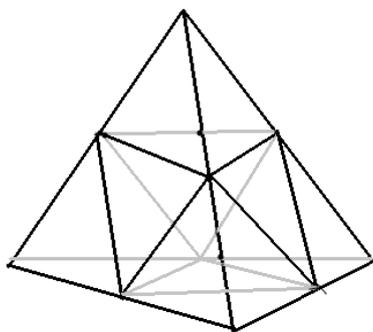


2017 培尖教育 VIP 集训营物理模拟卷 (一)

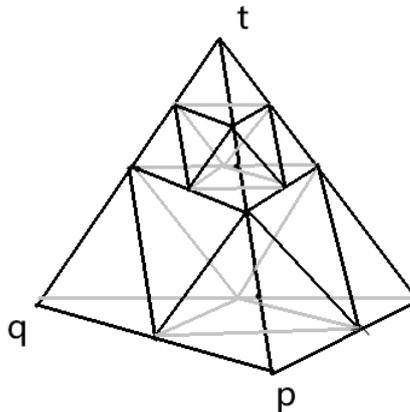
考试时间: 180 分钟

学号: _____ 学校: _____ 姓名: _____

一、耐久的 数学题



图一



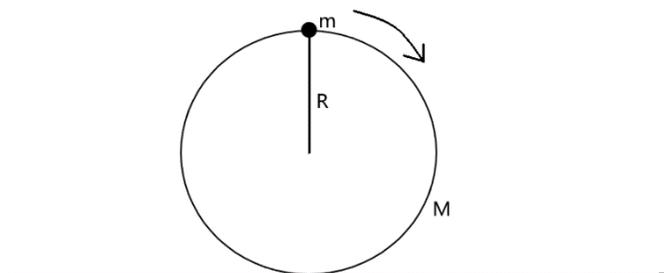
图二

如图一为同种电阻段连接成的三棱框架, 我们再以相同的方式填充其最上面的那个小三棱锥(如图二) 并将此过程不断进行,

最终得到了一个无限自相似的图形。已知其最外层框架边长均为 a , 电阻段质量密度为 λ , a 长度的电阻段阻值为 r , 求:

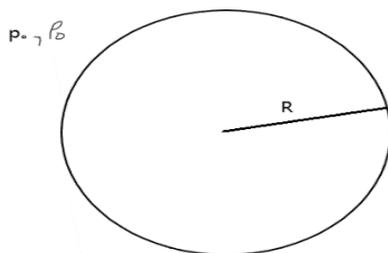
- (1) 框架质心与上顶点 (t) 的距离。
- (2) 最外层框架任意两个下顶点 (如 p, q) 间的电阻值。

二、普通的 运动学题



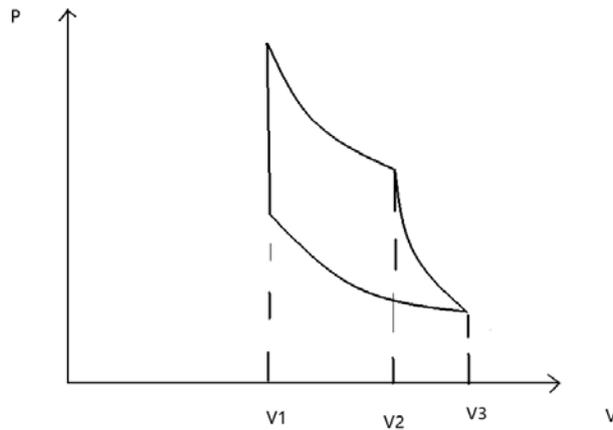
如图为一质量为 M 的环，其顶点固定一质量为 m 的质点。地面水平且摩擦因数趋于无穷（即不会在接触时滑动）。此时给环一微扰使之开始滚动，问：环是否会离开地面？若可能，求使环能在转动 60 度时离开地面的 M 与 m 的比值。

三、奇怪的 振动题



如图为一半径为 R 的气泡，气泡外为无穷多的液体，液体密度为 ρ_0 ，压强为 P_0 ，气泡膜表面张力系数为 σ ，此时气泡处于平衡状态。现给气泡一微扰使之半径均匀微小振动，此时外面液体也是球对称振动，气泡内单原子气体始终绝热，液体不可压缩且压强恒为 P_0 ，求小振动频率 ω 。

四、初心者的 热机题

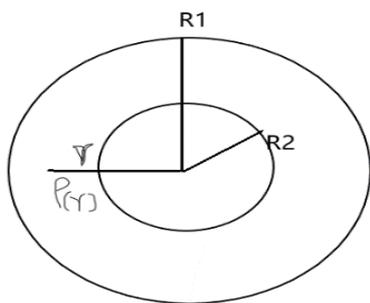


如图一热机工作过程 P-V 图，较缓曲线为等温过程，较陡为绝热， $\gamma = \frac{5}{3}$ ，求：

(1) 此热机的效率（用 V_1, V_2, V_3 表出）

(2) 不使用卡诺定理，试证此热机效率低于 $1 - \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\frac{2}{3}}$ 。（提示：可将其化为更简单的形式，即使用放缩）

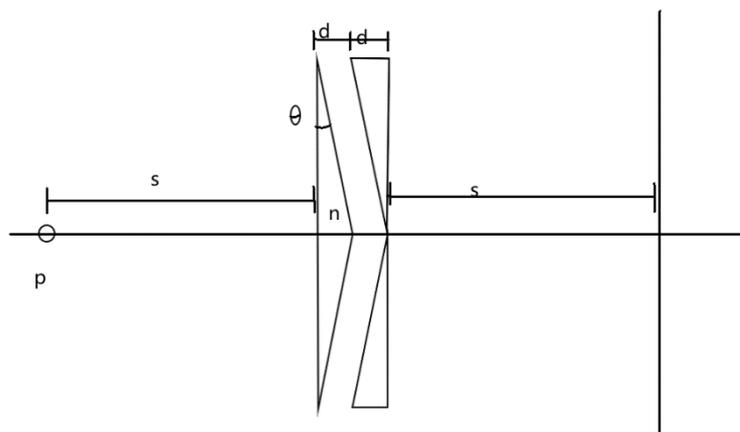
五、强击的 电学题



如图为半径分别为 R_1, R_2 ($R_1 > R_2$) 的两同心金属球壳。之间有球对称的填充电阻, r 处电阻率 $\rho(r) = \frac{\rho_0}{\ln \frac{r}{r_0}}$, r_0 为小于 R_2 的长度。现在内壳放上电量为 Q 的电荷, 则之后过程类似电流在电阻中流动, 由内壳流至外壳。

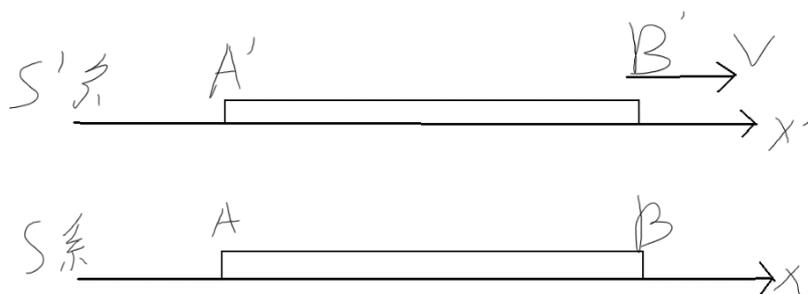
- (1) 求全过程中系统总放热 W
- (2) 在时间经过 $t = \epsilon_0 \rho_0$ 时固定此时电荷分布且不再改变, 从内壁释放一带电量为 $-q$ 的带负电质点, 质量为 m , 初始法向速度为 v 、求多大的初始切向速度能使之经过 $\frac{R_1 - R_2}{v}$ 时间时正好到达外壁? 球壳系统对质点只有电场作用。

六、破碎的 光学题



David 不小心把一片原厚度为 d 的薄玻璃片完美的摔成了如图的三个三角形!于是他只好把它用来做光学实验了。在如图装置中, p 为点光源, 波长 λ , 参数如图, θ 为小角, d 远小于 s , 该垂直的地方都垂直, 该平行的地方都平行, 求右方光屏干涉条纹间距。

七、一般的 相对论题



惯性系 S' , S 间的相对运动关系如图所示, 两根细长的直尺 AB , $A'B'$ 静止长度相同分别按图示方式静置于 S , S' 系中, 静止在 A , B , A' , B' 上的两个钟的计时率已按相对论的要求调好, 但他们的零点都是按下述方式确定的, 即 A 与 A' 相遇时两钟均调到零点, B 与 B' 相遇时两钟均调到零点。设 A' 钟为零点时发出光信号且 B' 收到光信号时 B' 读数为一个时间单位

- (1) 求 B 收到光信号时其为多少个时间单位。
- (2) 若 B' 收到光信号时立即发出应答信号, 求
 - 1) A' 收到应答信号时其为多少时间单位。
 - 2) A 收到应答信号时其为多少时间单位。

物理 VIP 集训营模拟试卷 (一) 参考答案

一 (15)

(1)

三棱锥体心距顶点 $3/4$ 总高度, 即对边长为 a 的锥体距离为 $\sqrt{6}a/4$ 。
待求高度即为

$$h = \frac{6\lambda a \times \frac{\sqrt{6}a}{4} + 6\lambda a \times \frac{\sqrt{6}a}{4} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots\right)}{6\lambda a + 6\lambda a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots\right)}$$

解得

$$h = \frac{7\sqrt{6}a}{36}$$

(2) 电阻值为

$$R = 0.6154r$$

二、(10)

环永不能离开地面, 可以 $M = 0$ 验证。若正常计算按步骤给分

三、(15)

速度 v 时 $r > R$ 处水速度为 $v (R/r)^2$, 积得水动能为 $E = 2\pi\rho R^3 v^2$ 。

扩大 x 时表面张力势能增大: $W1 =$

$$-4\pi\left(p_0 + \frac{2\sigma}{R}\right)R^2\Delta x + 6\pi\left(p_0 + \frac{2\sigma}{R}\right)R\Delta x^2$$

气体内能增大: $W2 =$

$$4\pi(R+x)^2\sigma - 4\pi R^2\sigma = 8\pi R\sigma x + 4\pi\sigma x^2$$

因水压强恒定故一定有外力支持, 外界对水做功: $W3 =$

$$-4\pi p_0 R^2 \Delta x$$

能量守恒: $-W1 - W2 + W3 + E = 0$;

$$\text{解得 } \omega = \sqrt{\frac{2(3p_0 R + 8\sigma)}{p_0 R^3}}$$

四、(15)

(1)

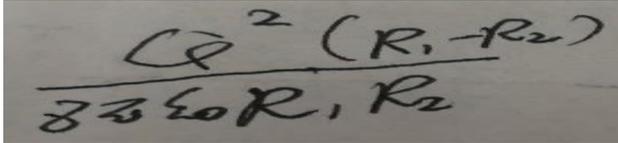
$$\eta = 1 - \frac{\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\frac{2}{3}} \ln\left(\frac{V_3}{V_1}\right)}{\frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\frac{2}{3}}\right] + \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

(2) 易证 V_1, V_3 不变时, V_2 越小做功越多 (由图可知), 而放热只由 V_1, V_3 决定, 不变, 即 V_2 越小效率最高, 故证 $V_2 = V_1$ 时效率低于此值即可, 即证 $\ln(x) > 1-1/x$ 在 x 大于 1 时成立, 可左右求导得出

五、(15)

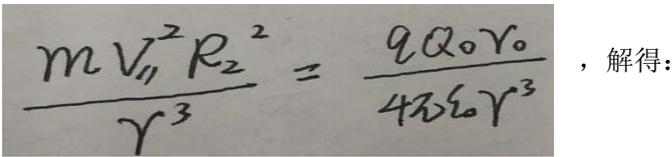
(1) 放热等于电势能变化

$W =$

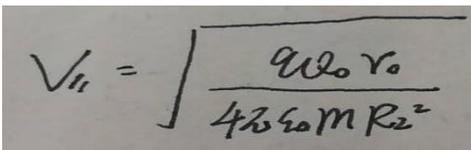


$$\frac{Q^2 (R_1 + R_2)}{8\pi\epsilon_0 R_1 R_2}$$

(2) 此时法向速度恒定, 即法向受力与惯性力抵消, 又有角动量守恒, 即:



$$\frac{m V_{||}^2 R_2^2}{\gamma^3} = \frac{q Q_0 \gamma_0}{4\pi\epsilon_0 \gamma^3}, \text{ 解得:}$$



$$V_{||} = \sqrt{\frac{q Q_0 \gamma_0}{4\pi\epsilon_0 m R_2^2}}$$

六 (15)

最终在 p, p 上方 $2(n-1)s\theta$ 与其下方 $2(n-1)s\theta$ 处成三个像光源, 即根据干涉极大, 间距为 $\frac{\lambda}{(n-1)s\theta}$

七, 记 v/c 为 β :

(1) $\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$

(2). 1) $1 + \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$

(2). 2) $1 + \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$