后可以认为已均匀分布在水库中，这时取 1.0 m^3 水库中的水样，测得水样每分钟衰变 20 次。同此可知水库中水的体积为 _____ m^3 。

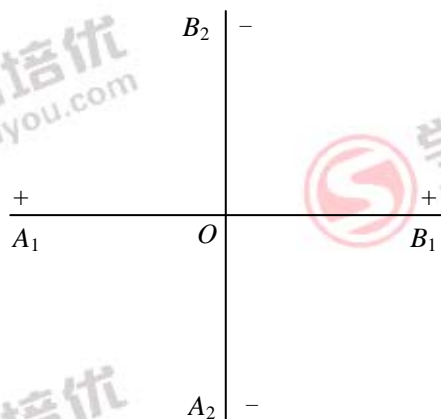
8. (8 分)在一条笔直的公路上依次设置三盏交通信号灯 L_1 、 L_2 和 L_3 ， L_2 与 L_1 相距为 80m， L_3 与 L_1 相距为 120m。每盏信号灯显示绿色的时间间隔都是 20s，显示红色的时间间隔都是 40s， L_1 与 L_3 同时显示绿色， L_2 则在 L_1 显示红色经历 10s 时开始显示绿色。规定车辆通过三盏信号灯经历的时间不得超过 150s。若有一辆匀速向前行驶的汽车通过 L_1 的时刻正好是 L_1 刚开始显示绿色的时刻，则此汽车能不停顿地通过三盏信号灯的最大速率是 _____ m/s。若一辆匀速向前行驶的自行车通过 L_1 的时刻是 L_1 显示绿色经历了 10s 的时刻，则此自行车能不停顿地通过三盏信号灯的最小速率是 _____ m/s。

9. (8 分)位于水平光滑桌面上的 n 个完全相同的小物块，沿一条直线排列，相邻小物块间都存在一定的距离。自左向右起，第 1 个小物块标记为 P_1 ，第 2 个小物块标记为 P_2 ，第 3 个小物块标记为 P_3 ，……，最后一个小物块即最右边的小物块标记为 P_n 。现设法同时给每个小物块一个方向都向右但大小各不相同的速度，其中最大的速度记作 v_1 ，最小的速度记作 v_n ，介于最大速度和最小速度间的各速度由大到小依次记为 v_2 、 v_3 、……、 v_{n-1} 。若小物块发生碰撞时，碰撞都是弹性正碰，且碰撞时间极短，则最终小物块 P_1 、 P_2 、 P_3 、……、 P_n 速度的大小依次为 _____。

10. (11 分) 有两块无限大的均匀带电平面，一块带正电，一块带负电，单位面积所带电荷量的数值相等。现把两带电平面正交放置如图所示。图中直线 A_1B_1 和 A_2B_2 分别为带正电的平面和带负电的平面与纸面正交的交线， O 为两交线的交点。

(i) 试根据每块无限大均匀带电平面产生的电场(场强和电势)具有对称性的特点，并取 O 点作为电势的零点，在右面给的整个图上画出电场(正、负电荷产生的总电场)中电势分别为 $0V$ 、 $1V$ 、 $2V$ 、 $3V$ 、 $-1V$ 、 $-2V$ 、 $-3V$ 的等势面与纸面的交线的示意图，并标出每个等势面的电势。

(ii) 若每个带电平面单独产生的电场是 $E_0=1.0V/m$ ，则求出(i)中相邻两等势面间的距离 $d=$ _____。



11. (10 分) 一列简谐横波在 x 轴上传播(振动位移沿 y 轴)。已知 $x=12cm$ 处的质元的振动图线如图 1 所示， $x=18cm$ 处的质元的振动图线如图 2 所示。根据这两条振动图线，可获得关于这列简谐横波的确定的和可能的信息(如频率、波速、波长等)是哪些？

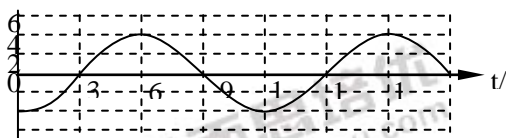


图 1

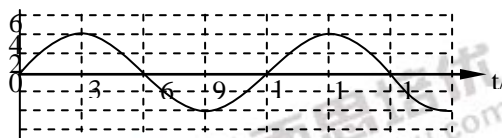


图 2

12. (8 分) 一座平顶房屋，顶的面积 $S=40m^2$ 。第一次连续下了 $t=24$ 小时的雨，雨滴沿竖直方向以 $v=5.0m/s$ 的速度落到屋顶，假定雨滴撞击屋顶的时间极短且不反弹，并立即流走。第二次气温在摄氏零下若干度，而且是下冻雨，也下了 24 小时，全部冻雨落到屋顶便都结成冰并留在屋顶上，测得冰层的厚度 $d=25mm$ 。已知两次下雨的雨量相等，冰的密度为 $9 \times 10^2 kg/m^3$ 。由以上数据可估算得第二次下的冻雨结成冰对屋顶的压力为_____N，第一次下雨过程中，雨对屋顶的撞击使整个屋顶受到的压力为_____N。

13. (10 分)在示波器的 YY'偏转电极上, 加电压 $u_1=U_0\sin 2\pi vt$, 式中频率 $\nu=50\text{Hz}$. 同时在示波器 XX'偏转电极上加如图 1 所示的锯齿波电压 u_2 , 试在图 2 中画出荧光屏上显示的图线.

如果由于某种原因, 此图线很缓慢地向右移动, 则其原因是_____

_____。

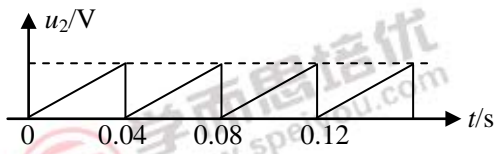


图 1

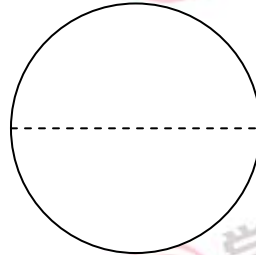


图 2

三、计算题. 解答应写出必要的文字说明、方和和重要的演算步骤. 只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的题, 答案中必须明确写出数值和单位.

14. (14 分)一电流表, 其内阻 $R_g=10.0\Omega$, 如果将它与一阻值 $R_0=49990\Omega$ 的定值电阻串联, 便可成为一量程 $U_0=50V$ 的电压表. 现把此电流表改装成一块双量程的电压表, 两个量程分别为 $U_{01}=5V$ 和 $U_{02}=10V$. 当用此电压表的 $5V$ 挡去测一直流电源两端的电压时, 电压表的示数为 $4.50V$; 当用此电压表的 $10V$ 挡去测量该电源两端的电压时, 电压表的示数为 $4.80V$. 问此电源的电动势为多少?

15. (12 分)为训练宇航员能在失重状态下工作和生活, 需要创造一种失重的环境. 在地球表面附近, 当飞机模拟某些在重力作用下的运动时, 就可以在飞机座舱内实现短时间的完全失重状态. 现要求一架飞机在 $v_1=500m/s$ 时进入失重状态的试验, 在速率为 $v_2=1000m/s$ 时退出失重状态试验. 重力加速度 $g=10m/s^2$ 试问:

- (i) 在上述给定的速率要求下, 该飞机需要模拟何重运动, 方可在一定范围内任意选择失重的时间的长短? 试定量讨论影响失重时间长短的因素.
- (ii) 飞机模拟这种运动时, 可选择的失重状态的时间范围是多少?

16. (12分) 假定月球绕地球作圆周运动, 地球绕太阳也作圆周运动, 且轨道都在同一平面内. 已知地球表面处的重力加速度 $g=9.80\text{m/s}^2$, 地球半径 $R_e=6.37\times 10^6\text{m}$, 月球质量 $m_m=7.3\times 10^{22}\text{kg}$, 月球半径 $R_m=1.7\times 10^6\text{m}$, 引力恒量 $G=6.67\times 10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$, 月心地心间的距离约为 $r_{em}=3.84\times 10^8\text{m}$.

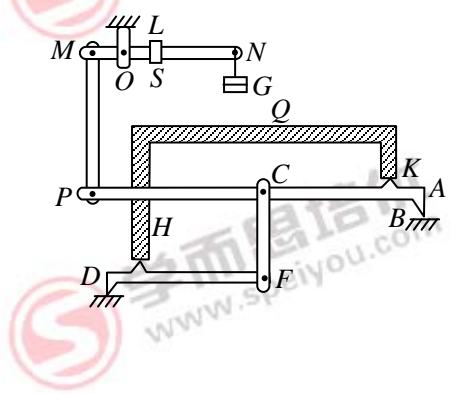
- (i) 月球的月心绕地球的地心运动一周需多少天?
- (ii) 地球上的观察者相继两次看到满月需多少天?
- (iii) 若忽略月球绕地球的运动, 设想从地球表面发射一枚火箭直接射向月球, 试估算火箭到达月球表面时的速度至少为多少(结果要求两位数字)?

17. (12分) 如图所示, 1 和 2 是放在水平地面上的两个小物块(可视为质点), 与地面的滑动摩擦系数相同, 两物块间的距离 $d=170.00\text{m}$, 它们的质量分别为 $m_1=2.00\text{kg}$, $m_2=3.00\text{kg}$. 现令它们分别以初速度 $v_1=10.00\text{m/s}$ 和 $v_2=2.00\text{m/s}$ 迎向运动, 经过时间 $t=20.0\text{s}$, 两物块相碰, 碰撞时间极短, 碰后两者粘在一起运动. 求从刚碰后到停止运动过程中损失的机械能.

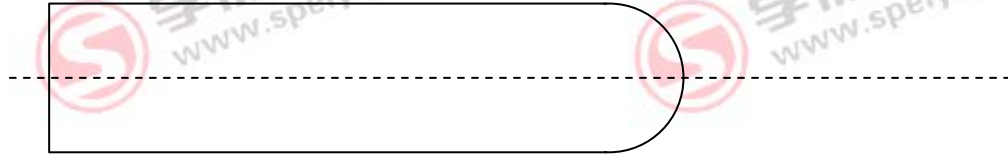


18. (11 分)磅秤由底座、载物平台 Q 、杠杆系统及砝码组成, 如示为其等效的在竖直平面内的截面图. Q 是一块水平放置的铁板, 通过两侧的竖直铁板 H 和 K 、压在 E 、 B 处的刀口上. 杠杆系统由横杆 DEF 、 $ABCF$ 和竖杆 CF 、 MP 以及横杆 MON 组成. 另有两个位于 A 、 D 处的刀口分别压在磅秤的底座上(Q 、 K 、 H 、 E 、 B 、 A 、 D 在沿垂直于纸面的方向都有一定的长度, 图中为其断面). C 、 F 、 M 、 N 、 O 、 P 都是是转轴, 其中 O 被位于顶部并与磅秤底座固连在支架 OL 吊住, 所以转轴 O 不能发生移动. 磅秤设计时, 已做到当载物平台上不放置任何待称物品、游码 S 位于左侧零刻度处、砝码挂钩上砝码为零时, 横梁 MON 处于水平状态, 这时横杆 DEF 、 $ABCF$ 亦是水平的, 而竖杆 CF 、 MP 则是竖直的.

当重为 W 的待称物品放在载物平台 Q 上时, 用 W_1 表示 B 处刀口增加的压力, W_2 表示 E 处刀口增加的压力, 由于杠杆系统的调节, 横梁 MON 失去平衡, 偏离水平位置. 适当增加砝码 G 或移动游码 S 的位置, 可使横梁 MON 恢复平衡, 回到水平位置. 待称物品的重量(质量)可由砝码数值及游码的位置确定. 为了保证待称物品放在载物台上不同位置时磅秤都能显示出相同的结果, 在设计时, AB 、 DE 、 AC 、 DF 之间应满足怎样的关系?



19. (11 分)如图所示,一细长的圆柱形均匀玻璃棒,其一个端面是平面(垂直于轴线),另一个端面是球面,球心位于轴线上.现有一根很细的光束沿平行于轴线方向且很靠近轴线入射.当光从平端面射入棒内时,光线从另一端面射出后与轴线的交点到球面的距离为 a ;当光线从球形端面射入棒内时,光线在棒内与轴线的交点到球面的距离为 b .试近似地求出玻璃的折射率 n .



20. (13 分)光子不仅有能量,而且还有动量,频率为 ν 的光子能量为 $h\nu$, 动量为 $\frac{h\nu}{c}$, 式中 h 为普朗克常量, c 为光速.光子射到物体表面时将产生压力作用,这就是光压.设想有一宇宙尘埃,可视为一半径 $R=10.0\text{cm}$ 的小球,其材料与地球相同,它到太阳的距离与地球到太阳的距离相等.试计算太阳辐射对此尘埃作用力的大小与太阳对它万有引力大小的比值.假定太阳辐射射到尘埃时被尘埃全部吸收.已知:地球绕太阳运动可视为圆周运动,太阳辐射在单位时间内射到位于地球轨道处的、垂直于太阳光线方向的单位面积上的辐射能 $S=1.37\times 10^3\text{W}\cdot\text{m}^2$, 地球到太阳中心的距离 $r_{ec}=1.5\times 10^{11}\text{m}$,地球表面附近的重力加速度 $g=10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, 地球半径 $R_e=6.4\times 10^6$, 引力恒量 $G=6.67\times 10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.

21. (16 分) 设空间存在三个相互垂直的已知场：电场强度为 E 的匀强电场，磁感应强度为 B 的匀强磁场和重力加速度为 g 的重力场。一质量为 m 、电荷量为 q 的带正电的质点在此空间运动，已知在运动过程中，质点速度大小恒定不变。

- (i) 试通过论证，说明此质点作何运动(不必求出运动的轨迹方程)。
- (ii) 若在某一时刻，电场和磁场突然全部消失，已知此后该质点在运动过程中的最小动能为其初始动能(即电场和磁场刚要消失时的动能)的一半，试求在电场、磁场刚要消失时刻该质点的速度在三个场方向的分量封存。



第 25 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考答案及评分标准

一、选择题(36 分)

答案:

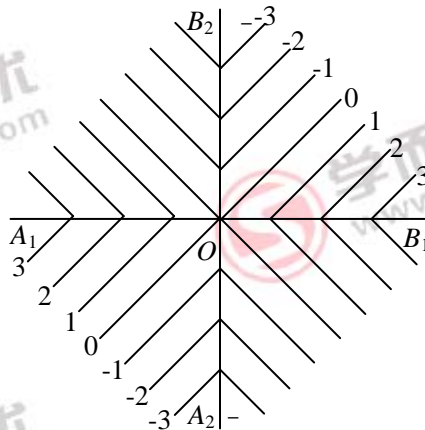
1. C、D, 2. B、C, 3. A、C、D, 4. B, 5. A、D,
6. A.

评分标准:

每小题 6 分. 全都选对的得 6 分, 选对但不全的得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

二、填空题及作图题答案及评分标准:

7. 1. 9×10^5 (8 分)
8. 2 (4 分)、 $\frac{12}{13}$ (4 分)
9. $v_n, v_{n-1}, \dots, v_3, v_2, v_1$. (8 分)
10. (i) 如图所示(8 分)



(ii) $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$ (3 分)

11. (1) 振幅 $A=4\text{cm}$ (2 分)

(2) 周期 $T=12\text{s}$, 或频率 $\nu=\frac{1}{12} \text{ s}^{-1}$ (2 分)

- (3) 若波沿 x 轴方向传播, 则此波可能的最大传播速度 $v_m=\frac{2}{3} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, 其他可能的传播

速度为 $v_n = \frac{2}{3+4n} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $n=1, 2, 3, \dots$; 此波可能的最大波长为 $\lambda=8\text{cm}$, 其它可能波

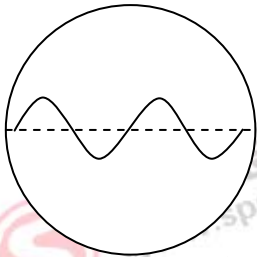
长为 $\lambda_n = \frac{24}{3+4n} \text{ cm}$, $n=1, 2, 3, \dots$ (3 分)

(4) 若波沿负 x 轴方向传播, 则此波可能的最大传播速度 $v_m=2\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$, 其它可能的传播速度为 $v_n = \frac{2}{1+4n} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $n=1, 2, 3, \dots$; 此波可能的最大波长为 $\lambda=24\text{cm}$, 其它可能

能波长为 $\lambda_n = \frac{24}{1+4n} \text{ cm}$, $n=1, 2, 3, \dots$ (3 分)

12. 9×10^3 (2 分) 0.058 (6 分)

13.



(6 分)

锯齿波的周期不正好等于正弦波周期的 2 倍，而是稍小一点。(4 分)

三、计算题

14.

参考解答：

设电流表的量程为 I_g ，当电流表与定值电阻 R_0 串联改装成电压表时，此电压表的内阻

$$R'_0 = R_g + R_0 \quad (1)$$

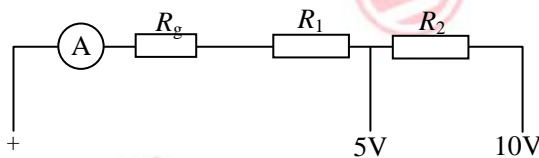
由于此电压表的量程 $U_0 = 50\text{V}$ ，故有

$$I_g R'_0 = U_0 \quad (2)$$

由(1)、(2)两式得

$$I_g = \frac{U_0}{R_g + R_0} = 1.11 \times 10^{-3} \text{ A} \quad (3)$$

即电流表的量程为 1mA.



电流表改装成双量程电压表的电路如图所示，图中 R_1 和 R_2 是为把电流表改装成双量程电压表必须串联的电阻，其值待求。用 R'_1 表示电压表量程 $U_{01} = 5\text{V}$ 挡的内阻，则有

$$R'_1 = R_g + R_1 \quad (4)$$

而

$$I_g R'_1 = U_{01} \quad (5)$$

由(3)、(5)式得

$$R'_1 = \frac{U_{01}}{I_g} = \frac{5}{10^{-3}} \Omega = 5 \times 10^3 \Omega \quad (6)$$

同理得电压表量程 $U_{02} = 10\text{V}$ 挡的内阻

$$R'_2 = R_g + R_1 + R_2 = \frac{U_{02}}{I_g} = \frac{10}{10^{-3}} = 1.0 \times 10^4 \Omega \quad (7)$$

设电源电动势为 E ，内阻为 r ，当用电压表量程为 $5V$ 挡测电源两端的电压时，电压表的示数为 U_1 ，已知 $U_1=4.50V$ ，设此时通过电流表的电流为 I_1 ，有

$$U_1 + I_1 r = E \quad (8)$$

$$U_1 = I_1 R'_1 \quad (9)$$

当用电压表的 $10V$ 挡测量该电源两端的电压时，电压表的示数为 U_2 ，已知 $U_2=4.80V$ ，设此时通过电流表的电流为 I_2 ，有

$$U_2 + I_2 r = E \quad (10)$$

$$U_2 = I_2 R'_2 \quad (11)$$

解(8)、(9)、(10)、(11)式，并注意(6)、(7)式得

$$E=5.14V \quad (12)$$

评分标准：

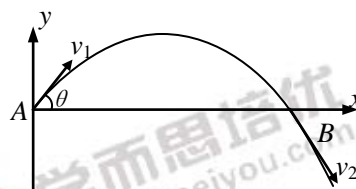
本题 14 分。(3)式 3 分，(6)式 2 分，(7)式 2 分，(8)式、(9)式、(10)式、(11)式共 4 分，(12)式 3 分。

15.

参考解答：

(i) 当飞机作加速度大小为重力加速度 g ，加速度的方向竖直向下的运动时，座舱内的试验者便处于完全失重状态。这种运动可以是飞机模拟无阻力下的自由落体运动或竖直上抛运动，也可以是斜抛运动。当进入试验速率和退出试验的速率确定后，飞机模拟前两种运动时，重时间长短都是一定的、不可选择的。当飞机模拟无阻力下的斜抛运动时，失重时间的长短与抛射角有关，可在一定范围内进行选择。

考察飞机模拟无阻力作用下的斜抛运动。设开始试验时飞机的初速度大小为 v_1 ，方向与水平方向成 θ 角，起始位置为 A 点，经做抛物线运动在 B 点退出试验，如图所示。以 t 表示试验经历的时间，在退出试验时的速率为 v_2 ，则有



$$v_{2x} = v_1 \cos \theta \quad (1)$$

$$v_{2y} = v_1 \sin \theta - gt \quad (2)$$

而

$$v_2^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2 \quad (3)$$

由(1)、(2)、(3)式得

$$g^2 t^2 - 2v_1 g t \sin \theta + v_1^2 - v_2^2 = 0 \quad (4)$$

解(4)式得

$$t = \frac{v_1 \sin \theta + \sqrt{v_1^2 \sin^2 \theta + (v_2^2 - v_1^2)}}{g} \quad (5)$$

由(5)式可知, 当进入试验时, 飞机的速度 v_1 和退出飞机的速度 v_2 确定以后, 失重时间的长短可通过 θ 来调节.

(ii) 当 $\theta=90^\circ$ 时, 失重时间最长, 由(5)式可求得最长失重时间

$$t_{\max} = 150s \quad (6)$$

当 $\theta=-90^\circ$ 时, 失重时间最短, 由(5)式可求得最短失重时间

$$t_{\min} = 50s \quad (7)$$

失重时间的调节范围在 50s 到 150s 之间.

评分标准:

本题 12 分

第(i)小问 8 分. 指明斜抛运动得 2 分, 求得(5)式并指出失重时间的长短可通过 θ 来调节得 6 分.

第(ii)小问 4 分. 求得(6)式得 2 分, 求得(7)式得 2 分.

16.

参考解答:

(i) 月球在地球引力作用下绕地心作圆周运动, 设地球的质量为 m_e , 月球绕地心作圆周运动的角速度为 ω_m , 由万有引力定律和牛顿定律有

$$G \frac{m_e m_m}{r_{em}^2} = m_m r_{em} \omega_m \quad (1)$$

另有

$$G \frac{m_e}{R_e^2} = g \quad (2)$$

月球绕地球一周的时间

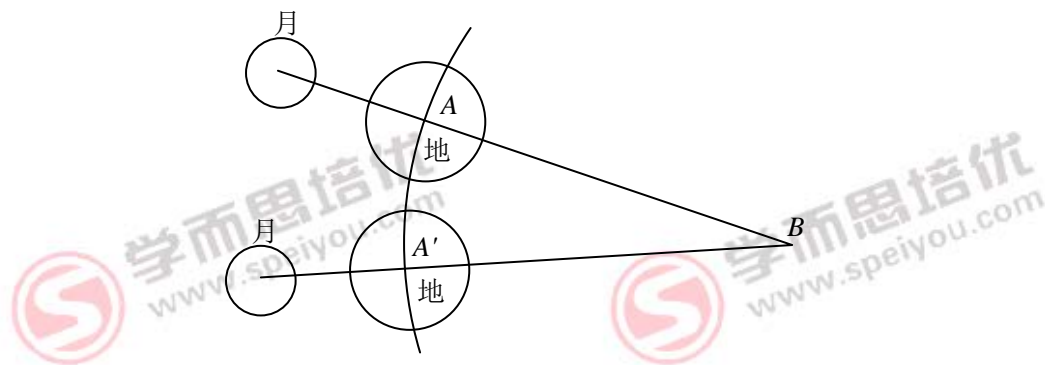
$$T_m = \frac{2\pi}{\omega_m} \quad (3)$$

解(1)、(2)、(3)三式得

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{r_{em}^3}{gR_e^2}} \quad (4)$$

代入有关数据得

$$T_m = 2.37 \times 10^6 s = 27.4 \text{天} \quad (5)$$



(ii) 满月是当月球、地球、和太阳成一直线时才有的，此时地球在月球和太阳之间，即图中 A 的位置。当第二个满月时，由于地球绕太阳的运动，地球位置已运动到 A'。若以 T'_m 表示相继两次满月经历的时间， ω_e 表示地球绕太阳运动的角速度，由于 ω_e 和 ω_m 的方向相同，故有

$$\omega_m T'_m = 2\pi + \omega_e T'_m \quad (6)$$

而

$$\omega_m = \frac{2\pi}{T_m} \quad (7)$$

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} \quad (8)$$

式中 T_e 为地球绕太阳运动的周期， $T_e = 365$ 天。由(6)、(7)、(8)三式得

$$T'_m = \frac{T_e T_m}{T_e - T_m} \quad (9)$$

注意到(5)式，得

$$T'_m = 29.6 \text{ 天} \quad (10)$$

(iii) 从地面射向月球的火箭一方面受到地球的引力作用，另一方面也受到月球的引力作用。当火箭离地球较近时，地球的引力大于月球的引力；当离月球较近时，月球的引力大于地球的引力。作地心和月心的连线，设在地月间某一点处，地球作用于火箭的引力的大小正好等于月球作用于火箭的引力的大小。以 r 表示到月球中心的距离，则有

$$G \frac{m_e m}{(r_{em} - r)^2} = G \frac{m_m m}{r^2} \quad (11)$$

式中 m 为火箭的质量。由(11)式得

$$\left(\frac{m_e}{m_m} - 1 \right) r^2 + 2r_{em} r - r_{em}^2 = 0 \quad (12)$$

解(12)式，注意到(2)式，代入有关数据，得

$$r = 3.8 \times 10^7 m \quad (13)$$

从地球表面发射直接射向月球的火箭只要能到达 O 点, 则过 O 点后, 因月球引力大于地球引力, 它便能在月球引力作用下到达月球, 这样发射时火箭离开地面时的速度最小, 它到达月球时的速度也最小. 设火箭刚达到月球时的最小速度为 v , 则由机械能守恒定律有

$$-G \frac{m_e m}{r_{em} - r} - G \frac{m_m m}{r} = -G \frac{m_e m}{r_{em} - R_m} - G \frac{m_e m}{R_m} + \frac{1}{2} m v^2 \quad (14)$$

解得

$$v = \sqrt{2Gm_e \left(\frac{1}{r_{em} - R_m} - \frac{1}{r_{em} - r} \right) + 2Gm_m \left(\frac{1}{R_m} - \frac{1}{r} \right)} \quad (15)$$

注意到(2)式, 代入有关数据得

$$v = 2.3 \times 10^3 m \cdot s^{-1} \quad (16)$$

评分标准:

本题 12 分.

第(i)小问 3 分. 求得(4)式得 2 分, 求得(5)式得 1 分.

第(ii)小问 3 分. 求得(9)式得 2 分, 求得(10)式得 1 分.

第(iii)小问 6 分. (11)式 2 分, (14)式 2 分, (16)式 2 分.

17.

参考解答:

因两物块与地面间的滑动摩擦系数相同, 故它们在摩擦力作用下加速度的大小是相同的, 以 a 表示此加速度的大小. 先假定在时间 t 内, 两块始终作减速运动, 都未停下. 现分别以 s_1 和 s_2 表示它们走的路程, 则有

$$s_1 = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

$$s_2 = v_2 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$$

而

$$s_1 + s_2 = d \quad (3)$$

解(1)、(2)、(3)三式并代入有关数据得

$$a = 0.175 m / s^2 \quad (4)$$

经过时间 t , 两物块的速度分别为

$$v'_1 = v_1 - a t \quad (5)$$

$$v'_2 = v_2 - a t \quad (6)$$

代入有关数据得

$$v'_1 = 6.5 \text{ m/s} \quad (7)$$

$$v'_2 = -1.5 \text{ m/s} \quad (8)$$

v'_2 是负值是不合理的，因为物块在摩擦力作用下作减速运动，当速度减少至零时，摩擦力消失，加速度不复存在， v'_2 不可以为负。 v'_2 为负，表明物块 2 经历的时间小于 t 时已经停止运动，(2) 式从而(4)、(6)、(7)、(8) 式都不成立。在时间 t 内，物块 2 停止运动前滑行的距离应是

$$s_2 = \frac{v_2^2}{2a} \quad (9)$$

解(1)、(9)、(3) 式，代入有关数据得

$$a = 0.20 \text{ m/s}^2 \quad (10)$$

由(5)、(10) 式求得刚要发生碰撞时物块 1 的速度

$$v'_1 = 6.0 \text{ m/s} \quad (11)$$

而物块 2 的速度

$$v'_2 = 0 \quad (12)$$

设 V 为两物块相碰后的速度，由动量守恒有

$$m_1 v'_1 = (m_1 + m_2) V \quad (13)$$

刚碰后到停止运动过程中损失的机械能

$$\Delta E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 \quad (14)$$

由(13)、(14) 式得，

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{m_1^2 v_1'^2}{m_1 + m_2} \quad (15)$$

代入有关数据得

$$\Delta E = 14.4 \text{ J} \quad (16)$$

评分标准：

本题 12 分。通过定量论证得到(9) 式共 4 分，求得(11) 式得 4 分，(13) 式 1 分，(14) 式 1 分，(16) 式 1 分。

18.

参考解答：

根据题意，通过通过增加砝码和调节游码的位置使磅秤恢复平衡，这时横梁 MON 、横杆 $ABCP$ 、 DEF 以及载物台 Q 都是水平的，竖杆 MP 、 CF 都是竖直的。B、E 处的刀口增加

的压力分别为 W_1 和 W_2 ，它们与待称量的物体的重量 W 的关系为

$$W = W_1 + W_2 \quad (1)$$

W_1 与 W_2 之和是确定的，但 W_1 、 W_2 的大小与物品放置与载物台上的位置有关。对于横杆 DEF，它在 E 点受到向下作用力（为了叙述简单，下面所说的作用力皆指载物后增加的作用力）的大小 W_2 ，设在 F 点受到向上的作用力的大小为 W_2' ，平衡时有

$$W_2 \cdot DE = W_2' \cdot DF \quad (2)$$

对横杆 ABCP，在 B 点受到向下作用力的大小为 W_1 ，在 C 点受到向下的作用力的大小为 W_2' ，设 P 点受到向上的作用力的大小为 W_3 ，平衡时有

$$W_3 \cdot AP = W_1 \cdot AB + W_2' \cdot AC \quad (3)$$

由以上三式得

$$W_3 \cdot AP = W \cdot AC \cdot \frac{DE}{DF} + W_1 \cdot \left(AB - AC \frac{DE}{DF} \right) \quad (4)$$

要使重物在平台上的位置不影响 W_3 的大小，就必需要求 W_3 与 W_1 无关，即有

$$AB - AC \frac{DE}{DF} = 0 \quad (5)$$

即 AB、DE、DF 应满足的关系为

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} \quad (6)$$

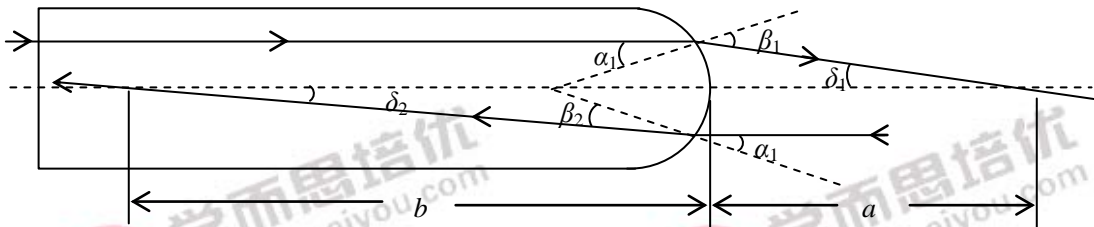
评分标准：

本题 11 分。(1)式 2 分，(2)式 2 分，(3)式 2 分，(4)式 3 分，(5)式或(6)式 2 分。

19.

参考解答：

入射的两条光线如图所示。 α_1 、 β_1 是从平端面入射的光线通过球形端面时的入射角和折射角； α_2 、 β_2 是从球形端面入射的光线通过球面时的入射角和折射角。根据折射定律有



$$n \sin \alpha_1 = \sin \beta_1 \quad (1)$$

$$\sin \alpha_2 = n \sin \beta_2 \quad (2)$$

由几何关系有

$$\beta_1 = \alpha_1 + \delta_1 \quad (3)$$

$$\beta_2 = \alpha_2 + \delta_2 \quad (4)$$

设球面的半径为 R ，注意到 α_1 、 α_2 、 δ_1 、 δ_2 都是小角度，故有

$$R\alpha_1 = a\delta_1 \quad (5)$$

$$R\alpha_2 = b\delta_2 \quad (6)$$

根据题给的条件，(1)、(2)式可近似表示成

$$n\alpha_1 = \beta_1 \quad (7)$$

$$\alpha_2 = n\beta_2 \quad (8)$$

由(3)式—(8)式得

$$n = \frac{b}{a} \quad (9)$$

评分标准：

本题 11 分。(1)式 1 分，(2)式 1 分，(3)式 1 分，(4)式 1 分，(5)式 1 分，(7)式 1 分，(8)式 1 分，(9)式 3 分。

20.

参考解答：

设宇宙尘埃的质量为 m ，太阳的质量为 M ，则太阳作用于尘埃的万有引力

$$f = G \frac{Mm}{r_{ec}^2} \quad (1)$$

设地球的密度为 ρ ，地球的质量为 m_e ，按题意有

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \quad (2)$$

$$\rho = \frac{m_e}{\frac{4}{3} \pi R_e^3} \quad (3)$$

另有

$$G \frac{m_e}{R_e^2} = g \quad (4)$$

和

$$G \frac{Mm_e}{r_{ec}} = m_e \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r_{ec} \quad (5)$$

式中 T 为地球绕太阳作圆周运动的周期, $T = 365 \times 24 \times 60 \times 60s = 3.15 \times 10^7 s$. 由(1)、(2)、(3)、(4)、(5)式得

$$f = \frac{gR^3}{GR_e} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r_{ec} \quad (6)$$

太阳辐射中含有各种频率的光子, 设单位时间内, 射到尘埃所在处的与太阳辐射垂直的单位面积上频率为 ν_i 的光子数为 N_i , 根据 S 的定义有

$$S = \sum_i N_i h \nu_i \quad (7)$$

光子不仅有能量, 还具有动量. 由题意可知频率为 ν_i 的光子的动量

$$p_i = \frac{h \nu_i}{c} \quad (8)$$

光子射到尘埃表面被尘埃吸收, 故光子作用于尘埃的冲量

$$\Delta I_i = p_i \quad (9)$$

单位时间内射到尘埃单位面积上的各种频率的光子对尘埃的总冲量

$$\Delta I = \sum_i N_i \Delta I_i = \sum_i N_i p_i \quad (10)$$

ΔI 也就是压强. 由于尘埃表面是球面, 球面上各部分并不都与太阳辐射垂直, 但射到球面上的光辐射与射到与太阳辐射垂直的地球大圆表面上的光辐射是相等的, 故太阳辐射作用于尘埃的力

$$F = \pi R^2 \Delta I \quad (11)$$

由(7)式—(11)式得

$$F = \frac{\pi R^2}{c} S \quad (12)$$

由于(6)式和(12)式得

$$\frac{F}{f} = \frac{GR_e ST^2}{4\pi g R c r_{ec}} \quad (13)$$

代入有关数据得

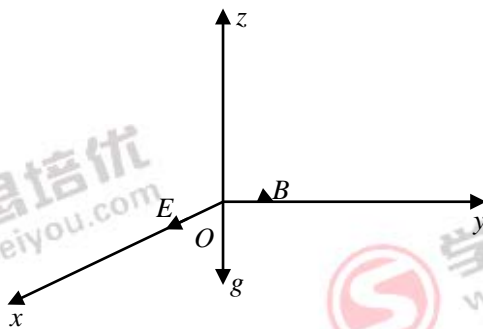
$$\frac{F}{f} = 1.0 \times 10^{-6} \quad (14)$$

评分标准:

本题 13 分. 求得(6)式得 4 分, 求得(12)式得 7 分, 求得(13)式得 1 分, 求得(14)式得 1 分.

21.

参考解答:



(i) 在空间取如图所示的直角坐标 $Oxyz$, Ox 轴沿电场方向, Oy 沿磁场方向, Oz 轴与重力方向相反. 因为磁场作用于质点的洛伦兹力与磁场方向垂直, 即在 Ozx 平面内; 作用于质点的电场力和重力也在 Oxz 平面内, 故质点在 y 方向不受力作用, 其速度沿 y 方面的分速度的大小和方面是不变的. 根据题意, 质点速度大小是恒定不变的, 而磁场作用于质点的洛伦兹力对质点不做功, 故质点的速度沿垂直磁场方向的大小一定是恒定不变的, 故此分速度必须与电场力和重力的合力垂直. 由于电场力和重力的合力的方向是不变的, 故此分速度的方向也是不变的. 由此可得到结论: 质点速度的方向也是不变的, 即质点在给定的场中作匀速直线运动, 其轨迹是直线, 在 Oxz 平面内, 与电场和重力的合力垂直.

(ii) 质点作匀速直线运动表明电场、磁场和重力场对质点作用力的合力等于 0. 设存在电场、磁场时质点的速度大小为 v_0 , 它在从标系中的三个分量分别为 v_{0x} 、 v_{0y} 、 v_{0z} , 这也就是电场、磁场刚要消失时质点的速度在三个场方向的分量, 以 F_x 、 F_y 和 F_z 分别表示 F 在坐标系中的分量, 则有

$$F_x = qE - qv_{0z}B = 0 \quad (1)$$

$$F_y = 0 \quad (2)$$

$$F_z = -mg + qv_{0x}B = 0 \quad (3)$$

由(1)、(3)式得

$$v_{0x} = \frac{E}{B} \quad (4)$$

$$v_{0z} = \frac{mg}{qB} \quad (5)$$

若知道了粒子的速度 v_0 , 粒子速度的 y 分量为

$$v_{0y}^2 = v_0^2 - v_{0x}^2 - v_{0z}^2 \quad (6)$$

因电场和磁场消失后, 粒子仅在重力作用下运动, 任何时刻 t 质点的速度为

$$v_x = v_{0x} \quad (7)$$

$$v_y = v_{0y} \quad (8)$$

$$v_z = v_{0z} - gt \quad (9)$$

当 v_x 等于 0 时, 粒子的动能最小, 这最小动能

$$E_{k \min} = \frac{1}{2} m (v_{0x}^2 + v_{0y}^2) \quad (10)$$

根据题意有

$$E_{k \min} = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{2} m v_0^2 \right) \quad (11)$$

由(10)、(11)式得

$$v_0^2 = 2(v_{0x}^2 + v_{0y}^2) \quad (12)$$

由(4)、(5)、(6)、(12)各式得

$$v = \frac{1}{qB} \sqrt{(qB)^2 - (mg)^2} \quad (13)$$

评分标准:

本题 16 分

第(i)小问 4 分. 通过论证得到质点作匀速直线运动的结论得 4 分.

第(ii)小问 12 分. (4)式 3 分, (5)式 3 分, 求得(13)式 6 分.

试卷答案重要勘误更正

设电流表的量程为 I_g ，当电流表与定值电阻 R_0 串联改装成电压表时，此电压表的内阻

$$R'_0 = R_g + R_0 \quad (1)$$

由于此电压表的量程 $U_0 = 50V$ ，故有

$$I_g R'_0 = U_0 \quad (2)$$

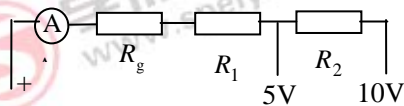
由 (1)、(2) 两式得

$$I_g = \frac{U_0}{R_g + R_0} = 1.11 \times 10^{-3} \text{ A} \quad (3)$$

即电流表的量程为 1.11mA.

电流表改装成的双量程电压表的电路如图所示，

图中 R_1 和 R_2 是为把电流表改装成双量程电压表必须



串联的电阻，其值待求. 用 R'_1 表示电压表量程

$U_{01} = 5V$ 挡的内阻，则有

$$R'_1 = R_g + R_1 \quad (4)$$

而

$$I_g R'_1 = U_{01} \quad (5)$$

由 (3)、(5) 式得

$$R'_1 = \frac{U_{01}}{I_g} = 4.50 \times 10^3 \Omega \quad (6)$$

同理得电压表量程 $U_{02} = 10V$ 挡的内阻

$$R'_2 = R_g + R_1 + R_2 = \frac{U_{02}}{I_g} = 9.00 \times 10^3 \Omega \quad (7)$$

设电源的电动势为 E ，内阻为 r ，当用电压表的 5V 挡测电源两端的电压时，电压表的示数为 U_1 ，已知 $U_1 = 4.50V$ ，设此时通过电压表的电流为 I_1 ，有

$$U_1 + I_1 r = E \quad (8)$$

$$U_1 = I_1 R'_1 \quad (9)$$

当用电压表的 10V 挡测量该电源两端的电压时，电压表的示数为 U_2 ，已知 $U_2 = 4.80V$ ，

设此时通过电压表的电流为 I_2 ，有

$$U_2 + I_2 r = E \quad (10)$$

$$U_2 = I_2 R'_2 \quad (11)$$

解 (8)、(9)、(10)、(11) 式，并注意到 (6)、(7) 式得

$$E = 5.14\text{V} \quad (12)$$

评分标准：

本题 14 分。(3) 式 3 分，(6) 式 2 分，(7) 式 2 分，(8) 式、(9) 式、(10) 式、(11) 式共 4 分，(12) 式 3 分。