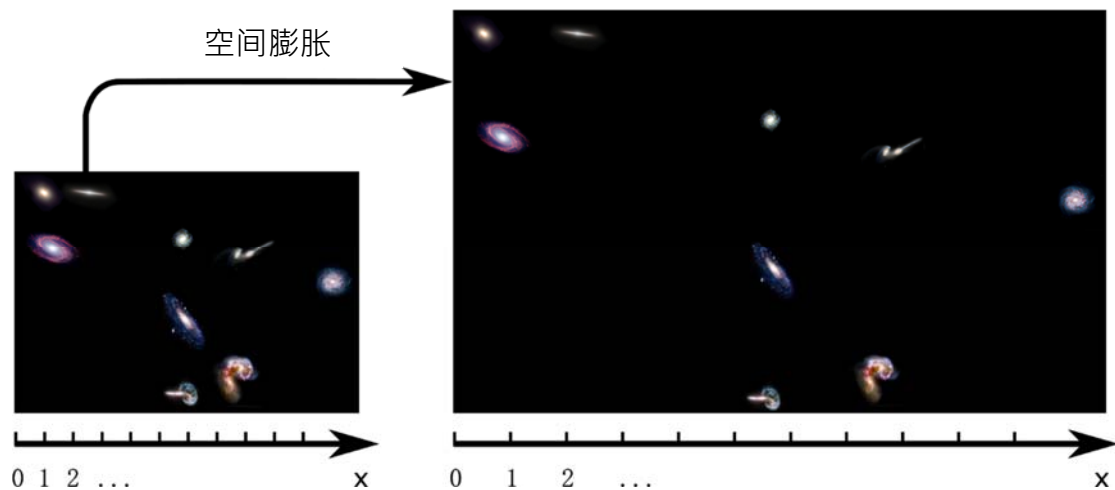


膨胀的宇宙

(总分:20 分)

宇宙膨胀是现代宇宙学中最重要观测事实。在宇宙膨胀过程中，随着时间推移，空间不断膨胀。于是，宇宙中物体之间的距离也随之膨胀。为了方便地计算宇宙膨胀造成的影响，我们引入“共动”坐标系 $\vec{r} = (x, y, z)$ ，用以标记膨胀宇宙中的空间位置。在宇宙膨胀过程中，共动坐标系下两物体间坐标的共动距离 $\Delta r = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ 是恒定不变化的（这里我们假设没有本征运动，也就是说，我们这里考虑的物体只随着宇宙的膨胀而运动，而自己没有额外的运动）。下面示意图中描述了宇宙膨胀（注意，这张示意图只含有二维空间，但是我们的真实宇宙有三维空间。）。



现代宇宙学的理论是建立在爱因斯坦的广义相对论的基础上的。但是，如果做一些适当假设，我们也可以简单的用牛顿的万有引力理论框架来理解宇宙学。下面的问题中，我们将只在牛顿的万有引力理论框架下理解宇宙。

为了描述“物理距离”，我们引入“尺度因子” $a(t)$ 。两个共动坐标点 \vec{r}_1 和 \vec{r}_2 之间的物理距离为

$$\Delta r_p = a(t)\Delta r$$

因为宇宙的膨胀， $a(t)$ 是随时间增加的增函数。

在大尺度情况——远大于星系团的尺度下，宇宙可以近似看成是均匀和各向同性的。所以，我们考虑宇宙的一个玩具模型：宇宙中布满了均匀分布的粒子。粒子如此之多，以致于我们可以用连续的流体来描述这些粒子。我们假设粒子数是守恒的。